

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ ИНСТИТУТ
ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА ИМЕНИ Ю.А. ОСИПЬЯНА РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Бобкова Ирина Вячеславовна

СПИНОВЫЕ ЭФФЕКТЫ В СВЕРХПРОВОДНИКОВЫХ
ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ

Диссертация на соискание ученой степени
доктора физических наук
по специальности 1.3.3 "Теоретическая физика"

Черноголовка

2023

Оглавление

Введение	4
1. Сверхпроводящее состояние в присутствии зеемановского поля в неравновесных условиях	17
Используемый формализм и классификация различных типов неравновесного распределения квазичастиц	18
1.1. Влияние спинового разбаланса на сверхпроводимость тонкопленочных S/F структур	23
1.2. Влияние неравновесного распределения квазичастиц на джозефсоновский ток S/F/S контактов	38
1.2.1. Зарядово-нейтральное и спин-нейтральное неравновесие	38
1.2.2. Спиновый разбаланс	47
1.2.3. Неравновесное увеличение длины когерентности	56
Итоги	63
2. Спиновая калоритроника гетероструктур сверхпроводник/магнетик	65
Гигантский спинзависящий эффект Зеебека	67
2.1. Слабозатухающий термоиндуцированный спин в зеемановски расщепленных сверхпроводниках	69
2.2. Влияние термоиндуцированного спинового разбаланса на сверхпроводящее состояние	92
2.3. Термоиндуцированное движение доменных стенок в гибридах сверхпроводник/магнетик	107
Итоги	129
3. Магнитоэлектрические эффекты в сверхпроводящих структурах, содержащих материалы со спин-орбитальным взаимодействием	131
Магнитоэлектрические эффекты в нормальных и сверхпроводящих структурах	131
3.1. Обобщенная квазиклассическая теория магнитоэлектрических эффектов в S/N гетероструктурах со спин-орбитальной связью	137

3.2.	Некоторые магнитоэлектрические эффекты в гетероструктурах с 3D топологическими изоляторами	155
3.2.1.	Неравновесная квазиклассическая теория гетероструктур S/3D TI	156
3.2.2.	Гигантский магнитоэлектрический эффект в DOS структур S/3D TI	167
3.2.3.	Динамический контроль магнитной анизотропии в S/F-3D TI/S джозефсоновских контактах	188
3.3.	Дальнодействующее взаимодействие магнитных моментов в системе связанных S/F/S контактов	199
3.4.	Триpletная сверхпроводимость, индуцированная движением конденсата	211
3.4.1.	Триpletная сверхпроводимость, индуцированная мейсснеровскими токами и рашбовской спин-орбитой в S/F/S контактах	211
3.4.2.	Динамическая tripletная сверхпроводимость, индуцированная ас полем и рашбовской спин-орбитой в S/F/S контактах	224
3.4.3.	Триpletная сверхпроводимость, индуцированная мейсснеровскими токами и примесной спин-орбитой в S/F/S контактах	234
3.4.4.	Контролируемое сверхтоком $0 - \pi$ переключение джозефсоновских переходов	245
	Итоги	247
4.	Магнитоэлектрические эффекты в сверхпроводящих структурах, содержащих текстурированные магнетики	249
	Магнитоэлектрические эффекты в структурах с текстурированными магнетиками.	249
4.1.	Прямой и обратный эффекты близости в джозефсоновских контактах с сильными текстурированными магнетиками	251
4.1.1.	Обратный эффект близости: калибровочная теория аномального сдвига фазы	251
4.1.2.	Прямой эффект близости: спиновые вращательные моменты и динамика намагниченности	260
4.2.	Киральное трехчастичное взаимодействие спинов, переносимое конденсатом	276
4.3.	Резистивное состояние S/F/S контакта в присутствии динамики намагниченности	291
4.4.	Прямой и обратный магнитоэлектрический эффекты в бислойных структурах сверхпроводник/текстурированный магнетик	302
	Итоги	318
	Заключение	320

Список публикаций по теме диссертации	324
Список литературы	327

Введение

В последние десятилетия развивается новая область физики - спинтроника. Она включает в себя широкий спектр фундаментальных явлений, связанных с наличием спиновой степени свободы в многочастичных системах, а также большое количество как уже реализованных, так и находящихся в стадии разработки предложений по использованию спина для хранения, передачи и использования информации. Спинтроника - бурно развивающаяся, мультидисциплинарная область. Отдельным ее аспектам посвящен целый ряд современных учебников и множество обзоров [1–7]. В современном обществе сформировалась настоятельная потребность в развитии энергосберегающих технологий. Поэтому особое место в области спинтроники занимает низкодиссипативная спинтроника, которая на данный момент в основном представлена двумя большими направлениями - магнетикой магнитных изоляторов и сверхпроводниковой спинтроникой [8, 9]. Данная диссертационная работа посвящена теоретическому исследованию некоторого круга вопросов сверхпроводниковой спинтроники.

Специфику эффектов, которые привносятся в спинтроникку сверхпроводниковыми элементами, можно условно разделить на несколько групп. Такая классификация не претендует на роль единственно верной, а всего лишь отражает личное мнение автора данной работы. Первая группа эффектов связана с бездиссипативностью спинполяризованных токов, переносимых триплетными куперовскими парами [8, 9]. Стандартные спинтронные эффекты, такие как spin-transfer torque, spin-orbit torque и вызванное этими вращательными моментами переключение намагниченности или движение магнитных дефектов, могут генерироваться бездиссипативными спиновыми токами в структурах с триплетной сверхпроводимостью, например, S/F гетероструктурах или триплетных сверхпроводниках, а также сверхпроводниках со спин-орбитальным взаимодействием.

Вторая группа эффектов определяется замечательными свойствами слабой сверхпроводимости в джозефсоновских контактах, которые на данный момент являются базовыми элементами квантовой электроники. Например, используя ферромагнетик в качестве слабой связи, можно получить разность фаз π в основном состоянии джозефсоновского контакта [10–12]. Такие π -контакты получили широкое применение в качестве элементов сверхпроводящих квантовых систем [13]. Кроме того, возможно реализовать

разность фаз φ_0 , промежуточную между нулем и π в основном состоянии джозефсоновского контакта [14–17]. Такие контакты могут служить фазовыми батареями. В течение длительного времени ведется поиск физических принципов и технологических решений, позволяющих создать сверхпроводниковый транзистор на основе джозефсоновского контакта с контролируемым переключением между сверхпроводящим и нормальным состояниями [18–27]. Ожидается, что такие системы могут послужить элементной базой энергосберегающего сверхпроводникового компьютера [28], а также в области квантовой информации [29, 30].

Третья группа эффектов связана с наличием сверхпроводящей щели в плотности состояний сверхпроводника, что приводит к сильной зависимости плотности состояний от энергии вблизи уровня Ферми. В зеемановски расщепленных сверхпроводниках эта зависимость приобретает частично-дырочную асимметрию в каждой спиновой зоне по отдельности, в то время как полная частично-дырочная симметрия двух спиновых подзон суммарно сохраняется. Это замечательное свойство сверхпроводника приводит к наличию гигантского термоэлектрического и термоспинового эффектов [31–38] в сверхпроводниках и составляет базис сверхпроводниковой спиновой калоритроники. В частности, было предсказано, что гигантский термоспиновый эффект должен индуцировать высокоэффективное движение доменных стенок в тонкопленочных бислоях сверхпроводник/ферромагнетик и сверхпроводник/антиферромагнетик [39, 40].

В отдельную группу стоит выделить магнитоэлектрические эффекты в сверхпроводниковых структурах. Вообще говоря, суть магнитоэлектрических эффектов состоит в появлении связи между электрическим током и спиновыми степенями свободы в системе. Магнитоэлектрические эффекты в несверхпроводящих системах хорошо известны. К ним относятся спиновый эффект Холла [41–49], обратный спиновый эффект Холла [50–52], прямой магнитоэлектрический эффект (эффект Эдельштейна) [46, 53–55], т.е. генерация в металле спинового разбаланса при пропускании через него электрического тока, и обратный магнитоэлектрический (или спин-гальванический) эффект [56–58]. Причиной возникновения магнитоэлектрических эффектов является присутствие в системе спин-орбитального взаимодействия или неоднородность намагниченности, которая в локальном спиновом базисе также может быть сведена к эффективному спин-орбитальному взаимодействию. Наличие сверхпроводящих элементов в системе приносит в магнитоэлектрические эффекты фундаментально новую физику. Во-первых, генерация спиновой поляризации сверхтоком становится бездиссипативным процессом. Во-вторых, оказывается, что обратный магнитоэлектрический эффект часто проявляется не генерацией электрического тока в ответ на приложение зеемановского поля, а появлением экзотического фазово-неоднородного, т.н. геликоидального состояния сверхпроводника [59–64]. В джозефсоновских контактах обратный магнитоэлектрический эффект реализуется в виде аномального сдвига фазы в основном состоянии [65, 66].

В последнее время возникает понимание того, что обратный магнитоэлектрический эффект в гетероструктурах сверхпроводник/магнетик - чрезвычайно важное физическое явление, т.к. обеспечивает прямую связь между намагниченностью магнетика и фазой сверхпроводящего конденсата, которая является макроскопической квантовой величиной. В частности, этот эффект является физической основой реализации дальнедействующего магнитного взаимодействия в системе джозефсоновских контактов, о котором речь идет ниже. Характерным исключительно для сверхпроводящего состояния магнитоэлектрическим эффектом является генерация триплетной сверхпроводимости движущимся синглетным конденсатом [67–69].

К следующей группе можно отнести принципы взаимодействия магнитных моментов через сверхпроводящее состояние. Хорошо известно не прямое обменное взаимодействие между магнитными моментами, переносимое электронами проводимости в металле (РККИ-взаимодействие). Оно сыграло важную роль в открытии эффекта гигантского магнетосопротивления (GMR) и исследовано в многочисленных материалах. Это взаимодействие обеспечивает антиферромагнитную связь между магнитными слоями в GMR структурах и спиновых вентилях. Однако, сильно осциллирующий и затухающий на атомных масштабах характер этого взаимодействия позволяет добиться взаимодействия между магнитными моментами на характерных расстояниях, не превышающих несколько нанометров в отдельных слоистых структурах. В последние годы активно ведутся экспериментальные исследования, в которых немагнитная прослойка между магнетиками в спиновых вентилях заменяется сверхпроводником [70–72]. Как впервые было указано де Женном, сверхпроводник делает более выгодной антиферромагнитную конфигурацию магнетиков [73]. Причиной этого является то, что при такой взаимной ориентации магнетиков сверхпроводимость в прослойке меньше подавляется в результате частичной компенсации парамагнитного распаривания. Характерный масштаб такого взаимодействия, переносимого сверхпроводником - сверхпроводящая длина когерентности, на которой в сверхпроводнике проявляется эффект близости с магнетиком. Это десятки-сотня нанометров, в зависимости от конкретного используемого сверхпроводника. В недавних работах [74] появились предложения использовать для установления связи между магнетиками через сверхпроводник не обычный, а т.н. электромагнитный эффект близости [75], суть которого состоит в появлении в сверхпроводнике мейсснеровских токов в ответ на присутствие магнетика (а не внешнее магнитное поле). Характерный масштаб, на котором в сверхпроводнике индуцируются мейсснеровские токи - глубина проникновения магнитного поля. Именно этот масштаб в такой системе и будет определять характерную длину, на которой магнетики чувствуют друг друга в результате электромагнитного эффекта близости. Далее был предложен принципиально иной способ использования особенностей сверхпроводящего состояния для установления дальнедействующего непрямого взаимодействия между магнитными мо-

ментами, не использующий эффекты близости в сверхпроводниках. Его физический принцип основан на том, что сверхпроводимость - макроскопическое квантовое состояние, обладающее единой фазой волновой функции конденсата [76]. Идея состоит в том, что энергия основного состояния системы 2 джозефсоновских S/F/S контактов при заданной разности фаз между берегами зависит от взаимной ориентации намагниченностей ферромагнитных прослоек. Для физической реализации такого рода эффектов подходят системы, в которых существует связь между направлением намагниченности магнетика и джозефсоновской фазой. Известно, что такая связь физически проявляется как наличие аномального фазового сдвига в основном состоянии джозефсоновского контакта, о котором речь шла выше. Пространственный масштаб такого взаимодействия не ограничен сверхпроводящей длиной когерентности или глубиной проникновения магнитного поля.

Кроме того, важное фундаментальное и прикладное значение имеет вопрос исследования влияния спиновых эффектов на само сверхпроводящее состояние. Хорошо известно, что сверхпроводимость и ферромагнетизм - два антагонистичных типа упорядочения. В то время как в традиционных синглетных сверхпроводниках куперовские пары состоят из электронов с противоположными спинами, ферромагнитный порядок подразумевает одинаковое направление спинов электронов. Поэтому, в частности, равновесная однородная синглетная сверхпроводимость не может сосуществовать с магнетизмом выше так называемого парамагнитного предела сверхпроводимости, когда обменная энергия h превышает значение $\Delta/\sqrt{2}$, где Δ - значение сверхпроводящего параметра порядка при нулевом обменном поле. Однако, в области сосуществования предсказан ряд весьма интересных эффектов. В частности, появление пространственно неоднородного сверхпроводящего состояния Ларкина-Овчинникова-Фулде-Феррела (LOFF) [77, 78]. Очень богатая и перспективная с точки зрения спинтронных приложений картина сверхпроводящих корреляций возникает в мезоскопической области вблизи границы сверхпроводник/магнетик. Здесь взаимное влияние сверхпроводимости и магнетизма проявляется в возникновении пространственных осцилляций конденсатной волновой функции в ферромагнетике (мезоскопический аналог LOFF-состояния), а также, в частичной конвертации синглетных корреляций в триплетные, которые сильно взаимодействуют друг с другом [79, 80]. Эти эффекты приводят к появлению пространственных осцилляций плотности состояний в SF контактах [81], осцилляций критического тока SFS контакта в зависимости от толщины ферромагнитной прослойки [82], спонтанной генерации тока в джозефсоновской сетке SFS переходов [83] и др. Описанные эффекты близости уже находят применение в прикладной сверхпроводящей электронике. В частности, как уже упоминалось выше, π -контакты на основе S/F/S переходов представляют собой базовые элементы сверхпроводящих логических схем и сверхпроводниковых кубитов. Пространственно осциллирующие триплетные корреля-

ции имеют нулевую проекцию спина на направление намагниченности. Существенным недостатком данного типа триплетных корреляций является очень короткая длина затухания в ферромагнетике (порядка 2-3 nm в стандартных сильных ферромагнетиках типа пермаллоя или железа или десятков нанометров в слабо ферромагнитных сплавах типа CuNi). Далее оказывается, что если повернуть направление спина куперовской пары в ферромагнетике, то триплетные корреляции проникают в него на гораздо большие расстояния, т.е. становятся слабозатухающими [80]. Такого поворота можно добиться в системах с магнитной неоднородностью или спин-орбитальным взаимодействием.

Особый интерес как с фундаментальной точки зрения, так и точки зрения спинтронных приложений и приложений сверхпроводящей электроники, представляет вопрос внешнего контроля сверхпроводимости и, в том числе, триплетной сверхпроводимости. В частности, при создании неравновесного распределения квазичастиц в зеемановски расщепленном сверхпроводнике возможно получить сверхпроводимость при полях выше парамагнитного предела [84–86], сильно увеличить глубину проникновения в ферромагнетик пар с нулевой проекцией спина на направление намагниченности [87]. Упомянутый выше магнитоэлектрический эффект индуцирования триплетных пар движущимся конденсатом [67–69] также представляет собой пример управляемой *генерации* сверхпроводимости, в данном случае триплетной. Большой интерес представляют контролируемые $0 - \pi$ переходы. Было показано, что $0 - \pi$ -переход можно контролировать как с помощью неравновесного перераспределения квазичастиц по состояниям джозефсоновского контакта [19–22, 27, 88–95], так и бездиссипативным образом, контролируя фазу индуцированных сверхтоком триплетных корреляций [69].

Целью данной работы как раз и является изучение фундаментальных особенностей спиновых явлений в сверхпроводниках и поиск эффектов, имеющих потенциальный интерес для прикладной сверхпроводящей спинтроники.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

- 1) Изучить влияние различных типов неравновесного распределения квазичастиц на сверхпроводящее состояние, включая слабую сверхпроводимость джозефсоновских контактов, при наличии зеемановского поля в сверхпроводнике.
- 2) Построить теорию термоспинового эффекта в сверхпроводниках с зеемановским расщеплением плотности состояний. На ее основе объяснить экспериментальные данные по наблюдению слабозатухающего спинового разбаланса в нелокальных экспериментантах на сверхпроводящих пленках в параллельном магнитном поле или гетероструктурах сверхпроводник/ферромагнетик. Изучить влияние температурно индуцированного спинового разбаланса на сверхпроводящее состояние в зеемановски расщепленных сверхпроводниках. Построить теорию термоиндуцированного движения магнитных дефектов в гибридах сверхпроводник/магнетик,

основанного на гигантском термоспиновом эффекте. Оценить предполагаемую эффективность термоиндуцированного движения дефектов в сравнении с известными экспериментальными данными по несверхпроводящим структурам.

- 3) Изучить специфические для сверхпроводящего состояния проявления обратного магнитоэлектрического эффекта - геликоидальное состояние и аномальный сдвиг разности фаз в основном состоянии джозефсоновских контактов - в системах с неоднородной намагниченностью.
- 4) Исследовать фундаментальный механизм дальнего взаимодействия магнитных моментов через фазу конденсата, основанный на обратном магнитоэлектрическом эффекте.
- 5) Изучить особенности магнитоэлектрических эффектов в сверхпроводящих гетероструктурах с 3D топологическими изоляторами.
- 6) Построить обобщения квазиклассической теории, которое последовательно включает в себя члены, необходимые для описания прямого магнитоэлектрического эффекта в сверхпроводящих гетероструктурах со спин-орбитальным взаимодействием.
- 7) Исследовать еще один сверхпроводящий магнитоэлектрический эффект - генерацию триплетных корреляций движущимся конденсатом. Вывести эффективные уравнения для описания эффекта. В том числе, изучить динамическую генерацию триплетных корреляций высокочастотным электрическим полем. Изучить потенциальные возможности использования для создания высокочастотных сверхпроводниковых транзисторов и фото-магнитных устройств.

При всём разнообразии рассмотренных в диссертационной работе задач все они посвящены исследованию фундаментальных особенностей сверхпроводящего состояния в присутствии зеемановского поля различной физической природы, изучению индуцируемых в таких условиях экзотических типов парных корреляций и их влияния на магнитную подсистему.

Методы исследований. Для решения поставленных задач, которые включают в себя описание сверхпроводимости, магнетизма и динамических эффектов, используется комбинация квазиклассической теории сверхпроводимости в терминах гриновских функций и уравнения Ландау-Лифшица-Гильберта для описания магнитной динамики. Большая часть поставленных задач связана с описанием неравновесных эффектов, поэтому расчеты гриновских функций проводятся в келдышевской технике. Задачи, относящиеся к магнитоэлектрическим эффектам требуют обобщения стандартной квазиклассической теории на случай учета обменного поля или спин-орбитального взаимо-

действия за пределами квазиклассического приближения. Соответствующие обобщения теории построены в диссертации.

Основные результаты, выносимые на защиту:

- 1) Изучено сверхпроводящее состояние в тонких пленках в присутствии зеемановского поля в неравновесных условиях. Рассчитаны зависимости сверхпроводящего параметра порядка от величины управляющего параметра (напряжения) и температуры при создании в сверхпроводнике неравновесного спинового разбаланса. Показано, что при создании в системе определенного спинового разбаланса, сверхпроводимость, подавленная зеемановским полем, частично восстанавливается и может существовать выше парамагнитного предела сверхпроводимости.
- 2) Исследовано влияние различных неравновесных мод на джозефсоновский ток в контактах сверхпроводник/ферромагнетик/сверхпроводник. Показано, что создание симметричного зарядово-нейтрального энергетического неравновесия или спинового разбаланса может контролируемым образом резко повысить длину затухания триплетных корреляций в ферромагнетик. В свою очередь, это приводит к резкому усилению джозефсоновского тока через контакт. Создание спинового разбаланса позволяет получить управляемый $0 - \pi$ переход при достаточно сильном по сравнению с T_c обменном поле ферромагнетика. В случае слабого обменного поля порядка T_c для получения управляемых $0 - \pi$ переходов достаточно создания энергетического (спин-нейтрального и зарядово-нейтрального) неравновесия. Переход между 0 и π состояниями происходит за счет контролируемого заселения различных областей знакопеременной токнесущей плотности состояний.
- 3) Построена теория слабозатухающего спинового разбаланса в зеемановски расщепленном сверхпроводнике. Результаты теории находятся в хорошем качественном согласии с экспериментальными данными.
- 4) Изучено влияние термоиндуцированного спинового разбаланса на сверхпроводящее состояние в зеемановском поле. Предсказаны эффекты термоиндуцированного подавления и усиления сверхпроводимости.
- 5) Построена теория термоиндуцированного движения магнитных доменных границ в тонкопленочных бислойных структурах сверхпроводник/ферромагнетик и сверхпроводник/антиферромагнетик. Предсказано, что эффективность данного механизма, основанного на гигантском термоспиновом эффекте, т.е. скорость движения, которую можно достигнуть при заданной разнице температур, должна сильно превышать этот показатель для термоиндуцированного движения, достиг-

нутый в существующих экспериментальных работах по несверхпроводящим структурам.

- 6) Получено обобщение квазиклассической теории, последовательно учитывающее поправки первого порядка по отношению спин-орбитального расщепления к энергии Ферми. На основе данной теории рассчитаны триплетные корреляции в некоторых сверхпроводящих гетероструктурах со спин-орбитальным взаимодействием и прямой магнитоэлектрический эффект в баллистических джозефсоновских контактах через металл со спин-орбитальным взаимодействием.
- 7) Построено обобщение квазиклассических уравнений для описания сверхпроводящих гетероструктур с топологическим изолятором на неравновесный случай и для описания сверхпроводимости, наведенной в поверхностном проводящем слое топологизатора эффектом близости с обычным сверхпроводником.
- 8) Для гетероструктур с топологическими изоляторами предсказан гигантский магнитоэлектрический эффект в плотности состояний и, как следствие, эффект управляемой сверхтоком спиновой фильтрации.
- 9) Предсказан эффект расщепления легкой оси ферромагнетика в джозефсоновских контактах с составной слабой связью, представляющей собой бислой ферромагнетик/топизолятор.
- 10) Предсказан дальнедействующий механизм парного взаимодействия магнитных моментов через фазу конденсата, основанный на обратном магнитоэлектрическом эффекте. Исследована конкретная реализация этого взаимодействия в системе связанных джозефсоновских контактов.
- 11) Предсказан эффект генерации слабозатухающих триплетных корреляций движущимся конденсатом. Выведены эффективные граничные условия к уравнениям Узаделя, которые позволяют рассчитать эффект. Соответствующие триплетные корреляции рассчитаны в системах, где движение конденсата реализуется мейснеровскими токами, экранирующими внешнее магнитное поле, а также приложением переменного электрического поля. Рассчитан джозефсоновский ток через контакт, в котором слабозатухающие триплеты генерируются конденсатом. Предложены возможные постановки экспериментов для наблюдения эффекта. Предлагается использовать эффект для создания сверхпроводниковых транзисторов, фото-магнитных устройств и управляемых $0 - \pi$ переходов.
- 12) Построена теория прямого и обратного магнитоэлектрического эффекта в тонкопленочных гибридах сверхпроводник/неоднородный ферромагнетик. Сформулированы обобщенные квазиклассические уравнения с учетом членов, ответствен-

ных за магнитоэлектрические эффекты. На основе развитой теории исследовано геликоидальное состояние в бислоях со спиральным ферромагнетиком и состояние со спонтанной разностью фаз в бислоях с доменной стенкой. Рассчитаны вращательные моменты, действующие со стороны сверхтока, текущего по сверхпроводящей части, на намагниченность. Аналитический расчет применим для случая, когда характерный размер магнитной неоднородности превышает сверхпроводящую длину когерентности.

- 13) Построена теория прямого и обратного магнитоэлектрического эффекта в джозефсоновских контактах через сильный ферромагнетик. Показано, что джозефсоновский ток способен индуцировать динамику намагниченности ферромагнетика в области слабой связи, но при этом контакт переходит в особое резистивное состояние даже при токах меньше критического. Это состояние характеризуется наличием напряжения на контакте, но отсутствием нормального тока через контакт и, соответственно, джоулевых потерь в нем. А работа, совершаемая источником тока, идет на компенсацию гильбертовского затухания в магнитной подсистеме. Данное напряжение индуцируется магнитной динамикой через обратный магнитоэлектрический эффект и может служить для электрического детектирования динамики намагниченности.
- 14) Показано, что сверхток индуцирует новый тип кирального взаимодействия между магнитными моментами. Оно является трехчастичным. Симметрия энергии взаимодействия по отношению к обращению времени обеспечивается тем, что константа взаимодействия является нечетной функцией сверхтока. Исследованы конкретные реализации эффекта в системе магнитных примесей, помещенных в сверхпроводящую матрицу и в джозефсоновском контакте через некомпланарные магнитные структуры.

Научная новизна. Все результаты, выносимые на защиту, являются новыми. В случае пунктов 2, 6, 7 они частично обобщают результаты, полученные ранее другими авторами — здесь сопоставление с предыдущими результатами обсуждается в тексте и даются необходимые ссылки. В случаях пунктов 3, 12 и 13 существуют независимо и одновременно полученные другими авторами результаты, которые частично пересекаются с результатами, выносимыми на защиту. Соответствующее обсуждение и ссылки на литературу также присутствуют в тексте. Такое сопоставление одновременно подтверждает достоверность представленных результатов.

Практическая значимость. Развитые в диссертационной работе методы и полученные результаты могут быть использованы для описания широкого круга явлений сверхпроводниковой спинтроники. С помощью предложенных подходов и на основании полученных результатов возможно дальнейшее развитие теории спиновой калори-

троники и магнитоэлектрических эффектов в сверхпроводящих гетероструктурах. Все полученные результаты могут быть применены для анализа экспериментальных данных. В ряде случаев такие данные уже доступны, и сравнение показывает хорошее согласие теории и эксперимента. Многие предсказанные эффекты, такие как, например, индуцированные движением конденсата триплетные корреляции, термоиндуцированное движение доменных стенок, динамика магнитных моментов в системе связанных джозефсоновских контактов могут служить мотивацией для новых экспериментов. Ряд полученных результатов имеет потенциал прикладного применения в области низкодиссипативной спинтроники.

Достоверность полученных результатов обеспечивается надёжностью применявшихся теоретических методов, согласием с теоретическими результатами, полученными в других работах, и согласием с данными экспериментов, выполненных другими авторами.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на международных конференциях: «Нанозифика и нанозлектроника» (Нижний Новгород, 2010, 2012, 2014, 2015, 2016, 2018, 2020, 2021, 2022), International conference on superconductivity and magnetism (Турция, 2014, 2018, 2021), International workshop on superconducting spintronics "SUPERSPIN15" (Норвегия, 2015), International conference "Interaction of Superconductivity and Magnetism in Nanosystems" (Москва, 2015), MIPT conference and International School "Superconducting hybrid nanostructures: physics and applications" (Долгопрудный, 2016), WE-Heraeus-Seminar "Trends in mesoscopic superconductivity" (Германия, 2016), Moscow International Symposium on Magnetism (Москва, 2017), XIII-th Rencontres du Vietnam, Nanophysics: from Fundamentals to Applications (Вьетнам, 2017), International Scientific meeting "Non-equilibrium superconductivity and spintronics" (Великобритания, 2019), Workshop "Superconductivity in low-dimensional and interacting systems" (Германия, 2019), VII Euro-Asian Symposium "Trends in MAGnetism" (2019), Coherent order and transport in spin-active systems: Interplay between magnetism and superconductivity, SPICE online workshop (Германия, 2020, онлайн), Всероссийская научно-практическая конференция «Природа. Человек. Общество», (Дубна, 2021, онлайн), International Conference on Low-dimensional materials: theory, modeling, experiment (LDM2021, Дубна, 2021), Trends in MAGnetism 2021 (Италия, 2021, онлайн), 2021 Molecular Foundry User Meeting (США, 2021, онлайн).

Также результаты диссертации докладывались и обсуждались на семинарах в ИФТТ РАН (Черноголовка), МФТИ (Долгопрудный), в Курчатовском институте (Москва), в ОИЯИ (Дубна), в ИФМ РАН, Нижний Новгород, в университете Констанца (Германия), в центре квантовой спинтроники (QuSpin, Норвегия).

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 24 научных работах, включая 23 оригинальные работы и 1 обзор. Все они опубликованы в 2010-

2022 годах в рецензируемых журналах, входящих в международные базы данных Web of Science, Scopus и в перечень ВАК.

Объём и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка публикаций по теме диссертации и списка литературы. Полный объём диссертации составляет 371 страницу, включая 99 рисунков. Список литературы содержит 581 наименование.

Во **введении** обоснована актуальность темы, сформулированы цель и задачи работы, основные результаты диссертации, обоснованы новизна и практическая ценность полученных результатов, раскрыто содержание диссертации по главам.

Первая глава посвящена изучению сверхпроводящего состояния в присутствии зе-емановского поля в неравновесных условиях. В качестве введения дается небольшой обзор формализма квазиклассических келдышевских гриновских функций, в технике которых проводятся расчеты. Также проводится классификация возможных независимых типов неравновесного распределения.

В разделе **1.1** исследуется влияние спинового разбаланса на сверхпроводящие тонкопленочные структуры ферромагнетик/сверхпроводник, в которых в равновесных условиях сверхпроводимость частично или полностью подавлена в результате эффекта близости с ферромагнетиком. Показано, что создание спин-зависящего неравновесия в таком сверхпроводнике может частично восстановить сверхпроводимость и, при определенных условиях поддерживать ее существование выше парамагнитного предела.

В разделе **1.2** исследовано влияние различных неравновесных мод на джозефсоновский ток в контактах сверхпроводник/ферромагнетик/сверхпроводник (S/F/S). В подразделе **1.2.1** исследуется влияние зарядово-нейтрального и спин-нейтрального неравновесия на джозефсоновский ток через S/F/S контакт. В подразделе **1.2.2** изучается влияние спинового разбаланса на джозефсоновский ток через S/F/S контакт. В подразделе **1.2.3** обсуждается специальный вид неравновесного распределения, который позволяет резко увеличить глубину проникновения пар с противоположными спинами в джозефсоновский контакт, тем самым резко усиливая величину критического джозефсоновского тока.

Вторая глава посвящена исследованию некоторых вопросов спиновой калоритроники гетероструктур сверхпроводник/магнетик. Оказывается, что зеемановски расщепленное сверхпроводящее состояние, которое формируется в таких гетероструктурах, реализует практически максимально возможную эффективность конверсии тепла в спин. Это делает структуры сверхпроводник/магнетик крайне интересными и перспективными объектами для спиновой калоритроники. Базовым физическим эффектом, который обеспечивает конверсию тепла в спин является т.н. гигантский спин-зависящий эффект Зеебека или гигантский термоспиновый эффект. Физика этого эффекта рассматривается в качестве введения ко второй главе. Далее рассматриваются некоторые физические

проявления, следствия этого эффекта и возможности применения в спинтронике.

В разделе **2.1** построена теория, описывающая генерацию неравновесного спинового сигнала в сверхпроводниках с зеемановским расщеплением из бесспинового (теплого) неравновесия. Длина релаксации такого спинового сигнала доходит до величины несколько микрон, что сильно превышает ее значения в нормальных металлах и сверхпроводниках без зеемановского расщепления. Теория хорошо описывает существующие экспериментальные данные. Раздел **2.2** посвящен изучению влияния термоиндуцированного спинового разбаланса на сверхпроводящее состояние в тонких пленках сверхпроводников с зеемановским расщеплением. В разделе **2.3** предсказана возможность высокоэффективного термоиндуцированного движения доменных стенок в тонкопленочных бислоях сверхпроводник/ферромагнетик и сверхпроводник/антиферромагнетик.

Третья глава посвящена исследованию магнитоэлектрических эффектов в сверхпроводящих структурах, содержащих материалы со спин-орбитальным взаимодействием или 3D топологические изоляторы. Объединение этих материалов в одну главу связано с тем, что с точки зрения магнитоэлектрических эффектов 3D топологический изолятор выглядит просто как материал с максимально сильным спин-орбитальным взаимодействием типа Рашбы. В качестве краткого литературного введения обсуждаются некоторые известные магнитоэлектрические эффекты в несверхпроводящих системах и их аналоги в сверхпроводящих материалах и структурах. В разделе **3.1** построено обобщение квазиклассической теории, которое позволяет описывать магнитоэлектрические эффекты в структурах сверхпроводник/нормальный металл со спин-орбитальным взаимодействием в баллистическом пределе. В разделе **3.2** строится неравновесное обобщение квазиклассической теории для гибридных структур с 3D топологическими изоляторами, а также обобщение квазиклассической теории для наведенной в 3D TI сверхпроводимости. Эти теории применяются к рассмотрению ряда физических эффектов: аномального сдвига фазы в джозефсоновских контактах S/3D TI/S без ферромагнетика, управляемого инжекцией; гигантского магнитоэлектрического эффекта в плотности состояний и динамического управления магнитной анизотропией в S/F-3D TI/S джозефсоновских контактах. В разделе **3.3** предсказан и исследован новый тип дальнего взаимодействия магнитных моментов в системе связанных джозефсоновских контактов, физической основой которого является магнитоэлектрическое взаимодействие магнитного момента с фазой конденсата (обратный магнитоэлектрический эффект). Раздел **3.4** посвящен изучению возможного только в сверхпроводящих гибридных системах магнитоэлектрического эффекта - индуцирования триплетной сверхпроводимости движением конденсата. Описан физический принцип эффекта, построена теория индуцирования триплетной сверхпроводимости мейсснеровскими токами, а также динамической сверхпроводимости переменным электромагнитным полем.

Обсуждаются возможные приложения эффекта для спинтроники и сверхпроводящей электроники: джозефсоновский транзистор, фотомагнитный элемент, контролируемый сверхтоком $0 - \pi$ переход.

Четвертая глава посвящена изучению магнитоэлектрических эффектов в сверхпроводящих гибридах со спин-текстурированными магнетиками. Известно, что в системе отсчета, связанной с локальным спиновым базисом, спиновая текстура математически эквивалентна спин-орбитальному взаимодействию некоторого типа. Поэтому гибриды со спин-текстурированными магнетиками проявляют очень богатую картину магнитоэлектрических эффектов. В качестве литературного введения кратко обсуждаются известные магнитоэлектрические эффекты в структурах с текстурированными магнетиками. В разделе **4.1** исследуются прямой и обратный эффекты близости в джозефсоновских контактах с сильными текстурированными магнетиками. Построено обобщение квазиклассической теории для работы с сильными неоднородными магнетиками. Показано, что обратный магнитоэлектрический эффект приводит к возникновению аномальной разности фаз в джозефсоновском контакте, обсуждается выражение для аномального сдвига фазы через магнитную текстуру. Продемонстрировано, что прямой магнитоэлектрический эффект приводит к возникновению вращательного момента, действующего на текстуру. Рассчитаны вращательные моменты и динамика намагниченности для текстур типа доменной стенки. В разделе **4.2** предсказывается и обсуждается киральное трехчастичное взаимодействие спинов, переносимое конденсатом. Это взаимодействие нарушает симметрию по отношению к инверсии магнитного момента. Предложенный механизм взаимодействия снимает вырождение между топологически различными магнитными текстурами и дает возможность низкодиссипативного манипулирования магнитными дефектами, например, скирмионами. В разделе **4.3** показано, что в присутствии динамики намагниченности джозефсоновский контакт в принципе не имеет бездиссипативного режима. Построена теория резистивного состояния джозефсоновского контакта, вызванного динамикой намагниченности. Раздел **4.4** посвящен рассмотрению прямого и обратного магнитоэлектрических эффектов в тонкопленочных бислойных системах сверхпроводник/текстурированный ферромагнетик. Построено обобщение квазиклассической теории, позволяющее описать эти эффекты. Показано, что поляризация электронов проводимости в сверхпроводнике, которая наводится в результате прямого магнитоэлектрического эффекта, создает вращательный момент, действующий на текстуру. Обратный магнитоэлектрический эффект проявляется в виде фазово-неоднородных сверхпроводящих состояний.

В **заключении** сформулированы основные итоги выполненного исследования.

Цитирования вида **[Pi]**, где $i \in [1, 24]$, означают ссылки на публикации автора из Списка публикаций по теме диссертации.

Глава 1.

Сверхпроводящее состояние в присутствии зеемановского поля в неравновесных условиях

Хорошо известно, что взаимодействие электронов проводимости с обменным или магнитным полем (сейчас рассматривается только зеемановский эффект магнитного поля) разрушает синглетную сверхпроводимость. Такое разрушение имеет место как в тонких сверхпроводящих пленках в параллельном магнитном поле, когда орбитальным действием поля можно пренебречь, так и в тонкопленочных структурах сверхпроводник/ферромагнетик. Также обменное поле ферромагнетика разрушает слабую сверхпроводимость джозефсоновских контактов сверхпроводник/ферромагнетик/сверхпроводник (S/F/S). На самом деле, конкретные механизмы разрушения в пленках и джозефсоновских контактах несколько различны и будут обсуждаться в соответствующих разделах, но, тем не менее, оказывается, что в обоих случаях создание в системе определенного неравновесного распределения квазичастиц позволяет полностью контролировать обменное (зеемановское) подавление сверхпроводимости, т.е. компенсировать или наоборот усиливать его. Кроме того, в джозефсоновских контактах через ферромагнитную прослойку возможно основное состояние как с нулевой разностью фаз на контакте (0-состояние), так и состояние с разностью фаз π (π -состояние) [79]. Создание неравновесного распределения квазичастиц в S/F/S контакте также позволяет переводить контакт из одного состояния в другое, т.е. реализовывать контролируемые 0 – π -переходы. Обсуждению такого рода эффектов и посвящена данная глава. В качестве введения дается небольшой обзор формализма квазиклассических келдышевских гриновских функций, в технике которых проводятся расчеты. Также проводится классификация возможных независимых типов неравновесного распределения (мод), которые оказывают разный физический эффект на систему. В чистом виде данные моды практически не реализуются, но любое неравновесное

распределение квазичастиц можно свести к некоторой их комбинации.

Используемый формализм и классификация различных типов неравновесного распределения квазичастиц

Результаты, изложенные в данной главе, относятся к области неравновесной и пространственно-неоднородной сверхпроводимости. Наиболее эффективным методом для решения задач этого класса является квазиклассическая теория сверхпроводимости [96], сформулированная в технике Келдышевских гриновских функций [97]. В данном разделе кратко сформулированы основные уравнения этой теории.

Во всех конкретных физических задачах, рассмотренных в Главе 1, речь идет о диффузных сверхпроводящих гетероструктурах, т.е. длина свободного пробега между актами упругого рассеяния на немагнитных примесях предполагается самым коротким пространственным масштабом задачи, за исключением фермиевской длины волны λ_F . В этом случае сверхпроводящие свойства системы могут быть описаны уравнением Узаделя [98] для квазиклассической гриновской функции \check{g} , которое имеет вид:

$$iD\nabla(\check{g} \otimes \nabla\check{g}) = [\tau_3(\varepsilon - \mathbf{h}\boldsymbol{\sigma} - \hat{\Delta}) - \check{\Sigma}, \check{g}]_{\otimes}, \quad (1.1)$$

В общем случае двухчастичная гриновская функция зависит от двух пространственных координат, двух времен и 2 спиновых переменных. Наша квазиклассическая функция $\check{g} \equiv \check{g}(\mathbf{r}, \varepsilon, t)$ зависит от координаты центра масс двух частиц $\mathbf{r} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$, $t = (t_1 + t_2)/2$ и спектральной энергии ε , которая появляется в результате преобразования Фурье по $t_1 - t_2$. В смешанном представлении (ε, t) при наличии явной зависимости от времени обычное умножение в уравнении для гриновских функций заменяется на операцию \otimes , которая определена как $\check{A} \otimes \check{B} = \exp((i/2)(\partial_{\varepsilon_A} \partial_{t_B} - \partial_{\varepsilon_B} \partial_{t_A})) \check{A}(\varepsilon, t) \check{B}(\varepsilon, t)$. В случае отсутствия нестационарных процессов в системе \otimes сводится к обычному умножению. \check{g} является матрицей 8×8 в прямом произведении спинового, частично-дырочного и келдышевского пространств. Соответственно, для оперирования в этих пространствах мы вводим матрицы Паули σ_i ($i = x, y, z$) в спиновом пространстве и τ_i в частично-дырочном пространстве. Вводить матрицы Паули в келдышевском пространстве на данном этапе нет необходимости. Явная структура функции Грина в келдышевском пространстве имеет вид:

$$\check{g} = \begin{pmatrix} \check{g}^R & \check{g}^K \\ 0 & \check{g}^A \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

Запаздывающая \check{g}^R и опережающая \check{g}^A компоненты гриновской функции описывают спектральные свойства системы, а келдышевская компонента \check{g}^K содержит информа-

цию о кинетике и может быть выражена через запаздывающую, опережающую функции Грина и функцию распределения $\check{\varphi}(\varepsilon, t)$ как $\check{g}^K = \check{g}^R \otimes \check{\varphi} - \check{\varphi} \otimes \check{g}^A$. Все компоненты $\check{g}^{R,A,K}$ и $\check{\varphi}$ являются матрицами 4×4 в прямом произведении спинового и частично-дырочного пространств. В частично-дырочном пространстве функции $\check{g}^{R,A}$ имеют вид:

$$\check{g}^{R,A} = \begin{pmatrix} \hat{g}^{R,A} & \hat{f}^{R,A} \\ \hat{f}^{R,A} & \hat{g}^{R,A} \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

где все компоненты являются матрицами в спиновом пространстве, диагональные компоненты представляют собой нормальные гриновские функции, а офф-диагональные - аномальные гриновские функции. Электронные и дырочные компоненты нормальной функции Грина не являются независимыми в силу переопределенности матричной гриновской функции в пространстве частица-дырка, между ними существуют симметричные соотношения [96] $\hat{g}^{R(A)tr}(\varepsilon) = \sigma_y \hat{g}^{A(R)}(-\varepsilon) \sigma_y$. Аналогичные соотношения справедливы для аномальных компонент гриновской функции $\hat{f}^{R(A)tr}(\varepsilon) = -\hat{f}^{A(R)}(-\varepsilon)$. Функция распределения более подробно будет обсуждаться ниже. Уравнение Узаделя (1.1) должно быть дополнено условием нормировки $\check{g}^2 = 1$.

Теперь обсудим смысл всех входящих в уравнение (1.1) параметров. D - коэффициент диффузии материала, \mathbf{h} - обменное поле, которое может присутствовать в гибридной системе в силу различных причин. Его происхождение в каждом конкретном случае обсуждается ниже. $\hat{\Delta} = |\Delta(x)| \exp[i\chi(x)\hat{\tau}_z] \hat{\tau}_x$ - матричный сверхпроводящий параметр порядка. В общем случае параметр порядка вычисляется согласно теории слабой связи БКШ через гриновскую функцию \check{g} при помощи уравнения самосогласования

$$\Delta(x) = |\Delta(x)| e^{i\chi(x)} = -\frac{\lambda}{8} \int_{-\Omega}^{\Omega} d\varepsilon \text{Tr}_4 \tau_- \check{g}^K, \quad (1.4)$$

где $\tau_- = (\tau_x - i\tau_y)/2$, λ - константа спаривания и Ω - дебаевская частота.

Матрица 8×8 $\check{\Sigma}$ описывает все остальные собственно-энергетические части, за исключением сверхпроводящего параметра порядка, например, упругое рассеяние на магнитных примесях, спин-орбитальный вклад в упругое рассеяние, а также неупругие процессы рассеяния.

Электрический ток вычисляется через квазиклассическую гриновскую функцию как

$$j = \frac{\sigma}{16e} \int d\varepsilon \text{Tr}_4 \left[\tau_z \check{g} \otimes \nabla \check{g} \right]^K, \quad (1.5)$$

где σ - проводимость материала, в котором вычисляется ток.

Теперь обсудим более подробно структуру функции распределения, т.к. этот вопрос является ключевым для понимания влияния квазичастичной неравновесности на сверхпроводимость и джозефсоновский ток. В наиболее общем случае функция распре-

деления может быть записана в следующем виде [38]:

$$\check{\varphi} = \hat{\varphi} \frac{1 + \tau_z}{2} + \hat{\check{\varphi}} \frac{1 - \tau_z}{2} = \tanh \frac{\varepsilon}{2T} + \varphi_L + \varphi_T \tau_z + \sum_j (\varphi_{T,j} \sigma_j + \varphi_{L,j} \sigma_j \tau_z), \quad (1.6)$$

где $\hat{\varphi}$ и $\hat{\check{\varphi}}$ - матрицы 2×2 в спиновом пространстве, которые представляют собой электронную и дырочную части функции распределения, соответственно. Первый член в уравнении (1.6) представляет собой равновесное значение функции распределения в данном представлении и равен просто $1 - 2f(\varepsilon)$, где $f(\varepsilon)$ - функция Ферми. Компоненты $\varphi_{L/T}$, $\varphi_{L,j/T,j}$ представляют собой неравновесные моды, т.е. описывают физически различные способы, которыми можно создать неравновесное распределение квазичастиц в системе.

Мода φ_L называется энергетической модой и описывает любые симметричные по числу электроно-подобных и дырочно-подобных возбуждений отклонения распределения в электронной подсистеме от фермиевского, соответствующего температуре окружения, см. рис. 1.1(в-г). Например, эта мода описывает перегрев электронной подсистемы или нетермализованное двухступенчатое распределение квазичастиц, которое может реализовываться в мезоскопических системах при определенных условиях. Мода φ_T - это хорошо известный зарядовый разбаланс. Она соответствует разному количеству электроноподобных и дырочноподобных возбуждений квазичастичного спектра, см. рис. 1.1(д-е). Синяя и красная кривая на панели (е) отвечают электронной и дырочной компонентам функции распределения, соответственно. Т.е. эта мода соответствует появлению ненулевого квазичастичного заряда в системе и может быть получена из равновесного фермиевского распределения без перераспределения возбуждений по энергетическим уровням. Упомянутые 2 моды не зависят от спина квазичастицы.

Теперь обсудим 2 оставшиеся моды, которые приводят к спиновому расщеплению распределения квазичастиц по состояниям. Для понимания физической интерпретации полезно сравнить как выглядят эти моды на языке боголюбовских квазичастиц и на языке электронов. Соответствие между исходными электронами и боголюбовскими квазичастицами устанавливается преобразованиями Боголюбова

$$\gamma_{k\sigma}^\dagger = u_k c_{k\sigma}^\dagger - \sigma v_k S^\dagger c_{-k-\sigma} \quad (1.7)$$

Здесь $\gamma_{k\sigma}^\dagger$ - оператор рождения боголюбовской квазичастицы с импульсом k и спином σ , $c_{k\sigma}^\dagger$ и $c_{k\sigma}$ - операторы рождения и уничтожения электрона, σ - спиновая переменная и S^\dagger - оператор рождения куперовской пары. Далее мы рассматриваем грязный предел, когда в результате многочисленных актов рассеяния на примесях произошла полная изотропизация по направлениям импульса. В этом случае не надо отдельно рассматривать квазичастичные ветви спектра для с вершинами при $k = \pm k_F$, а можно

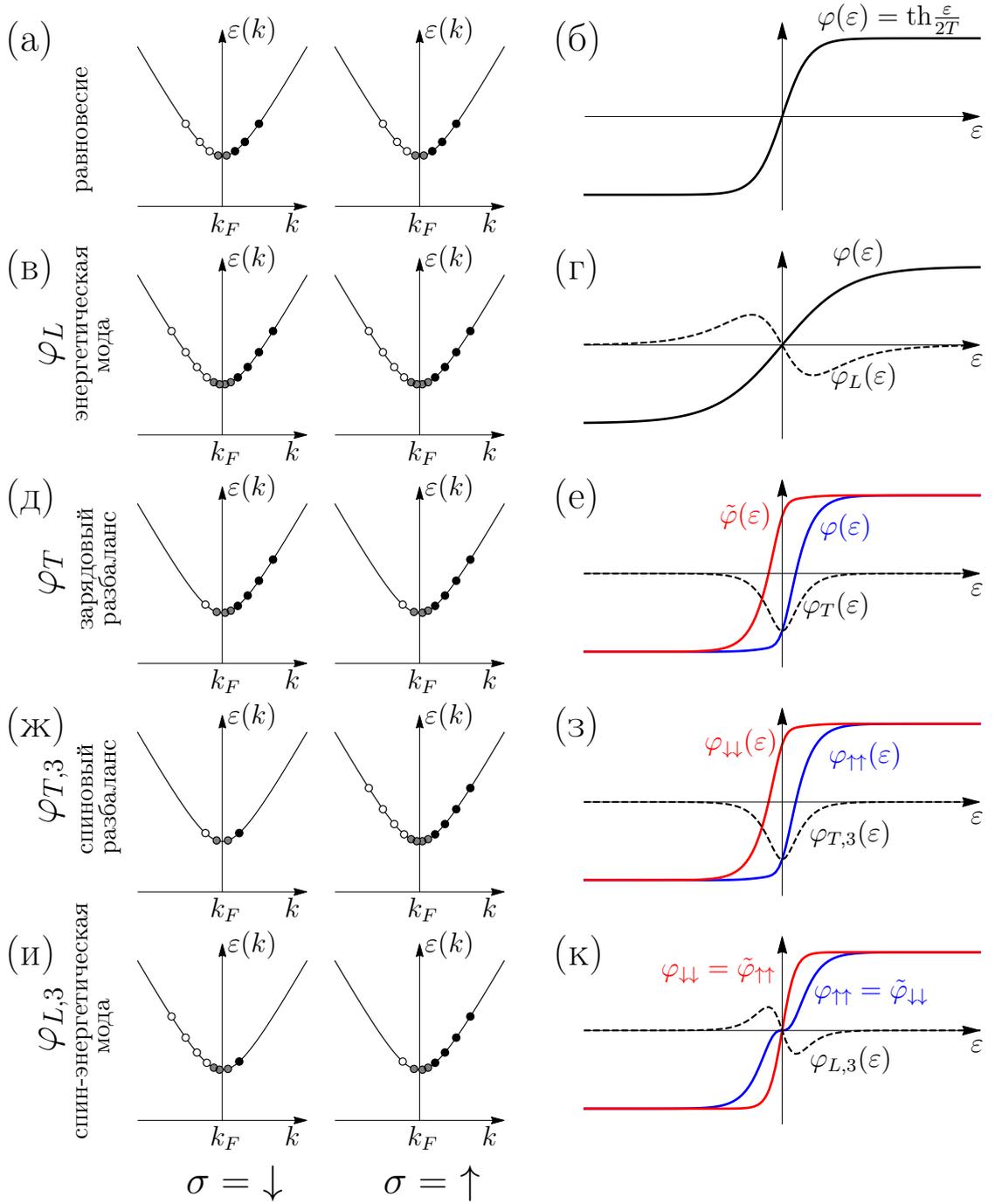


Рис. 1.1: Различные неравновесные моды. Левая колонка - на языке бogoлюбoвских квазичастиц, правая - на языке электронного распределения (1.6), входящего в уравнение Узаделя. Черные точки - электронные возбуждения, пустые - дырочные, серые точки - электронно-дырочные возбуждения вблизи края щели. Дальнейшее описание мод см. в тексте.

работать только с абсолютной величиной импульса. Из (1.7) видно, что дырочная часть ветви со спином вверх соответствует отсутствию электрона со спином вниз в системе.

Мода $\varphi_{T,j}$ - это спиновый разбаланс. Если выбрать ось квантования вдоль направ-

ления вектора неравновесного спина, то мы можем говорить об одной компоненте $\varphi_{T,3}$, см. рис. 1.1(ж-з). На "электронном" языке эта мода может возбуждаться созданием избытка/недостатка электронов в подзоне со спином вверх/вниз и избытка дырок в подзоне вниз/вверх, соответственно. Синяя и красная кривая на панели (з) отвечают электронам со спином вверх и вниз, соответственно. На языке боголюбовских квазичастиц данная мода соответствует перебрасыванию квазичастиц с одной из спиновых ветвей на другую с последующим симметричным распределением их по электронной и дырочным ветвям спектра. Эта мода приводит к возникновению ненулевого суммарного спина в системе, в то время как суммарный квазичастичный заряд остается нулевым.

Мода $\varphi_{L,3}$ называется в литературе "спин-энергетическая" мода. Она тоже дает расщепленное по спину распределение квазичастиц, но не приводит к накоплению суммарного спина. Возбуждение этой моды на "электронном" языке соответствует созданию избытка электронов и дырок в подзоне электронов с определенным спином (например, вверх) и недостатка в противоположной подзоне, см. рис. 1.1(к). Очевидно, что при определенных условиях это может быть описано в терминах разных эффективных температур для электронов со спином вверх и вниз. На языке боголюбовских квазичастиц такое распределение отвечает противоположному нарушению симметрии частица-дырка в двух спиновых подзонах, см. рис. 1.1(и). Спин-энергетическая мода отвечает нулевому суммарному заряду и нулевому суммарному спину в системе.

Для строгих расчетов важно понимать, что каждая из неравновесных мод, входящих в выражение (1.6) обладает определенной симметрией по отношению к замене $\varepsilon \rightarrow -\varepsilon$. Вообще говоря, число компонент гриновской функции в формализме Намбу избыточно, поэтому электронные и дырочные части гриновской функции могут быть выражены друг через друга [96]. В частности, для компонент функции распределения имеет место общее соотношение

$$\check{\varphi}(\varepsilon) = -\tau_y \sigma_y \check{\varphi}(-\varepsilon) \sigma_y \tau_y, \quad (1.8)$$

из которого следует, что $\varphi_L(-\varepsilon) = -\varphi_L(\varepsilon)$, $\varphi_T(-\varepsilon) = \varphi_T(\varepsilon)$, $\varphi_{T,3}(-\varepsilon) = \varphi_{T,3}(\varepsilon)$ и $\varphi_{L,3}(-\varepsilon) = -\varphi_{L,3}(\varepsilon)$. Таким образом, энергетическая мода φ_L и спин-энергетическая мода $\varphi_{L,3}$ являются нечетными функциями энергии квазичастиц ε , а зарядовый φ_T и спиновый $\varphi_{T,j}$ разбалансы - четные функции ε .

Дальнейшие разделы данной главы посвящены изложению оригинальных результатов изучения влияния неравновесных мод функции распределения на сверхпроводящее состояние и джозефсоновский ток.

1.1. Влияние спинового разбаланса на сверхпроводимость тонкопленочных S/F структур

Этот раздел посвящен исследованию влияния спинового разбаланса на сверхпроводящие тонкопленочные структуры ферромагнетик/сверхпроводник, в которых в равновесных условиях сверхпроводимость частично или полностью подавлена в результате эффекта близости с ферромагнетиком. Все результаты, изложенные в данном разделе, получены в соавторстве с А.М. Бобковым и опубликованы в работах [P1, P2].

Хорошо известно, что взаимодействие электронов проводимости с обменным или магнитным полем (сейчас рассматривается только зеемановский эффект магнитного поля) разрушает сверхпроводимость. Рассмотрим однородный сверхпроводник в однородном обменном поле h . Зависимость пространственно однородного решения для сверхпроводящего параметра порядка от величины обменного поля была исследована как при нулевой, так и при конечных температурах [99]. Было показано, что сверхпроводимость полностью подавляется при $h > \Delta_0$, где $\Delta_0 = \Delta(T = 0, h = 0)$ - значение параметра порядка при нулевой температуре и в отсутствие обменного поля. Качественно механизм этого подавления можно объяснить следующим образом. Т.к. мы рассматриваем пространственно однородное решение, то куперовские пары имеют нулевой суммарный импульс $p_\uparrow = -p_\downarrow$. Т.к. пары синглетны, т.е. состоят из электронов с противоположными спинами, то энергии спаривающихся электронов отличаются на $2h$: $p_\uparrow^2 = 2m(\varepsilon_F + \varepsilon_\uparrow) + h = p_\downarrow^2 = 2m(\varepsilon_F + \varepsilon_\downarrow) - h$, откуда следует $\varepsilon_\uparrow - \varepsilon_\downarrow = -2h$. В сверхпроводнике уже практически нет доступных для спаривания состояний вне энергетической полосы шириной порядка $2\Delta_0$. На самом деле, сверхпроводящее состояние становится энергетически невыгодным даже при меньших значениях $h = \Delta_0/\sqrt{2}$ (парамагнитный предел сверхпроводимости [100]), когда энергии сверхпроводящего и парамагнитного состояний сравниваются и происходит фазовый переход первого рода между ними. Неоднородное (LOFF) сверхпроводящее состояние также было предсказано для таких систем [77, 78], но может существовать только в узком диапазоне обменных полей выше парамагнитного предела. Тонкопленочный сверхпроводник, находящийся в контакте с ферромагнетиком, ведет себя аналогично однородному сверхпроводнику в обменном поле, в нем также наводится эффективное обменное поле в результате эффекта близости с ферромагнетиком (более детально об эффекте близости в S/F бислое говорится ниже в данном разделе). Поэтому сверхпроводимость в нем также разрушается достаточно сильным ферромагнетиком. В данном подразделе показано, что создание спин-зависящего неравновесия в таком сверхпроводнике или S/F бислое может частично восстановить сверхпроводимость и, при определенных условиях, поддерживать ее существование выше парамагнитного предела.

Эффект неравновесного восстановления сверхпроводимости рассматривается в двух

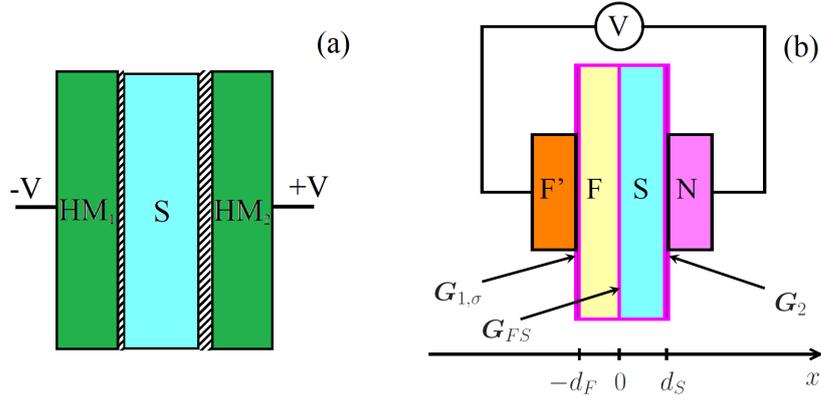


Рис. 1.2: Схемы структур, в которых рассматривается эффект неравновесного восстановления сверхпроводимости. (а) Тонкопленочный сверхпроводник, находящийся между двумя полуметаллами; (б) бислоем тонкопленочный сверхпроводник/слабо-ферромагнитный сплав. Дополнительные ферромагнитный (F') и нормальный (N) электроды необходимы для создания спинового разбаланса в бислое.

гибридных структурах. Первая структура - тонкопленочный сверхпроводник с толщиной меньше или порядка длины когерентности ($d \lesssim \xi_S$), находящийся между двумя полуметаллами, см. рис. 1.2(a). Вторая структура - бислоем тонкопленочный сверхпроводник/слабо-ферромагнитный сплав, рис. 1.2(b). К обеим структурам прикладывается напряжение, как это показано на рис. 1.2(a)-(b).

Начнем с рассмотрения структуры НМ/S/НМ. Полуметаллическое поведение (т.е. материал является проводником только для одной спиновой подзоны) проявляют CrO_2 [101, 102] и некоторые манганиты [103]. Эффективное обменное поле h_{eff} в сверхпроводящем слое создается через эффект близости с полуметаллами, математически это описывается через граничные условия к уравнениям Узаделя в сверхпроводнике, вывод приведен ниже. Спин-зависящее распределение квазичастиц в сверхпроводнике создается путем приложения напряжения между полуметаллами. В случае идеальных полуметаллов с противоположными направлениями поляризации для электронов из спиновой подзоны \uparrow основное падение напряжения происходит на одной из НМ/S границ, а для спиновой подзоны \downarrow - на другой. В результате этого функция распределения электронов в сверхпроводнике будет близка к равновесной форме с разными электрохимическими потенциалами в двух спиновых подзонах. Т.о. в системе создается чистая мода спинового разбаланса.

Далее надо сосчитать h_{eff} , функцию распределения и их влияние на сверхпроводящий параметр в такой системе в рамках квазиклассических уравнений Узаделя. Уравнения Узаделя в пленке имеют вид (1.1) с $\mathbf{h} = 0$ и должны быть дополнены граничными

условиями на каждой из НМ/S границ, которые имеют вид [104, 105]:

$$\check{g}\partial_x\check{g} = -\alpha\frac{G_T^{l,r}}{2\sigma_S} [\check{g}, \check{g}_{HM}^{l,r}] - \alpha\frac{G_{MR}^{l,r}}{2\sigma_S} [\check{g}, \{\check{m}^{l,r}, \check{g}_{HM}^{l,r}\}] + \alpha\frac{iG_\phi^{l,r}}{2\sigma_S} [\check{m}^{l,r}, \check{g}] \quad , \quad (1.9)$$

где \check{g} - значение гриновской функции в сверхпроводнике на соответствующей S/НМ границе, (при $x = \mp d_S/2$), $\alpha = +1(-1)$ на левой (правой) S/НМ границе и σ_S - удельная проводимость сверхпроводящей пленки. $\check{m}^{l,r} = \mathbf{m}^{l,r} \sigma_{\tau_z}$, где $\mathbf{m}^{l,r}$ единичный вектор вдоль направления намагниченности левого (правого) полуметалла. Мы предполагаем, что полуметаллы имеют противоположные намагниченности, поэтому $\mathbf{m}^r = -\mathbf{m}^l$. Первый член в правой части отвечает суммарному кондактансу границы $G_T^{l,r} = G_q \sum_n T_n^{l,r}$, где $T_n^{l,r} = T_{n\uparrow}^{l,r} + T_{n\downarrow}^{l,r}$ вероятность прохождения через границу для n -ого канала и $G_q = e^2/h$ - квант кондактанса. Второй член описывает разность кондактансов для каналов со спином вверх и вниз $G_{MR} = G_q \sum_n T_n^{l,r} P_n^{l,r}$, где $P_n^{l,r} = (T_{n\uparrow}^{l,r} - T_{n\downarrow}^{l,r})/T_n^{l,r}$ - поляризация n -ого канала. Третий член $\sim G_\phi$ описывает спиновую зависимость разности фаз амплитуд отражения электронов от границы с полуметаллом. Микроскопически [104] $G_\phi^{l,r} = G_q \sum_n (T_n^{l,r} - 1) d\phi_n^{l,r}$, где $d\phi_n^{l(r)}$ разность фаз волновых функций электронов со спином вверх и вниз, приобретаемых при отражении от S/НМ границы (спин-зависящий фазовый сдвиг). Граничные условия (1.9) справедливы только для малых значений прозрачности и спин-зависящего фазового сдвига в одном канале, $T_n \ll 1$ и $d\phi_n \ll 1$. Значение $d\phi_n^{l(r)}$ можно грубо оценить, моделируя барьер на S/НМ границе δ -потенциалом $U_\sigma(x) = U_\sigma \delta(x)$. Тогда в туннельном пределе $T_n \ll 1$ получаем $d\phi_n \approx v_F(U_\downarrow - U_\uparrow)/U_\uparrow U_\downarrow$. В общем случае граничные условия содержат еще один член, пропорциональный G_χ , который описывает спин-зависящие фазовые сдвиги электронов при прохождении [104]. Однако, мы в основном интересуемся туннельным пределом, в котором этим членом можно пренебречь по сравнению с G_ϕ .

$\check{g}_{HM}^{l,r}$ - это гриновская функция на полуметаллической стороне соответствующей S/НМ границы. Т.к. в полуметаллах Ферми-поверхность существует только для одного направления спина, стандартное квазиклассическое рассмотрение неприменимо. Однако, полуметаллы можно описывать в рамках модифицированного квазиклассического рассмотрения, когда рассматриваются только гриновские функции электронов с одним направлением спина (на одной Ферми поверхности): квазиклассические траектории существуют только для одной спиновой ориентации [106]. Если выбрать ось квантования вдоль намагниченности левого полуметалла, то $\check{g}_{HM}^{l,r}$ принимают вид

$$\check{g}_{HM}^{R,A} = \kappa(\sigma_0 + \alpha\tau_z\sigma_z)/2 \quad . \quad (1.10)$$

Здесь индексы (l, r) опущены для краткости и $\kappa = +1(-1)$ для запаздывающей (опережающей) функции Грина. Предполагается, что функции распределения в полуметаллах

равновесные, но химпотенциал сдвинут из-за приложенного напряжения $V_{l,r}$. Предполагается, что $V_r = -V_l = V$. В этом случае

$$\check{g}_{HM}^K = 2 \left[\tanh \frac{\varepsilon + \alpha e V (\tau_0 + \tau_z)}{2T} - \tanh \frac{\varepsilon - \alpha e V (\tau_0 - \tau_z)}{2T} \right] \frac{\sigma_0 + \alpha \sigma_z \tau_z}{2} \quad (1.11)$$

Мы рассматриваем случай, когда в системе все намагниченности выстроены вдоль одной оси (т.е. намагниченности полуметаллов антипараллельны). В этом случае в системе не генерируются триплетные корреляции электронов с одинаковыми спинами и все матрицы в спиновом пространстве диагональны ($\sigma = \uparrow, \downarrow$). В частности, аномальные гриновские функции имеют вид $f^{R,A} = (f_{\uparrow}^{R,A}(\sigma_0 + \sigma_z)/2 + f_{\downarrow}^{R,A}(\sigma_0 - \sigma_z)/2)$, а функция распределения $\hat{\varphi} = \varphi_{\uparrow}(\sigma_0 + \sigma_z)/2 + \varphi_{\downarrow}(\sigma_0 - \sigma_z)/2$.

Сверхпроводящий параметр порядка выражается через келдышевскую часть аномальной функции Грина с помощью уравнения самосогласования. Мы предполагаем, что константа спаривания отлична от нуля только в синглетном канале. Тогда уравнение самосогласования принимает вид

$$\Delta = -\frac{\lambda}{8} \int_{-\omega_D}^{\omega_D} d\varepsilon \sum_{\sigma} [f_{\sigma}^R(\varepsilon) \tilde{\varphi}_{\sigma}(\varepsilon) - f_{\sigma}^A(\varepsilon) \varphi_{\sigma}(\varepsilon)] \quad (1.12)$$

Уравнения (1.1), (1.9), (1.10), (1.11) и (1.12) составляют полную систему уравнений для решения задачи. Для случая тонкой сверхпроводящей пленки $d_S \ll \xi_S$, где $\xi_S = \sqrt{D/\Delta}$ длина когерентности в сверхпроводнике, они могут быть решены аналитически аналогично случаю тонкого S/F бислоя [107]. Усредняя запаздывающие и опережающие части уравнения (1.1) по толщине пленки и принимая во внимание граничные условия (1.9), можно свести уравнение Узаделя к уравнению, описывающему однородный магнитный сверхпроводник с эффективной обменной энергией h_{eff} и распаривающим фактором Γ . Это уравнение легко решается. Соответствующие запаздывающие и опережающие аномальные гриновские функции, которые входят в уравнение самосогласования (1.12), имеют вид:

$$f_{\sigma}^{R,A} = \frac{-i\Delta}{\sqrt{\Delta^2 - [\varepsilon + \sigma h_{eff} + i\kappa\Gamma]^2}} \quad (1.13)$$

где распаривающий фактор $\Gamma = (G_T^r + 2G_{MR}^r + G_T^l + 2G_{MR}^l)D/4\sigma_S d_S$ физически описывает утечку сверхпроводящих корреляций из пленки в полуметаллические области с последующим разрушением синглетных пар там. Эффективная обменная энергия $h_{eff} = (G_{\phi}^r - G_{\phi}^l)D/2\sigma_S d_S$ генерируется S/НМ границами. Она обратно пропорциональна толщине пленки d_S . Как уже упоминалось выше, граничные условия (1.9) и, соответственно, уравнение (1.13) справедливы при $d\phi_n \ll 1$. За пределами этого усло-

вия эффект магнитных границ не сводится только к эффективному магнитному полю в пленке [104], кроме этого еще появляются дополнительные члены, которые до некоторой степени аналогичны магнитным примесям. Мы предполагаем условие $d\phi_n \ll 1$ выполненным. Однако, это не означает, что результирующая обменная энергия мала. Для того, чтобы наблюдать восстановление сверхпроводимости, подавленной обменным полем, желательно иметь $h_{eff} \gtrsim \Delta$. Для пленки с толщиной $d_S \lesssim \xi_S$ это условие выполняется если (i) левая и правая границы не идентичны, т.е. $G_\phi^r \neq G_\phi^l$ и (ii) безразмерный параметр $h_{eff}/\Delta \sim G_\phi \xi_S^2 / \sigma_S d_S \gtrsim 1$. Этот параметр можно оценить как $-(2N\xi_S^2 G_q / S \sigma_S d_S) d\phi \sim -(\xi_S^2 / l d_S) d\phi$, где N число проводящих каналов, и l длина свободного пробега. Из этой оценки видно, что для грязного сверхпроводника G_ϕ может генерировать большое значение h_{eff} даже при $d\phi \ll 1$.

Теперь перейдем к обсуждению функции распределения. Мы пренебрегаем энергетической релаксацией в пленке, т.е. предполагаем, что время $\tau_{esc} = \Gamma^{-1}$, которое электрон проводит в пленке до туннелирования в полуметалл, много меньше, чем время энергетической релаксации τ_ε . Процессы спиновой релаксации сейчас также не принимаем во внимание, их влияние будет обсуждаться ниже. Тогда из уравнений (1.1), (1.9), (1.10) и (1.11) можно получить, что функция распределения в пленке имеет вид

$$\varphi_\sigma = \tanh \frac{\varepsilon + \sigma eV}{2T} . \quad (1.14)$$

Следует отметить, что функция распределения имеет такую одноступенчатую форму в каждой из спиновых подзон благодаря тому факту, что берега являются полуметаллическими: электроны из подзоны со спином вверх (вниз) могут туннелировать только в левый (правый) полуметалл или из него. Эта одноступенчатая форма очень существенна для эффекта восстановления сверхпроводимости. В принципе, восстановление сверхпроводимости может также наблюдаться если взять вместо полуметаллических берегов сильные ферромагнетики, но в этом случае неравновесная функция распределения внутри пленки представляется суммой распределения, пришедших из левого и правого берегов, умноженных на факторы, пропорциональные прозрачностям обеих границ, т.е. получается двухступенчатая форма функции распределения. Это приводит к тому, что сверхпроводимость восстанавливается только частично, или даже к отсутствию эффекта восстановления. Поэтому для получения оптимальной функции распределения в случае ферромагнитных берегов надо специально подбирать значения сопротивлений ферромагнитных берегов и S/F границ.

Подставляя уравнения (1.13)-(1.52) $[\tilde{\varphi}$ получается путем использования симметричного соотношения $\tilde{\varphi}_{\uparrow,\downarrow}(\varepsilon) = -\varphi_{\downarrow,\uparrow}(-\varepsilon)]$ в уравнение (1.12) мы приходим к следующему

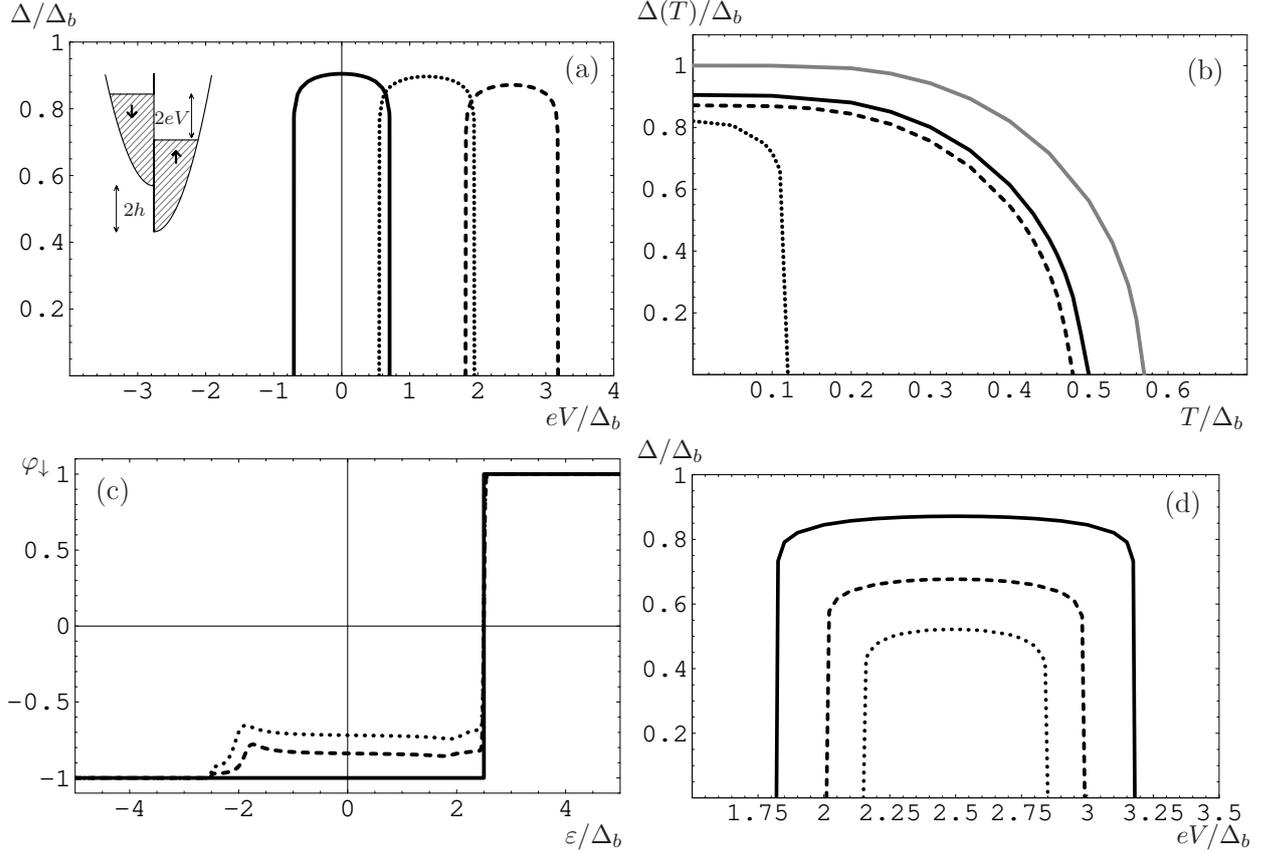


Рис. 1.3: (a) Зависимость $\Delta(T = 0)$ от eV . $h_{eff} = 0$ (сплошная); $h_{eff} = 1.25$ (точки) $h_{eff} = 2.5$ (пунктир). Все энергетические величины измеряются в единицах параметра порядка в объеме сверхпроводника Δ_b при $1/\tau_{sf} = 0$ и $T = 0$. Вставка: заселенность спиновых подзон \uparrow, \downarrow для рассматриваемого неравновесного распределения. (b) Зависимость Δ от температуры. Серая линия - $\Delta(T)$ в объемном сверхпроводнике, черная сплошная - $\Delta(T, h_{eff} = eV = 0)$, пунктир - $\Delta(T, h_{eff} = eV = 2.5)$, точки - $\Delta(T, h_{eff} = 2.5, eV = 3.1)$. Для панелей (a) и (b) обратное время спиновой релаксации $1/\tau_{sf} = 0$. (c) Функция распределения $\varphi_{\downarrow}(\varepsilon)$ для разных значений обратного времени спиновой релаксации: $1/\tau_{sf} = 0$ (сплошная линия), 0.01 (пунктир) и 0.02 (точки). $h_{eff} = eV = 2.5$. $\varphi_{\uparrow}(\varepsilon) = -\varphi_{\downarrow}(-\varepsilon)$. (d) Зависимость $\Delta(eV)$ для $h_{eff} = 2.5$ и разных значений обратного времени спиновой релаксации (те же самые значения, что и для панели (c)). Для всех панелей $\Gamma = 0.1$.

уравнению самосогласования

$$\frac{1}{\lambda} = \int_{-\omega_D}^{\omega_D} \frac{d\varepsilon}{4} \left\{ \text{Re} \left[\frac{\text{sgn}(\varepsilon + h_{eff})}{\sqrt{(\varepsilon + i\Gamma + h_{eff})^2 - \Delta^2}} \right] \tanh \frac{\varepsilon + eV}{2T} + \text{Re} \left[\frac{\text{sgn}(\varepsilon - h_{eff})}{\sqrt{(\varepsilon + i\Gamma - h_{eff})^2 - \Delta^2}} \right] \tanh \frac{\varepsilon - eV}{2T} \right\}. \quad (1.15)$$

Из уравнения (1.15) очевидно, как сверхпроводимость в пленке восстанавливается спиновым разбалансом. При $h_{eff} = eV$ для каждой из спиновых подзон мы имеем

практически ту же самую ситуацию, как и для равновесной немагнитной пленки в условиях $eV = h_{eff} = 0$. Следует отметить, что в рамках упрощенной модели слабой связи с постоянным потенциалом спаривания максимальное значение обменной энергии, которое не разрушает сверхпроводимость, равно энергии обрезания ω_D . Однако, для достаточно больших обменных энергий эта упрощенная модель неприменима. Если для конкретности рассмотреть сверхпроводимость с фононным механизмом спаривания, то наше рассмотрение перестает работать для обменных энергий порядка энергии Дебая и корректный расчет следует проводить в рамках фононной модели сверхпроводимости.

Вычисленный параметр порядка Δ как функция приложенного напряжения eV показан на панели (а) рисунка 1.3 для различных значений h_{eff} . Видно, что эффект восстановления сверхпроводимости имеет место только если обменная энергия h_{eff} и спиновый разбаланс eV достаточно близки друг к другу: их разница должна быть меньше чем Δ_0 . Физическое объяснение эффекта состоит в том, что создание такого распределения электронов, как показано на вставке к рис.1.3(а), "возвращает" оптимальные условия для спаривания, которые были разрушены приложением обменного поля. Действительно, как пояснялось в начале этого раздела, при наличии обменного поля энергии спаренных электронов отличаются на $2h$. При создании спинового разбаланса химпотенциалы для электронов со спином вверх и вниз различны: $\mu_{\uparrow,\downarrow} = \varepsilon_F \mp eV$. Поэтому из условия $p_{\uparrow} = -p_{\downarrow}$ немедленно получаем $p_{\uparrow}^2 = 2m(\mu_{\uparrow} + \varepsilon_{\uparrow}) + h = p_{\downarrow}^2 = 2m(\mu_{\downarrow} + \varepsilon_{\downarrow}) - h$ и $\varepsilon_{\uparrow} - \varepsilon_{\downarrow} = -2h + 2eV$. Т.е. создание спинового разбаланса возвращает пару в энергетическую полосу $2\Delta_0$, где есть доступные для спаривания состояния. Следует отметить, что в отсутствие обменного поля спиновый разбаланс подавляет сверхпроводимость при $|eV| \sim \Delta_0$, т.е. действует аналогично обменному полю. Этот эффект изучался как теоретически, так и экспериментально [108–110].

При $eV = 0$ и $T, \Gamma \rightarrow 0$ уравнение самосогласования (1.15) имеет ненулевое пространственно однородное решение при $h_{eff} < \Delta_0$. Однако, хорошо известно [77], что однородное решение становится метастабильным даже раньше, при $h_{eff} = \Delta_0/\sqrt{2}$ (парамагнитный предел сверхпроводимости) из-за того, что парамагнитное состояние более энергетически выгодно для больших обменных полей. в рассматриваемом нами случае парамагнитное состояние система не может реализовать парамагнитное состояние т.к. функция распределения создается и поддерживается внешним образом так, чтобы заселенности мажорной и минорной спиновых подзон в пленке оставались одинаковыми. Это проиллюстрировано на вставке в панель (а) рис. 1.3. Однородное сверхпроводящее состояние очевидно более выгодно, чем нормальное из-за наличия энергии конденсации. Однако, существует еще одна возможность: в принципе, при создании спинзависящего распределения квазичастиц неоднородное сверхпроводящее состояние (аналог ЛОФФ-состояния) может быть более выгодным, чем однородное сверхпроводящее состояние в определенном диапазоне параметров. Такая возможность исследовалась

в работах [112, 169] и оказывается, что неоднородное состояние действительно может быть более выгодным на самых краях "колоколов сверхпроводимости" (т.е. областей существования неравновесной сверхпроводимости), которые изображены на рис. 1.3(а).

Для оптимального значения $eV_{res} = h_{eff}$ зависимость сверхпроводящего параметра порядка от температуры очень близка к классической зависимости теории БКШ и дает практически то же значение $2\Delta(T=0)/T_c$, как показано на панели (b) рис. 1.3. Также на панели (b) рис. 1.3 продемонстрировано, что, когда eV отклоняется от eV_{res} , температура подавляет параметр порядка более резко.

Теперь перейдем к обсуждению влияния процессов спиновой релаксации на эффект восстановления сверхпроводимости. Мы предполагаем, что при низких температурах основными являются упругие процессы рассеяния на магнитных примесях. Их можно учесть путем добавления соответствующей примесной собственно-энергетической части $[-(1/2\pi\tau_{sf})\check{\sigma}\check{g}\check{\sigma}, \check{g}]$ в уравнение (1.1). Здесь $\check{\sigma} = \sigma\tau_z$. Хорошо известно, что влияние процессов переворота спина оказывает два эффекта. Во-первых, они работают как распаривающий фактор, размывая когерентные пики и уменьшая критическую температуру сверхпроводника [113]. Во-вторых, рассеяние с переворотом спина напрямую влияет на функцию распределения, уменьшая разницу $\varphi_{\uparrow} - \varphi_{\downarrow}$. Эту величину можно оценить как $\varphi_{\uparrow}^{sf} - \varphi_{\downarrow}^{sf} = (\varphi_{\uparrow} - \varphi_{\downarrow})/(1 + 2\tau_{esc}/\tau_{sf})$. Здесь $\varphi_{\uparrow}^{sf} - \varphi_{\downarrow}^{sf}$ разница в присутствии процессов релаксации спина, а $\varphi_{\uparrow} - \varphi_{\downarrow}$ определяется уравнением (1.52) и τ_{sf} - характерное время релаксации спина. Результаты точного расчета функции распределения немного отклоняются от этой грубой оценки, особенно в области когерентных пиков. Они представлены на панели (c) рис. 1.3. Очевидно, что "повреждение" функции распределения из-за процессов спиновой релаксации снижает эффект восстановления сверхпроводимости. Это снижение эффективности восстановления можно грубо рассматривать как эффективное уменьшение константы спаривания $\lambda \rightarrow \lambda_{eff} = \lambda(1 + \tau_{esc}/\tau_{sf})^{-1}$. Рассчитанное влияние процессов рассеяния с переворотом спина на параметр порядка продемонстрировано на панели (d) рис. 1.3.

Таким образом, показано, что создание спинового разбаланса может полностью компенсировать распаривающий эффект обменного поля. В таких неравновесных условиях сверхпроводимость может существовать даже в обменных полях значительно выше парамагнитного предела сверхпроводимости. Этот эффект может быть реализован в сверхпроводящей тонкой пленке между двумя полуметаллическими берегами, между которыми приложено напряжение. Здесь стоит отметить, что позже в литературе был предложен другой метод неравновесного восстановления сверхпроводимости выше парамагнитного предела путем создания в пленке не спинового разбаланса, а двухступенчатого независимого от спина неравновесного распределения (нетермализованная энергетическая мода) [86]. Преимуществом такого подхода считается отсутствие необходимости в полуметаллических берегах. В таких условиях восстановление сверхпро-

водимости также возможно, но оно не бывает полным и, что более существенно, такое неравновесное распределение сопровождается протеканием нормальных токов, т.е. выделением джоулева тепла в системе, что, в свою очередь приводит к температурному размытию двухступенчатой функции распределения и дальнейшему снижению эффективности восстановления.

В работе [P2] тот же эффект исследуется для несколько другой системы, представленной на рис. 1.2(b). Преимуществом этой модели является то, что она отвечает уже экспериментально реализованным бислоям сверхпроводник/слабо-ферромагнитный сплав. Подавление критической температуры эффективным обменным полем в такой системе в равновесных условиях хорошо изучено как теоретически, так и экспериментально. Для наших целей важно, что в S/F бислоях реализуется мезоскопический аналог LOFF-состояния. Это явление было предсказано теоретически [11, 114] и наблюдалось экспериментально [12, 115–118]. В этом состоянии куперовская пара приобретает внутри ферромагнетика суммарный импульс $2Q$ или $-2Q$ в ответ на наличие потенциальной энергии $\mp h$ для электронов со спином вверх и вниз, составляющих пару. Здесь $Q \propto h/v_F$, где h обменная энергия и v_F скорость Ферми без учета обменной энергии, которая считается в этом рассмотрении малой по сравнению с энергией Ферми, т.к. данное рассмотрение и обсуждаемые эффекты применимы в основном к слабо ферромагнитным материалам, в которых $h \ll \varepsilon_F$. Комбинация пар с $2Q$ или $-2Q$ приводит к пространственным осцилляциям конденсатной волновой функции в ферромагнетике вдоль направления нормали к S/F границе [119]. Эта осцилляционная зависимость приводит к возникновению π -состояния в джозефсоновских контактах [11, 12] и немонотонной (и, в частности, возвратной) зависимости критической температуры S/F бислоев от толщины ферромагнитного слоя [120–125]. Обсуждаемый в данном разделе эффект восстановления сверхпроводимости может наблюдаться в S/F бислоях, находящихся в этом режиме.

Существенная разница мезоскопического ЛОФФ-состояния с куперовскими парами, которые обсуждались в контексте сверхпроводника в обменном поле в предыдущем разделе, состоит в том, что там рассматривалась пространственно однородная сверхпроводимость, т.е. пары с нулевым суммарным импульсом, что приводит при наличии обменной энергии к разности энергий электронов, составляющих пару. Здесь же пары формируются из электронов с одинаковой энергией, а наличие обменного поля в этом случае приводит к разному импульсу электронов со спинами вверх и вниз. В отличие от объемных сверхпроводников, где ЛОФФ состояние реализуется в очень узкой области параметров, мезоскопический аналог ЛОФФ-состояния в гетероструктурах - совершенно стандартное явление, т.к. трансляционная инвариантность в направлении нормали к S/F границе уже нарушена существованием этой границы.

Для того, чтобы создать в системе спиновый разбаланс, достаточно привести S/F

бислой в контакт с сильным ферромагнетиком через туннельный барьер и пропустить электрический ток через систему. Некоторым недостатком данной системы по сравнению с предыдущей является более слабая спиновая зависимость функции распределения, что связано с отсутствием полуметаллических элементов. Тем не менее, мы демонстрируем, что эффект восстановления сверхпроводимости может наблюдаться и в этом случае. Достоинство же состоит в том, что такую систему легко реализовать на основе уже хорошо отработанной технологии создания S/F структур.

Теперь перейдем к детальному описанию рассматриваемой системы и микроскопическим вычислениям. Схема системы представлена на рис. 1.2. S/F бислой является основной частью структуры. Он состоит из синглетного s-волнового сверхпроводника и слабоферромагнитного сплава F с толщинами d_S и d_F , соответственно. Ось x направлена нормально к границе раздела между сверхпроводником и ферромагнетиком и F/S граница находится при $x = 0$. Бислой помещен между берегами из нормального металла N и сильного ферромагнетика F' (Fe, Ni, Co) через туннельные контакты. К системе приложено напряжение V .

В своем расчете мы предполагаем, что (i) система находится в грязном пределе, т.ч. ее можно описывать уравнением Узаделя; (ii) толщина S слоя $d_S \lesssim \xi_S$. Здесь $\xi_S = \sqrt{D_S/\Delta_0}$ сверхпроводящая длина когерентности, D_S коэффициент диффузии в сверхпроводнике и Δ_0 объемное значение сверхпроводящего параметра порядка при нулевой температуре. Это условие позволяет пренебречь зависимостью сверхпроводящего параметра порядка от координат поперек S слоя; (iii) мы работаем вблизи критической температуры, поэтому уравнения Узаделя можно линеаризовать по аномальной гриновской функции.

Запаздывающая аномальная гриновская функция $\hat{f}^R(\varepsilon, x)$ является матрицей 2×2 в спиновом пространстве. Но мы предполагаем, что обменное поле F слоя пространственно однородно $\mathbf{h} = (0, 0, h)$. В этом случае в системе существуют только синглетные пары и триплетные пары с нулевой проекцией спина на ось z . На языке матриц Паули это означает, как и в рассмотренной ранее задаче, что гриновские функции диагональны в спиновом пространстве $\hat{f}^R(\varepsilon, x) = [f_{\uparrow}^R(1 + \sigma_z)/2 + f_{\downarrow}^R(1 - \sigma_z)/2]$.

Линеаризованное уравнение для запаздывающей гриновской функции f_{σ}^R , where $\sigma = \uparrow, \downarrow$, получается из уравнения (1.1) и имеет вид:

$$D\partial_x^2 f_{\sigma}^R + 2i(\varepsilon + \sigma h(x))f_{\sigma}^R - 2i\Delta(x) = 0 . \quad (1.16)$$

Здесь $\sigma = \pm 1$ для $f_{\uparrow(\downarrow)}$. D коэффициент диффузии, который равен $D_{S(F)}$ в сверхпроводнике (ферромагнетике). $h(x) = h$ в ферромагнетике и $h(x) = 0$ в сверхпроводнике. Аналогично, $\Delta(x) = 0$ в ферромагнетике и $\Delta(x) = \Delta$ в сверхпроводнике.

Уравнение (1.16) нужно дополнить граничными условиями Куприянова-Лукичева

[126] на S/F границе ($x = 0$):

$$\sigma_S \partial_x f_{\sigma,S}^R = \sigma_F \partial_x f_{\sigma,F}^R = G_{FS} (f_{\sigma,S}^R - f_{\sigma,F}^R) \Big|_{x=0} , \quad (1.17)$$

где $\sigma_{S(F)}$ проводимость S(F) слоя и G_{FS} кондактанс S/F границы. Граничные условия на внешних торцах бислоя имеют вид $\partial_x f_{\sigma,S}^R \Big|_{x=d_S} = \partial_x f_{\sigma,F}^R \Big|_{x=-d_F} = 0$. Здесь мы пренебрегаем маленькими кондактансами $G_{1,2}$ F'/F и S/N границ, т.к. эти границы туннельные и учет $G_{1,2}$ приводит только к добавлению маленьких распаривающих факторов в аномальную гриновскую функцию.

Решая уравнение (1.16) в предположении, что аномальная функция Грина слабо меняется поперек S слоя, получаем ее значение в S слое:

$$f_{\sigma,S}^R = \frac{\Delta}{E} , \quad (1.18)$$

$$E = \varepsilon + \frac{iG_{FS}D_S\lambda_\sigma \tanh[\lambda_\sigma d_F]}{2\sigma_S d_S(\lambda_\sigma \tanh[\lambda_\sigma d_F] + G_{FS}/\sigma_F)} , \quad (1.19)$$

где $\lambda_\sigma^2 = -2i(\varepsilon + \sigma h)/D_F$.

Из-за того, что сверхпроводник тонкий по сравнению с длиной когерентности, аномальная гриновская функция в нем имеет вид (1.18), характерный для однородного сверхпроводника. Знаменатель E уравнения (1.18) можно приближенно представить как $\varepsilon + \sigma h_{eff} + i\Gamma_{eff}$, где эффективное обменное поле h_{eff} и распаривающий фактор Γ_{eff} вызваны эффектом близости между сверхпроводящей пленкой и ферромагнетиком. Зависимость h_{eff} и Γ_{eff} от толщины ферромагнетика d_F представлена на рис. 1.4.

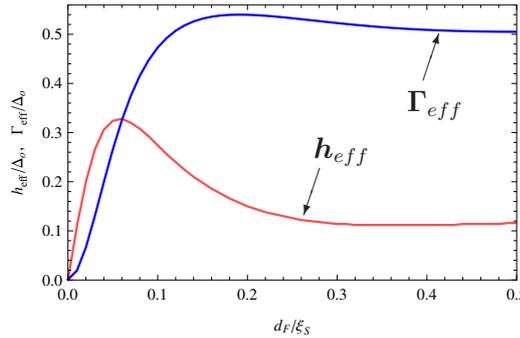


Рис. 1.4: Эффективное обменное поле h_{eff} и распаривающий фактор Γ_{eff} как функции d_F . Параметры бислоя: $d_S = 0.36\xi_S$, $h = 5\Delta_0$, $\frac{G_{FS}\xi_S}{\sigma_S} = 0.5$, $D_S/D_F = 5$ и $\sigma_S/\sigma_F = 6$.

Критическая температура бислоя вычисляется из уравнения самосогласования. Для равновесного случая $V = 0$ оно имеет вид:

$$\Delta = \Lambda \int_{-\omega_D}^{\omega_D} \frac{d\varepsilon}{4} \sum_{\sigma} \text{Re} [f_{\sigma,S}^R] \tanh \frac{\varepsilon}{2T_c} , \quad (1.20)$$

где Λ безразмерная константа спаривания. Рассчитанная зависимость критической температуры от d_F показана на рис. 1.5(a). Разные кривые отвечают разным значениям толщины сверхпроводника d_S . Видно, что для очень тонкой пленки сверхпроводника с $d_S < d_{S,cr}$ критическая температура монотонно подавляется с толщиной ферромагнетика d_F . Однако, существует область $d_S > d_{S,cr}$, где T_c проявляет немонотонную и даже возвратную зависимость от d_F . Эти равновесные результаты хорошо известны как теоретически [127–130], так и экспериментально [120–125].

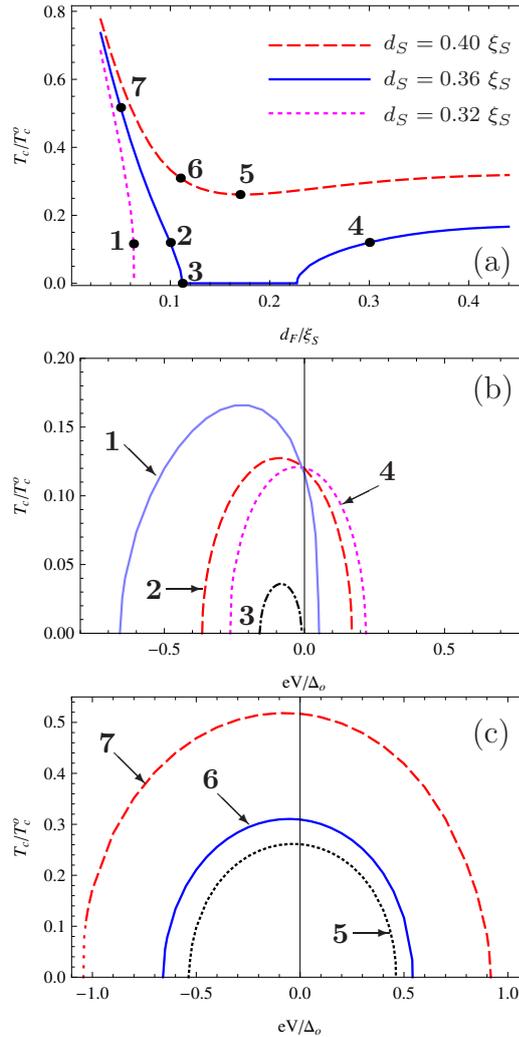


Рис. 1.5: (a) Критическая температура S/F бислоя как функция толщины F-слоя для разных значений толщины S-слоя. (b)-(c) Критическая температура бислоя как функция V . Разные кривые на панелях (b) и (c) вычислены для бислоев с конкретными значениями d_F и d_S , которые отвечают тем же самым номерам на панели (a). Остальные параметры бислоя те же самые, что и на рис. 1.4. Температура нормирована на критическую температуру сверхпроводящей пленки T_{c0} в отсутствие ферромагнетика и V нормировано на Δ_0 . Все длины измеряются в единицах ξ_S . Часть кривой "7" на панели (c), изображенная точками, отвечают области перехода первого рода в нормальное состояние, см. текст.

Теперь включим описанный выше S/F бислой в структуру , изображенную на

рис. 1.2(b) и к ней приложим напряжение V . Аномальная гриновская функция в S пленке определяется уравнением (1.18), но функция распределения в бислое теперь является существенно неравновесной и должна определяться из келдышевской части уравнения Узаделя и граничных условий Куприянова-Лукичева. Здесь мы предполагаем, что обменное поле слабо ферромагнитного сплава F сонаправлено с намагниченностью сильного ферромагнетика F', поэтому, выбирая ось квантования вдоль этого направления, мы получаем, что функция распределения также диагональна в спиновом пространстве $\hat{\varphi} = \begin{pmatrix} \varphi_{\uparrow} & 0 \\ 0 & \varphi_{\downarrow} \end{pmatrix}$ и общее симметричное соотношение (1.8) между электронной и дырочной частями функции распределения принимает вид $\tilde{\varphi}_{\bar{\sigma}}(\varepsilon) = -\varphi_{\sigma}(-\varepsilon)$, где $\bar{\sigma}$ обозначает направление спина, противоположное σ . Для нашей линеаризованной задачи кинетической уравнение, которое получается из келдышевской части уравнения Узаделя, имеет тот же вид, что и в нормальном металле:

$$D_{S,F}\partial_x^2\varphi_{\sigma} + S[\hat{\varphi}] = 0, \quad (1.21)$$

где $S[\hat{\varphi}]$ интеграл столкновений, описывающий процессы релаксации энергии и спина в бислое. Далее мы будем предполагать, что $\tau_{sf,\varepsilon}^{-1} \ll \frac{D_F G_1}{(d_F+d_S)\sigma_F}, \frac{D_S G_2}{(d_F+d_S)\sigma_S}$ and $\frac{G_1 d_F}{\sigma_F}, \frac{G_2 d_S}{\sigma_S} \ll 1$. Первое неравенство означает, что процессы релаксации ($\tau_{sf,\varepsilon}$ описывают релаксацию спина и энергии, соответственно) слабы и функция распределения в бислое в основном определяется обменом с резервуарами. Второе неравенство означает, что электрический ток через бислой очень мал, т.ч. основное падение напряжения происходит на туннельных F'/F и S/N границах, и функция распределения примерно постоянна по всей толщине бислоя. При этих условиях функция распределения имеет двухступенчатую форму

$$\varphi_{\sigma} = \varphi_1 \frac{G_{1,\sigma}}{G_{1,\sigma} + G_2} + \varphi_2 \frac{G_2}{G_{1,\sigma} + G_2}. \quad (1.22)$$

Здесь $\varphi_{1,2} = \tanh[(\varepsilon - eV_{1,2})/2T]$ функции распределения левого (F') и правого (N) резервуаров, которые предполагаются равновесными за исключением сдвига химпотенциала на $V_{1,2}$. G_2 кондактанс S/N границы и $G_{1,\sigma}$ кондактанс F'/F границы для спина σ . Стоит отметить, что в рассматриваемом здесь туннельном случае обменное поле сильного ферромагнетика F' входит в граничные условия и, соответственно, результат только через $G_{1,\sigma}$. Типичные экспериментальные значения поляризации $P = (G_{\uparrow} - G_{\downarrow})/(G_{\uparrow} + G_{\downarrow})$ туннельной границы между сильным ферромагнетиком и немагнитным материалом порядка 0.1 – 0.2 [131–133], поэтому в своих расчетах мы предполагаем $P = 0.2$. Кроме того, мы считаем $G_2^2 = G_{1,\uparrow}G_{1,\downarrow}$. в этом симметричном случае $\tilde{\varphi}_{\sigma} = \varphi_{\sigma}$ и уравнение

самосогласования принимает вид

$$\Delta = \Lambda \int_{-\omega_D}^{\omega_D} \frac{d\varepsilon}{4} \sum_{\sigma} \operatorname{Re} [f_{\sigma,S}^R] \varphi_{\sigma} . \quad (1.23)$$

Типичное поведение функции распределения, которая описывается уравнением (1.22) показано на рис. 1.52 как функция энергии квазичастицы. Аномальная функция Грина для обеих спиновых подзон также представлена на этом рисунке.

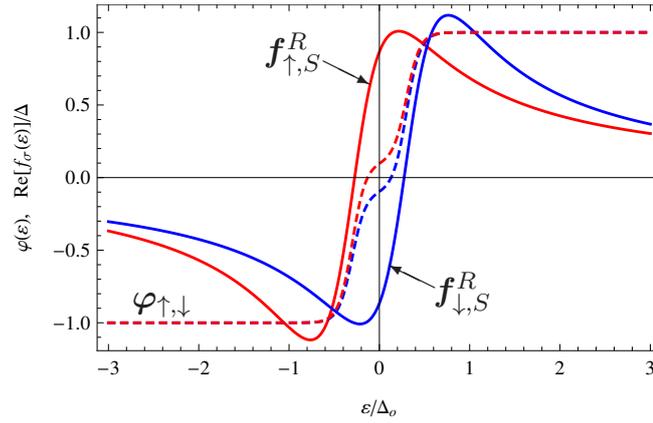


Рис. 1.6: Характерное поведение функции распределения (пунктирные линии) и аномальной гриновской функции (сплошные линии) в зависимости от энергии квазичастицы. Разные спиновые подзоны показаны синей и красной линиями.

На рис. 1.5(b) и 1.5(c) приведены зависимости критической температуры неравновесного S/F в зависимости от приложенного напряжения. Видно, что T_c является асимметричной функцией V . Возможно для наблюдения этого эффекта в реальных экспериментах более удобно фиксировать температуру и изучать, перешел ли образец в нормальное состояние при одинаковых по модулю, но противоположных по знаку значениях напряжения.

Теперь обсудим каким родом происходит переход из сверхпроводящего в нормальное состояние. Этот вопрос важен, т.к. было показано, что в некоторых ситуациях сверхпроводящий переход в S/F гетероструктурах может происходить первым родом [134]. Для рассматриваемой области параметров переход в равновесии происходит вторым родом. Это остается в силе для большей части рассмотренных неравновесных ситуаций. Однако, для параметров системы и приложенных напряжений, которые отвечают левой нижней части кривой "7" на рис. 1.5(c), переход происходит первым родом. Поэтому соответствующая часть кривой изображена на рис. 1.5(c) точками. Для этой области наш метод вычисления критической температуры, основанный на анализе линеаризованного уравнения Узаделя, не применим. Он занижает значение критической температуры и нахождения ее правильного значения надо учитывать нелинейные члены в уравнении Узаделя. Но это не оказывает качественного влияния на наши предсказания.

Мы проверили, что если функция распределения не зависит от спина ($P = 0$), то T_c подавляется напряжением V симметрично относительно $V = 0$. Также известно, что если в сверхпроводнике нет эффективного обменного поля ($h_{eff} = 0$), то создание спинового разбаланса подавляет сверхпроводимость [108–110]. Т.о. представленные результаты являются проявлением эффекта восстановления сверхпроводимости спиновым разбалансом.

Стоит отметить, что для S/F бислоя мы не можем получить полного восстановления сверхпроводимости до критической температуры T_{c0} объемного сверхпроводника, в отличие от ранее обсуждавшейся гетероструктуры НМ/S/НМ. Существуют две причины этого. Первая причина видна из рис. 1.6. Функция распределения не сводится к двум ступенчатым функциям для двух спиновых подзон, как в работе [P1], а содержит небольшой спиновый разбаланс на фоне сильного энергетического неравновесия (двухступенчатая структура энергетической моды, размытая температурой), которое не полностью восстанавливает сверхпроводимость. Вторая причина состоит в том, что в бислое равновесная сверхпроводимость подавляется одновременно двумя факторами: h_{eff} и Γ_{eff} (см. рис. 1.4). Спиновый разбаланс способен компенсировать только подавляющее действие обменного поля, но не Γ_{eff} .

Из приведенного анализа можно заключить, что для того, чтобы наблюдать эффект восстановления сверхпроводимости в бислое (i) он должен быть близок к режиму возвратной сверхпроводимости (но не обязательно в этом режиме). В этом случае можно гарантировать что сверхпроводимость подавлена, хотя бы частично обменным полем. (ii) Бислои с более тонкими ферромагнетиками более предпочтительны, чем бислои с толстыми ферромагнетиками [чтобы это увидеть, можно сравнить кривые "2" и "4" на рис. 1.5(b)]. Причина состоит в том, что Γ_{eff} растет с толщиной ферромагнетика, как это показано на рис. 1.4 и становится доминирующим подавляющим фактором. (iii) Эффект является наиболее выраженным если сверхпроводимость уже сильно подавлена эффектом близости с ферромагнетиком, но Γ_{eff} еще не слишком велика [точка 1 на рис. 1.5(a) и соответствующая кривая на панели (b)]. В этом случае основным подавляющим фактором является h_{eff} и его действие может быть частично компенсировано спиновым разбалансом. В принципе, сверхпроводимость в данной системе можно восстановить даже в области полного подавления [точка 3 на рис. 1.5(a)], но создаваемый спиновый разбаланс может быть недостаточен для того, чтобы восстановить сверхпроводимость глубоко в этой области (т.е. вблизи начала участка возвратной сверхпроводимости). Режим слабого подавления сверхпроводимости [точка 7 на рис. 1.5(a)] плох для наблюдения эффекта восстановления, т.к. h_{eff} мало и к тому же может быть компенсировано только частично, в результате чего асимметрия в зависимости T_c от напряжения слишком мала.

Таким образом, продемонстрировано, что эффект неравновесного восстановления

сверхпроводимости может наблюдаться в S/F бислоях, которые являются хорошо изученными гетероструктурами с отработанной технологией изготовления.

1.2. Влияние неравновесного распределения квазичастиц на джозефсоновский ток S/F/S контактов

В разделе 1.2 исследовано влияние различных неравновесных мод на джозефсоновский ток в контактах сверхпроводник/ферромагнетик/сверхпроводник (S/F/S). Показано, что создание неравновесного распределения квазичастиц в области слабой связи позволяет контролировать как величину джозефсоновского тока, так и осуществлять управляемые $0 - \pi$ - переходы.

1.2.1. Зарядово-нейтральное и спин-нейтральное неравновесие

В данном подразделе исследуется влияние зарядово-нейтрального и спин-нейтрального неравновесия на джозефсоновский ток через S/F/S контакт. Теоретические результаты данного подраздела получены в соавторстве с А.М. Бобковым и опубликованы в работе [РЗ], в которой также представлены экспериментальные результаты, полученные группой наших коллег Т.Голиковой, М. Вольфом, Д. Бекманом, Г. Пензяковым, И. Батовым и В. Рязановым.

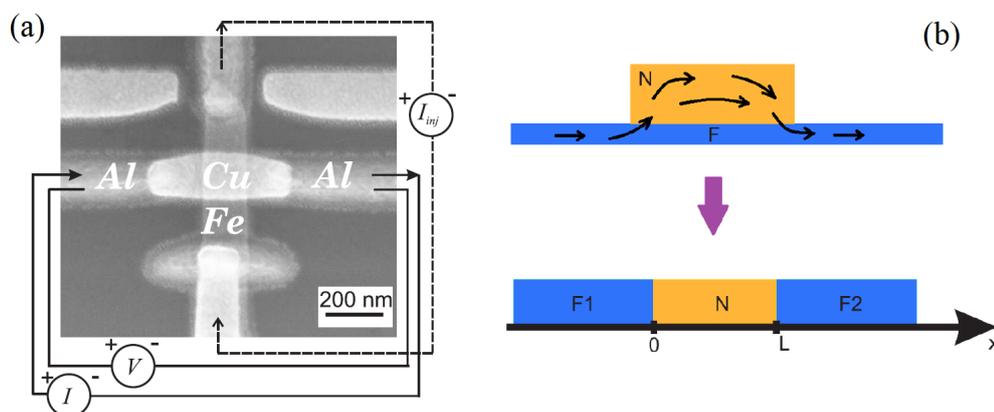


Рис. 1.7: (a) SEM изображение крестообразной S/(N/F)/S структуры, вид сверху. (b) Схематичное изображение области слабой связи, которая представляет собой нормальный металл (Cu) лежащий на ферромагнетике (Fe), вид сбоку. Показаны траектории протекания тока инъекции. Также показана эффективная одномерная модель структуры, которая использовалась при расчете функции распределения.

Рассматриваемая структура представлена на рис. 1.7(a). Это джозефсоновский контакт через комбинированную слабую связь, которая представляет собой бислой нормальный металл/ферромагнетик. Ферромагнетик имеет вид длинной полоски, через

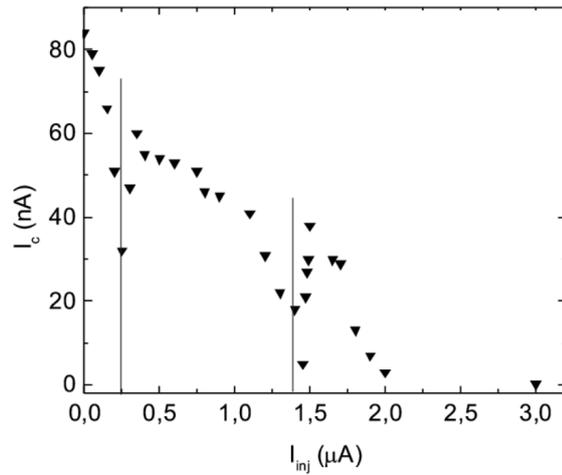


Рис. 1.8: Критический джозефсоновский ток крестообразной структуры Al-Cu/Fe-Al как функция тока инжекции I_{inj} , пропускаемого через ферромагнитную полосу при $T = 0.3K$. Вертикальные линии отмечают положение $0 - \pi$ -переходов. Экспериментальные результаты работы [P3].

которую пропускается нормальный ток (ток инжекции), который и создает в прослойке джозефсоновского контакта неравновесное распределение квазичастиц. В эксперименте сверхпроводящие берега были изготовлены из алюминия, в качестве нормального металла бралась медь, а в качестве ферромагнетика - железо. На основе аналогичной крестообразной структуры с поперечным током инжекции, но с нормальной слабой связью, без ферромагнетика, уже был реализован контролируемый ток инжекции $0 - \pi$ -переход [21]. Основным экспериментальным результатом работы [P3] является наблюдение двух последовательных $0 - \pi$ -переходов, контролируемых током инжекции. Этот результат представлен на рис. 1.8. Ниже в этом разделе строится теоретическое объяснение эффекта.

Мы объясняем механизм формирования π -состояния с неравновесным перераспределением заполнения различных частей токонесущей плотности состояний (SCDOS) [21, 91, 92, 94], которое создается током инжекции. SCDOS это диффузный аналог тока, переносимого андреевскими связанными состояниями на данной энергии в баллистическом контакте. Для рассматриваемой структуры эффективное обменное поле в области слабой связи возникает благодаря эффекту близости с ферромагнетиком [135]. В результате наличия этого обменного поля SCDOS в области слабой связи приобретает более сложный характер, чем в нормальной слабой связи S/N/S контакта. Именно это обстоятельство позволяет получить 2 контролируемых $0 - \pi$ -перехода в отличие от S/N/S структуры, которая изучалась в [21].

Сначала опишем неравновесную функцию распределения, которая формируется в области слабой связи из-за протекания тока инжекции. Для простоты мы предполагаем, что поперечный ток не затекает в сверхпроводящие берега контакта, т.к. рассматри-

ваются процессы, происходящие при низких энергиях, много меньше чем сверхпроводящая щель алюминия $\Delta=180 \mu\text{eV}$ и, кроме того, сверхпроводящие части отделены от ферромагнетика и не имеют пересечений с ним. Тогда для нахождения функции распределения мы рассматриваем N/F структуру без сверхпроводящих берегов как F1/N/F2 спиновый вентиль в параллельной конфигурации, как это показано на рис. 1.7(b). Переход от реальной неодномерной N/F структуры, изображенной в верхней части панели (b) к эффективной одномерной F1/N/F2 структуре, изображенной в нижней части, оправдан тем, что основная часть тока инжекции течет через N-слой из-за того, что его сопротивление в условиях данного эксперимента много ниже сопротивления F слоя под ним.

Функция распределения F1 и F2 слоев представляет собой примерно фермиевское распределение с различными электрохимическими потенциалами для спина вверх и вниз $\mu_{\uparrow,\downarrow}$ [136]. В то же время, для N области такое описание неприменимо, т.к. длина L короче, чем все неупругие длины релаксации и фермиевское распределение в ней не формируется. Длина спиновой релаксации для Cu ($1\mu\text{m}$ при $T=1\text{K}$ [137]) существенно превышает длину N слоя $L=200 \text{ nm}$. Таким образом, членом, отвечающий за релаксацию спина, в кинетическом уравнении можно пренебречь. Кинетическое уравнение распадается на два независимых уравнения для двух спиновых подзон и имеет вид:

$$\partial_x^2 \varphi_\sigma = 0. \quad (1.24)$$

Это уравнение надо дополнить граничными условиями Куприянова-Лукичева [126] при $x = 0, L$:

$$\partial_x \varphi_\sigma \Big|_{x=0,L} = \mp \frac{G_\sigma}{\sigma_N} \left(\tanh \frac{\varepsilon - \mu_\sigma^{L,R}(x=0,L)}{2T} - \varphi_\sigma \right), \quad (1.25)$$

где $\mu_\sigma^{L,R}(x=0,L)$ электрохимические потенциалы левого (правого) ферромагнетика на F/N границах, соответственно и G_σ кондактанс F/N границ для спиновой подзоны σ . Решение уравнений (1.24)-(1.25) имеет вид:

$$\varphi_\sigma = \frac{1}{2} \left(\tanh \frac{\varepsilon - \mu_\sigma^L}{2T} + \tanh \frac{\varepsilon - \mu_\sigma^R}{2T} \right) + \frac{G_\sigma}{2\sigma_N \left(1 + \frac{G_\sigma L}{2\sigma_N} \right)} \left(\tanh \frac{\varepsilon - \mu_\sigma^R}{2T} - \tanh \frac{\varepsilon - \mu_\sigma^L}{2T} \right) \left(x - \frac{L}{2} \right), \quad (1.26)$$

где μ_σ^L и μ_σ^R на соответствующих N/F границах $x = 0, L$. Электрохимические потенциалы в ферромагнетике могут быть найдены из соответствующего уравнения диффузии

и имеют вид [136, 138]:

$$\mu_{\sigma}^L(x) = A + \frac{je(x - L/2)}{\sigma_F} + \frac{\sigma C e^{x/\lambda_F}}{\sigma_F^{\sigma}}, \quad (1.27)$$

$$\mu_{\sigma}^R(x) = -A + \frac{je(x - L/2)}{\sigma_F} + \frac{\sigma D e^{-(x-L)/\lambda_F}}{\sigma_F^{\sigma}}. \quad (1.28)$$

где λ_F длина спиновой диффузии в ферромагнетике, j плотность электрического тока, текущего через спиновый вентиль, σ_F^{σ} проводимость ферромагнетика для данной спиновой подзоны и $\sigma = \pm 1$ для подзоны вверх (вниз), соответственно. Константы A , C и D надо найти из условия непрерывности электрического тока на N/F границах для каждой из спиновых подзон по отдельности. Электрические токи для обеих спиновых подзон j_{σ} в ферромагнетике можно вычислить как $j_{\sigma}^F = (\sigma_F^{\sigma}/e)\partial_x\mu_{\sigma}$, а в нормальном слое их следует вычислять из уравнения:

$$j_{\sigma}^N = \frac{\sigma_N}{4e} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \partial_x \varphi_{\sigma}(\varepsilon). \quad (1.29)$$

Тогда из условия $j_{\sigma}^F = j_{\sigma}^N$ при $x = 0, L$ можно найти константы A , C и $D = -C$. С учетом полученных значений констант электрохимические потенциалы $\mu_{\sigma}^L(x = 0)$ и $\mu_{\sigma}^R(x = L)$, входящие в уравнение (1.26) принимают вид:

$$\mu_{\sigma}^L \equiv \mu_{\sigma} = \frac{je\lambda_F}{(1 - \kappa_{\sigma}) \sum_{\sigma} \frac{\kappa_{\sigma} \sigma_F^{\sigma}}{1 - \kappa_{\sigma}}}, \quad \mu_{\sigma}^R = -\mu_{\sigma}^L = -\mu_{\sigma}, \quad (1.30)$$

где

$$\kappa_{\sigma} = \frac{\lambda_F G_{\sigma}}{2\sigma_F^{\sigma} (1 + \frac{G_{\sigma} L}{2\sigma_N})}. \quad (1.31)$$

Экспериментально релевантные параметры позволяют пренебречь наклоном функции распределения в нормальном слое, который описывается вторым членом в уравнении (1.26). Тогда функцию распределения можно считать пространственно постоянной в N слое, а ее характерный вид в зависимости от энергии квазичастицы представлен на рис. 1.9. Видно, что функции распределения различны для разных спиновых подзон и проявляют двухступенчатую структуру, которая, вообще говоря, типична для мезоскопических областей между объемными берегами, когда распределение квазичастиц в данной мезоскопической области не термализуется (в силу того, что скорость обмена квазичастицами с берегами больше, чем скорость процессов термализации) и в основном определяется функциями распределения в берегах.

Из-за того, что $\mu_{\sigma}^R = -\mu_{\sigma}^L$ функция распределения антисимметрична по отноше-

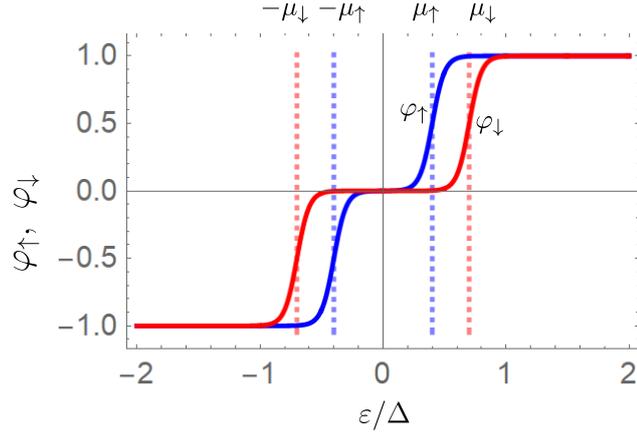


Рис. 1.9: Характерный вид неравновесного распределения, описываемого первым, пространственно однородным, членом уравнения (1.26).

нию к замене $\varepsilon \rightarrow -\varepsilon$. Вместе с тем фактом, что в данном случае $\mu_{\uparrow}^{L,R} \neq \mu_{\downarrow}^{L,R}$ это приводит нас к выводу, что в рассматриваемой системе возникли две различные неравновесные моды $\varphi_L = (1/2)(\varphi_{\uparrow} + \varphi_{\downarrow}) - \tanh[\varepsilon/2T]$ and $\varphi_{L,3} = (1/2)(\varphi_{\uparrow} - \varphi_{\downarrow})$. Энергетическая мода φ_L в данном случае связана с тем, что ток инжекции закачивает в N слой избыточную энергию, а квазичастицы, ее переносящие не успевают термализоваться. Спин-энергетическая мода φ_{L3} возникает потому, что квазичастицы со спином вверх и вниз накачивают в систему разную энергию. Если бы квазичастичное распределение внутри N слоя успевало термализоваться по отдельности в двух спиновых подзонах, то спин-энергетическая мода проявлялась бы просто как разные эффективные электронные температуры в этих подзонах. В нашем случае нетермализованного распределения она проявляет себя разными ширинами двухступенчатой структуры функции распределения для двух спиновых подзон, см. рис. 1.9. Две другие возможные моды - зарядовый разбаланс и спиновый разбаланс - не возбуждаются в данной системе. Т.о. возникающее неравновесное распределение в целом не содержит избыточного спина или избыточного заряда.

Теперь перейдем к вычислению джозефсоновского тока через S-N/F-S контакт. Мы рассматриваем S как обычный синглетный сверхпроводник в равновесии, имеющий сверхпроводящую щель Δ , композитная N/F слабая связь рассматривается как нормальный металл с зеемановским расщеплением h и распаривающим параметром Γ , находящийся в неравновесных условиях. Γ отвечает за утечку сверхпроводящих корреляций в ферромагнетик и последующее распаривание там [139]. d - длина N/F слабой связи (расстояние между сверхпроводящими берегами), G_{SF} кондактанс S-N/F границ, R_{NF} нормальное сопротивление N/F области, σ_{NF} ее проводимость и D_{NF} коэффициент диффузии. Расчет производится в рамках уравнения Узаделя в келдышевской технике. Мы линеаризуем уравнение Узаделя в области слабой связи по аномальной гриновской функции, предполагая, что эффективная прозрачность границ мала (конкретный

безразмерный параметр, описывающий это условие, обсуждается ниже). В проведенном эксперименте это предположение работает хорошо, как показывают дальнейшие численные оценки. Критический ток может быть вычислен через SCDOS и функцию распределения следующим образом:

$$j_c = \frac{d}{8eR_{NF}} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \sum_{\sigma} (\varphi_{\sigma}(\varepsilon) + \tilde{\varphi}_{\sigma}(\varepsilon)) \text{Im}[J_{\varepsilon,\sigma}], \quad (1.32)$$

где $\text{Im}[J_{\varepsilon,\sigma}]$ это SCDOS для данной спиновой подзоны и

$$J_{\varepsilon,\sigma} = \frac{(G_{SF}/\sigma_{NF})^2 (g_S^R)^2 - 1}{\lambda_{\sigma} \left(\sinh(\lambda_{\sigma} d) + 2 \frac{G_{SF} g_S^R}{\sigma_{NF} \lambda_{\sigma}} \cosh(\lambda_{\sigma} d) \right)}. \quad (1.33)$$

$g_S^R = -i(\varepsilon + i\delta)/\sqrt{\Delta^2 - (\varepsilon + i\delta)^2}$ запаздывающая функция Грина в сверхпроводнике и $\lambda_{\sigma} = \sqrt{-2i(\varepsilon + \sigma h + i\Gamma)/D_{NF}}$. Из общего симметричного соотношения $\tilde{\varphi}_{\sigma}(\varepsilon) = -\varphi_{-\sigma}(-\varepsilon)$. в нашем случае, в силу антисимметрии функции распределения это приводит к $\varphi_{\sigma}(\varepsilon) + \tilde{\varphi}_{\sigma}(\varepsilon) = \varphi_{\uparrow}(\varepsilon) + \varphi_{\downarrow}(\varepsilon)$. Таким образом, эффективное распределение квази-частиц, которое "заселяет" SCDOS в уравнении (1.32), не зависит от спина. Следовательно, только энергетическая неравновесная мода φ_L играет роль в текущей ситуации. Мы можем ввести независящую от спина SCDOS $J_{\varepsilon} = \text{Im}J_{\varepsilon,\uparrow} + \text{Im}J_{\varepsilon,\downarrow}$ и тогда

$$j_c = \frac{d}{8eR_{NF}} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon (\varphi_{\uparrow}(\varepsilon) + \varphi_{\downarrow}(\varepsilon)) J_{\varepsilon}. \quad (1.34)$$

SCDOS, соответствующая параметрам Al-Cu-Al и Al-Cu/Fe-Al контактов показана на рис. 1.10(a,d). Графики отвечают параметрам $\tilde{G} = G_{SF}\xi_0/\sigma_{NF} = 0.13$, $d = 1.76\xi_0$, и нескольким значениям h и Γ , где $\xi_0 = \sqrt{D_{NF}/\Delta} \approx 190$ nm. Эти параметры получены путем фитирования экспериментальных данных для джозефсоновского тока без инжекции, полученных в [P3]. d - эффективная длина нормальной слабой связи. Она не точно совпадает с реальной длиной медной области между берегами, т.к. в медных областях под алюминием и медных областях между алюминием и железной полоской частично наводится сверхпроводящая щель из-за эффекта близости с алюминиевыми берегами. Фитирование производится уравнением 1.34). Для джозефсоновского тока без инжекции мы считаем $\varphi_{\uparrow} = \varphi_{\downarrow} = \tanh(\varepsilon/2T)$, т.е. распределение квази-частиц в области слабой связи предполагается равновесным. Сначала фитируется температурная зависимость критического тока Al-Cu-Al контакта и получают параметры \tilde{G} и d . Затем из данных для Al-Cu/Fe-Al контакта мы получаем параметры Γ and h .

Панели 1.10(b,c) добавлены для того, чтобы продемонстрировать, как SCDOS эволюционирует от случая нормальной слабой связи, показанной на рис. 1.10(a) с увеличением обменного поля h . SCDOS для Al-Cu-Al контакта [рис. 1.10(a)] проявляет

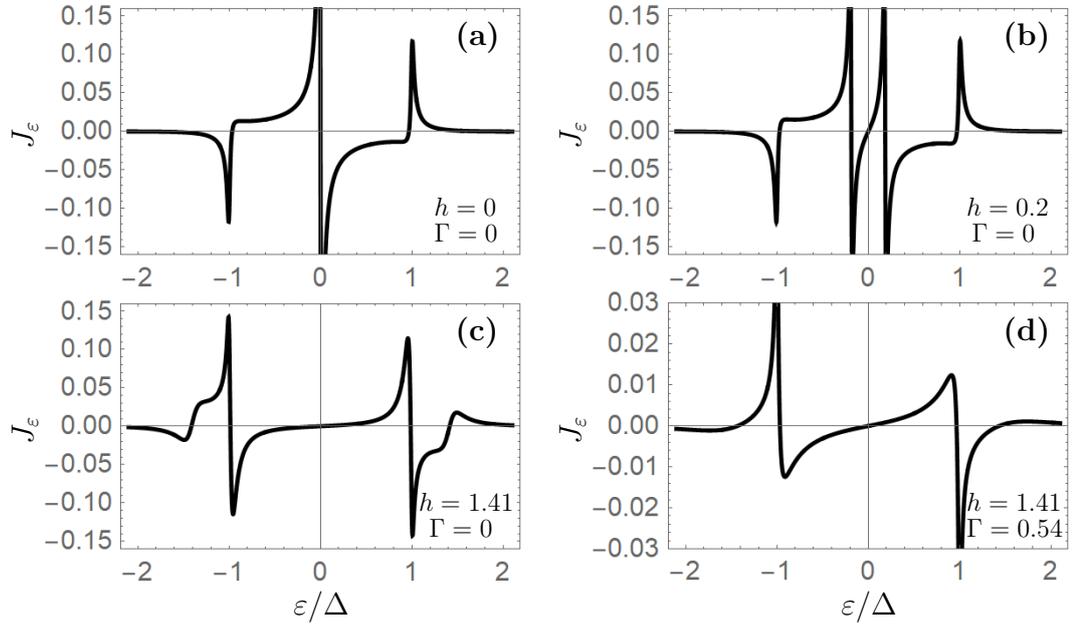


Рис. 1.10: Эволюция спин-зависящей SCDOS, вычисленной согласно уравнению (1.33). (a) SCDOS для нормальной слабой связи Al-Cu-Al контакта без эффективного обменного поля; (b) and (c) SCDOS для N/F слабых связей, отвечающих значениям h и Γ , промежуточным между (a) and (d); (d) SCDOS для N/F слабой связи, параметры (h и Γ) которой соответствуют экспериментальному Al-Cu/Fe-Al контакту. h и Γ указаны на всех соответствующих панелях в единицах Δ . $d = 1.76\xi_0$ и $G_{SF}\xi_0/\sigma_N = 0.13$ для всех панелей.

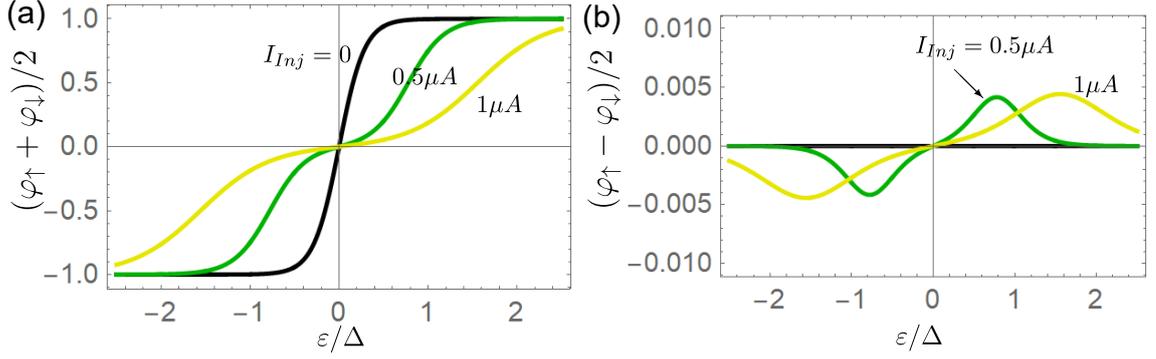


Рис. 1.11: Неравновесные моды квазичастичного распределения для различных токов инжекции (a) $\varphi_L + \tanh[\varepsilon/2T] = (\varphi_\uparrow + \varphi_\downarrow)/2$ and (b) $\varphi_{L,3} = (\varphi_\uparrow - \varphi_\downarrow)/2$, вычисленные для экспериментальных параметров $(\sigma_F^\uparrow - \sigma_F^\downarrow)/\sigma_F = 0.45$, $G_{NF} = G_\uparrow + G_\downarrow = 0.15G_{SF}$, $(G_\uparrow - G_\downarrow)/G_{NF} = 0.2$. $T = 0.3K$, $\beta = 0.5K/(\mu A)^2$.

стандартные особенности на энергиях $\varepsilon = 0, \pm\Delta$. В присутствии обменного поля h особенность на нулевой энергии расщепляется на две особенности на $\varepsilon = \pm h$. Когда h становится больше чем Δ , положения особенностей по-прежнему находятся на энергиях $\pm h, \pm\Delta$, но SCDOS вблизи когерентного пика меняет знак. Также возникают небольшие дополнительные осцилляции. Параметр Γ работает как магнитные примеси и приводит к размыванию особенностей SCDOS. [рис. 1.10(d)]. SCDOS для N/F слабой связи [рис. 1.10(d)] следует сравнивать с SCDOS для обычной нормальной слабой связи, отвечающей $h = 0, \Gamma = 0$ [рис. 1.10(a)], но тем же самым остальным параметрам контакта (длина слабой связи и параметр $G_{SF}\xi_0/\sigma_N$, характеризующий кондактанс грани). Видно, что SCDOS знакопеременная функция. Это как раз и является причиной возникновения $0-\pi$ переходов, управляемых внешним параметром, который контролирует распределение квазичастиц. Действительно, функция распределения $\varphi_\uparrow(\varepsilon) + \varphi_\downarrow(\varepsilon)$ всегда положительна при $\varepsilon > 0$. Если SCDOS имеет только одну точку пересечения нулевой энергии при $\varepsilon > 0$, как это происходит для SCDOS в нормальной слабой связи [рис. 1.10(a)], тогда невозможно получить более одного $0-\pi$ перехода, управляемого инжекцией, которая дает двухступенчатое или перегретое распределение квазичастиц. Эта ситуация была реализована экспериментально [21]. В отличие от случая нормальной слабой связи, в нашей системе SCDOS имеет две точки пересечения нулевой энергии $\varepsilon > 0$ из-за зеемановского расщепления. Они находятся при $\varepsilon \approx \Delta, h$. Это дает возможность реализовать два управляемых инжекцией $0-\pi$ перехода.

Эволюция неравновесных мод φ_L and φ_{L3} при увеличении тока инжекции представлена на рис. 1.11(a,b), соответственно. Как это обсуждалось выше, в данной задаче критический ток зависит только от φ_L . При нулевой температуре как функция энергии она проявляет четырехступенчатую структуру. Ступени возникают на энергиях $\varepsilon = \pm\mu_\uparrow, \pm\mu_\downarrow$. В соответствии с уравнением (1.30), электрохимические потенциалы пропорциональны току инжекции J_{inj} . Тогда можно написать $\mu_{\uparrow,\downarrow} = \alpha_{\uparrow,\downarrow} J_{inj}$, где, беря пара-

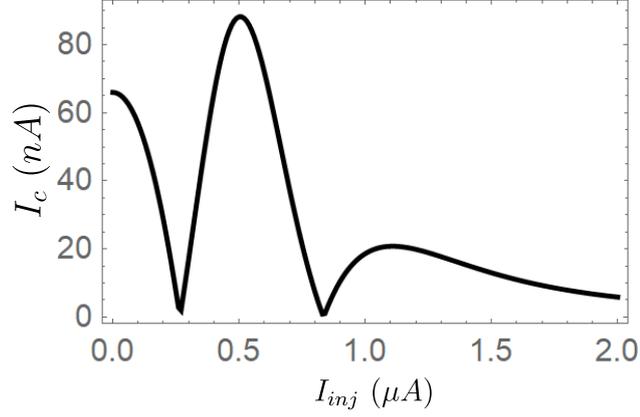


Рис. 1.12: Критический ток S-N/F-S джозефсоновского контакта как функция тока инжекции. Параметры контакта отвечают SCDOS, показанной на рис. 1.41(d) и функции распределения, представленной на рис. 1.11.

метры нашей F/N/F структуры $(\sigma_F^\uparrow - \sigma_F^\downarrow)/\sigma_F = 0.45$ [101,140], $G_{NF} = G_\uparrow + G_\downarrow = 0.15G_{SF}$, $(G_\uparrow - G_\downarrow)/G_{NF} = 0.2$, $\lambda_F = 8.5$ nm [141] мы получаем $\alpha_\uparrow = 1.549\Delta/\mu A = 279eV/A$ и $\alpha_\downarrow = 1.563\Delta/\mu A = 281eV/A$. Видно, что для рассматриваемых параметров, отвечающих эксперименту, μ_\uparrow and μ_\downarrow очень близки друг к другу. В результате этого спин-энергетическая мода φ_{L3} достаточно мала, как это видно из рис. 1.11(b) и четырехступенчатая структура очень близка к двухступенчатой даже при $T = 0$. Из-за ненулевой температуры эта ступенчатая структура размывается. Температурное размытие еще больше усиливается из-за Джоулева нагрева током инжекции. Этот нагрев мы моделируем как $T \rightarrow T + \beta J_{inj}^2$ с $\beta = 0.5K/(\mu A)^2$. Параметры G_{NF} и β получаются из фитирования экспериментальных результатов для критического тока как функции тока инжекции, представленных на рис. 1.8.

Как видно из рис. 1.11(a), при увеличении тока инжекции квазичастицы перераспределяются к более высоким энергиям. Это приводит к постепенному выключению из переноса джозефсоновского тока низкоэнергетических частей SCDOS. Тогда получается, что основная часть SCDOS, которая заселена квазичастицами, и, соответственно, дает вклад в ток, меняет знак при увеличении тока инжекции. Это приводит к $0-\pi$ -переходу. Поэтому получается, что максимальное число $0-\pi$ -переходов определяется числом нулей SCDOS, как это уже упоминалось выше.

Критический ток, вычисленный в рамках описанной теоретической модели, представлен на рис. 1.12 как функция тока инжекции. Он проявляет два $0-\pi$ -перехода в качественном согласии с экспериментальными результатами. Однако хорошее количественное согласие отсутствует из-за сложной геометрии реальной структуры. Дело в том, что реализованная в эксперименте структура представляет собой не просто S-N/F-S контакт, для которого было построено наше теоретическое описание, а содержит области наведенной эффектом близости сверхпроводимости под сверхпроводящими берегами, которые очень чувствительны к неравновесному распределению частиц в обла-

сти слабой связи.

Таким образом, кратко суммируя результаты данного подраздела, можно сказать, что небольшое (порядка сверхпроводящих энергий) зеемановское расщепление в области слабой связи джозефсоновского контакта увеличивает число точек изменения знака SCDOS в зависимости от энергии. Это позволяет реализовать большее число управляемых $0 - \pi$ -переходов, чем в джозефсоновском контакте без зеемановского расщепления в области слабой связи. При этом для перераспределения квазичастиц по SCDOS достаточно создать энергетическое неравновесие, не содержащее суммарного неравновесного спина или неравновесного заряда. Такой тип неравновесного распределения квазичастиц легко создать с помощью пропускания электрического тока инжекции через область слабой связи.

1.2.2. Спиновый разбаланс

В данном подразделе изучается влияние спинового разбаланса на джозефсоновский ток через S/F/S контакт. На самом деле SCDOS в S/F/S контакте зависит от спина. Поэтому можно ввести такие понятия как синглетная и триплетная части SCDOS $J_{\epsilon,s(t)} = (J_{\epsilon,\uparrow} \pm J_{\epsilon,\downarrow})/2$. Антисимметричная по энергии функция распределения, рассмотренная в предыдущем подразделе, взаимодействует только с синглетной частью SCDOS. Поэтому в предыдущем подразделе мы рассматривали только просуммированную по спину (синглетную) часть SCDOS и не обсуждали спиновую зависимость SCDOS. При достаточно больших значениях обменного поля в ферромагнитной слабой связи $h \gg \Delta$, что как раз отвечает экспериментальным параметрам S/F/S контактов через ферромагнитные сплавы (не комплексные F/N прослойки, как это рассмотрено в предыдущем подразделе), синглетная часть SCDOS концентрируется в области $\epsilon \approx \Delta$ и теряет знакопеременность, см. рис. 1.14(a). Это закрывает возможность реализации контролируемых $0-\pi$ -переходов, основанных на антисимметричной функции распределения. В данном подразделе показывается, что создание неравновесного распределения, содержащего в себе моду спинового разбаланса, позволяет получать контролируемые $0-\pi$ -переходы и в этом случае. Физика эффекта состоит в том, что спиновый разбаланс взаимодействует в джозефсоновском токе с триплетной частью SCDOS и соответствующий вклад в ток является антисимметричной функцией спинового разбаланса. Это позволяет контролировать знак полного критического тока с помощью величины и знака спинового разбаланса. Результаты данного подраздела получены в соавторстве с А.М. Бобковым и опубликованы в работе [P4] из списка публикаций автора по теме диссертации.

Рассмотрим описанный эффект более детально. Сначала получим выражение для джозефсоновского тока через SCDOS с учетом ее триплетной компоненты и вычислим SCDOS для рассматриваемого S/F/S контакта. Электрический ток вычисляется через

квазиклассическую гриновскую функцию согласно уравнению (1.5).

Выражая келдышевскую часть гриновской функции через запаздывающие и опережающие гриновские функции и функцию распределения, получаем

$$j = \frac{d}{8eR_F} \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon \text{Tr}_2 \left[\partial_x \hat{\varphi} - \hat{g}^R \partial_x \hat{\varphi} \hat{g}^A - \hat{f}^R \partial_x \hat{\varphi} \hat{f}^A + (\hat{g}^R \partial_x \hat{g}^R + \hat{f}^R \partial_x \hat{f}^R) \hat{\varphi} - \hat{\varphi} (\hat{g}^A \partial_x \hat{g}^A + \hat{f}^A \partial_x \hat{f}^A) \right]. \quad (1.35)$$

Мы предполагаем, что направление обменного поля \mathbf{h} в области слабой связи S/F/S контакта пространственно однородно и выбираем ось квантования вдоль него. В этом случае все гриновские функции и функция распределения - диагональные функции в спиновом пространстве. Запаздывающая и опережающая функции Грина получают-ся из решения уравнения Узаделя (1.1), которое дополнено граничными условиями Куприянова-Лукичева на S/F границах, имеющими в данном случае вид [126]:

$$\check{g} \partial_x \check{g} = -\alpha \frac{1}{2R_g \sigma_F} \left[\check{g}, \check{g}_S^{l,r} \right], \quad (1.36)$$

где R_g - сопротивление каждой из S/F границ, которые мы считаем одинаковыми, σ_F - проводимость ферромагнетика. $\alpha = \pm 1$ на левой (правой) S/F границе. $\check{g}_S^{l,r}$ - гриновская функция сверхпроводящих берегов. Мы предполагаем, что параметр $(R_F \xi_S / R_g d)(\sigma_F / \sigma_S) \ll 1$, где $\xi_S = \sqrt{D/\Delta}$ сверхпроводящая длина когерентности в берегах, σ_S проводимость сверхпроводника в нормальном состоянии. Это условие позволяет пренебречь обратным эффектом близости, т.е. влиянием ферромагнетика на сверхпроводящие берега. Тогда гриновские функции в берегах совпадают с их объемными значениями и принимают вид:

$$g_{S,\sigma}^{R,A} = \kappa \cosh \Theta_s^{R,A} = \kappa \frac{-\kappa i \varepsilon}{\sqrt{|\Delta|^2 - (\varepsilon + \kappa i \delta)^2}}$$

$$f_{S,\sigma}^{R,A} = -\kappa \sinh \Theta_s^{R,A} = -\kappa \frac{-\kappa i |\Delta|}{\sqrt{|\Delta|^2 - (\varepsilon + \kappa i \delta)^2}}, \quad (1.37)$$

где δ положительная бесконечно малая величина и $\kappa = \pm 1$ для запаздывающей (опережающей) функции Грина. Следует отметить, что мы можем применять граничные условия (1.36) даже при достаточно высоких значениях безразмерного кондактанса S/F границ $g = h/R_g e^2$. Это можно делать несмотря на тот факт, что (1.36) является линейной аппроксимацией более общих граничных условий Назарова [142]. Причина состоит в том, что эффективное число каналов проводимости на границе раздела $N \sim d_y/l$ велико и прозрачность отдельного канала $T \sim g(l/d_y)$ обычно значительно меньше единицы. Здесь d_y характерный размер S/F границы и l длина свободного пробега.

Далее, мы считаем, что контакт достаточно длинный по сравнению с длиной когерентности в ферромагнетике $\xi_F = \sqrt{D/\hbar}$, т.е. полагаем $d \gg \xi_F$ (d - длина области слабой связи). Это условие позволяет найти решение аналитически даже для произвольной (не малой) прозрачности S/F границ и в области низких температур, где уравнения Узаделя не могут быть линеаризованы по отношению к аномальной гриновской функции. В качестве нулевого приближения мы находим решение уравнение Узаделя на каждой из S/F границ по отдельности, а затем вычисляем поправку первого порядка по малому параметру $\exp[-d/\xi_F]$ к этому решению. В пределах этой точности аномальная гриновская функция вблизи левой и правой границ может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} f_\sigma^{R,A} &= -\kappa \left[\sinh \Theta_\sigma^{R,A} e^{-i\alpha\chi/2} + 4\Sigma_\sigma^{R,A}(x) e^{i\alpha\chi/2} \right] , \\ \tilde{f}_\sigma^{R,A} &= -f_\sigma^{R,A}(\chi \rightarrow -\chi) . \end{aligned} \quad (1.38)$$

Здесь $\sigma = \uparrow, \downarrow$ (or $+1(-1)$ within equations) проекция спина электрона на ось квантования, χ разность фаз параметра порядка между сверхпроводящими берегами. Первый член в уравнении (1.38) представляет собой аномальную гриновскую функцию на ферромагнитной стороне отдельной s/F границы и не дает вклада в SCDOS. Поэтому мы не выписываем его в явном виде. Второй член представляет собой поправку первого порядка, которая происходит от аномальной гриновской функции, дошедшей от противоположной S/F границы:

$$\Sigma_\sigma^{R,A}(x) = K_\sigma^{R,A} e^{-\left(\frac{d}{2} - \alpha x\right)(1 + i\kappa\sigma)/\xi_F} , \quad (1.39)$$

где $K_\sigma^{R,A}$ определяется уравнением

$$\begin{aligned} (1 + i\kappa\sigma)K_\sigma^{R,A}(1 - K_\sigma^{R,A^2}) &= \frac{R_F \xi_F}{4R_g d} \left[\sinh \Theta_s^{R,A} (1 + \right. \\ &\left. + 6K_\sigma^{R,A^2} + K_\sigma^{R,A^4}) - \cosh \Theta_s^{R,A} 4K_\sigma^{R,A} (1 + K_\sigma^{R,A^2}) \right] . \end{aligned} \quad (1.40)$$

Комбинация из гриновских функций, входящая в выражение для тока (1.35) в произведении с функцией распределения, а не ее градиентом (именно эта комбинация и есть SCDOS $N_{j\sigma}$), имеет вид

$$\begin{aligned} N_{j\sigma}(\varepsilon) &= \left(\hat{g}^R \partial_x \hat{g}^R + \hat{f}^R \partial_x \hat{f}^R - \hat{g}^A \partial_x \hat{g}^A - \hat{f}^A \partial_x \hat{f}^A \right)_\sigma = \\ &= -\frac{8 \sin \chi}{\sigma_F R_g} \text{Im} \left[\Sigma_\sigma^R(x = -\alpha \frac{d}{2}) \sinh \Theta_s^R \right] . \end{aligned} \quad (1.41)$$

Предполагается, что неравновесная функция распределения в области слабой связи создается путем приложения напряжения вдоль y направления между двумя дополни-

тельными электродами N_b и N_t , которые приведены в контакт с областью слабой связи через туннельные барьеры, см. рис. 1.13. Мы считаем, что кондактансы N_b/F и N_t/F границ зависят от спина и равны $g_{b\sigma}$ и $g_{t\sigma}$, соответственно. Напряжение $V_{t\sigma}$ ($V_{b\sigma}$) между джозефсоновским контактом и N_t (N_b) электродом также может зависеть от спина. Это может быть реализовано, например, если привести один (или оба) из электродов N_b или N_t в контакт с сильным ферромагнетиком и приложить напряжение между этим ферромагнетиком и другим электродом. Или спин-зависящее напряжение в электродах N_t и N_b может быть создано, методом инжекции спина из ферромагнетика [131, 143].

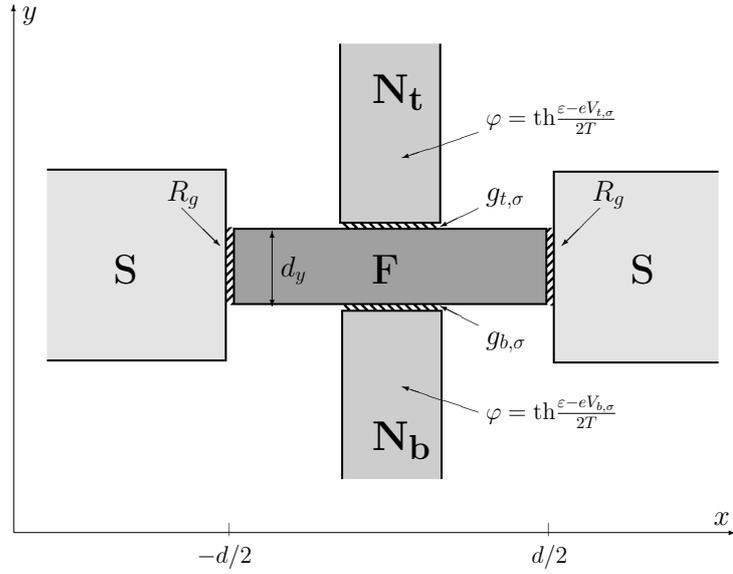


Рис. 1.13: Схема подключения дополнительных нормальных электродов, которые используются для создания моды спинового разбаланса в области слабой связи S/F/S контакта. Спин-зависящее напряжение в электродах N_t и N_b может быть создано, например, методом инжекции спина из ферромагнетика [131, 143]

Для того, чтобы получить функцию распределения до первого порядка по параметру $\exp[-d/\xi_F]$ мы решаем кинетическое уравнение, которое получается из келдышевской части уравнения Узаделя. Граничные условия к кинетическому уравнению также получаются из келдышевской части граничных условий Куприянова-Лукичева. Пользуясь этими уравнениями можно показать, что

$$\left(\partial_x \hat{\varphi} - \hat{g}^R \partial_x \hat{\varphi} \hat{g}^A - \hat{f}^R \partial_x \hat{\varphi} \hat{f}^A \right)_\sigma = N_{j\sigma} \frac{\tilde{\varphi}_\sigma^{(0)} - \varphi_\sigma^{(0)}}{2}, \quad (1.42)$$

где $N_{j\sigma}(\varepsilon)$ выражается уравнением (1.41), а гриновскую функцию достаточно брать в нулевом порядке по параметру $\exp[-d/\xi_F]$, что обозначено верхним индексом 0.

Функция распределения $\varphi^{(0)}$ не зависит от x . Поэтому удобно вычислять ее в середине слабой связи, где пренебрежение параметром $\exp[-d/\xi_F]$ означает пренебрежение сверхпроводящим эффектом близости. Тогда, рассматривая контакт $N_b/F/N_t$ и приме-

няя граничные условия Куприянова-Лукичева на N_b/F и F/N_t границах, приходим к следующему выражению для $\varphi^{(0)}$ (неупругие процессы релаксации не учитываются):

$$\varphi_\sigma^{(0)} = \frac{\tanh \frac{\varepsilon - eV_{t\sigma}}{2T} g_{t\sigma} (\sigma_F + d_y g_{b\sigma})}{\sigma_F (g_{t\sigma} + g_{b\sigma}) + 2d_y g_{t\sigma} g_{b\sigma}} + \frac{\tanh \frac{\varepsilon - eV_{b\sigma}}{2T} g_{b\sigma} (\sigma_F + d_y g_{t\sigma})}{\sigma_F (g_{t\sigma} + g_{b\sigma}) + 2d_y g_{t\sigma} g_{b\sigma}} , \quad (1.43)$$

$\tilde{\varphi}_\sigma^{(0)}$ выражается через $\varphi_\sigma^{(0)}$ согласно симметричному соотношению $\tilde{\varphi}_{\uparrow,\downarrow}^{(0)}(\varepsilon) = -\varphi_{\downarrow,\uparrow}^{(0)}(-\varepsilon)$. Здесь, как и в предыдущем подразделе, мы рассматриваем случай $g_{t\sigma} \ll \sigma_F/d_y$ или $g_{b\sigma} \ll \sigma_F/d_y$, когда зависимостью функции распределения $\varphi^{(0)}$ от y -координаты можно пренебречь.

Подставляя уравнения (1.41)-(1.42) в уравнение (1.35), находим, что джозефсоновский ток принимает вид:

$$j = \frac{d}{16eR_F} \int d\varepsilon \sum_\sigma [(\varphi_\sigma^{(0)} + \tilde{\varphi}_\sigma^{(0)}) N_{j\sigma}] , \quad (1.44)$$

где $N_{j\sigma}(\varepsilon)$ выражается уравнением (1.41) и $\varphi_\sigma^{(0)}$ - уравнением (1.43). Электрический ток (1.44) можно разделить на две части:

$$\begin{aligned} j &= j_s + j_t , \\ j_s &= j_{s,c} \sin \chi = \frac{d}{8eR_F} \int d\varepsilon [(\varphi_0^{(0)} + \tilde{\varphi}_0^{(0)}) N_{j,s}] , \\ j_t &= j_{t,c} \sin \chi = \frac{d}{8eR_F} \int d\varepsilon [(\varphi_z^{(0)} + \tilde{\varphi}_z^{(0)}) N_{j,t}] , \end{aligned} \quad (1.45)$$

где $\varphi_0 = (\varphi_\uparrow + \varphi_\downarrow)/2$, $\varphi_z = (\varphi_\uparrow - \varphi_\downarrow)/2$, $\tilde{\varphi}_{0,z} = (\tilde{\varphi}_\uparrow \pm \tilde{\varphi}_\downarrow)/2 = \mp \varphi_{0,z}(-\varepsilon)$, $N_{j,s} = (N_{j\uparrow} + N_{j\downarrow})/2$ синглетная часть SCDOS и $N_{j,t} = (N_{j\uparrow} - N_{j\downarrow})/2$ z -компонента триплетной части SCDOS (остальные компоненты равны нулю для рассматриваемого случая однородной намагниченности). В квазиклассическом случае выполняются соотношения $N_{j\uparrow}(\varepsilon) = -N_{j\downarrow}(-\varepsilon)$, поэтому $N_{j,s}$ - антисимметричная функция энергии, а $N_{j,t}$ - симметричная. Из уравнения (1.45) видно что $N_{j,t}$ порождает дополнительный вклад в электрический ток если функция распределения квазичастиц зависит от спина и ее спиновая часть содержит симметричную по энергии компоненту, т.е. моду спинового разбаланса. В этом отличие рассматриваемой здесь задачи от задачи, рассмотренной в предыдущем подразделе, где симметричная по энергии моду спинового разбаланса не возбуждалась, а возникала только антисимметричная по энергии спин-энергетическая мода, которая не дает вклада в ток при умножении на симметричную триплетную часть SCDOS.

Уравнения (1.44)-(1.45) справедливы для произвольной прозрачности S/F границы, но мы сначала обсудим туннельный предел $\tilde{g} \equiv R_F \xi_F / R_g d \ll 1$, где уравнение (2.11) можно легко решить и интеграл по энергии в выражениях для тока вычисляется аналитически. Для аналитического рассмотрения мы также выбираем наиболее

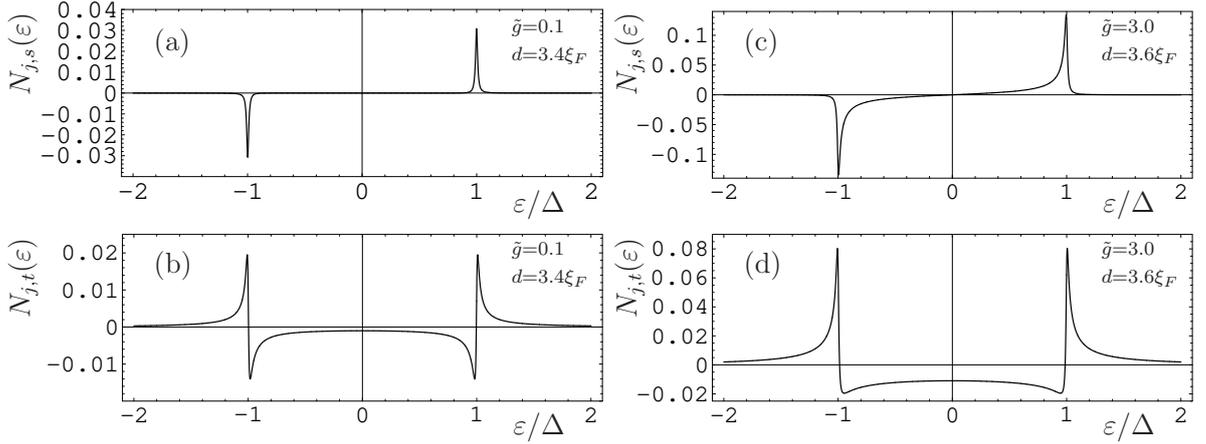


Рис. 1.14: Синглетная и триплетная части SCDOS в зависимости от энергии квазичастицы. Левая колонка отвечает туннельному пределу $\tilde{g} = 0.1$, а правая показывает случай высокой прозрачности S/F границ $\tilde{g} = 3.0$.

простую форму функции распределения (1.43), полагая $g_{t\sigma} \rightarrow 0$ и $V_{b\downarrow} = 0$. Тогда $\varphi_{\uparrow}^{(0)} = \tanh[(\varepsilon - eV_{b\uparrow})/2T]$, в то время как $\varphi_{\downarrow}^{(0)} = \tanh[\varepsilon/2T]$. Как показано ниже, результаты, отвечающие другим наборам параметров, задающих функцию распределения, удовлетворяющую уравнению (1.43), качественно не отличаются от обсуждаемых здесь. При низкой температуре $T \ll |eV_{b\uparrow}|$ для джозефсоновского тока получаем следующий результат:

$$j = \frac{R_F \xi_F \sin \chi}{4eR_g^2 d} |\Delta| e^{-d/\xi_F} \left[\sqrt{2} \pi \cos\left(\frac{d}{\xi_F} + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{\sqrt{2}} \log \left| \frac{|\Delta| + eV_{b\uparrow}}{|\Delta| - eV_{b\uparrow}} \right| \sin\left(\frac{d}{\xi_F} + \frac{\pi}{4}\right) \right]. \quad (1.46)$$

Первый член в уравнении (1.46) представляет собой часть сверхтока j_s , переносимую синглетной частью SCDOS. При условиях $T \ll |eV_{t,b}|$ и $|eV_{t,b\uparrow,\downarrow}| < |\Delta|$ на нее не влияет тот факт, что функция распределения неравновесная, как видно из уравнения (1.46). Причина состоит в том, что для длинного контакта и $h \gg |\Delta|$ в туннельном пределе синглетная часть SCDOS концентрируется в узких энергетических интервалах $\varepsilon = \pm|\Delta|$, как это показано на панели (а) рис. 1.14. Это отличается от случая диффузного S/N/S контакта с $h = 0$ [19, 93, 144, 145] и S/F/S контакта с $h \lesssim \Delta$ [88, 92], где синглетная часть SCDOS конечна и проявляет нетривиальную зависимость от энергии в подщелевой области $|\varepsilon| < |\Delta|$. При условии $T \ll |eV_{t,b}|$ и $|eV_{t,b\uparrow,\downarrow}| < |\Delta|$ функция распределения $\varphi_0^{(0)} + \tilde{\varphi}_0^{(0)} \approx (\text{sgn}[\varepsilon - eV_{b\uparrow}] + \text{sgn}[\varepsilon + eV_{b\uparrow}] + 2\text{sgn}[\varepsilon])/2$, которая входит в выражение для j_s [уравнение (1.45)], практически не отличается от своего равновесного значения для интервала энергий в окрестности $\varepsilon = \pm|\Delta|$. Таким образом, в рассматриваемых здесь условиях широко обсуждавшийся в литературе механизм управления джозефсоновским током с помощью возбуждения неравновесной энергетической моды [19, 21, 22, 92, 93, 146]

не работает.

Второй член j_t в уравнении (1.45) вызван триплетной частью SCDOS и зануляется в равновесных условиях $V_{b\uparrow} = 0$ при отсутствии спинового разбаланса. Как уже упоминалось выше и как видно на панели (b) рис. 1.14, триплетная часть SCDOS $N_{j,t}$ является четной функцией энергии и имеет конечное значение в подщелевой области энергий. Тогда, умножая ее на моду спинового разбаланса

$$\varphi_z^{(0)} + \tilde{\varphi}_z^{(0)} \approx (\text{sgn}[\varepsilon - eV_{b\uparrow}] - \text{sgn}[\varepsilon + eV_{b\uparrow}])/2, \quad (1.47)$$

получаем вклад в ток j_t . Абсолютная величина этого вклада грубо пропорциональна $V_{b\uparrow}$ для достаточно малых значений этого параметра и резко растет, когда $V_{b\uparrow}$ приближается к $|\Delta|$. Такое поведение является следствием двух фактов: (i) функция распределения (1.47) постоянная внутри энергетического интервала $[-eV_{b\uparrow}, eV_{b\uparrow}]$ и равна нулю вне его, (ii) триплетная часть SCDOS имеет определенную форму, показанную на панели (b) рис. 1.14.

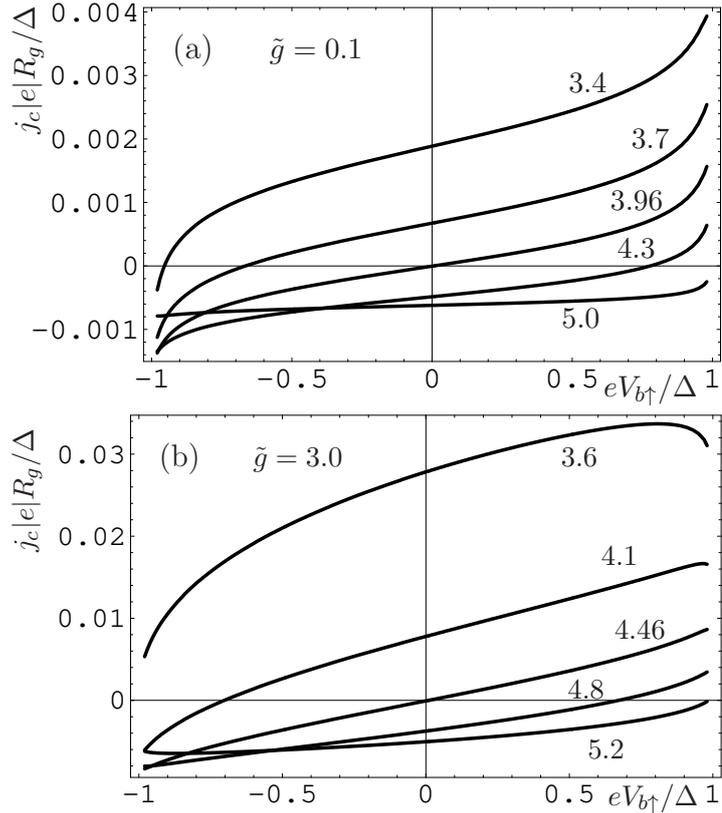


Рис. 1.15: Критический джозефсоновский ток как функция $eV_{b\uparrow}/\Delta$. Различные кривые отвечают разным длинам d слабой связи контакта, которые измеряются в единицах ξ_F .

Чтобы вычислить джозефсоновский ток для случая произвольной прозрачности S/F границ, надо решить уравнение (2.11) численно и после этого воспользоваться выражением (1.44). Полученный таким образом критический ток, как функция $eV_{b\uparrow}$ представ-

лен на рис. 1.15. Панель (а) демонстрирует ток для случая достаточно туннельной S/F границы, величина безразмерного кондактанса которой $\tilde{g} = 0.1$, а панель (b) представляет случай высокопрозрачной границы $\tilde{g} = 3.0$. Разные кривые отвечают разным длинам слабой связи d . В зависимости от $V_{b\uparrow}$ ток может быть выше или ниже своего значения при $V_{b\uparrow} = 0$. Если длина слабой связи контакта в равновесии достаточно близка к своему значению, отвечающему $0-\pi$ переходу, то уже малого напряжения достаточно для переключения между 0 и π состояниями. Вклады в ток j_s и j_t также показаны на рис. 1.16 и по отдельности: на панели (а) для случая туннельного контакта с $\tilde{g} = 0.1$ и на панели (b) для высокопрозрачного контакта с $\tilde{g} = 3.0$. Видно, что для туннельного контакта критический ток и его отдельные компоненты j_s и j_t ведут себя как описано выше.

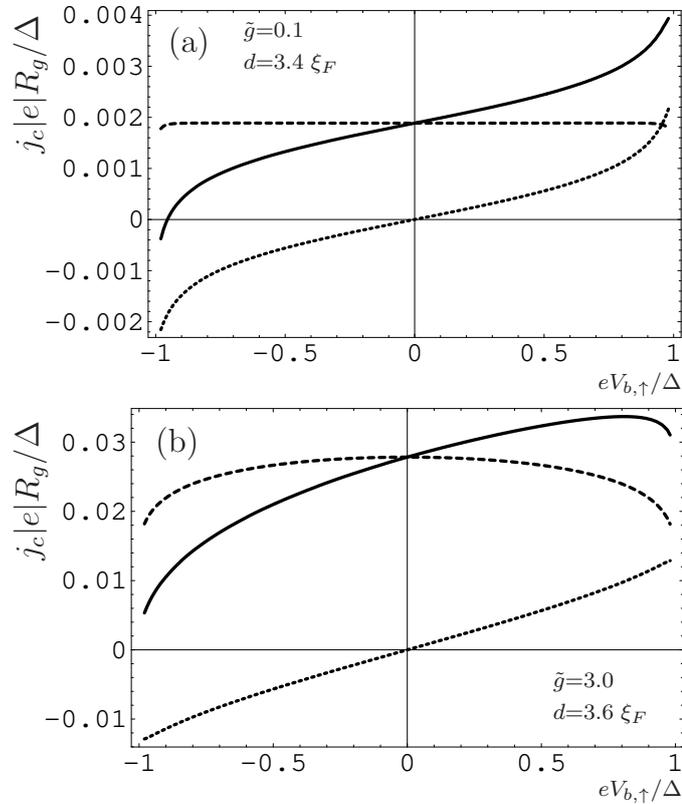


Рис. 1.16: Отдельные вклады в критический джозефсоновский ток $j_{s,c}$ (пунктир) и $j_{t,c}$ (точки) вместе с суммарным критическим током $j_{s,c} + j_{t,c}$ (сплошная линия) как функции $eV_{b\uparrow}/\Delta$. Панель (а) отвечает туннельному случаю, а панель (b) представляет высокопрозрачный случай.

Туннельный предел также качественно правильно передает основную физику и для случая высокопрозрачного контакта, но в этом случае есть и некоторые характерные особенности. Синглетная часть SCDOS для случая высокопрозрачного контакта представлена на панели (с) рис. 1.14. Видно, что в отличие от случая туннельного контакта, она сконцентрирована не только в области вокруг когерентного пика, а является вполне конечной во всей подщелевой области. Это приводит к тому, что ток j_s становится чув-

ствительным к неравновесности функции распределения $\varphi_0^{(0)} + \tilde{\varphi}_0^{(0)}$. Другими словами, при увеличении кондуктанса S/F границы механизма воздействия на ток неравновесной энергетической моды тоже начинает вносить вклад. Из панели (b) рис. 1.16 видно, что разница $j_{s,c}(V_{b\uparrow}) - j_{s,c}(V_{b\uparrow} = 0)$ заметно растет когда $|eV_{b\uparrow}|$ приближается к $|\Delta|$. Стоит отметить, что абсолютная величина $j_{s,c}$ по этому механизму всегда только уменьшается. В некотором диапазоне параметров контакта это приводит к уменьшению величины полного критического тока для высокопрозрачного предела при $eV_{b\uparrow} \rightarrow \Delta$ (см. рис. 1.15(b)). Такое поведение отличается от случая туннельного предела, где зависимость $j_{s,c}$ от $V_{b\uparrow}$ почти отсутствует и поэтому суммарный критический ток только растет по модулю при $eV_{b\uparrow} \rightarrow \Delta$ благодаря растущему вкладу $j_{t,c}$.

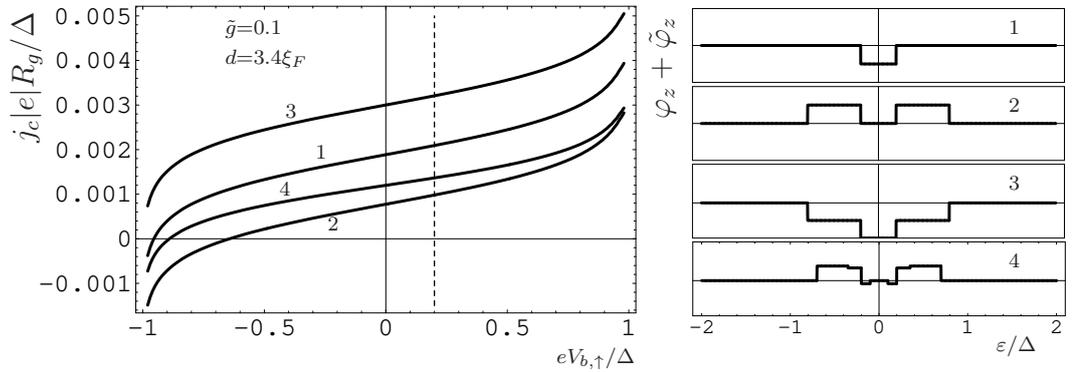


Рис. 1.17: Зависимость критического тока от конкретного вида функции распределения. Правая панель представляет 4 различных примера неравновесной моды спинового разбаланса. Кривые, пронумерованные цифрами от 1 до 4, отвечают следующим параметрам в уравнении (1.43): 1. $g_{t\sigma} \rightarrow 0$, $V_{b\downarrow} = 0$; 2. $g_{t\uparrow}, g_{b\downarrow} \rightarrow 0$, $eV_{t\downarrow} = 0.8\Delta$; 3. $g_{t\uparrow}, g_{b\downarrow} \rightarrow 0$, $eV_{t\downarrow} = -0.8\Delta$ and 4. $g_{t\uparrow} = 0.1\sigma_F/d_y$, $g_{t\downarrow} = 4\sigma_F/d_y$, $g_{b\uparrow} = 3\sigma_F/d_y$, $g_{b\downarrow} = 0.2\sigma_F/d_y$, $V_{b\downarrow} = 0.5V_{b\uparrow}$, $eV_{t\uparrow} = 0.35\Delta$, $eV_{t\downarrow} = 0.7\Delta$. Соответствующие им критические токи в зависимости от $eV_{b\uparrow}$, пронумерованные теми же цифрами, показаны на левой панели. Пунктирная вертикальная линия отмечает значение управляющего параметра $eV_{b\uparrow} = 0.2\Delta$, которому отвечают функции распределения, представленные на правой панели.

Теперь обсудим зависимость полученных результатов от конкретной формы функции распределения квазичастиц в области слабой связи. Результаты представлены на рис. 1.17. На правой панели показаны 4 различных примера возможных вариантов функции распределения $\varphi_z^{(0)} + \tilde{\varphi}_z^{(0)}$, удовлетворяющие уравнению (1.43). Неравновесная энергетическая мода не изображена на этом рисунке, т.к. она не влияет на ток в туннельном пределе. Соответствующие графики критического тока в туннельном пределе представлены на левой панели рис. 1.17. Можно сделать вывод о том, что конкретный вид функции распределения оказывает количественный, но не качественный эффект на критический ток.

Кратко резюмируя результаты данного подраздела, можно сказать, что здесь продемонстрировано как неравновесная мода спинового разбаланса приводит к тому, что в критический ток начинает давать вклад триплетная часть SCDOS. Знак этого дополни-

тельного вклада легко регулируется полярностью управляющего параметра - напряжения. Поэтому он может приводить к переключению контакта между 0- и π -состояниями.

1.2.3. Неравновесное увеличение длины когерентности

Хорошо известно, что в равновесных условиях при $\hbar \gg \Delta$ пары с противоположными спинами проникают в область слабой связи S/F/S контакта на расстояние порядка магнитной длины когерентности $\xi_F = \sqrt{D/\hbar}$ [79,80], которое мало и обычно имеет порядок нескольких нанометров. На значительно большие расстояния порядка нормальной длины когерентности $\xi_N = \sqrt{D/2\pi T_c}$ проникают только пары с равными спинами [79,80]. В этом подразделе обсуждается специальный вид неравновесного распределения, который позволяет резко увеличить глубину проникновения пар с противоположными спинами в джозефсоновский контакт, тем самым резко усиливая величину критического джозефсоновского тока. Результаты данного подраздела получены в соавторстве с А.М. Бобковым и опубликованы в работе [P5] из списка публикаций автора по теме диссертации.

Для понимая рассмотренного здесь механизма усиления сначала обсудим механизм подавления эффекта близости и, следовательно, глубины проникновения куперовских пар, в ферромагнетике. Если в рассматриваемой системе направление намагниченности однородно в пространстве, тогда куперовские пары, проникающие в несверхпроводящую часть структуры, состоят из электронов с противоположными спинами. Их волновая функция представляет собой сумму синглетной компоненты $|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle$ и триплетной компоненты $|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle$ с нулевой суммарной проекцией спина $S_z = 0$ на ось квантования. Пара электронов с одинаковой энергией и противоположными спинами $|\uparrow\downarrow\rangle(|\downarrow\uparrow\rangle)$ приобретает внутри ферромагнетика суммарный импульс $2Q$ ($-2Q$) в ответ на наличие обменной энергии. Здесь $Q \propto \hbar/v_F$, где v_F Ферми-скорость электронов в ферромагнетике. Линейная комбинация двух волновых функций с такими импульсами приводит к пространственным осцилляциям конденсатной волновой функции $\Psi(x)$ в ферромагнетике вдоль направления нормали к S/F границе [119]. $\Psi_s(x) \propto \cos(2Qx)$ для синглетной куперовской пары и $\Psi_t(x) \propto \sin(2Qx)$ для триплетной куперовской пары. После проникновения в несверхпроводящую область, где эти пары уже не являются собственными состояниями системы, их волновая функция обычно (в нормальном металле) затухает на масштабе ξ_N . Однако, из-за наличия ненулевого суммарного импульса, который пары приобретают в ферромагнетике, появляется дополнительное затухание волновой функции пары, которое возникает из-за усреднения быстроосциллирующих волновых функций при рассеянии на примесях [119]. Это дополнительное затухание происходит на масштабе ξ_F . В частности, оно приводит к существенному подавлению джозефсоновского тока через S/F/S контакт, которое определяется фактором $\exp[-d_F/\xi_F]$, где d_F длина области ферромагнитной слабой связи.

Ситуация меняется если направление намагниченности меняется в пространстве. Примерами являются доменные стенки, спиральные магнетики, спин-активные границы и т.д. В такого рода системах существуют не только синглетная и $S_z = 0$ триплетная куперовские пары, но также и триплетные пары с $S_z = \pm 1$, которые появляются в несверхпроводящей области из-за вращения спина одного из спаренных электронов. Такие триплетные пары проникают в ферромагнетик на значительно большие расстояния порядка нормальной длины когерентности ξ_N . Физическая причина состоит в том, что для корреляций типа $|\uparrow\uparrow\rangle$ электроны с параллельными спинами имеют одинаковую обменную энергию в ферромагнетике, поэтому суммарный импульс пары остается нулевым. Быстрые осцилляции волновой функции пары не возникают, и, соответственно, не возникает дополнительное деструктивное усреднение волновой функции при рассеянии на примесях. В литературе рассматривалось огромное количество разнообразным гибридных структур, где глубоко проникающие в ферромагнетик пары такой природы (long-range proximity effect, LRPE) могут возникать (См. обзоры [80], [79] и ссылки в этих обзорах). Кроме того, LRPE был теоретически предсказан в структурах, содержащих доменные стенки [148, 149], спин-активные границы [150, 151], спиральные ферромагнетики [152–154] и мультислойные S/F/S структуры [155, 156]. Есть также экспериментальные работы, в которых измерялся LRPE в джозефсоновских контактах, см. обзор [8] и ссылки в нем.

В данном подразделе показано, что LRPE на S/F границах может генерироваться не только парами электронов с одинаковыми спинами и $S_z = \pm 1$. Сверхпроводящие корреляции электронов с противоположными спинами, отвечающие $S_z = 0$, также могут проникать в ферромагнетик на расстояния порядка нормальной длины когерентности при условии создания в области ферромагнитной слабой связи правильно подобранного неравновесного распределения квазичастиц. Сначала обсудим качественную физику эффекта, а потом перейдем к точному вычислению джозефсоновского тока через S/F/S контакт.

Как уже обсуждалось выше, источником быстрого затухания волновой функции куперовских пар электронов с противоположными спинами в ферромагнетике является примесное усреднение быстроосциллирующих волновых функций пар. В свою очередь, причина этих быстрых осцилляций - это ненулевой импульс пары Q . Он является неизбежным приобретением пары электронов с одинаковыми энергиями и противоположными спинами в ферромагнетике. Теперь предположим, что в ферромагнетике создано спин-зависящее неравновесное распределение вида $f_{\uparrow,\downarrow}(\varepsilon) = 1/[1 + \exp\{(\varepsilon \pm eV)/T\}]$. Энергия отсчитывается от химпотенциала сверхпроводника. Тогда электроны, формирующие пару на уровне Ферми $\varepsilon = 0$ в сверхпроводнике, могут вступить в ферромагнетик только с различными энергиями $\varepsilon_{\uparrow,\downarrow} = \mp eV$, таким образом сохраняя полную энергию пары. В результате, разница между импульсами электронов со спинами вверх

и вниз изменяется $Q \propto (h - eV)/v_F$. Таким образом, создание в ферромагнетике подходящего спин-зависящего распределения с $eV = h$ заставляет электроны входить в него с разными энергиями, но одинаковыми по абсолютной величине импульсами. Что, в свою очередь, зануляет суммарный импульс пары и быстрые осцилляции ее волновой функции. Как следствие, длина затухания таких пар становится близкой к ξ_N .

Следует отметить, что описанная физика близка к эффекту неравновесного восстановления сверхпроводимости, который обсуждался в разделе 1.1, где было показано, что для тонкой сверхпроводящей пленки разрушающее действие обменного поля может быть полностью компенсировано созданием аналогичного спин-зависящего неравновесия. Эти два эффекта представляют собой просто два разных аспекта одной и той же проблемы: сосуществование пар с нулевым спином и ферромагнетизма в неравновесных условиях.

Обсуждаемый LRPE для пар электронов с противоположными спинами оказывает очень сильный эффект на джозефсоновский ток через S/F/S контакт. Теперь перейдем к количественному анализу этого эффекта. Рассматривается диффузный джозефсоновский контакт двух синглетных сверхпроводников через ферромагнетик, обменное поле которого находится в области параметров $|\Delta| \ll h \ll \varepsilon_F$, где ε_F энергия Ферми ферромагнетика. Задача решается в рамках квазиклассического уравнения Узаделя в келдышевской технике, которое в области ферромагнитной слабой связи имеет вид (4.88) с $\Delta = 0$. Это уравнение надо дополнить граничными условиями Куприянова-Лукичева на S/F границах [126]: $\check{g}\partial_x\check{g} = -\alpha(R_F/2R_b d_F)[\check{g}, \check{g}_S]$. Здесь R_b и R_F нормальные сопротивления S/F границы и F слоя, соответственно, $\alpha = +1(-1)$ на левой (правой границе), \check{g}_S значение гриновской функции на сверхпроводящей стороне соответствующей границы.

Для рассматриваемой задачи, в силу того, что функция распределения не зависит от координаты внутри прослойки, из общих выражений для тока (1.5) и (1.35) и условия нормировки следует, что джозефсоновский ток через S/F/S контакт выражается через запаздывающие и опережающие гриновские функции и функцию распределения следующим образом:

$$j = \frac{d}{16eR_F} \int_{-\infty}^{+\infty} d\varepsilon \text{Tr} \left\{ \left[\hat{f}^R \partial_x \hat{f}^R - (\partial_x \hat{f}^R) \hat{f}^R - \hat{f}^A \partial_x \hat{f}^A + (\partial_x \hat{f}^A) \hat{f}^A \right] \hat{\varphi} \right\} . \quad (1.48)$$

Мы предполагаем, что направление обменного поля \mathbf{h} пространственно однородно и выбираем ось квантования вдоль поля. Тогда функция распределения и все запаздывающие и опережающие гриновские функции являются диагональными матрицами в спиновом пространстве. Также мы предполагаем $d_F \gg \xi_F$. Этот предел является наиболее удачным выбором области параметров для демонстрации LRPE и интересным с экспериментальной точки зрения.

Аномальную функцию Грина проще всего найти аналитически в центральной части слабой связи с точностью до первого порядка по параметру $\exp[-d_F/2\xi_F] \ll 1$. Она имеет вид ($\sigma = \pm 1$)

$$(f_\sigma^{R,A}) = - \sum_{\alpha=\pm 1} 4\kappa e^{-i\alpha\chi/2} K_\sigma^{R,A} e^{-\lambda_\sigma^{R,A}(\alpha x + d_F/2)} \quad (1.49)$$

где χ разность фаз параметра порядка между сверхпроводящими берегами и $\lambda_\sigma^{R,A} = \sqrt{-2i\kappa(\varepsilon + \sigma h)/D}$ с $\kappa = +1(-1)$ запаздывающих (опережающих) функций Грина. $K_\sigma^{R,A}$ должно находиться из граничных условий на соответствующей S/F границе без учета влияния второй S/F границы. $K_\sigma^{R,A}$ определяется из уравнения

$$\lambda_\sigma^{R,A} K_\sigma^{R,A} (1 - K_\sigma^{R,A^2}) = \frac{1}{4\gamma_b} \left[\sinh \Theta_S^{R,A} (1 + 6K_\sigma^{R,A^2} + K_\sigma^{R,A^4}) - \cosh \Theta_S^{R,A} 4K_\sigma^{R,A} (1 + K_\sigma^{R,A^2}) \right], \quad (1.50)$$

где $\gamma_b = R_b d_F / R_F$, $\cosh \Theta_S^{R,A}$ и $\sinh \Theta_S^{R,A}$ параметризуют нормальную и аномальную функции Грина в сверхпроводящих берегах на границе с ферромагнетиком. Мы предполагаем, что параметр $(R_F \xi_S / R_b d_F)(\sigma_F / \sigma_s) \ll 1$, где $\xi_S = \sqrt{D/\Delta}$ длина когерентности в берегах, σ_F и σ_S проводимости ферромагнитного и сверхпроводящего материала, соответственно. Это условие позволяет пренебречь подавлением сверхпроводящего параметра порядка в сверхпроводящих берегах на S/F границе и считать гриновские функции на сверхпроводящей стороне границы равными их значениям в объеме соответствующего сверхпроводника $\cosh \Theta_S^{R,A} = -\kappa i \varepsilon / \sqrt{|\Delta|^2 - (\varepsilon + \kappa i 0)^2}$, $\sinh \Theta_S^{R,A} = -\kappa i |\Delta| / \sqrt{|\Delta|^2 - (\varepsilon + \kappa i 0)^2}$.

Однако, приближение (1.49)-(2.11) верно только при условии $|\exp(-\lambda_\sigma^{R,A} d_F/2)| \sim \exp[-d_F/2\xi_F] \ll 1$. Т.е. оно не работает для узких диапазонов достаточно высоких энергий $|\varepsilon + \sigma h| \lesssim \Delta$. Если мы изучаем равновесные задачи, то эта высокоэнергетическая область практически не дает вклада в джозефсоновский ток и ее можно не рассматривать. В то же время, для нашей задачи это наиболее важная область энергий для режима $eV \approx h$, как будет показано ниже. Оказывается, что в этой области энергий решение тоже можно найти аналитически, если учесть что для высоких энергий $|\varepsilon| \sim h \gg \Delta$ аномальная функция Грина в сверхпроводнике мала: $\sinh \Theta_s^{R,A} \sim (\Delta/\varepsilon) \ll 1$. Тогда решение для $f_\sigma^{R,A}$ в области слабой связи можно искать в первом порядке по этому параметру. Оно также выражается уравнением (1.49), но $K_\sigma^{R,A}$ принимает вид

$$K_{\sigma,\alpha}^{R,A} = \frac{\sinh \Theta_S^{R,A}}{4\gamma_b} \frac{\lambda_\sigma^{R,A} + \gamma_b^{-1} + e^{i\alpha\chi - \lambda_\sigma^{R,A} d_F} (\lambda_\sigma^{R,A} - \gamma_b^{-1})}{(\lambda_\sigma^{R,A} + \gamma_b^{-1})^2 - e^{-2\lambda_\sigma^{R,A} d_F} (\lambda_\sigma^{R,A} - \gamma_b^{-1})^2}. \quad (1.51)$$

Теперь перейдем к обсуждению функции распределения. Для того, чтобы создать

подходящую функцию распределения, содержащую довольно большой спиновый разбаланс и при этом не перегревать область слабой связи из-за выделения джоулева тепла, можно присоединить два дополнительных полуметаллических (НМ) электрода к F области [см. рис. 1.18(a)] и приложить напряжение $2V$ между ними. Намагниченность одного из полуметаллов сонаправлена с обменным полем ферромагнетика, а другого - противоположна ему. Мы пренебрегаем энергетической релаксацией в области слабой связи, т.е. предполагаем, что время τ_{esc} , которое электрон проводит в F области много меньше времени энергетической релаксации τ_ϵ . Процессы спиновой релаксации также не учитываются. Мы обсуждаем их влияние ниже. Тогда из кельдышевской части уравнения Узаделя можно получить, что функция распределения в центральной части области слабой связи имеет вид

$$\varphi_\sigma = \tanh \frac{\epsilon + \sigma eV}{2T} . \quad (1.52)$$

В этом случае $\tilde{\varphi}_\sigma = \varphi_\sigma$. Уравнение (1.52) имеет простую физическую интерпретацию. Для электронной подзоны со спином вверх основное падение напряжения происходит на одном из полуметаллов, а для подзоны со спином вниз - на другом. В результате этого функции распределения электронов со спином вверх и вниз в ферромагнетике близки к равновесной форме с различными электрохимическими потенциалами. Для рассматриваемого нами специального случая НМ/F/НМ структуры результирующий химпотенциал F области равен химпотенциалу сверхпроводящих берегов.

Следует подчеркнуть, что функция распределения имеет такую одноступенчатую форму (в каждой из спиновых подзон) благодаря тому, что электроды полуметаллические. Поэтому электроны из подзоны со спином вверх (вниз) могут перетекать только между верхним (нижним) электродом и ферромагнетиком. В этом случае LRPE эффект максимален. Однако, он может также наблюдаться, если взять сильные ферромагнетики или даже нормальные металлы вместо полуметаллов. Мы обсудим эти случаи ниже.

Зависимость критического тока от напряжения V , контролирующего величину спинового разбаланса в системе, представлена на рис. 1.18(b) для двух различных значений обменного поля в ферромагнетике. Видно, что вблизи $eV = h$ критический ток резко растет. Отношение максимального тока j_h при $eV = h$ к равновесному критическому току j_0 при $eV = 0$ можно грубо оценить как $j_h/j_0 \sim e^{d_F/\xi_F} (\Delta/h)^2$. Оно сильно растет при увеличении d_F и может достигать нескольких порядков величины если d_F порядка нескольких ξ_F . Это проявление неравновесного LRPE в джозефсоновском токе. Однако, нельзя говорить, что при $eV = h$ F слой эквивалентен нормальному металлу с точки зрения эффекта близости. Спиновый разбаланс практически не влияет непосредственно на величину эффективной обменной энергии в ферромагнетике. Из грубой оценки, приведенной выше, видно, что S/F/S контакт при $eV = h$ не эквивалентен равновесному

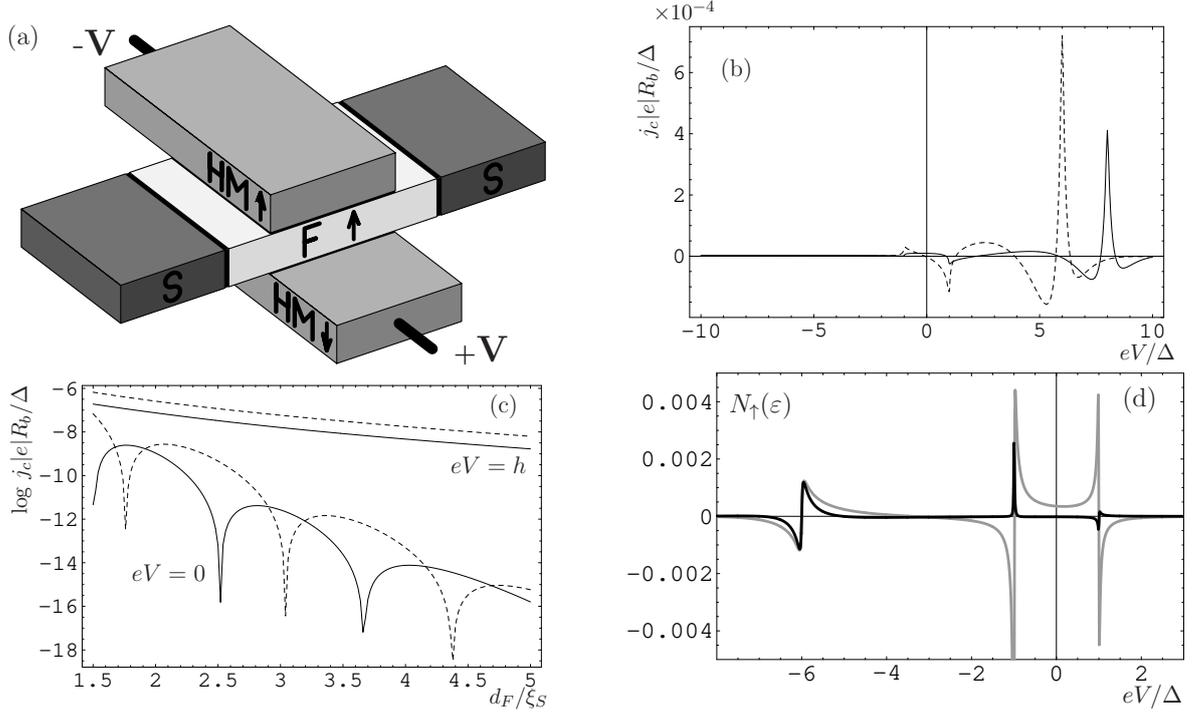


Рис. 1.18: (a) Схема рассматриваемой системы. (b) Критический джозефсоновский ток как функция eV . $h = 8\Delta$ (сплошная линия), 6Δ (пунктир). $d_F = 3\xi_S$. (c) Критический ток как функция d_F . $h = 8\Delta$ (сплошная линия), 6Δ (пунктир). (d) SCDOS N_\uparrow для подзоны со спином вверх как функция ϵ при $h = 6\Delta$ и $d_F = 2.5\xi_S$ (черная линия), $1.5\xi_S$ (серая линия). $N_\downarrow(\epsilon) = -N_\uparrow(-\epsilon)$. $T = 0.01\Delta$ и $\gamma_b = 10$ для всех графиков.

S/N/S контакту с той же длиной слабой связи из-за наличия редуцирующего фактора $(\Delta/h)^2$. Он возникает из-за того, что сверхпроводящие корреляции в сверхпроводящих берегах для достаточно больших энергий $\epsilon \sim h$, которые существенны для LRPE, подавляются в силу наличия множителя Δ/ϵ в аномальной гриновской функции.

Следует также отметить, что в дополнение к резкому росту критического тока при $eV = h$, ток также проявляет ряд $0-\pi$ переходов при изменении eV . Область маленьких напряжений $|eV| < \Delta$ исследовалась в предыдущем подразделе.

Зависимость критических токов j_h и j_0 от длины слабой связи d_F приведена на рис. 1.18(c) в логарифмическом масштабе. Как это хорошо известно из литературы [79], j_0 проявляет осцилляции с периодом $2\pi\xi_F$ и одновременно затухает экспоненциально на масштабе ξ_F . В то же время, j_h не осциллирует. Он экспоненциально затухает на масштабе ξ_N . Для того, чтобы исследовать этот LRPE более детально, на рис. 1.18(d) приведена SCDOS $N_\sigma(\epsilon)$ для электронов со спином вверх. Как уже пояснялось выше, эта величина представляет собой плотность состояний, умноженную на фактор, пропорциональный току, который несет каждое состояние в определенном направлении. Полный ток представляет собой проинтегрированное по энергии и просуммированное по спину произведение SCDOS на функцию распределения. Как видно из рис. 1.18(d), амплитуда низкоэнергетической части SCDOS (отвечающая $|\epsilon| \lesssim \Delta$), которая дает ос-

новой вклад в джозефсоновский ток в равновесных условиях, резко падает при увеличении длины слабой связи из-за фактора $\exp[-d_F/\xi_F]$. В то же время SCDOS имеет резкие пики на энергиях $\varepsilon = \pm h$, которые отвечают парным состояниям с нулевым суммарным импульсом и, следовательно, волновая функция которых не подавляется фактором $\exp[-x/\xi_F]$ при проникновении в ферромагнетик. Поэтому SCDOS, которая определяется перекрытием волновых функций пары, проникших в ферромагнетик от обеих границ со сверхпроводниками, для этих энергий не имеет подавляющего фактора $\exp[-d_F/\xi_F]$. В равновесных условиях эти энергетические области SCDOS умножаются на функцию распределения $\tanh[\varepsilon/2T]$, которая примерно постоянна при таких энергиях и дают очень маленький вклад в ток. Наоборот, аргумент ε в функции распределения на $\pm eV$ для спиновых подзон верх и вниз, мы оптимально заселяем SCDOS и получаем максимальный ток.

Теперь кратко обсудим влияние процессов спиновой релаксации в области ферромагнитной слабой связи. Они напрямую влияют на функцию распределения: (i) уменьшают высоту основной ступеньки $\varphi_{\uparrow,\downarrow}$ при $\varepsilon_{\uparrow,\downarrow}^{main} = \mp eV$ и (ii) приводят к появлению дополнительной ступеньки $\varphi_{\uparrow,\downarrow}$ при $\varepsilon_{\uparrow,\downarrow}^{add} = \pm eV$. Поправку к функции распределения можно грубо оценить как $\delta\varphi_{\uparrow,\downarrow} = \mp[(\tau_{esc}/\tau_{sf})(\varphi_{\uparrow} - \varphi_{\downarrow})]/[(1 + 2\tau_{esc}/\tau_{sf})]$. Здесь $\varphi_{\uparrow} - \varphi_{\downarrow}$ определяется уравнением (1.52) и τ_{sf} характерное время спиновой релаксации. Из рис. 1.18(d) видно, что такая модификация функции распределения не влияет качественно на утверждение о наличии пика в критическом токе при $eV = h$, а только уменьшает его амплитуду на фактор $(\tau_{sf} + \tau_{esc})/(\tau_{sf} + 2\tau_{esc})$. Также появляется дополнительный пик в токе при $eV = -h$, но его высота мала и имеет порядок $\sim j_h\tau_{esc}/(\tau_{sf} + 2\tau_{esc})$. В этом состоит существенное отличие между обсуждаемым здесь LRPE и эффектом восстановления подавленной обменным полем сверхпроводимости, который рассматривался в разделе 1.1. В то время как там процессы релаксации спина приводили к эффективному уменьшению константы спаривания $\lambda \rightarrow \lambda_{eff} = \lambda(1 + \tau_{esc}/\tau_{sf})^{-1}$ и, как следствие, разрушали эффект восстановления достаточно быстро, джозефсоновский ток значительно более устойчив относительно деструктивного действия процессов релаксации спина.

Аналогичный эффект на джозефсоновский ток оказывает замена полуметаллических дополнительных электродов на сильные ферромагнетики. В этом случае функция распределения внутри слабой связи представляет собой сумму функций распределения, пришедших из верхнего и нижнего электродов, умноженных на весовые факторы, зависящие от контактансов соответствующих границ. Т.е. опять получается двухступенчатая структура. В общем случае, если неупругими процессами энергетической релаксации в области слабой связи можно пренебречь, функция распределения представляет собой n -ступенчатую структуру с ступеньками различной высоты на энергиях ε_n . В этом случае вместо одного пика максимальной высоты при $eV = h$ критический ток, генерируемый LRPE, как функция V будет проявлять n пиков соответствующей высоты.

Таким образом, эти пики критического тока могут давать информацию о конкретной структуре функции распределения, созданной в области слабой связи. Например, если в качестве дополнительных электродов вместо полуметаллов используются нормальные металлы, функция распределения в ферромагнетике имеет двух-ступенчатую структуру $\varphi(\varepsilon) = (1/2) \{ \tanh[(\varepsilon - eV)/2T] + \tanh[(\varepsilon + eV)/2T] \}$, как это экспериментально наблюдалось в [157]. В таких условиях LRPE будет давать в критическом токе два пика равной высоты $j_h/2$ при $eV = \pm h$ вместо одного пика j_h при $eV = h$, как это происходит для одноступенчатого распределения. Следует отметить, что джозефсоновский ток в условиях такого двухступенчатого неравновесного распределения изучался также в работе [92] в режиме $h \ll \Delta$. Однако, в этом пределе вообще нельзя говорить о неравновесном LRPE, т.к. при таких маленьких обменных полях равновесные куперовские пары электронов с противоположными спинами не имеют никакого дополнительного быстрого затухания по сравнению с парами в нормальном металле.

Кратко резюмируя результаты данного подраздела, можно сказать, что предсказан новый тип LRPE, который реализуется в S/F гетероструктурах при неравновесных условиях. Глубоко проникают в ферромагнетик пары электронов с противоположными спинами, пары электронов с равными спинами не участвуют в этом процессе. Эффект может наблюдаться как резкий пик в критическом джозефсоновском токе S/F/S контакта при определенных значениях напряжения, контролирующего неравновесное распределение в области слабой связи.

Итоги

В главе 1 изучалось влияние различных типов неравновесного распределения квази-частиц на сверхпроводящее состояние, включая слабую сверхпроводимость джозефсоновских контактов, при наличии зеемановского поля в сверхпроводнике. Основные результаты главы можно сформулировать следующим образом:

1. Изучено сверхпроводящее состояние в тонких пленках в присутствии зеемановского поля в неравновесных условиях. Рассчитаны зависимости сверхпроводящего параметра порядка от величины управляющего параметра (напряжения) и температуры при создании в сверхпроводнике неравновесного спинового разбаланса. Показано, что при создании в системе определенного спинового разбаланса, сверхпроводимость, подавленная зеемановским полем, частично восстанавливается и может существовать выше парамагнитного предела сверхпроводимости.

2. Исследовано влияние различных неравновесных мод на джозефсоновский ток в контактах сверхпроводник/ферромагнетик/сверхпроводник. Показано, что создание симметричного зарядово-нейтрального энергетического неравновесия или спинового разбаланса может контролируемым образом резко повысить длину затухания триплет-

ных корреляций в ферромагнетик. В свою очередь, это приводит к резкому усилению джозефсоновского тока через контакт. Создание спинового разбаланса позволяет получить управляемый $0 - \pi$ переход при достаточно сильном по сравнению с T_c обменном поле ферромагнетика. В случае слабого обменного поля порядка T_c для получения управляемых $0 - \pi$ переходов достаточно создания энергетического (спин-нейтрального и зарядового-нейтрального) неравновесия. Переход между 0 и π состояниями происходит за счет контролируемого заселения различных областей знакопеременной токоне- сущей плотности состояний.

Глава 2.

Спиновая калоритроника гетероструктур сверхпроводник/магнетик

Хорошо известно, что кроме электрического поля и градиента концентрации, которые объединяются в градиент электрохимпотенциала $\nabla\mu$, движущей силой для электрического тока \mathbf{j}_c также может служить и градиент температуры ∇T . Эта связь между теплом и электрическим током является источником термоэлектрических эффектов, таких как эффект Зеебека и эффект Пельтье. Градиент температуры естественным образом генерирует поток тепла \mathbf{j}_q . Таким образом, градиент температуры производит электрический ток и поток тепла и градиент электрохимпотенциала аналогичным образом производит электрический ток и поток тепла. Если в материале каким-то образом создан и градиент спинового разбаланса $\nabla\mu_s$, то он, как хорошо известно, генерирует спиновый ток \mathbf{j}_s , но кроме этого, еще и электрический ток и поток тепла. Связь спина и тепла как раз и является предметом изучения спиновой калоритроники. В теории линейного отклика связь всех этих трех движущих сил и трех потоков можно записать как [6]

$$\begin{pmatrix} \mathbf{j}_c \\ \mathbf{j}_s \\ \mathbf{j}_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nabla\mu \\ \nabla\mu_s/2 \\ -\nabla T/T \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

Если говорить о простой модели ферромагнитного металла, то $L_{11} = L_{22} = \sigma$, $L_{12} = L_{21} = \sigma P_\sigma$, где σ - проводимость металла, а $P_\sigma = (\sigma_\uparrow - \sigma_\downarrow)/(\sigma_\uparrow + \sigma_\downarrow)$ - поляризация проводимости. Равенства $L_{ij} = L_{ji}$ справедливы для всех кинетических коэффициентов L_{ij} и известны как соотношения Онзагера.

Коэффициенты $L_{13} = L_{31}$ описывают термоэлектрические эффекты, а $L_{23} = L_{32}$ -

термоспиновые эффекты. В той же модели ферромагнитного металла

$$L_{13} = L_{31} = \sigma ST, \quad (2.2)$$

$$L_{23} = L_{32} = \sigma P' ST, \quad (2.3)$$

где $S = (S_{\uparrow}\sigma_{\uparrow} + S_{\downarrow}\sigma_{\downarrow})/\sigma$ - независящий от спина эффективный коэффициент Зеебека, а коэффициенты Зеебека для отдельных спиновых подзон выражаются как $S_{\sigma} = -L_0|e|T\sigma'_{\sigma}/\sigma_{\sigma}$ и $L_0 = \pi^2 k^2/3e^2$ число Лоренца. Здесь $\sigma' = \partial(e^2 N(\varepsilon)D)/\partial\varepsilon|_{\varepsilon=\mu}$ - производная проводимости по энергии на уровне Ферми. $P' = \partial(P_{\sigma}\sigma)/\partial\varepsilon|_{\varepsilon=\mu}$.

Эффектом Зеебека называется генерация электрического тока или электрического напряжения при создании в проводнике градиента температуры. В рамках теории линейного отклика создаваемое напряжение пропорционально коэффициенту Зеебека $\Delta V = S\Delta T$, где коэффициент Зеебека S зависит от параметров конкретного материала. Из уравнения (2.2) видно, что коэффициент Зеебека определяется производной проводимости по энергии на уровне Ферми, т.е. пропорционален малому фактору $\sim T/\varepsilon_F$, который не превышает 10^{-2} даже при комнатной температуре. Таким образом, коэффициент Зеебека очень мал для металлов (хотя и может быть значительно больше для полупроводников).

Генерация спинового разбаланса при создании в образце градиента температуры называется спин-зависящим эффектом Зеебека. Спин-зависящий эффект Зеебека экспериментально наблюдался в латеральной структуре ферромагнетик/нормальный металл, где термоиндуцированный спин инжектировался из ферромагнетика в нормальный металл и там детектировался посредством измерения напряжения между нормальным металлом и другим ферромагнитным электродом (детектором) [158]. Также спин-зависящий эффект Зеебека наблюдался в металлических ферромагнетиках [159]. Величина спин-зависящего коэффициента Зеебека в металлах также очень мала, как это следует из уравнения (2.3), по тем же причинам, что и для обычного эффекта Зеебека.

Кроме электронов проводимости, термоиндуцированный спиновый ток может переноситься и магнонами, а, следовательно, может наблюдаться также и в магнитных изоляторах. Тогда он называется "спиновый эффект Зеебека".

Данная глава посвящена исследованию некоторых эффектов спиновой калоритроники в структурах сверхпроводник/магнетик. Оказывается, что зеэмановски расщепленное сверхпроводящее состояние, которое формируется в таких гетероструктурах, реализует практически максимально возможную эффективность конверсии тепла в спин. Это делает структуры сверхпроводник/магнетик крайне интересными и перспективными объектами для спиновой калоритроники. Базовым физическим эффектом, который обеспечивает конверсию тепла в спин является т.н. гигантский спин-зависящий эффект Зеебека или гигантский термоспиновый эффект. Физика этого эффекта рассматрива-

ется в следующем (вводном) разделе.

Гигантский спин-зависящий эффект Зеебека

Как упоминалось выше, коэффициент Зеебека и спин-зависящий коэффициент Зеебека в металлах малы по параметру T/ε_F . Физическая причина появления этого малого параметра - слабость электрон-дырочной асимметрии на уровне Ферми в металлах, см. рис. 2.1(a)-(b). Если бы плотность состояний была полностью симметрична относительно замены электрон-дырка, как на рис. 2.1(a), тепловые квазичастицы состояли бы из равного числа электронов и дырок и, следовательно, градиент температуры не мог бы индуцировать электрический ток. Ненулевой термоиндуцированный электрический ток течет только благодаря небольшой электрон-дырочной асимметрии, которая приводит к ненулевой разнице между электронными и дырочными термоиндуцированными токами, см. рис. 2.1(b).

Теперь рассмотрим сверхпроводник. Он имеет щель в плотности состояний (DOS) на поверхности Ферми, см. рис. 2.1(d), приводящую к сильной зависимости DOS вблизи уровня Ферми от энергии квазичастицы. Просуммированная по спину DOS по-прежнему симметрична относительно энергии Ферми, поэтому нет никакой выгоды в коэффициенте Зеебека по сравнению со случаем нормального металла. Для простоты здесь мы пренебрегаем слабой электрон-дырочной асимметрией нормального металла, которая показана на рис. 2.1(b). Однако, если мы каким-то образом сдвигаем середину щели относительно уровня Ферми, то получаем гигантскую электрон-дырочную асимметрию DOS вблизи уровня Ферми из-за сильной зависимости от энергии DOS сверхпроводника.

Этот план можно реализовать, если приложить к сверхпроводнику зеемановское поле. Это можно сделать либо поместив тонкую сверхпроводящую пленку в параллельное магнитное поле либо в гибридной S/F структуре. Тогда DOS расщепляется по спину и середины щелей в каждой спиновой подзоне сдвигаются в противоположных направлениях по отношению к уровню Ферми, см. рис. 2.1(e). При этом в каждой из спиновых подзон по отдельности генерируется термоиндуцированный электрический ток из-за сильной асимметрии частица-дырка. В одной из подзон он переносится электронами, а в другой - дырками. Эти электрические токи полностью компенсируют друг друга. Однако, оба типа квазичастиц несут одинаковый спин. Поэтому зеемановски расщепленный сверхпроводник в присутствии градиента температуры поддерживает чисто спиновый квазичастичный ток. Величина этого спинового тока по сравнению со случаем несверхпроводящего ферромагнитного металла очень велика благодаря тому, что практически все существующие квазичастицы переносят одинаковый спин в одном направлении и, следовательно, малый параметр T/ε_F в данном случае отсутствует. Этот эффект на-

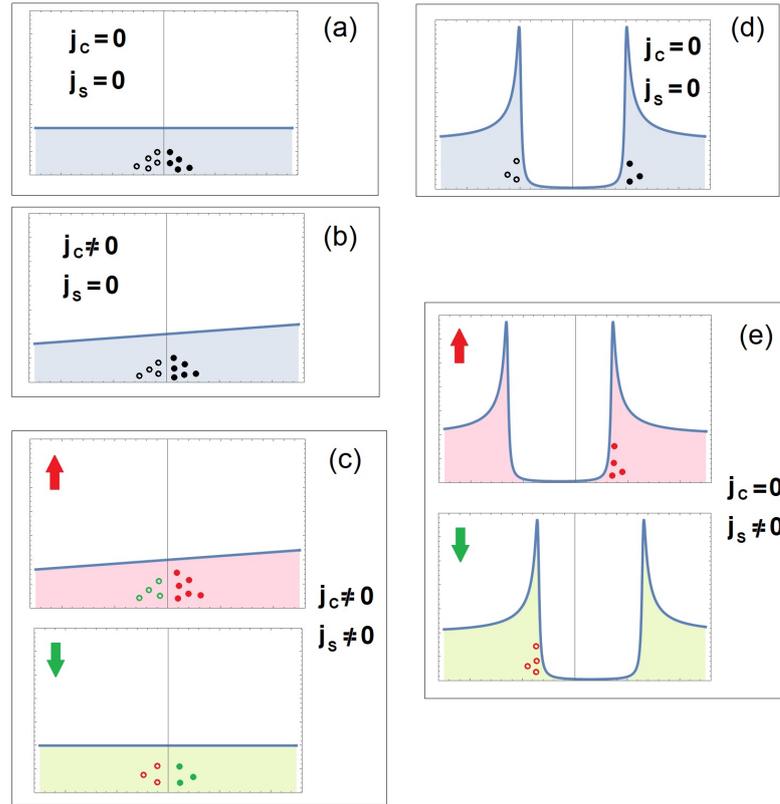


Рис. 2.1: Каждая из панелей представляет локальную плотность состояний (DOS) как функцию энергии квазичастицы, которая отсчитывается от энергии Ферми. Показано заполнение этой плотности состояний электроно-подобными квазичастицами (закрашенные кружки) и дырочно-подобными квазичастицами (незакрашенные кружки) на горячем конце образца. (a) Полностью электрон-дырочно симметричная DOS; (b) Асимметричная DOS в нормальном состоянии. Из-за асимметрии DOS число электроно-подобных квазичастиц превосходит число дырочно-подобных квазичастиц и, таким образом, полный электрический ток становится ненулевым; (c) Две различные спиновые подзоны в металлическом ферромагнетике. Квазичастицы со спином вверх обозначены красным, а квазичастицы со спином вниз - зеленым. Полное число квазичастиц со спином вверх и вниз различно и, следовательно, электрический ток сопровождается спиновым током. (d) DOS в сверхпроводнике в отсутствие спинового расщепления. На поверхности Ферми открывается щель. (e) Расщепленная по спину DOS в сверхпроводнике. Видно, что из-за наличия асимметричной относительно уровня Ферми щели в каждой спиновой подзоне электроно-подобные квазичастицы есть только в подзоне со спином вверх, а дырочно-подобные - в подзоне со спином вниз. Все эти квазичастицы несут одинаковый спин вверх.

зывается гигантский спин-зависящий эффект Зеебека или гигантский термоспиновый эффект.

Гигантский спин-зависящий эффект Зеебека позволяет инжектировать термоиндуцированный спиновый ток через границу сверхпроводник/нормальный металл. Более того, если туннельный барьер на границе является спин-фильтрующим, т.е. имеет разные кондактансы для спина вверх и вниз, этот спиновый ток сопровождается термо-

индуцированным электрическим током. Причина этого состоит в том, что термоиндуцированные квазичастицы из подзоны со спином вверх (электроны) и из подзоны вниз (дырки) имеют разные вероятности протуннелировать сквозь барьер. Поэтому электронные и дырочные токи не точно компенсируются. Это называется гигантский термоэлектрический эффект или гигантский эффект Зеебека. Он был предсказан теоретически [31, 32] и наблюдался экспериментально [34, 35].

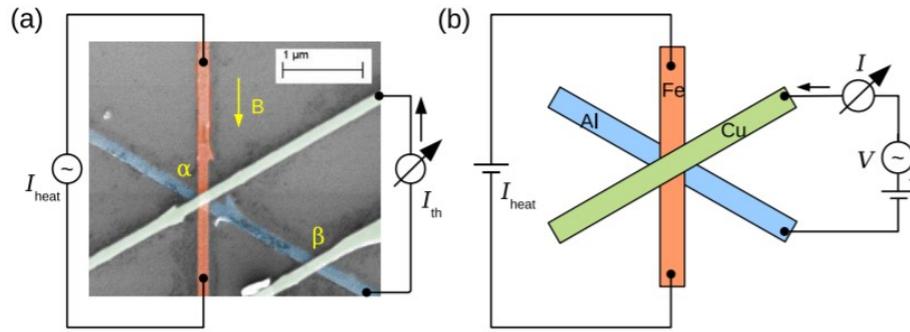


Рис. 2.2: Схема измерения гигантского термоэлектрического эффекта. (а) Изображение образца в сканирующем туннельном микроскопе, также показана схема измерительной цепи и схема цепи нагрева ферромагнетика, который служит спин-фильтрующим барьером между N и S электродами и одновременно пропускаемый по нему ток создает необходимую разность температур между ними. (б) Схема экспериментального образца. Заимствовано из [34].

Рис. 2.2 демонстрирует схему системы, в которой был наблюден гигантский термоэлектрический эффект. Расщепленная по спину DOS создавалась в тонкой полоске сверхпроводящего Al путем приложения параллельного магнитного поля. Спин-фильтрующий барьер изготовлен из Fe. Он нагревается путем пропускания тока I_{heat} . Напряжение Зеебека измеряется между сверхпроводящим Al и нормальным Cu электродами. Был получен коэффициент Зеебека порядка $0.1 mV/K$, что сравнимо с его величиной в магнитных полупроводниках при много более высоких температурах и значительно превышает типичные значения коэффициента Зеебека для металлов, которые имеют порядок нескольких $\mu V/K$ при комнатной температуре и пренебрежимо малы при низких температурах.

2.1. Слабозатухающий термоиндуцированный спин в зеемановски расщепленных сверхпроводниках

В данном разделе построена теория, описывающая генерацию неравновесного спинового сигнала в сверхпроводниках с зеемановским расщеплением из бесспинового (теплового) неравновесия. Длина релаксации такого спинового сигнала доходит до величины несколько микрон, что сильно превышает ее значения в нормальных металлах и

сверхпроводниках без зеемановского расщепления. Результаты получены в соавторстве с А.М. Бобковым и опубликованы в работах [P6] и [P7] из списка публикаций автора по теме диссертации.

Часто спиновые сигналы генерируются путем инжекции спин-поляризованных квазичастиц в нормальный или сверхпроводящий металл из ферромагнетика. В транспортных экспериментах [131,143,160] было продемонстрировано, что для тонких пленок Al в нормальном состоянии длина релаксации спина λ_N порядка 400 – 500 nm. Также экспериментально наблюдалось, что длина спиновой релаксации уменьшается при переходе Al в сверхпроводящее состояние [161].

Однако, после этого было продемонстрировано, что в зеемановски расщепленных сверхпроводящих пленках спиновые сигналы можно создать путем инжекции неполяризованных электронов. Такие спиновые сигналы распространяются на расстояния порядка нескольких μm [131–133,160]. В этих экспериментах длина спиновой релаксации значительно превышает сверхпроводящую длину когерентности, длину релаксации спина в нормальном состоянии и длину зарядовой релаксации. Кроме того, длина релаксации спинового сигнала растет с ростом приложенного магнитного поля, в то время как длина релаксации зарядового разбаланса только падает. Известно, что в отсутствие магнитного или обменного поля и при низких температурах основными механизмами спиновой релаксации являются упругое рассеяние на магнитных примесях и примесное спин-орбитальное рассеяние [161–165]. Для того, чтобы эти механизмы спиновой релаксации работали, должна существовать разница между функциями распределения для электронов с противоположными спинами. Далее было показано [P6] и [166], что для реалистичных параметров пленок длина релаксации спина по этим механизмам в зеемановски расщепленном сверхпроводнике не превышает ее значение в нормальном состоянии. Следовательно, релаксация слабозатухающего спинового сигнала, наблюдаемого в экспериментах, не может происходить по этим механизмам. Поэтому в данном разделе предлагается гипотеза, что для наблюдаемого спинового сигнала разница функций распределения для электронов с противоположными спинами отсутствует и строится соответствующая теория. Гипотеза основана на том, что поток квазичастиц, инжектируемых в сверхпроводник, сопровождается потоком энергии, который приводит к возбуждению в сверхпроводнике энергетической неравновесной моды. Наблюдаемый спиновый сигнал образуется путем заселения расщепленной по спину DOS квазичастицами этой неравновесной энергетической моды. Длина релаксации такого спинового сигнала определяется процессами энергетической релаксации. Роль упругих процессов релаксации спина сводится просто к тому, чтобы быстро выровнять функции распределения в обеих спиновых подзонах. Аналогичные результаты частично были получены независимо другими авторами в работах [166,167]. Развитая теория хорошо объясняет экспериментальные данные.

Из литературы известно [168,169], что процессы электрон-электронного рассеяния в Al при низких температурах происходят быстрее, чем процессы релаксации на фононах. В рамках этой модели мы показываем, что слабозатухающий спиновый сигнал можно естественным образом разделить на две части: из-за нетермализованного распределения квазичастиц и из-за термализованного перегретого распределения. Эти сигналы можно выделить экспериментально по их различным зависимостям от приложенного напряжения. Длина затухания нетермализованного сигнала определяется электрон-электронным рассеянием, перенормированным сверхпроводимостью. Длина затухания термализованного сигнала определяется длиной, на которой инжектированная энергия покидает электронную подсистему. В зависимости от конкретного дизайна образца она может определяться длиной электрон-фононной релаксации или геометрией, т.е. расстоянием между инжектором и тепловым резервуаром. В реальных системах эта длина может быть очень велика.

Далее обсудим рассматриваемую модель и качественное описание слабозатухающего спинового сигнала. Следуя экспериментам [131,132,160], мы рассматриваем систему, изображенную на рис. 2.3. Она состоит из тонкой сверхпроводящей пленки (S), перекрытой двумя электродами: инжектором (I) и детектором (D). Расстояние между ними L . Инжектор и детектор присоединены к пленке через туннельные контакты. Ток инжектируется в сверхпроводящую пленку через I. Этот электрод может быть как нормальным, так и ферромагнитным. Детектор должен быть ферромагнитным. В этом случае спиновый разбаланс в сверхпроводнике конвертируется на S/D границе в электрический ток. Для рассматриваемого здесь случая туннельного контакта ток I_D , который измеряет детектор, может быть вычислен как

$$I_D = G_D(\mu + P_D S) , \quad (2.4)$$

где $G_D = G_{\uparrow} + G_{\downarrow}$ суммарный кондактанс S/D границы и $P_D = (G_{\uparrow} - G_{\downarrow})/G_D$ ее поляризация. μ - сдвиг химпотенциала квазичастиц, который определяется зарядовым разбалансом. Второй член в скобках в уравнении (2.4) пропорционален локальной аккумуляции спина S в пленке в точке детектора. В эксперименте изучается так называемый нелокальный кондактанс, т.е. производная тока детектора по напряжению инжектора $g_{non} = dI_D/dV_I$. В дальнейшем мы интересуемся достаточно большими значениями L , на которых зарядовый разбаланс уже отрелаксировал: $\mu = 0$. В результате, мы считаем, что ток через детектор пропорционален S и фокусируемся на этой величине. В реальных экспериментах с зеемановски расщепленными сверхпроводниками зарядовый разбаланс действительно релаксирует значительно быстрее спинового [131,132,160]. Физически, основным источником низкотемпературной релаксации зарядового разбаланса является орбитальный эффект приложенного магнитного поля [166,170]. Магнитное поле приложено в плоскости пленки и параллельно ферромагнитным проволокам. В

нашей работе ось квантования выбрана вдоль магнитного поля, проволоки также намагничены вдоль этого направления.

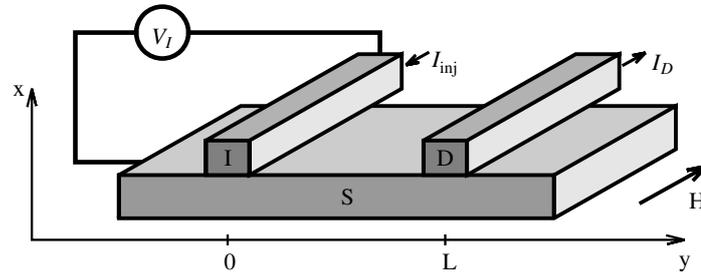


Рис. 2.3: Схема рассматриваемой системы.

Теперь обсудим качественную физику, лежащую за этими измерениями. Спиновый разбаланс, который генерируется соответствующей неравновесной модой спинового разбаланса и является причиной возникновения неравновесного спинового сигнала в нормальных металлах и сверхпроводниках без зеемановского расщепления, порождается разницей в функциях распределения электронов со спинами вверх и вниз. Таким образом, длина релаксации такого сигнала определяется масштабом, на котором эта разница исчезает. На первый взгляд, можно подумать, что зеемановское расщепление DOS в сверхпроводнике может сильно увеличить эту длину релаксации спинового разбаланса. Идея состоит в том, что в энергетическом окне зеемановского расщепления упругие процессы переворота спина не могут обеспечить релаксацию спинового разбаланса, т.е. выравнивание функций распределения в обеих спиновых подзонах. Причина состоит в том, что такие процессы блокируются отсутствием доступных состояний в одной из спиновых подзон [см. рис. 2.4(a)]. Однако, в нашей работе [P6] было получено, что этот механизм не работает (по крайней мере, для реальных значений скоростей упругой релаксации). Причина состоит в следующем. Настоящая энергетическая щель находится в энергетическом диапазоне от $-\Delta + h$ до $\Delta - h$ и одинакова для обеих спиновых подзон, где Δ параметр порядка в пленке и h - зеемановское поле. В окне зеемановского расщепления щель отсутствует. Из-за упругих процессов переворота спина DOS перераспределяется между спиновыми подзонами [см. рис. 2.4(b)]. Следовательно, упругие процессы переворота спина в энергетическом окне зеемановского расщепления не блокированы и быстрые процессы переворота спина успешно компенсируют разницу между функциями распределения в этом диапазоне энергий, как показано на рис. 2.4(c). В результате этого инжектированный спиновый разбаланс релаксирует в зеемановски расщепленном сверхпроводнике даже быстрее, чем в нормальном состоянии.

Тем не менее, глядя на рис. 2.4(c), можно понять, что неравновесный спин все еще присутствует в сверхпроводнике, несмотря на равные функции распределения для обоих спинов. Это происходит из-за различия в DOS в разных спиновых подзонах. В самом

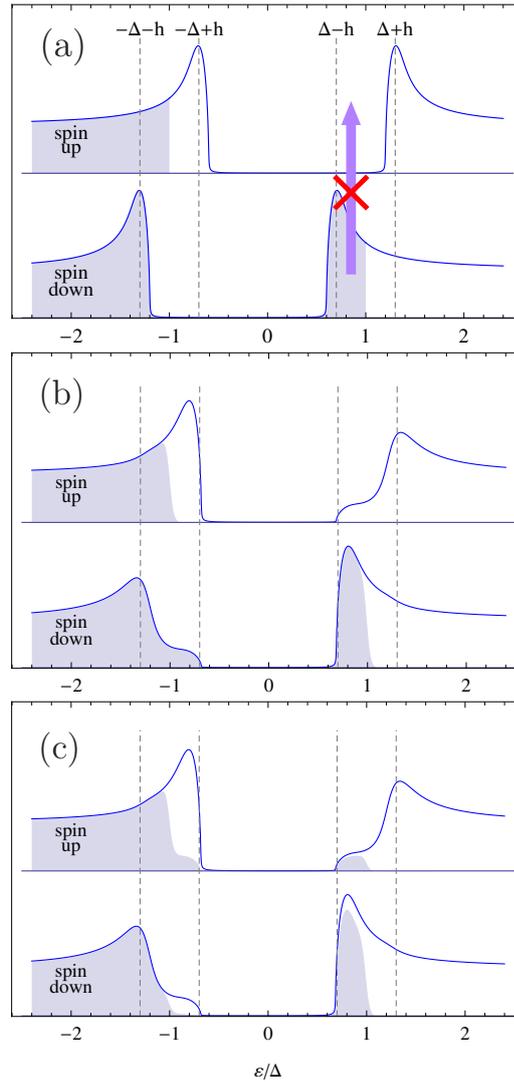


Рис. 2.4: Схематичное изображение DOS земановски расщепленного сверхпроводника как функция энергии. Заполнение состояний электронами также показано (закрашено серым). (a) При вычислении DOS учитывалось только земановское расщепление. В энергетическом окне земановского расщепления для каждой спиновой подзоны присутствует четкая щель. Разница между функциями распределения для спина вверх и вниз не равна нулю, но упругие процессы переворота спина блокированы. (b) При вычислении DOS учтено рассеяние на магнитных примесях и спин-орбитальное рассеяние. Процессы переворота спина не блокированы. Показано начальное распределение электронов с разными уровнями заполнения для двух спинов (спиновым разбалансом). (c) то же самое, что и на панели (b), но функции распределения для двух спинов уже сравнялись из-за упругих процессов переворота спина.

деле, поток квазичастиц, который инжектируется в сверхпроводник, сопровождается потоком энергии, создающим неравновесную энергетическую моду. Наблюдаемый слаботухающий спиновый сигнал есть просто результат неравновесного, но независящего от спина, заполнения расщепленной DOS, т.е. конверсия энергии в спин. Такой сигнал можно создать даже при инжекции из нормального электрода, что и было подтвержде-

но экспериментально [132].

Следует подчеркнуть, что различие в DOS для двух спиновых подзон само по себе недостаточно для создания спинового сигнала. Нужно еще и нарушить симметрию частица-дырка для каждой спиновой подзоны. Иначе неравновесный спин исчезнет после интегрирования по энергии в каждой из этих подзон (напомним, что электронные и дырочные квазичастицы в одной спиновой подзоне имеют противоположный спин). Как уже упоминалось, зеемановское расщепление в сверхпроводниках нарушает симметрию частица-дырка в каждой из спиновых подзон по отдельности (суммарно для двух подзон она сохраняется). Следовательно, для зеемановски расщепленного сверхпроводника выполняются оба условия конверсии закачанной энергии в спин. В отличие от этого, в ферромагнитных металлах присутствует существенное расщепление DOS на уровне Ферми по спину, но электрон-дырочная асимметрия очень мала. Таким образом, если неравновесную энергетическую моду создать в ферромагнитном металле, сопотствующий спиновый сигнал должен быть очень мал.

Слабозатухающий спиновый сигнал рассматриваемого типа естественным образом делится на две части: из-за нетермализованных и из-за термализованных электронов, как уже упоминалось выше. Первая часть сигнала из-за нетермализованных электронов всегда присутствует вблизи инжектора, где инжектированные высоко-энергетические электроны еще не могут быть описаны функцией Ферми, отвечающей определенной температуре. Как будет показано ниже, эта часть сигнала как функция напряжения инжекции V_I имеет типичную форму с одним пиком примерно на $V_I \approx \Delta - h$. Основной процесс, обеспечивающий термализацию электронов - электрон-электронное рассеяние. Поэтому длина затухания этой части сигнала определяется скоростью электрон-электронного рассеяния, с учетом перенормировки сверхпроводимостью.

Вторая часть сигнала возникает из-за перегрева электронной подсистемы. Она определяется разницей между эффективными электронными температурами сверхпроводника и детектора. Форма этого сигнала напрямую отражает зависимость температуры электронного перегрева от напряжения инжекции: $T_e(V_I)$. В свою очередь, $T_e(V_I)$ определяется плотностью состояний в сверхпроводнике. Она имеет два скачка при $V_I \approx \Delta \pm h$. Как следствие, измеряемый нелокальный кондактанс $g_{non} = dI_D/dV_I$ тоже проявляет двухпиковую форму, где пики расположены на этих напряжениях. Эти два пика хорошо видны в нелокальном кондактансе, если когерентные пики сверхпроводящей DOS хорошо выражены. Следует подчеркнуть, что этот вклад как раз и представляет собой термоспиновый эффект в чистом виде.

Длина релаксации этого теплового вклада в сигнал определяется масштабом, на котором электронная температура релаксирует к своему равновесному значению. В зависимости от конкретного дизайна этот масштаб может задаваться длиной электрон-фононной релаксации или расстоянием между инжектором и тепловым резервуаром.

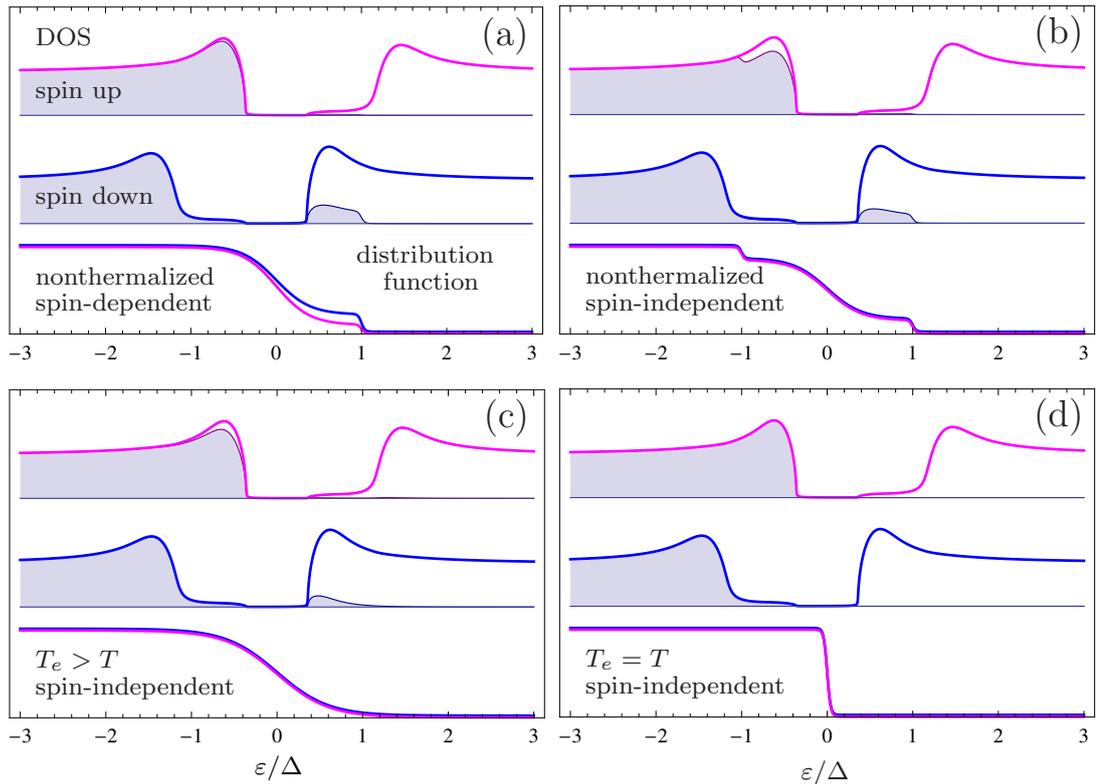


Рис. 2.5: Пространственная эволюция функции распределения, см. текст. Также показана DOS в сверхпроводнике, заполненная квазичастицами в соответствии с функцией распределения (заполненные состояния закрашены серым).

Второй вариант может реализоваться, если обменом теплом с фоновой подсистемой можно пренебречь и тепловой транспорт контролируется градиентом температуры. Ниже показано, что этот сценарий в большей степени релевантен для существующих низко-температурных экспериментов с пленками сверхпроводящего Al. С другой стороны, если исключить отток тепла в резервуар, длина релаксации, которая определяется электрон-фононной релаксацией, может стать очень большой.

Полный измеренный нелокальный кондактанс содержит оба типа сигналов. В эксперименте обычно виден выраженный пик при $V_I \approx \Delta - h$, который происходит от обоих вкладов. Второй пик при $V_I \approx \Delta + h$ дается только термализованными перегретыми электронами. Он может отсутствовать, если когерентные пики DOS в сверхпроводнике достаточно сильно размыты из-за действия различных распаривающих факторов (в первую очередь, из-за орбитального эффекта приложенного магнитного поля) или если перегрев электронной подсистемы мал, или если детектор тоже перегрет. Из сказанного очевидно, что пики при $V_I \approx \Delta - h$ и при $V_I \approx \Delta + h$ должны иметь различные скорости релаксации. Первый релаксирует на длине электрон-электронной релаксации, а релаксация второго определяется длиной, на которой электронная система охлаждается.

Из литературы известно [168, 169], что электрон-электронная релаксация в Al при низких температурах происходит быстрее, чем электрон-фононная релаксация. По этой причине в нашей задаче есть четкая иерархия пространственных масштабов. Самыми короткими масштабами являются сверхпроводящая длина когерентности, длина упругих процессов переворота спина λ_s и длина зарядовой релаксации (сотни нанометров). Следующий масштаб - длина электрон-электронной релаксации λ_{e-e} , перенормированная сверхпроводимостью, приложенным магнитным полем и электронным перегревом (порядка нескольких микрон). Самым большим пространственным масштабом является длина L_h , на котором электронная подсистема охлаждается.

Пространственная эволюция функции распределения схематично показана на рис. 2.5. Функция распределения электронов вблизи инжектора расщеплена по спину [см. рис. 2.5(a)]. Кроме того, она нетермализована. На расстояниях $\sim \lambda_s$ она выравнивается для двух спиновых подзон, как это показано на панели (b) рис. 2.5. Кроме того, она становится частично-дырочно симметричной, т.к. инжектированный заряд уже отрелаксировал. Далее, на расстояниях $\sim \lambda_{e-e}$ функция распределения термализуется, как показано на рис. 2.5(c). И, электронная подсистема охлаждается на расстоянии $\sim L_h$, как показано на панели (d).

Из-за наличия этой иерархии масштабов второй пик в нелокальном кондактансе при $V_I \approx \Delta + h$ затухает более медленно, чем первый пик при $V_I \approx \Delta - h$. Этот вывод находится в согласии с экспериментальными результатами [133].

Далее наша цель состоит в том, чтобы построить количественную теорию рассмотренных эффектов. Как уже говорилось выше, мы фокусируемся на величине неравновесной спиновой аккумуляции S . Через квазиклассическую келдышевскую гриновскую функцию эта величина вычисляется как $S = - \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \text{Tr} [\tau_3 \sigma_3 (\check{g}^K - \check{g}_{eq}^K)] / 16$. Здесь \check{g}_{eq}^K обозначает келдышевскую компоненту гриновской функции в равновесии. Сверхпроводник предполагается диффузным, поэтому матричная гриновская функция подчиняется уравнению Узаделя. В рассматриваемом случае оно имеет вид

$$D \hat{\partial}_y (\check{g} \hat{\partial}_y \check{g}) + [\check{\Lambda} - \check{\Sigma}_{so} - \check{\Sigma}_{mi} - \check{\Sigma}_{e-e} - \check{\Sigma}_{e-ph}, \check{g}] = 0. \quad (2.5)$$

Здесь $\check{\Lambda} = i(\varepsilon \tau_3 - h \sigma_3 \tau_3 - \Delta i \tau_2)$, $h = \mu_B H + h_{int}(H)$ зеемановское поле. В данной задаче предполагается, что есть два источника зеемановского поля в пленке: первый вклад вызван приложенным внешним полем H , а второй представляет собой эффективное внутренне поле $h_{int}(H)$, которое может быть индуцировано в пленке, если она выращена на ферромагнитном изоляторе. В реальной экспериментальной ситуации внутреннее обменное поле зависит от приложенного магнитного поля [133]. В наших расчетах мы моделируем эту зависимость простой формулой $h_{int}(H) = 0.4 \Delta_0 \tanh[\mu_B H / 0.08 \Delta_0]$, где Δ_0 значение параметра порядка в пленке при нулевой температуре и при отсутствии

магнитного поля и контакта с ферромагнитным изолятором. Эта модель неплохо описывает экспериментальные данные [133], а точный закон $h_{int}(H)$ не оказывает качественного влияния на наши результаты.

$\hat{\partial}_y$ - это матрица в частично-дырочном пространстве, которая учитывает подавление сверхпроводимости орбитальным эффектом магнитного поля. Для произвольной матрицы \check{G} в частично-дырочном пространстве $\hat{\partial}_y \check{G} = \partial_y \check{G} - (ie/c)(Hx + A_0) [\tau_3, \check{G}]$, где x - координата вдоль нормали к пленке. Уравнение (2.5) должно быть дополнено условием нормировки $\check{g}^2 = 1$.

Члены $\check{\Sigma}_{so} = \tau_{so}^{-1}(\sigma \check{g} \sigma)$ и $\check{\Sigma}_{mi} = \tau_{mi}^{-1}(\sigma \tau_3 \check{g} \sigma \tau_3)$ в уравнении (2.5) описывают упругие процессы релаксации спина за счет спин-орбитального рассеяния на примесях и рассеяния на магнитных примесях, соответственно [164, 171, 172]. Здесь мы рассматриваем только изотропное рассеяние на магнитных примесях. Члены $\check{\Sigma}_{e-e}$ и $\check{\Sigma}_{e-ph}$ описывают электрон-электронную и электрон-фононную релаксацию, соответственно.

Предполагается, что границы сверхпроводника с инжектором и детектором туннельные. Поэтому в главном (нулевом) порядке по прозрачностям этих границ запаздывающие, опережающие функции Грина и параметр порядка в сверхпроводнике равны своим значениям в пленке без инжектора и детектора. Гриновские функции можно представить в форме $\check{g}^R = g_0^R \tau_3 + g_t^R \sigma_3 \tau_3 + f_0^R i \tau_2 + f_t^R \sigma_3 i \tau_2$. Стоит подчеркнуть, что в рассматриваемой задаче гриновские функции по-прежнему остаются диагональными матрицами в спиновом пространстве, несмотря на наличие процессов переворота спина. Поэтому для них удобно использовать т.н. θ -параметризацию [173], которая автоматически удовлетворяет условию нормировки: $g_{0,t}^R = (\cosh \theta_+ \pm \cosh \theta_-)/2$ and $f_{0,t}^R = (\sinh \theta_+ \pm \sinh \theta_-)/2$. Опережающая функция Грина выражается через запаздывающую как $\check{g}^A = -\check{g}^{R*}$.

Мы предполагаем, что толщина пленки в направлении x меньше, чем сверхпроводящая длина когерентности. Тогда θ_{\pm} не зависит от x . Интегрируя уравнение Узаделя (2.5) для запаздывающей функции Грина по толщине пленки d вдоль x -координаты, можно получить, что θ_{\pm} подчиняются следующему уравнению:

$$\begin{aligned} & (\varepsilon \mp h) \sinh \theta_{\pm} + \Delta \cosh \theta_{\pm} + Di \frac{e^2}{6c^2} H^2 d^2 \cosh \theta_{\pm} \sinh \theta_{\pm} \\ & \pm 2i\tau_{so}^{-1} \sinh(\theta_+ - \theta_-) + 2i\tau_{mi}^{-1} [\cosh \theta_{\pm} \sinh \theta_{\pm} + \sinh(\theta_+ + \theta_-)] = 0 . \end{aligned} \quad (2.6)$$

Здесь третий член описывает орбитальное распаривание сверхпроводимости. Обычно им можно пренебречь для тонких пленок в параллельном магнитном поле. Однако, оценки показывают, что для магнитных полей порядка 1-2 Т, которые прикладываются в эксперименте, орбитальное распаривание может даже превосходить все остальные распаривающие факторы (спин-орбитальное рассеяние и рассеяние на магнитных примесях). По этой причине орбитальным членом нельзя пренебрегать в уравнении (2.6).

Δ вычисляется самосогласованно, учитывая его подавление приложенным полем,

внутренним обменным полем, а также распаривание из-за рассеяния на магнитных и спин-орбитальных примесях. Соответствующее уравнение самосогласования имеет вид:

$$\Delta = \int_{-\omega_D}^{\omega_D} \frac{d\varepsilon}{4} \Omega \sum_{\sigma} \text{Re} \sinh \theta_{\sigma} \tanh \frac{\varepsilon}{2T}. \quad (2.7)$$

Здесь Ω это безразмерная константа спаривания и ω_D дебаевская частота. В уравнении (2.7) функция распределения берется равновесной и, следовательно, подавление параметра порядка из-за неравновесности функции распределения не учитывается. Как показано ниже, функция распределения в пленке может быть представлена как $\varphi(\varepsilon) = \tanh(\varepsilon/2T_e) + \delta\varphi_{\varepsilon}$. Когда прозрачность I/S границы мала, второй член в этом выражении первого порядка по прозрачности и, следовательно, в главном (нулевом) порядке по прозрачности границы им можно пренебречь. Однако, температура перегрева электронной подсистемы не является аналитической функцией прозрачности. Поэтому, наше упрощение с использованием равновесной функции распределения в уравнении (2.7) строго верно только для малого перегрева электронной подсистемы. Когда перегрев растет, уравнение (2.7) недооценивает подавление параметра порядка.

Члены $\check{\Sigma}_{e-e}$ и $\check{\Sigma}_{e-ph}$, в принципе, также входят в уравнение (2.6) как дополнительные распаривающие факторы, но мы ими пренебрегаем, т.к. при низких температурах они пренебрежимо малы по сравнению с другими распаривающими факторами.

В работе [P7], следуя которой строится данная теория, приняты несколько другие обозначения для неравновесных мод, чем в Главе 1. Для удобства сравнения с работой будем следовать принятым в ней обозначениям. Тогда матричная структура функции распределения $\check{\varphi}$ имеет вид: $\check{\varphi} = (1/2)[\varphi_+^0 + \varphi_+^t \sigma_z + \varphi_-^0 \tau_z + \varphi_-^t \tau_z \sigma_z]$. Из сравнения с обозначениями, принятыми в Главе 1, видно, что $(1/2)\varphi_+^0 \equiv \tanh[\varepsilon/2T] + \varphi_L$ - сумма равновесного распределения и энергетической моды, $(1/2)\varphi_-^0 \equiv \varphi_T$ - зарядовый разбаланс, $(1/2)\varphi_+^t \equiv \varphi_{T,3}$ - спиновый разбаланс и $(1/2)\varphi_-^t \equiv \varphi_{L,3}$ - спин-энергетическая моды. Следовательно, в равновесии $\varphi_+^{0,eq} = 2 \tanh(\varepsilon/2T)$, а остальные компоненты $\check{\varphi}$ равны нулю. Неравновесная спиновая аккумуляция S через функцию распределения может быть записана следующим образом:

$$S = -\frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \left(\text{Re}[g_t^R](\varphi_+^0 - 2 \tanh \frac{\varepsilon}{2T}) + \text{Re}[g_0^R]\varphi_+^t \right). \quad (2.8)$$

следует отметить, что для зеэмановски расщепленного сверхпроводника триплетная часть нормальной гриновской функции g_t^R отлична от нуля, в то время как для $h = 0$ она обращается в нуль. Из-за этого неравновесная спиновая аккумуляция S в зеэмановски расщепленном сверхпроводнике может быть ненулевой даже в случае возбуждения только энергетической неравновесной моды.

Уравнения для функций распределения $\varphi_+^{0,t}$, входящих в выражение (2.8), могут быть выведены из (2.5) и имеют вид

$$D(\kappa_1 \partial_y^2 \varphi_+^0 + \kappa_2 \partial_y^2 \varphi_+^t) - \frac{(I_{\uparrow,e-e} + I_{\downarrow,e-e})}{2} - \frac{(I_{\uparrow,e-ph} + I_{\downarrow,e-ph})}{2} = 0, \quad (2.9)$$

$$D(\kappa_2 \partial_y^2 \varphi_+^0 + \kappa_1 \partial_y^2 \varphi_+^t) - K \varphi_+^t - \frac{(I_{\uparrow,e-e} - I_{\downarrow,e-e})}{2} - \frac{(I_{\uparrow,e-ph} - I_{\downarrow,e-ph})}{2} = 0 \quad (2.10)$$

Здесь $\kappa_1 = 1 + |g_0^R|^2 + |g_t^R|^2 - |f_0^R|^2 - |f_t^R|^2$ и $\kappa_2 = 2\text{Re}[g_0^R g_t^{R*} - f_0^R f_t^{R*}]$ описывают перенормировку коэффициента диффузии из-за сверхпроводимости. $K = K_{so} + K_{mi}$ отвечает за упругие процессы спиновой релаксации: спин-орбитальное рассеяние K_{so} и рассеяние на магнитных примесях K_{mi} , где отдельные вклады имеют вид

$$K_{so(mi)} = 8\tau_{so(mi)}^{-1} [\text{Re}(g_0^{R2} \mp f_0^{R2}) + |g_0^R|^2 \mp |f_0^R|^2 - \text{Re}(g_t^{R2} \mp f_t^{R2}) - (|g_t^R|^2 \mp |f_t^R|^2)] . \quad (2.11)$$

Интегралы столкновений $I_{\sigma,e-e}$ и $I_{\sigma,e-ph}$ в уравнениях (2.9)-(2.10) описывают электрон-электронные и электрон-фононные процессы релаксации. Они выражаются через соответствующие собственно-энергетические части следующим образом:

$$\hat{I}_{\substack{e-e \\ (e-ph)}} = \text{Tr}_2 [\check{\Sigma}^R \check{g}^K + \check{\Sigma}^K \check{g}^A - \check{g}^R \check{\Sigma}^K - \check{g}^K \check{\Sigma}^A], \quad (2.12)$$

где $\text{Tr}_2[\dots]$ означает след по частично-дырочному пространству и $\Sigma^{R,A,K} \equiv \Sigma_{e-e(e-ph)}^{R,A,K}$ для $I_{e-e(e-ph)}$. Из-за того, что для рассматриваемой задачи гриновская функция диагональна в спиновом пространстве, e-e и e-ph собственно-энергетические части и соответствующие интегралы столкновений также диагональны в спиновом пространстве: $\hat{I} = I_{\uparrow}(1 + \sigma_3)/2 + I_{\downarrow}(1 - \sigma_3)/2$.

Кинетические уравнения (2.9)-(2.10) должны быть дополнены граничными условиями на границе инжектора со сверхпроводником. Эти граничные условия получаются из граничных условий Куприянова-Лукичева [126], обобщенных на случай спин-фильтрующих границ [33, 174]. В главном порядке по прозрачности контакта мы пренебрегаем сверхпроводящим эффектом близости в инжекторе. В этом случае запаздывающие и опережающие гриновские функции в нем имеют тривиальную спиновую и частично-дырочную структуру: $\check{g}_I^{R,A} = \pm \tau_3$. Тогда граничные условия принимают вид

$$\check{g} \hat{\partial}_y \check{g} = -\frac{\check{G}}{2\sigma_s} [\check{g}, \check{g}_I] . \quad (2.13)$$

Если к инжектору приложено напряжение V_I относительно сверхпроводника, то кельдышевская гриновская функция в нем имеет вид $\check{g}_I^K = \tau_3(\varphi_{I+}^0 + \varphi_{I-}^0 \tau_3)$, где $\varphi_{I\pm}^0 = \tanh[(\varepsilon - V_I)/2T] \pm \tanh[(\varepsilon + V_I)/2T]$. Туннельная граница между инжектором и сверх-

проводником предполагается спин-поляризованной и описывается матрицей кондактанса $\check{G} = G_0 + G_t \tau_3 \sigma_z$. σ_s проводимость сверхпроводника.

В туннельном пределе поляризация инжектированного тока в основном определяется спиновой поляризацией туннельного кондактанса $P_I = G_t/G_0$. В экспериментах использовались как нормальные, так и ферромагнитные инжекторы. Здесь для простоты демонстрируются и обсуждаются только результаты для случая нормального инжектора с $P_I = 0$. Результаты для ферромагнитного инжектора качественно не отличаются, единственная разница состоит в том, что форма нелокального кондактанса слегка отклоняется от чисто антисимметричной относительно замены $V_I \rightarrow -V_I$ [P6], [166]. Это согласуется с экспериментальными результатами [131, 132].

Граничные условия для функции распределения при $y = 0$ получаются из келдышевской части уравнения (2.13). Для $\varphi_+^{0,t}$ они имеют вид:

$$\begin{aligned} \kappa_1 \partial_y \varphi_+^0 + \kappa_2 \partial_y \varphi_+^t + \frac{2G_0}{\sigma_s} \{ [\text{Reg}_0^R](\varphi_{I+}^0 - \varphi_+^0) - [\text{Reg}_t^R] \varphi_+^t \} + \\ \frac{2G_t}{\sigma_s} \{ [\text{Reg}_t^R](\varphi_{I-}^0 - \varphi_-^0) - [\text{Reg}_0^R] \varphi_-^t \} = 0. \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \kappa_2 \partial_y \varphi_+^0 + \kappa_1 \partial_y \varphi_+^t + \frac{2G_0}{\sigma_s} \{ [\text{Reg}_t^R](\varphi_{I+}^0 - \varphi_+^0) - [\text{Reg}_0^R] \varphi_+^t \} + \\ \frac{2G_t}{\sigma_s} \{ [\text{Reg}_0^R](\varphi_{I-}^0 - \varphi_-^0) - [\text{Reg}_t^R] \varphi_-^t \} = 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Следует отметить, что функции распределения φ_+ and φ_- подчиняются независимым кинетическим уравнениям, они связаны только через граничные условия и только в случае, если барьер на I/S границе спин-поляризован, т.е. если $P_I \neq 0$, как это видно из уравнений (2.14)-(2.15).

Как уже упоминалось выше, мы считаем, что упругие процессы переворота спина значительно быстрее, чем электрон-электронная и электрон-фононная релаксация, т.е. в задаче есть малый параметр $\tau_\epsilon^{-1}/K \ll 1$. Здесь τ_ϵ^{-1} характерное время электрон-электронной и электрон-фононной релаксации. Это приближение хорошо отвечает эксперименту. При выполнении этого условия решение уравнений (2.9)-(2.10) имеет вид

$$\begin{pmatrix} \varphi_+^0 \\ \varphi_+^t \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} -\frac{\kappa_2}{\kappa_1} \\ 1 \end{pmatrix} e^{-y/\lambda_s} + \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_+^0(y) \\ \tilde{\varphi}_+^t(y) \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

где $\lambda_s^{-2} = \kappa_1 K / D(\kappa_1^2 - \kappa_2^2)$. Первый член в уравнении (2.16) описывает быструю релаксацию функции распределения из-за упругих процессов релаксации спина. Второй член отвечает за медленную e-e и e-ph релаксацию к равновесной форме. В главном (нулевом) порядке по малому параметру τ_ϵ^{-1}/K этот член не зависит от спина, т.ч. $\tilde{\varphi}_+^t \sim (\tau_\epsilon^{-1}/K) \tilde{\varphi}_+^0$ - малая поправка первого порядка. Здесь хочется еще раз подчеркнуть роль упругих процессов переворота спина в рассматриваемой задаче. Хотя соот-

ветствующий масштаб и мал, упругие процессы переверота спина качественно влияют на результаты на любых расстояниях от инжектора, где функция распределения остается неравновесной. Дело в том, что DOS в сверхпроводнике зависит от спина. При этом условии электрон-электронное и электрон-фононное рассеяние делают функции распределения электронов разными для противоположных спинов, даже если для инжектированных электронов функция распределения от спина не зависит (инжекция из нормального металла). Именно быстрые упругие процессы спиновой релаксации усредняют функции распределения, убирая разницу между электронами с разными спинами.

Далее мы изучаем медленную e-e и e-ph релаксацию этой примерно независимой от спина функции распределения. Сначала обсудим электрон-электронный интеграл столкновений. Находясь вдали от области параметров, отвечающей стонеровской неустойчивости, мы пренебрегаем триплетным каналом электрон-электронного взаимодействия. В этом случае возможны следующие типы процессов: (i) в начальном состоянии электроны имеют одинаковые проекции спина на ось квантования, которые остаются неизменными после столкновения и (ii) в начальном состоянии электроны имеют разные проекции спина, которые опять остаются неизменными после столкновения. Каждый из процессов описывается определенным членом в интеграле столкновений:

$$J_{\sigma}^{(1)} = \int d\varepsilon' N_{\sigma}(\varepsilon) N_{\sigma}(\varepsilon + \omega) N_{\sigma}(\varepsilon') N_{\sigma}(\varepsilon' + \omega) [(\varphi_{\varepsilon+\omega} - \varphi_{\varepsilon})(1 - \varphi_{\varepsilon'} \varphi_{\varepsilon'+\omega}) - (\varphi_{\varepsilon'+\omega} - \varphi_{\varepsilon'})(1 - \varphi_{\varepsilon} \varphi_{\varepsilon+\omega})], \quad (2.17)$$

$$J_{\sigma}^{(2)} = \int d\varepsilon' N_{\sigma}(\varepsilon) N_{\sigma}(\varepsilon + \omega) N_{\bar{\sigma}}(\varepsilon') N_{\bar{\sigma}}(\varepsilon' + \omega) [(\varphi_{\varepsilon+\omega} - \varphi_{\varepsilon})(1 - \varphi_{\varepsilon'} \varphi_{\varepsilon'+\omega}) - (\varphi_{\varepsilon'+\omega} - \varphi_{\varepsilon'})(1 - \varphi_{\varepsilon} \varphi_{\varepsilon+\omega})], \quad (2.18)$$

где $N_{\sigma}(\varepsilon)$ DOS в сверхпроводнике, нормированная на N_F , DOS в нормальном состоянии на уровне Ферми. $N_{\sigma}(\varepsilon)$ вычисляется через запаздывающую гриновскую функцию как $N_{\sigma}(\varepsilon) = \text{Re}[g_{\sigma}^R(\varepsilon)]$. $\varphi_{\varepsilon} \equiv \varphi_{+}^0(\varepsilon)$ функция распределения. Она предполагается независимой от спина, как это обсуждалось выше. В равновесии $\varphi_{+,eq}(\varepsilon) = 2 \tanh(\varepsilon)/2T$.

Двухчастичный интеграл столкновений можно записать как: [175]

$$I_{\sigma,e-e}(\varepsilon) = \sum_{p=1,2} \int \frac{d\omega}{2\pi N_F} d\varepsilon' K_p(\omega) J_{\sigma}^{(p)}(\varepsilon, \omega), \quad (2.19)$$

где $K_p(\omega)$ ядро, описывающее силу электрон-электронной релаксации в соответствующем канале. Во-первых, $K_p(\omega)$ не зависит от спина, т.к. отвечают синглетным процессам. Во-вторых, $K_1(\omega) = K_2(\omega)$ из-за того, что мы не учитываем Ферми-жидкостную константу, отвечающую за взаимодействие в триплетном канале. Кроме того, для простоты мы предполагаем, что область взаимодействия короче, чем длина свободного

пробега l , поэтому с точки зрения интеграла столкновений динамика электронов может рассматриваться как баллистическая. В этом случае ядро K не зависит от ω [176]. Однако, все результаты можно обобщить и для случая диффузной динамики.

Следует отметить, что уравнения (2.17)-(2.19) не учитывают все возможные процессы электрон-электронной релаксации. Хотя перенормировка DOS из-за сверхпроводимости полностью учтена, взаимодействие инжектированных квазичастиц со сверхпроводящим конденсатом не учитывается. Электрон-электронный интеграл для сверхпроводящего состояния в общем виде был найден в [177]. Общее рассмотрение электрон-электронного взаимодействия довольно громоздко, но уже наша простая модель дает результаты, которые находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными. Это происходит потому, что мы интересуемся случаем достаточно низких напряжений инжекции порядка щели в спектре сверхпроводника. При таких напряжениях в низкотемпературном режиме перенормировка DOS наиболее существенна: она позволяет учесть, что число квазичастиц, которые появляются выше щели и, следовательно, доступны для столкновений, экспоненциально мало.

Чтобы продвинуться дальше, мы линеаризуем интеграл столкновений по отклонению функции распределения от термализованного распределения $\delta\varphi_+(\varepsilon) = \varphi_+(\varepsilon) - 2 \tanh(\varepsilon/2T_e)$. Здесь $T_e \equiv T_e(V_I, y) > T$ эффективная температура электронной подсистемы. В результате получаем следующее выражение

$$\begin{aligned}
J_\sigma^{(1)} = & \int d\varepsilon' N_\sigma(\varepsilon + \omega) N_\sigma(\varepsilon') N_\sigma(\varepsilon' + \omega) N_\sigma(\varepsilon) \times \\
& \left\{ \delta\varphi_\varepsilon \left[\tanh \frac{\varepsilon + \omega}{2T_e} \left(\tanh \frac{\varepsilon' + \omega}{2T_e} - \tanh \frac{\varepsilon'}{2T_e} \right) - 1 + \tanh \frac{\varepsilon'}{2T_e} \tanh \frac{\varepsilon' + \omega}{2T_e} \right] + \right. \\
& \delta\varphi_{\varepsilon+\omega} \left[\tanh \frac{\varepsilon}{2T_e} \left(\tanh \frac{\varepsilon' + \omega}{2T_e} - \tanh \frac{\varepsilon'}{2T_e} \right) + 1 - \tanh \frac{\varepsilon'}{2T_e} \tanh \frac{\varepsilon' + \omega}{2T_e} \right] + \\
& \delta\varphi_{\varepsilon'} \left[\tanh \frac{\varepsilon' + \omega}{2T_e} \left(\tanh \frac{\varepsilon}{2T_e} - \tanh \frac{\varepsilon + \omega}{2T_e} \right) + 1 - \tanh \frac{\varepsilon}{2T_e} \tanh \frac{\varepsilon + \omega}{2T_e} \right] + \\
& \left. \delta\varphi_{\varepsilon'+\omega} \left[\tanh \frac{\varepsilon'}{2T_e} \left(\tanh \frac{\varepsilon}{2T_e} - \tanh \frac{\varepsilon + \omega}{2T_e} \right) - 1 + \tanh \frac{\varepsilon}{2T_e} \tanh \frac{\varepsilon + \omega}{2T_e} \right] \right\}, \quad (2.20)
\end{aligned}$$

$J_\sigma^{(2)}$ можно получить из уравнения (2.20) подстановкой $N_\sigma(\varepsilon') N_\sigma(\varepsilon' + \omega) \rightarrow N_{\bar{\sigma}}(\varepsilon') N_{\bar{\sigma}}(\varepsilon' + \omega)$.

Наша основная цель состоит в том, чтобы вычислить нелокальный кондактанс $g_{nl} = dI_D/dV_I$. Для этого нам нужна только производная $d\varphi_+^0/dV_I$, согласно уравнению (2.8). При низких температурах инжектора производную $d\delta\varphi_\varepsilon/dV_I$ можно разделить на сингулярный и регулярный вклады:

$$d\delta\varphi_\varepsilon/dV_I = \tilde{\varphi}_1(V_I)\delta(\varepsilon - V_I) + \tilde{\varphi}_2(-V_I)\delta(\varepsilon + V_I) + \varphi_{reg}. \quad (2.21)$$

Для сингулярной части электрон-электронный интеграл столкновений становится локальным по энергии или, другими словами, его можно рассматривать в τ -приближении. Соответствующее обратное время релаксации можно найти из уравнений (2.19)-(2.20), и оно принимает вид

$$\begin{aligned} \tau_{e-e,\sigma}^{-1} = & -\frac{\gamma_{e-e}(T_c)}{4T_c^2} \int d\omega d\varepsilon' N_\sigma(\varepsilon + \omega) N_\sigma(\varepsilon) \times \\ & (N_\sigma(\varepsilon') N_\sigma(\varepsilon' + \omega) + N_{\bar{\sigma}}(\varepsilon') N_{\bar{\sigma}}(\varepsilon' + \omega)) \times \\ & \left[\tanh \frac{\varepsilon + \omega}{2T_e} (\tanh \frac{\varepsilon' + \omega}{2T_e} - \tanh \frac{\varepsilon'}{2T_e}) - 1 + \tanh \frac{\varepsilon'}{2T_e} \tanh \frac{\varepsilon' + \omega}{2T_e} \right]. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Для предела нормального металла $N_\sigma(\varepsilon) \rightarrow 1$ и при низких температурах уравнение (2.22) принимает хорошо известный вид $\tau_{e-e}^{-1} = (\gamma_{e-e}(T_c)/T_c^2)\varepsilon^2$. В наших вычислениях мы полагаем $\tau_{e-e}(T_c) = 1\text{ns}$.

Мы предполагаем, что вкладом регулярной части нетермализованного распределения квазичастиц в нелокальный кондактанс φ_{reg} можно пренебречь по сравнению с вкладом сингулярной части. Тогда полный электрон-электронный интеграл столкновений в уравнении Eq. (2.9) можно рассматривать в τ -приближении:

$$I_{e-e,\sigma}(\varepsilon) = \frac{\delta\varphi_\varepsilon}{\tau_{e-e,\sigma}(\varepsilon)} \quad (2.23)$$

где $\tau_{e-e,\sigma}^{-1}$ определяется уравнением (2.22).

Предположение о доминировании сингулярной части может нарушаться в двух случаях: (i) для маленьких напряжений V_I , меньших напряжения щели. Однако, нелокальный кондактанс практически равен нулю в этой области из-за отсутствия плотности состояний, поэтому эта область напряжений незначительна; (ii) если электронная температура T_e сильно зависит от V_I . В этом случае наше τ -приближение описывает систему только качественно.

Типичная зависимость $\tau_{e-e,\sigma}^{-1}$, определяемая уравнением (2.22), от энергии квазичастицы имеет вид $\sim \varepsilon^2$ (также, как и в нормальном металле), но это справедливо начиная с энергии $\varepsilon \sim 3\varepsilon_g$, где ε_g спектральная щель в сверхпроводнике. Это естественно, т.к. для того, чтобы инжектированный электрон рассеялся на равновесном электроне, он должен иметь энергию больше, чем $3\varepsilon_g$. Для энергий, меньше чем $3\varepsilon_g$ $\tau_{e-e,\sigma}^{-1}$ экспоненциально падает с уменьшением температуры.

Следующий этап построения теории - вычислить температуру перегрева электронной подсистемы $T_e(y)$. Прежде всего, $T_e(y=0)$ входит в уравнение (2.22) для обратного времени электрон-электронной релаксации, а поэтому существенным образом влияет на длину релаксации нетермализованной части спинового сигнала. Во-вторых, разница $T_e(y) - T$ определяет тепловую часть спиновой аккумуляции.

$T_e(y)$ надо вычислять из уравнения теплового баланса. Это уравнение можно получить, если умножить кинетическое уравнение (2.9) на ε и проинтегрировать по энергии и по y -координате. Вклад электрон-электронного интеграла столкновений равняется нулю, т.к. этот член сохраняет полную энергию. Тогда уравнение теплового баланса принимает вид

$$\eta\Phi_I = \Phi(y) - \int_0^y dy \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon d\varepsilon \frac{I_{e-ph,\uparrow} + I_{e-ph,\downarrow}}{2}, \quad (2.24)$$

где

$$\Phi(y) = D \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon d\varepsilon [\kappa_1 \partial_y \varphi_+^0 + \kappa_2 \partial_y \varphi_+^t] \quad (2.25)$$

это тепловой поток на расстоянии y от инжектора и $\Phi_I = \Phi(y=0)$ тепловой поток при $y=0$. Этот инжектированный тепловой поток можно вычислить из граничного условия (2.14). $0 < \eta < 1$ безразмерный феноменологический параметр, учитывающий тот факт, что только часть инжектированного тепла распространяется вдоль алюминиевой полоски по направлению к детектору. В случае если система симметрична относительно точки инжектора и если нет обратного потока тепла в инжектор, то $\eta = 1/2$. Второй член в правой части уравнения (2.24) описывает утечку тепла в фононную подсистему.

Уравнение (2.24) надо дополнить граничным условием, которое зависит от конкретной модели охлаждения электронной подсистемы. Можно предположить, что все инжектированное тепло уходит в фононную подсистему. В этом случае граничное условие имеет вид $T_e(y) \rightarrow T$ при $y \rightarrow \infty$. Другой возможный сценарий состоит в том, что сверхпроводящая полоска находится в контакте с массивным резервуаром на расстоянии L_h от инжектора, т.е. часть тепла уходит в резервуар. Также тепловой поток может уходить в детектор. В реальной системе все эти каналы ухода тепла могут давать вклад, но мы рассматриваем случай, когда прозрачность границы между сверхпроводником и детектором мала, поэтому соответствующим тепловым потоком можно пренебречь.

Сначала оценим характерную длину электронного охлаждения из-за электрон-фононной релаксации. Электрон-фононный интеграл столкновений можно получить из общего выражения в терминах квазиклассических гриновских функций [178]. Для кинетического уравнения на функцию распределения φ_+ он имеет вид

$$I_{e-ph,\sigma} = \frac{\gamma_{e-ph}}{2T_c^3} \int d\varepsilon' (\varepsilon' - \varepsilon)^2 \text{sign}(\varepsilon' - \varepsilon) \times \\ 4 \left[\coth \frac{\varepsilon' - \varepsilon}{2T} (\varphi_+(\varepsilon) - \varphi_+(\varepsilon')) - \frac{1}{2} \varphi_+(\varepsilon) \varphi_+(\varepsilon') + 2 \right] \times \\ [\text{Reg}_\sigma^R(\varepsilon) \text{Reg}_\sigma^R(\varepsilon') - \text{Ref}_\sigma^R(\varepsilon) \text{Ref}_\sigma^R(\varepsilon')] \quad (2.26)$$

На расстояниях $y \gg \lambda_{e-e}$, которые представляют интерес при изучении электрон-фононной релаксации, функция распределения уже термализовалась: $\varphi_+ \approx 2 \tanh[\varepsilon/2T_e]$. В принципе, функция распределения φ_- тоже входит в электрон-фононный интеграл столкновений, но она затухает на длине зарядовой релаксации, которая даже меньше, чем λ_{e-e} , поэтому эту неравновесную моду можно не рассматривать в уравнении (2.26). В нормальном состоянии при низких температурах линеаризованная по отношению к $\varphi_+ - 2 \tanh[\varepsilon/2T]$ версия уравнения (2.26) дает хорошо известный результат $\tau_{e-ph,N}^{-1} = (\gamma_{e-ph}/T_c^3)\varepsilon^3$. В своих расчетах мы берем $\gamma_{e-ph}^{-1} = 100\text{ns}$. Это отвечает длине электрон-фононной релаксации в нормальном состоянии $\lambda_{e-ph}^N \approx 180\xi_0$, где $\xi_0 = \sqrt{D/\Delta_0}$ длина сверхпроводящей когерентности в рассматриваемой пленке при нулевой температуре. Обычно ξ_0 в сверхпроводящем алюминии порядка 100 – 200nm, поэтому λ_{e-ph}^N имеет порядок 20 – 30 микрон.

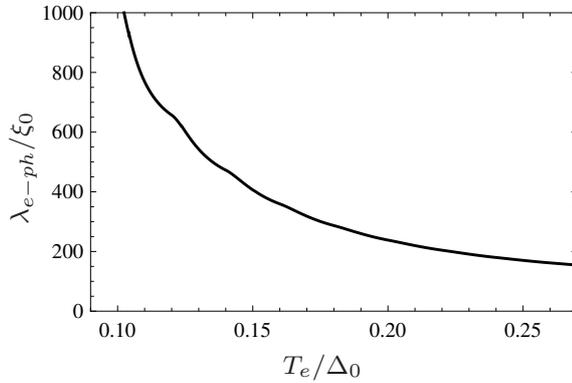


Рис. 2.6: λ_{e-ph} как функция электронной температуры $T_{e,0}$ при $y = 0$. $\tau_{so}^{-1} = \tau_{mi}^{-1} = 0.015\Delta_0$, $\mu_B H = 0.10\Delta_0$, $h_{int=0}$. Здесь и далее в данном разделе температура резервуаров и фононной подсистемы $T = 0.02\Delta_0$.

Используя уравнения (2.24), (2.26) и граничное условие $T_e(y) \rightarrow T$ при $y \rightarrow \infty$ мы численно считаем соответствующую длину λ_{e-ph} охлаждения электронной подсистемы. Стоит отметить, что спиновый сигнал S , вызванный перегретыми электронами, затухает неэкспоненциально. Это происходит из-за того, что эффективность обмена теплом между электронами и фононами падает по мере охлаждения электронной подсистемы и дальше электроны охлаждаются медленнее. Здесь длина электрон-фононной релаксации определяется как $\lambda_{e-ph} = -S/(dS/dy)$. Она представлена на рис. 2.6 как функция $T_{e,0} \equiv T_e(y = 0)$. Видно, что из-за перенормировки сверхпроводимостью эта длина имеет порядок сотен микрон. По этой причине в дальнейших расчетах мы рассматриваем другую модель электронного охлаждения, где сверхпроводящая полоска приведена в контакт с массивным резервуаром на расстоянии $\lambda_{e-e} \ll L_h \ll \lambda_{e-ph}$ от инжектора. Эта модель технически намного проще и позволяет пренебречь потоком тепла в фононную подсистему. В этом случае в уравнении (2.24) можно пренебречь членом I_{e-ph} и поток тепла примерно сохраняется: $\Phi(y) = const$. Тогда температуру электронного перегрева

$T_e(y)$ можно получить из уравнения:

$$2D \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon d\varepsilon \kappa_1(\varepsilon) \left[\tanh \frac{\varepsilon}{2T_e} - \tanh \frac{\varepsilon}{2T} \right] = \eta(y - L_h) \Phi_I. \quad (2.27)$$

Теперь мы можно перейти посредственно к вычислению спиновой аккумуляции. Как уже упоминалось выше, слабозатухающий спиновый сигнал можно разделить на две части: из-за нетермализованного распределения квазичастиц S_{nth} и из-за термализованного распределения квазичастиц S_{th} . Они описываются формулами:

$$S_{nth} = -\frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \operatorname{Re}[g_t^R] \delta\varphi_\varepsilon, \quad (2.28)$$

$$S_{th} = -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \operatorname{Re}[g_t^R] \left(\tanh \frac{\varepsilon}{2T_e} - \tanh \frac{\varepsilon}{2T} \right). \quad (2.29)$$

Вклад S_{th} можно вычислить напрямую из уравнения (2.29), зная температуру электронного перегрева T_e , а для того, чтобы получить S_{nth} , надо сначала вычислить нетермализованную часть функции распределения $\delta\varphi_\varepsilon$. Она определяется кинетическими уравнениями (2.9)-(2.10), где электрон-фононный член опущен, а электрон-электронный член берется в τ -приближении (2.23).

При этих условиях решение уравнений (2.9)-(2.10) в главном порядке по параметру τ_{e-e}^{-1}/K имеет вид

$$\begin{pmatrix} \delta\varphi_\varepsilon \\ \varphi_+^t \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} -\frac{\kappa_2}{\kappa_1} \\ 1 \end{pmatrix} e^{-y/\lambda_s} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\tau_{e-e}^{-1}\kappa_2}{K\kappa_1} \end{pmatrix} e^{-y/\lambda_{e-e}}, \quad (2.30)$$

где $\delta\varphi_\varepsilon = \varphi_+^0 - 2 \tanh \frac{\varepsilon}{2T_e}$, $\tau_{e-e}^{-1} = (1/2)(\tau_{e-e,\uparrow}^{-1} + \tau_{e-e,\downarrow}^{-1})$, and $\lambda_{e-e}^{-2} = \tau_{e-e}^{-1}/D\kappa_1$. Первый член в уравнении (2.30) совпадает с первым членом в уравнении (2.16) и описывает быструю релаксацию функции распределения из-за упругих процессов переворота спина. Сейчас нам интересен второй член, который дает нетермализованную часть функции распределения. Его спиновая часть φ_+^t мала, а независимую от спина компоненту $\delta\varphi_\varepsilon$ надо подставить в уравнение (2.28).

Константы α и β надо определять из граничных условий (2.14)-(2.15) на границе инжектор/сверхпроводник. В главном порядке по τ_e^{-1}/K и в главном порядке по

кондактансу I/S границы они имеют вид:

$$\beta = \frac{2\lambda_{e-e}}{\sigma_s \kappa_1} \left\{ G_0 [\text{Reg}_0^R] (\varphi_{I+}^0 - 2 \tanh \frac{\varepsilon}{2T_e}) + G_t [\text{Reg}_t^R] \varphi_{I-}^0 \right\} \quad (2.31)$$

$$\alpha = \frac{2\kappa_1 \lambda_s}{\sigma_s (\kappa_1^2 - \kappa_2^2)} \left\{ G_0 \left([\text{Reg}_t^R] - \frac{\kappa_2}{\kappa_1} [\text{Reg}_0^R] \right) \times \right. \\ \left. (\varphi_{I+}^0 - 2 \tanh \frac{\varepsilon}{2T_e}) + G_t \left([\text{Reg}_0^R] - \frac{\kappa_2}{\kappa_1} [\text{Reg}_t^R] \right) \varphi_{I-}^0 \right\} \quad (2.32)$$

Следует отметить, что для низких энергий меньше щели в спектре сверхпроводника эти выражения, полученные в первом порядке по кондактансу I/S границы, недостаточны. Точные выражения также можно получить из граничных условий (2.14)-(2.15). При вычислениях мы использовали точные выражения, но здесь они не приведены в силу громоздкости.

Далее, используя спектральные функции $g_{0,t}^R$, полученные из уравнения (2.6), электронную температуру T_e из уравнения (2.27) и функцию распределения $\delta\varphi_\varepsilon = \beta \exp(-y/\lambda_{e-e})$, можно вычислить неравновесную спиновую аккумуляцию S из уравнений (2.28) и (2.29). Далее обсуждаются результаты этого расчета.

Начнем с результатов для нетермализованного вклада в нелокальный кондактанс $g_{nth} = dS_{nth}/dV_I$. Эта величина представлена на рис. 2.7(c) и (d) как функция напряжения инжектора V_I . Панель (c) отвечает случаю отсутствия внутреннего обменного поля $h_{int} = 0$ в пленке, а панель (d) соответствует $h_{int} = 0.22\Delta_0$. Соответствующая усредненная по спину LDOS $N_0 = \text{Reg}_0^R$ и разница между LDOS для спинов вверх и вниз $N_\uparrow - N_\downarrow = \text{Reg}_t^R$ показаны на панелях (a) и (b) того же рисунка.

Результаты, представленные в левой и правой колонке, соответственно, отвечают примерно одинаковой степени зеемановского расщепления LDOS. Но, физически, для левой колонки это расщепление полностью обеспечивается внешним магнитным полем. Из-за достаточно большой величины этого поля DOS сильно размыта орбитальным эффектом поля. Для правой колонки большая часть зеемановского расщепления обеспечивается внутренним обменным полем ферромагнитного изолятора, на котором лежит сверхпроводящая полоска, поэтому орбитальное размытие мало и пики более выражены. Важно, что несмотря на эту разницу, нетермализованный вклад dS_{nth}/dV_I в обоих случаях проявляет только один пик. Т.е. зеемановское расщепление не проявляет себя в нетермализованной части сигнала. Это происходит потому, что $g_{nth}(V_I)$ пропорционален $(\text{Reg}_0^R \text{Reg}_t^R)/(\kappa_1 \lambda_{e-e}^{-1})|_{\varepsilon=V}$, как это видно из уравнений (2.28) и (2.31). Более того, форма обсуждаемого пика практически не зависит от того, как конкретно нетермализованные частицы распределяются по энергетическим уровням, и в основном определяется объемными свойствами сверхпроводника. Это строго верно только если мы пренебрегаем зависимостью $T_e(V_I)$. Если этой зависимостью пренебречь нельзя, то она существенно искажает форму пика.

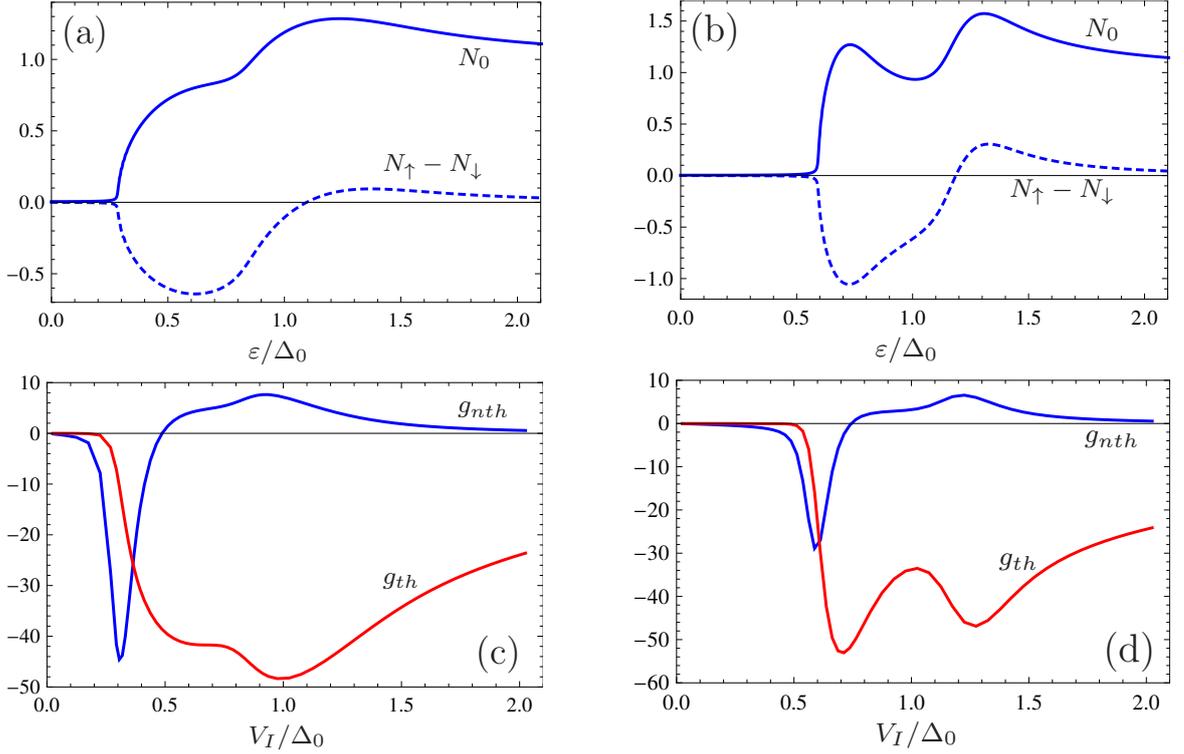


Рис. 2.7: (a) и (b) усредненная по спину LDOS N_0 (сплошная линия) и разница между LDOS для электронов со спинами вверх и вниз ($N_{\uparrow} - N_{\downarrow}$) (пунктир) для (a) $\mu_B H = 0.28$, $h_{int} = 0$ и (b) $\mu_B H = 0.05$, $h_{int} \approx 0.22$; (c) и (d) g_{nth} (синяя линия) and g_{th} (красная линия) как функции V_I для (c) $\mu_B H = 0.28$, $h_{int} = 0$ и (d) $\mu_B H = 0.05$, $h_{int} \approx 0.22$. Все энергии измеряются в единицах Δ_0 .

Теперь обсудим длину релаксации нетермализованного сигнала. Из-за его характерной формы с одним пиком наиболее информативной величиной, характеризующей длину релаксации этого сигнала, является площадь под областью пика. Можно построить ее как функцию L и из этих данных извлечь длину релаксации, как это сделано в эксперименте [131]. Зависимость полученной длины релаксации от приложенного поля представлена на рис. 2.8(a) для $\zeta = 1$. Определение параметра ζ и физический смысл остальных кривых на этом рисунке объясняются ниже. Поведение довольно похоже на наблюдаемое экспериментально [131, 132].

Согласно нашей теории такая форма зависимости длины релаксации от приложенного поля является типичной и является результатом ренормализации времени электрон-электронной релаксации из-за сверхпроводимости. Из-за наличия сверхпроводящей щели перенормированное значение τ_{e-e} очень чувствительно к величине электронной температуры T_e . Эта величина контролирует количество квазичастиц, которые появляются выше щели и, следовательно, доступны для столкновений. Соответствующая зависимость T_e представлена на рис. 2.8(b).

В всех случаях $T_e(V_I)$ растет монотонно. Видно, что T_e уменьшается с ростом поля при любых напряжениях выше спектральной щели. Причину этого можно понять

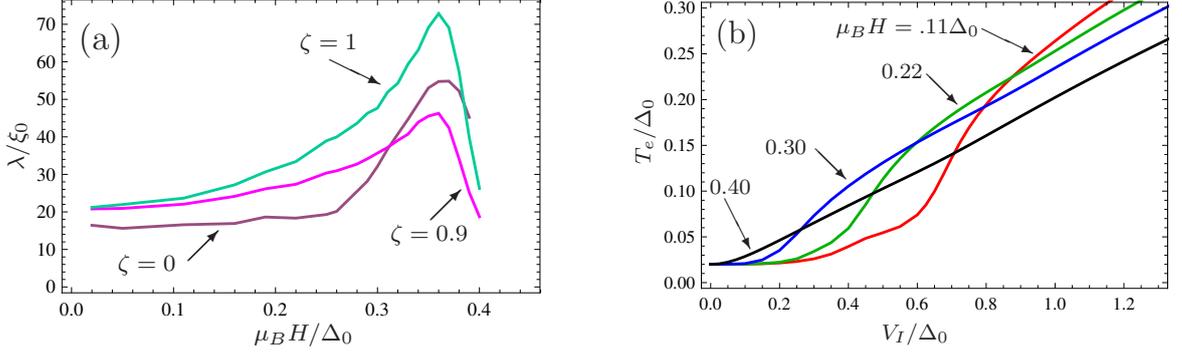


Рис. 2.8: (a) λ_{e-e} как функция приложенного поля ($\zeta = 1$) и длина релаксации суммарного сигнала $g_{nth} + g_{th}$ для различных значений феноменологического параметра ζ (см. текст); (b) $T_e(V_I)$ для различных приложенных полей. Для обеих панелей $\tau_{so}^{-1} = 0.02\Delta_0$, $\tau_{mi}^{-1} = 0.01\Delta_0$, $h_{int} = 0$, $L_h = 80\xi_0$, $G_0/\sigma_s\xi_0 = 0.002$.

так. Когда эффективная электронная температура меньше, чем спектральная щель, число равновесных квазичастиц выше щели должно быть экспоненциально мало. Но, с другой стороны, это число контролируется инжекцией. Следовательно, результирующая электронная температура очень чувствительна к величине щели. Спектральная щель уменьшается с ростом поля, поэтому эффективная температура тоже уменьшается. Кроме того, когда приложенное поле возрастает, характерные энергии, дающие основной вклад в кондактанс (они $\sim \Delta - h$), уменьшаются. Это означает, что пик в кондактансе формируется при более низких напряжениях, где $T_e(V_I)$ меньше. Эти две причины и определяют начальный рост λ_{e-e} от приложенного поля.

Финальное падение λ_{e-e} , которое видно на рис. 2.8(a), также наблюдалось экспериментально [131, 132]. Его можно объяснить тем, что при таких больших магнитных полях сверхпроводящая щель почти полностью подавляется, что резко увеличивает число квазичастиц выше щели. А это, в свою очередь, ведет к резкому увеличению электрон-электронной релаксации.

Вторая часть сигнала $g_{th} = dS_{th}/dV_I$ возникает из-за разницы электронных температур пленки и детектора. Эта величина как функция V_I представлена на рис. 2.7(c) и (d). Как уже упоминалось выше, типичная форма этого сигнала прямо связана с зависимостью температуры перегрева от напряжения инжекции. $T_e(V_I)$ проявляет два скачка при напряжениях $V_I \approx \Delta \pm h$, которые отвечают расщепленным пикам в сверхпроводящей LDOS. Действительно, поток квазичастиц в сверхпроводник резко растет при этих напряжениях. Следовательно, измеряемый нелокальный дифференциальный кондактанс dS_{th}/dV_I имеет два пика, локализованных на этих напряжениях. Эти пики можно четко пронаблюдать в нелокальном кондактансе только если зеемановское расщепление когерентных пиков в LDOS сверхпроводника хорошо выражено.

Можно ожидать, что для некоторых конфигураций системы детектор тоже нагревается из-за инжекции. В этом случае спиновый сигнал все еще определяется уравнением

(2.8) [или уравнением (2.29)], но $\tanh[\varepsilon/2T]$ следует заменить на $\tanh[\varepsilon/2T_D]$, где T_D температура детектора. Тогда термализованная часть сигнала может быть меньше или вообще отсутствовать. Мы моделируем эту возможность при помощи феноменологического параметра ζ как $T_D = T + (T_e - T)\zeta$. Т.е. $\zeta = 0$ если детектор полностью теплоизолирован от сверхпроводника, а $\zeta \rightarrow 1$ отвечает очень хорошему тепловому контакту между сверхпроводником и детектором. Например, они оба могут лежать на одной и той же теплопроводящей подложке и иметь с ней хороший тепловой контакт.

Т.к. величина dS_{th}/dV_I не имеет одного хорошо выраженного пика, вычислять здесь площадь под пиком не информативно. Более разумным представляется исследовать длину релаксации сигнала для заданного напряжения инжектора. Длина релаксации этого теплового вклада в сигнал контролируется масштабом, на котором электронная температура релаксирует к равновесному значению. В зависимости от конкретного дизайна образца он может определяться электрон-фононной длиной релаксации или расстоянием между инжектором и тепловым резервуаром. В рамках нашей модели утечкой тепла в фононную подсистему можно пренебречь и тепловой поток контролируется градиентом температуры. Однако, можно представить себе систему, где расстояние между инжектором и тепловым резервуаром очень велико. В этом случае длина релаксации dS_{th}/dV_I будет определяться длиной электрон-фононной релаксации и может быть очень велика, как уже обсуждалось выше.

В общем случае, полный измеряемый нелокальный кондактанс содержит вклады от сигналов обоих типов. Обычно он проявляет выраженный пик при $V_I \approx \Delta - h$, который образуется как из-за нетермализованных, так и из-за термализованных электронов. Второй пик при $V_I \approx \Delta + h$ дается только термализованными электронами. Полный кондактанс для $\zeta = 0$ (т.е. в случае, когда вклад термоэлектрического эффекта максимален) представлен на рис. 2.9(b). Длина релаксации полного кондактанса dS/dV_I в зависимости от V_I показана на рис. 2.9(c). Результаты приведены только для интервала V_I , начиная от положения первого пика и заканчивая примерно напряжениями второго пика. Для более низких и более высоких напряжений мы не можем корректно посчитать длину релаксации. Причина состоит в том, что для низких напряжений наше τ -приближение для электрон-электронной релаксации работает не очень корректно, а для более высоких напряжений T_e уже слишком велика и надо учитывать подавление параметра порядка этой температурой, чтобы правильно сосчитать длину релаксации.

Характерная особенность длины релаксации состоит в том, что она растет от напряжения инжекции. Причину можно понять следующим образом. При напряжениях меньше Δ в полном нелокальном кондактансе доминирует вклад от нетермализованной части, поэтому длина релаксации определяется электрон-электронными процессами. При больших напряжениях эта часть сигнала уже подавлена (см. рис. 2.7) и нелокальный кондактанс определяется вкладом перегретых электронов. Как уже обсуждалось

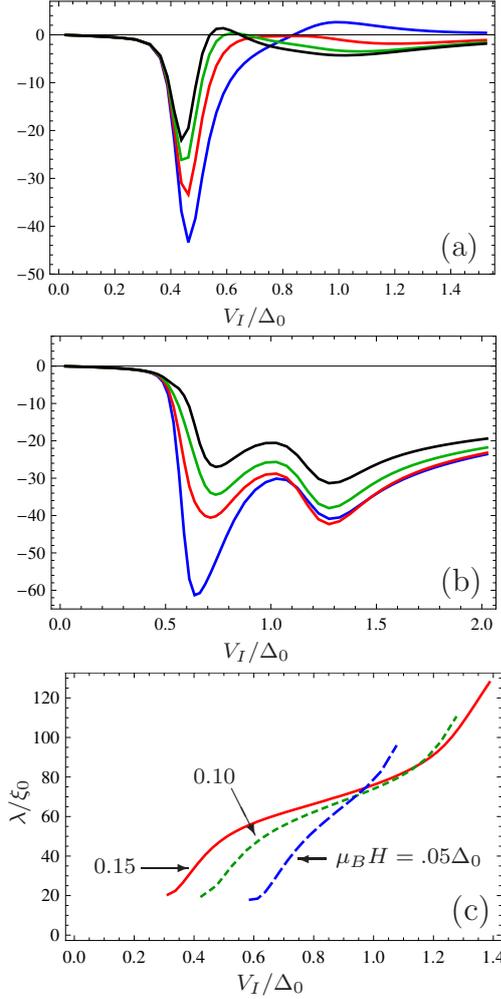


Рис. 2.9: (a) и (b) Полный кондактанс как функция V_I на различных расстояниях от инжектора: $L = 5, 15, 25, 35\xi_0$. Для (a) $\zeta = 0.9$, $\mu_B H = 0.22\Delta_0$, $h_{int} = 0$, остальные параметры как на рис. 2.8. Для (b) $\zeta = 0$, $\mu_B H = 0.05\Delta_0$, $h_{int} \approx 0.22\Delta_0$, $\tau_{so}^{-1} = 0.025\Delta_0$, $\tau_{mi}^{-1} = 0.01\Delta_0$ и остальные параметры как на рис. 2.8. (c) Длина релаксации полного кондактанса от V_I . Разные кривые отвечают разным приложенным магнитным полям. Параметры такие же как и для панели (b).

выше, соответствующая длина релаксации (охлаждения электронной подсистемы) много больше. Поэтому рост длины релаксации от напряжения можно рассматривать как кроссовер от электрон-электронной к электрон-фононной релаксации. Эти теоретические результаты хорошо согласуются с экспериментальными результатами, полученными в [133] (где сверхпроводящая пленка напылялась на поверхность ферромагнитного изолятора). В этой работе наблюдались очень похожие двух-пиковые зависимости нелокального кондактанса и длины релаксации от напряжения инжекции.

Как уже упоминалось раньше, возможны ситуации, в которых S_{th} очень мал или отсутствует. Этот вклад может отсутствовать если (i) электронный перегрев инжектором мал или (ii) температура детектора близка к T_e . Полный кондактанс для этой ситуации мы моделируем значением $\zeta = 0.9$. Результат представлен на рис. 2.9(a). Длина релак-

саци пика в полном кондактансе dS/dV_I как функция приложенного поля показана на рис. 2.8(a) для разных значений феноменологического параметра ζ . Рассчитанные зависимости dS/dV_I и длины релаксации от магнитного поля приводят нас к выводу о том, что экспериментальные результаты, полученные в [131, 132] в отсутствие ферромагнитного изолятора, хорошо согласуются с нашими теоретическими расчетами для случая доминирования нетермализованного сигнала, т.е. перегрев электронной системы отсутствует или, по крайней мере, мал.

2.2. Влияние термоиндуцированного спинового разбаланса на сверхпроводящее состояние

Данный раздел посвящен изучению влияния термоиндуцированного спинового разбаланса на сверхпроводящее состояние в тонких пленках сверхпроводников с зеемановским расщеплением. Результаты получены в соавторстве с А.М. Бобковым и опубликованы в работе [P8] из списка публикаций автора по теме диссертации.

Схемы рассматриваемых структур представлены на вставках в рис. 2.10(a)-(b). Это бислой сверхпроводник/нормальный металл. Между слоями создается разность температур. Один из слоев является большим и представляет собой спиновый резервуар, распределение электронов в нем всегда считается равновесным, а другой слой имеет ограниченный размер и в нем может возникать индуцированный разницей температур спиновый разбаланс, если в сверхпроводнике создается зеемановское расщепление плотности состояний, например, путем приложения к системе параллельного магнитного поля. Причиной данного эффекта является спиновый ток, который течет через S/N границу при создании разницы температур на ней и наличии зеемановского распределения в сверхпроводнике. Физической причиной появления данного спинового тока является гигантский спин-зависящий эффект Зеебека, о котором речь шла во введении к данной главе. Конвертации тепла в спин близка к максимально возможной, т.к. почти все квазичастицы, участвующие в создании потока через границу, несут спин в одну и ту же сторону. Следовательно, в такой системе термоиндуцированный спиновый разбаланс не мал и оказывает существенное влияние на сверхпроводимость. В частности, мы предсказываем, что в рассматриваемых гетероструктурах термоиндуцированный спиновый разбаланс может приводить к усилению критической температуры сверхпроводника. Наиболее интересным является случай, когда он приводит к усилению или даже появлению сверхпроводимости при нагревании образца.

Напомним в двух словах механизм возникновения термоиндуцированного спинового тока применительно к данной системе. Рассмотрим S/N границу, как показано на рис. 2.10(a) и (b). Внешнее магнитное поле приложено параллельно тонкой сверхпроводящей пленке для того, чтобы избежать большого орбитального распаривания сверх-

проводимости. В данной конфигурации основной эффект поля - зеемановское расщепление плотности состояний сверхпроводника. DOS расщепляется по спину и спиновые подзоны вверх и вниз сдвигаются на $h = \mu_B H$ в противоположных направлениях от Ферми-уровня, как показано на панелях (b) и (c) рис. 2.10. При конечной температуре DOS для спина вверх выше щели частично заполнена квазичастицами, а DOS для спина вниз ниже щели частично пуста. Если температуры сверхпроводника T_S и нормального металла T_N различны, это приводит к появлению квазичастичного тока между каждой из спиновых подзон сверхпроводника и нормальным металлом. Эти токи квазичастиц со спином вверх и вниз текут в противоположных направлениях, таким образом есть поток спина. При этом электрические токи, переносимые этими квазичастицами, компенсируются из-за электрон-дырочной симметрии суммарной DOS. Поэтому электрический заряд не переносится. В системе возникает термоиндуцированный чисто спиновый ток.

Итак, мы считаем, что один из слоев (S или N) служит резервуаром спина, а размер другого слоя ограничен и спин из него никуда не уходит. Если его толщина меньше длины спиновой релаксации, то в нем возникает спиновый разбаланс. Теперь обсудим условия, которые требуются для экспериментальной реализации эффекта. В этом обсуждении мы фокусируемся на случае, когда ограниченный слой сверхпроводящий, т.к. этот случай наиболее интересен в контексте изучения влияния спинового разбаланса на сверхпроводимость.

Разница температур, которая требуется для наблюдения изучаемых эффектов, может быть получена, например, в системах, схемы которых приведены на рис. 2.11(a) и (b). В обоих случаях ограниченный S слой [(1) на рис. 2.11(a) и (b)] представляет собой тонкую пленку. Магнитное поле приложено параллельно плоскости этой пленки. Изолирующая подложка (2) предполагается самой холодной частью системы и ее низкая температура поддерживается внешними условиями.

Рассмотрим случай, когда нормальный резервуар более нагрет, чем сверхпроводник [рис. 2.11(a)]. В этом случае сверхпроводник должен иметь хороший тепловой контакт с подложкой. Тепловой контакт между нормальным резервуаром (3) и сверхпроводником неизбежен, но его можно ослабить, вставляя изолирующий слой (4) между ними. Его самая тонкая часть работает туннельным барьером, формируя S/N границу. В то же время, нормальный резервуар (3) нагревается путем выделения джоулева тепла пропускаемым током.

Второй случай (когда ограниченный слой находится при более высокой температуре) можно реализовать путем инвертирования рассмотренной выше схемы [рис. 2.11(b)]. Т.е. нормальный резервуар (3) должен иметь хороший тепловой контакт с подложкой. В этом случае для нагревания сверхпроводника (1) потребуются дополнительный резистивный элемент (6). Изолирующий слой (4) снова работает барьером между S и нормальным резервуаром. Еще один изолирующий слой (5) используется для того, чтобы

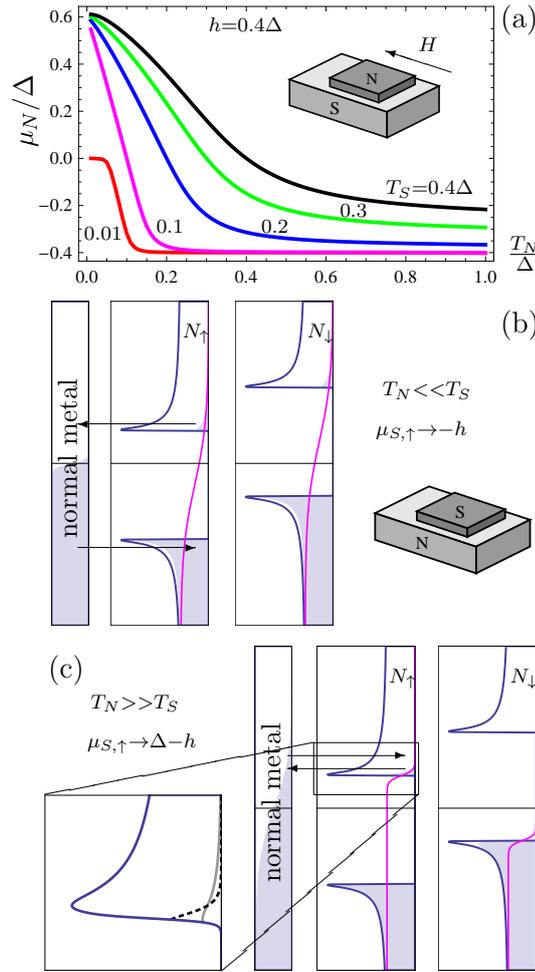


Рис. 2.10: (a) Спиновый разбаланс, который аккумулируется в нормальном металле, как функция T_N . Разные кривые отвечают разным температурам T_S сверхпроводящего резервуара. (b) и (c) Схематичная иллюстрация спин-зависящего эффекта Зеебека для случая, когда резервуар нормальный. DOS в N слое (слева) и в S слое (справа) показаны как функции ϵ (вертикальная ось). Закрашенные серым области заняты электронами. Розовые линии - функции распределения для электронов вверх и вниз в сверхпроводнике. Стрелки показывают направления электронного потока между подзоной вверх сверхпроводника и нормальным резервуаром. Левая часть панели (c) представляет собой часть взятую в прямоугольник часть правой картинке в увеличенном масштабе. На ней: серая линия - квазичастичное заполнение, которое бы отвечало T_N , а пунктир - реальное заполнение квазичастицами при $T = T_S$.

предотвратить электрический контакт между сверхпроводником и нагревающим элементом.

Конкретные значения спинового разбаланса зависят от параметров системы. Далее мы вычисляем термоиндуцированный спиновый разбаланс при условии $\tau_\epsilon \ll \tau_G \ll \tau_{sf}$, где τ_ϵ характерное время энергетической релаксации в ограниченном слое, τ_G характерное время, которая квазичастица в нем проводит и τ_{sf} время спиновой релаксации. При

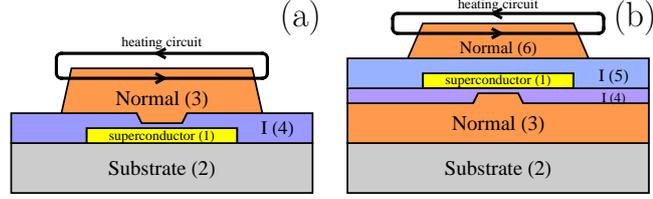


Рис. 2.11: Возможные схемы систем, которые позволяют наблюдать термоиндуцированный спиновый разбаланс в сверхпроводнике. Панель (а) отвечает случаю "холодного" сверхпроводника и "горячего" нормального резервуара, а панель (б) иллюстрирует противоположный случай "горячего" сверхпроводника и "холодного" нормального резервуара.

этих условиях квазичастицы в ограниченном слое имеют определенную электронную температуру T^e (из-за того, что энергетическая релаксация самый быстрый процесс), но химпотенциалы электронов со спином вверх и вниз различны из-за слабости процессов переворота спина. В этом случае термоиндуцированный поток спина через границу компенсируется противотоком спина из-за разницы химпотенциалов, а спиновой релаксацией в слое можно пренебречь в силу условия $\tau_G \ll \tau_{sf}$. Тогда функция распределения электронов в слое имеет вид сдвинутой на спин-зависящий химпотенциал функции Ферми $f_{\uparrow(\downarrow)} = f(\varepsilon - \mu_{\uparrow(\downarrow)}, T^e)$, где $\mu_{\uparrow(\downarrow)} = \pm\mu$, и μ - это спиновый разбаланс. Тогда потоки заряда и спина через границу получаются нулевыми, но поток тепла не равен нулю из-за разницы температур по обе стороны границы. Следовательно, необходимо также учитывать уравнение теплового баланса, которое описывает уход тепла в фононную подсистему. Это уравнение определяет эффективную температуру электронного газа в ограниченном слое. Уравнение теплового баланса обсуждается ниже.

Начнем с анализа простейшего случая, когда ограниченный слой, где накапливается спиновый разбаланс, нормальный. В наших предположениях μ_N можно найти из условия нулевого суммарного спинового тока через границу:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \sum_{\sigma} \sigma N_{\sigma} \left[\tanh \frac{\varepsilon - \sigma \mu_N}{2T_N} - \tanh \frac{\varepsilon}{2T_S} \right] = 0, \quad (2.33)$$

где $\sigma = \uparrow, \downarrow$ в индексах и \pm в уравнениях, а N_{σ} разрешенная по спину DOS в сверхпроводнике.

Спиновый разбаланс μ_N как функция T_N представлен на рис. 2.10(a) для различных температур сверхпроводника T_S . В поведении спинового разбаланса можно отметить три важные особенности: (i) очевидно, что $\mu_N = 0$ при $T_N = T_S$ - при отсутствии разницы температур нет и термоспинового эффекта; (ii) $\mu_N \rightarrow \Delta - h$ при $T_N \ll T_S$ и (iii) $\mu_N \rightarrow -h$ в противоположном пределе $T_S \ll T_N$. Эти характерные пределы определяют максимальное значение термоиндуцированного спинового разбаланса в зеемановски расщепленных S/N гетероструктурах.

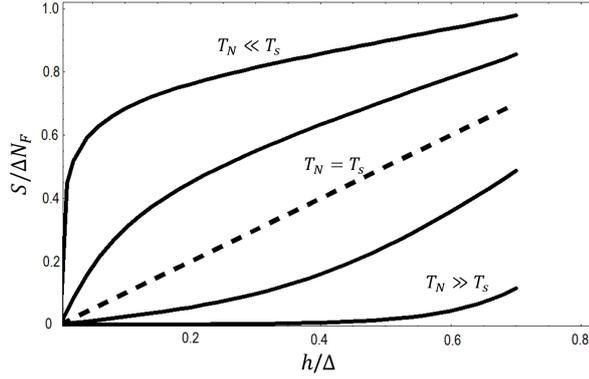


Рис. 2.12: Полное количество спина, аккумулированное в ограниченном нормальном слое, который находится в контакте со сверхпроводящим резервуаром, как функция зеемановского расщепления в сверхпроводнике. Разные линии соответствуют разным соотношениям между температурой сверхпроводника и нормального слоя. Пунктирная линия отвечает отсутствию термоиндуцированного спинового разбаланса.

Интересно также проследить как термоиндуцированный спиновый разбаланс влияет на полное количество спина, аккумулированного в нормальном слое. Результаты представлены на рис. 2.12. Без термоиндуцированного спинового разбаланса аккумулированный спин $S = N_F h$, где N_F это независящая от энергии DOS в нормальном слое. Если учесть спиновый разбаланс, то $S = N_F(h + \mu_N)$. Тогда при $T_N \ll T_S$ получим $S \rightarrow N_F \Delta \text{sgn} h$. Т.е. спиновая восприимчивость в нормальном металле становится сильно нелинейной: она очень высока при маленьких $h \lesssim T_N$ и примерно нуль при больших h пока сверхпроводимость резервуара не разрушается внешним полем. В противоположном случае $T_S \ll T_N$ аккумулированный спин $S \approx 0$ для широкого диапазона h . Это поведение спиновой восприимчивости нормального металла напоминает ее поведение в сверхпроводнике.

Теперь обсудим случай спиновой аккумуляции μ_S в сверхпроводнике. Она показана на рис. 2.13(b), 2.14(b) и 2.15(b). Этот случай более сложен из-за того, что сверхпроводящий параметр порядка Δ очень чувствителен к величине спинового разбаланса и температуре сверхпроводника. В каждой точке кривых μ_S и Δ определялись самосогласованно из следующего уравнения, аналогичного уравнению (2.33):

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \sum_{\sigma} \sigma N_{\sigma} \left[\tanh \frac{\varepsilon}{2T_N} - \tanh \frac{\varepsilon - \sigma \mu_S}{2T_S} \right] = 0 \quad (2.34)$$

и уравнения самосогласования для сверхпроводящего параметра порядка Δ [Eq. (2.40)]. Здесь предельные значения спинового разбаланса те же самые: $\mu_S \rightarrow \Delta - h$ при $T_S \ll T_N$ и $\mu_S \rightarrow -h$ для противоположного предела $T_N \ll T_S$, но теперь Δ вычисляется для данных h , T_S , T_N и μ_S . Также очевидно, что $\mu_S \rightarrow 0$ при $\Delta \rightarrow 0$ или $h \rightarrow 0$ независимо от T_N и T_S из-за отсутствия в этом случае асимметрии частица-дырка в каждой из

спиновых подзон.

Физически понятно, почему термоиндуцированный спиновый разбаланс имеет такие предельные значения. Если пренебречь релаксацией спина, то μ_S определяется уравнением (2.34), которое на самом деле означает, что поток спина равен нулю для каждой из спиновых подзон по отдельности. Если $T_S \ll T_N$, то в подзоне со спином вверх квазичастицы аккумулируются при $\varepsilon > \Delta - h$ [см. рис. 2.10(c)]. Если процессы термализации достаточно быстрые, то присутствие большого числа квазичастиц при $\varepsilon \sim \Delta - h$ и низкая температура сверхпроводника как раз и означают, что $\mu_\uparrow \sim \Delta - h$ для этой спиновой подзоны. Для противоположного случая $T_N \ll T_S$ [см. рис. 2.10(b)] баланс спина для подзоны со спином вверх требует, чтобы спиновый поток из S в N при $\varepsilon > \Delta - h$ равнялся противоположному спиновому потоку из N в S при $\varepsilon < -\Delta - h$. Это возможно, если числа квазичастиц при $\varepsilon > \Delta - h$ и $\varepsilon < -\Delta - h$ равны, т.е. функция распределения должна быть симметрична относительно щели. Следовательно, $\mu_\uparrow = -h$.

Преыдущее рассмотрение использовало тот факт, что электрический и спиновый токи через S/N границу равны нулю. Но тепловой поток нулю не равен. Поэтому сейчас мы переходим к обсуждению теплового баланса в системе. Для определенности рассмотрим случай, когда ограниченный слой является сверхпроводящим. Если полностью пренебречь упругими процессами переворота спина, т.е. считать $\tau_{sf} \rightarrow \infty$, то из кельдышевской части уравнения Узаделя можно получить следующее уравнение на функцию распределения:

$$D\kappa_\sigma \partial_x^2 \varphi_\sigma - I_{\sigma,e-ph} - I_{\sigma,e-e} = 0, \quad (2.35)$$

где ось x направлена вдоль нормали к S/N границе, $\kappa_\sigma = 1 + |\cosh \theta_\sigma|^2 - |\sinh \theta_\sigma|^2$ отвечает за перенормировку константы диффузии сверхпроводимостью. κ_σ выражается через запаздывающие нормальные и аномальные гриновские функции в терминах θ -параметризации [173]. Как и в предыдущем разделе, интегралы столкновений $I_{\sigma,e-e}$ и $I_{\sigma,e-ph}$ описывают процессы электронной и электрон-фононной релаксации, соответственно.

Мы предполагаем, что толщина пленки в направлении оси x меньше, чем характерная длина релаксации функции распределения. Тогда $\varphi_{\uparrow,\downarrow}$ не зависят от x . Интегрируя уравнение (2.35) по толщине пленки d вдоль x -направления и учитывая граничные условия для функции распределения (2.14)-(2.15), которые в нашем случае удобнее переписать в виде:

$$\kappa_\sigma \partial_x \varphi_\sigma \Big|_{x=0} = \frac{2G}{\sigma_S} \text{Re}[\cosh \theta_\sigma] \left(\varphi_\sigma - \tanh \frac{\varepsilon}{2T_N} \right), \quad (2.36)$$

где G кондактанс границы, который в данном случае не зависит от спина, можно по-

лучить, что φ_σ подчиняется следующему уравнению:

$$-\frac{2\text{Re}[\cosh \theta_\sigma]}{\tau_G} \left(\varphi_\sigma - \tanh \frac{\varepsilon}{2T_N} \right) = I_{\sigma,e-ph} + I_{\sigma,e-e} , \quad (2.37)$$

где введено характерное время $\tau_G = (\sigma_S d)/(GD)$, которое квазичастица проводит в сверхпроводящем слое.

Умножая кинетическое уравнение (2.37) на ε и интегрируя по энергии, можно получить уравнение теплового баланса, которое имеет вид:

$$-\frac{2}{\tau_G} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon d\varepsilon \text{Re}[\cosh \theta_\sigma] \left(\varphi_\sigma - \tanh \frac{\varepsilon}{2T_N} \right) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon d\varepsilon I_{\sigma,e-ph} , \quad (2.38)$$

вклад электрон-электронной релаксации отсутствует, т.к. этот член сохраняет полную энергию. Мы предполагаем, что электрон-электронная релаксация является самым быстрым процессом релаксации в системе. При этом условии функция распределения имеет вид распределения Ферми $\varphi_\sigma = \tanh(\varepsilon - \mu_\sigma)/2T_{S,\sigma}^e$. В каждой из спиновых подзон это распределение Ферми характеризуется своим собственным химпотенциалом μ_σ и, вообще говоря, своей собственной температурой $T_{S,\sigma}^e$. Уравнение (2.38) вместе с уравнением (2.34) определяют спиновый разбаланс $\mu_\sigma = \pm\mu_S$ и эффективную температуру $T_{S,\sigma}^e$ электронной подсистемы сверхпроводника для спина σ . Однако, из-за суммарной частично-дырочной симметрии системы $\text{Re}[\cosh \theta_\sigma(\varepsilon)] = \text{Re}[\cosh \theta_{-\sigma}(-\varepsilon)]$, $\text{Re}[\sinh \theta_\sigma(\varepsilon)] = -\text{Re}[\sinh \theta_{-\sigma}(-\varepsilon)]$ и $\varphi_\sigma(-\varepsilon) = -\varphi_{-\sigma}(-\varepsilon)$. Последнее равенство верно потому, что генератором неравновесия является разность температур, которая не дает разницы функции распределения для электронов и дырок (т.е. математически не содержит τ_z в функции распределения) и на S/N границе нет спин-фильтрующего барьера, который мог бы создать такую разницу за счет спиновой фильтрации. Тогда электрон-фононный интеграл [178–180]

$$I_{\sigma,e-ph} = 8g_{ph} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon' (\varepsilon' - \varepsilon)^2 \text{sgn}(\varepsilon' - \varepsilon) \times \\ \left[\text{Re}[\cosh \theta_\sigma(\varepsilon)] \text{Re}[\cosh \theta_\sigma(\varepsilon')] - \text{Re}[\sinh \theta_\sigma(\varepsilon)] \text{Re}[\sinh \theta_\sigma(\varepsilon')] \right] \times \\ \left\{ \coth \frac{\varepsilon' - \varepsilon}{2T_S} [\varphi_\sigma(\varepsilon) - \varphi_\sigma(\varepsilon')] - \varphi_\sigma(\varepsilon) \varphi_\sigma(\varepsilon') + 1 \right\} \quad (2.39)$$

проявляет ту же самую симметрию $I_{\sigma,e-ph}(-\varepsilon) = -I_{-\sigma,e-ph}(\varepsilon)$. В этом случае уравнение (2.38) выдает одинаковые температуры для обеих спиновых подзон $T_{S,\uparrow}^e = T_{S,\downarrow}^e = T_S^e$.

Если электрон-фононная релаксация сильная, т.е. $\tau_{e-ph} \ll \tau_G$, то из уравнения (2.39) видно, что электронная температура T_S^e очень близка к фононной температуре T_S . Мы рассматриваем как раз этот случай и поэтому опускаем нижний индекс e во всех вы-

числениях, проведенных ниже и на рис. 2.10, 2.13-2.15. Но, в общем случае, в наши расчеты входит именно электронная температура. Т.е. все результаты, представленные на рис. 2.10, 2.13-2.15 в действительности надо понимать как зависимости от электронной температуры ограниченного слоя. Если электрон-фононное взаимодействие не слишком сильно, т.е. $\tau_{e-ph} \lesssim \tau_G$, все наши результаты для параметра порядка остаются верными, но вместо $T_{S,N}$ на горизонтальных осях рисунков 2.10, 2.13-2.15 должны стоять $T_{S,N}^e$ (которые выше чем $T_{S,N}$). Противоположный предел $\tau_{e-ph} \gg \tau_G$ не представляет интереса, т.к. в этом случае электронная температура сверхпроводника очень близка к температуре нормального резервуара T_N и термоиндуцированный спиновый разбаланс пренебрежимо мал.

Теперь рассмотрим вопрос о том, как термоиндуцированный спиновый разбаланс μ_S , аккумулированный в ограниченном сверхпроводнике, влияет на сверхпроводимость. Мы предполагаем, что сверхпроводник находится в грязном пределе. Вычисления проводятся в рамках уравнения Узаделя. Уравнение самосогласования для параметра порядка в данном случае имеет вид:

$$\Delta = \frac{\lambda}{4} \sum_{\sigma} \int_{-\Omega_D}^{\Omega_D} d\varepsilon \operatorname{Re} [F_{\sigma}] \tanh \left[\frac{\varepsilon - \sigma \mu_S}{2T_S} \right], \quad (2.40)$$

где λ безразмерная константа спаривания и F_{σ} запаздывающая функция Грина для спиновой подзоны σ .

Для рассматриваемой задачи достаточно найти запаздывающую функцию Грина в приближении непрозрачной S/N границы. Причина состоит в том, что если прозрачность границы мала, как мы предполагаем, то эффект близости (влияние нормального металла на гриновскую функцию сверхпроводника) первого порядка по прозрачности границ. Но спиновый разбаланс имеет нулевой порядок по этому параметру. Как можно увидеть из уравнения (2.33), спиновый разбаланс определяется в основном разницей температур $T_N - T_S$ и зеемановским расщеплением DOS в сверхпроводнике. Поэтому эффектом близости в вычислениях спинового разбаланса и результирующего параметра порядка можно пренебречь. В терминах θ -параметризации [173] уравнение Узаделя для запаздывающей функции Грина имеет вид:

$$(\varepsilon \pm h) \sinh \theta_{\uparrow,\downarrow} + \Delta \cosh \theta_{\uparrow,\downarrow} + iD \frac{e^2}{6c^2 \hbar} H^2 d^2 \cosh \theta_{\uparrow,\downarrow} \sinh \theta_{\uparrow,\downarrow} = 0. \quad (2.41)$$

Последний член в уравнении (2.41) описывает распаривание сверхпроводимости в тонких пленках орбитальным эффектом магнитного поля [182]. d толщина сверхпроводящего слоя в направлении нормали к S/N границе. Предполагается, что она меньше глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводник, поэтому поле в сверхпроводнике считается однородным.

DOS в сверхпроводнике, нормированная на DOS в нормальном состоянии, вычисляется как

$$N_{\uparrow,\downarrow} = \text{Re} [\cosh \theta_{\uparrow,\downarrow}], \quad (2.42)$$

а запаздывающая функция Грина, которая входит в уравнение самосогласования, имеет вид:

$$F_{\uparrow,\downarrow} = \sinh \theta_{\uparrow,\downarrow}. \quad (2.43)$$

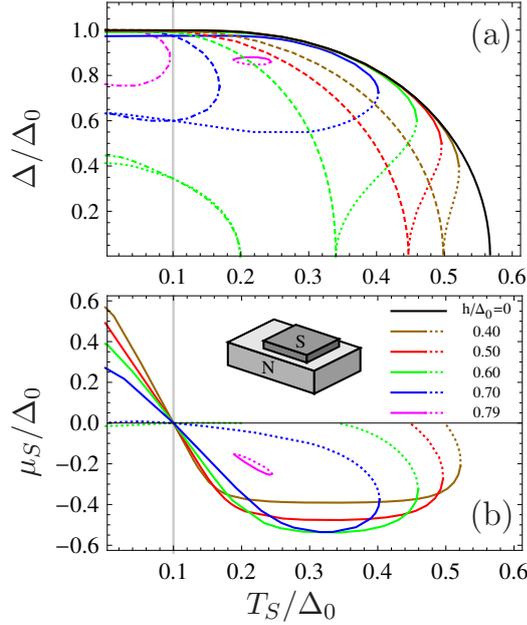


Рис. 2.13: (а) Сверхпроводящий параметр порядка для $T_N = 0.1\Delta_0$ (вертикальная серая линия) как функция T_S . Здесь $\Delta_0 \equiv \Delta(T_S = T_N = 0, h = 0)$. Разные цвета отвечают разным приложенным магнитным полям. Пунктирные линии представляют собой результаты вычислений параметра порядка при $\mu_S = 0$ (части кривых, изображенные пунктиром с точками, это абсолютно нестабильные ветви решений, отвечающие максимуму свободной энергии). Сплошные линии - это результаты с учетом правильного значения спинового разбаланса. Части этих кривых, изображенные точками, отвечают абсолютно нестабильным ветвям решений. (б) Соответствующий спиновый разбаланс μ_S как функция T_S .

Начнем обсуждение влияния термоиндуцированного спинового разбаланса на сверхпроводимость со случая малых T_N . Результаты для этого случая представлены на рис. 2.13. Для того, чтобы ясно увидеть, в чем состоит суть влияния μ_S на сверхпроводимость, сначала пренебрежем распариванием из-за орбитального эффекта магнитного поля. Полученный параметр порядка как функция температуры сверхпроводника T_S представлен на рис. 2.13(а) для различных магнитных полей. Параметр порядка без учета термоиндуцированного спинового разбаланса показан пунктирными линиями. Эти пунктирные кривые ясно демонстрируют подавление сверхпроводимости зеемановским полем. Сплошные кривые показывают параметр порядка с учетом вычис-

ленного значения термоиндуцированного спинового разбаланса. Физически основной эффект спиновой аккумуляции состоит в компенсации зеемановского распаривания. Из рис. 2.13 видно, что в присутствии спиновой аккумуляции Δ выживает при больших температурах по сравнению с пунктирными линиями. Это эффект восстановления сверхпроводимости, подавленной зеемановским полем. Критическая температура возрастает и может существенно превышать ее значение в изолированном сверхпроводнике при том же значении зеемановского поля, в пределе $\Delta(T_S) \rightarrow \Delta(T_S)|_{H=0}$.

Лежащая в основе эффекта восстановления качественная физика близка к описанной в разделе 1.1. С учетом термоиндуцированной специфики рассматриваемой здесь задачи ее можно описать следующим образом. Сначала рассмотрим классический сверхпроводник БКШ со щелью, которая расположена симметрично относительно уровня Ферми в энергетическом диапазоне от $-\Delta$ до Δ . Симметричное расположение химпотенциала при $\varepsilon = 0$ гарантирует, что число тепловых квазичастиц минимально. В нашем случае сверхпроводящие щели в двух спиновых подзонах сдвинуты зеемановским членом. Тот же самый аргумент справедлив и в этом случае: помещая значение химпотенциала каждой спиновой подзоны точно посередине щели, мы минимизируем количество тепловых квазичастиц. Таким образом, их распаривающий эффект на сверхпроводимость опять минимален, что приводит к выигрышу в энергии конденсации системы.

Изображенные точками части кривых представляют собой абсолютно нестабильные решения. В областях, где существуют эти нестабильные решения, нормальное ($\Delta = 0$) и сверхпроводящее состояние стабильны одновременно стабильны [77, 99, 181]. Переход между ними происходит через максимум свободной энергии, который как раз и отвечает данному абсолютно нестабильному решению. Поэтому при достаточно высоких магнитных полях переход из сверхпроводящего в нормальное состояние должен происходить первым родом. Однако, задача о нахождении точного значения поля перехода находится за пределами нашего рассмотрения, т.к. мы предполагаем, что время переворота является самым медленным временным масштабом в системе. Тем не менее, большая часть кривых, представленных на рис. 2.13(a) находится ниже низко-температурного значения поля парамагнитного предела сверхпроводимости $h = \Delta_0/\sqrt{2}$.

Теперь учтем реалистичные значения орбитального распаривания магнитным полем. Соответствующие результаты представлены на рис. 2.14.

Сравнивая рис. 2.14 и рис. 2.13, можно видеть, что результаты очень похожи, но восстановление не является полным при любой температуре сверхпроводника. Это происходит из-за того, что теперь в системе есть два распаривающих фактора: (i) зеемановское распаривание и (ii) распаривание орбитальным эффектом. Зеемановское распаривание можно полностью компенсировать спиновым разбалансом [84, 85], но орбитальное распаривание таким образом компенсировать нельзя. Причина состоит в том,

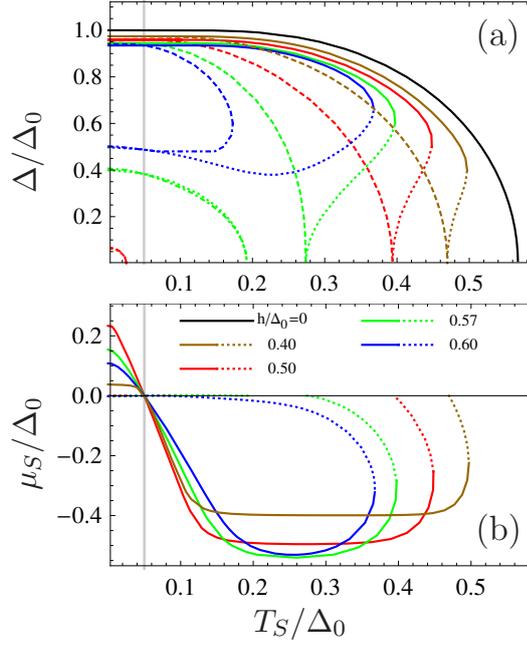


Рис. 2.14: (а) Сверхпроводящий параметр порядка для $T_N = 0.05\Delta_0$ как функция T_S . (б) Соответствующий спиновый разбаланс μ_S как функция T_S . Разные типы линий означают то же самое, что и на рис. 2.13. Параметр орбитального распаривания $\beta = 0.2$.

что гриновскую функцию сверхпроводника с хорошей точностью можно зафитировать формулой

$$F_\sigma^R = \frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 - [\varepsilon + \sigma h + i\Gamma]}} , \quad (2.44)$$

где Γ учитывает, в том числе, орбитальное распаривание. Подставляя эту гриновскую функцию в уравнение (2.40), можно видеть, что спиновый разбаланс $\mu_S = -h$ полностью компенсирует зеемановское распаривание, но не влияет на распаривание фактором Γ , т.к. он входит в гриновскую функцию не как энергетический сдвиг, а как уширение. Когда относительная доля орбитального распаривания растет, все меньшая и меньшая часть сверхпроводимости может быть компенсирована подбором спинового разбаланса и эффект восстановления становится менее выраженным. Чувствительность системы к орбитальному эффекту поля описывается параметром $\beta = De^2\Delta_0 d^2 / (6c^2\hbar\mu_B^2)$. Количественно относительный эффект орбитального распаривания по отношению к эффекту зеемановского распаривания контролируется безразмерным отношением $\beta\mu_B H / \Delta_0 = De^2 H d^2 / (6\mu_B \hbar c^2)$ [182], которое не должно значительно превышать единицу. Для типичных параметров Al и $h \sim \Delta_0$ это означает, что d не должна превышать нескольких десятков нанометров.

Теперь перейдем к рассмотрению случая больших T_N , представленного на рис. 2.15. Здесь орбитальное распаривание учитывается с самого начала. Сравнивая рисунки 2.15(a) и (b), видно, что спиновый разбаланс только увеличивает подавление сверхпроводимости эффективным полем Зеемана. Подавление выражено сильнее всего для

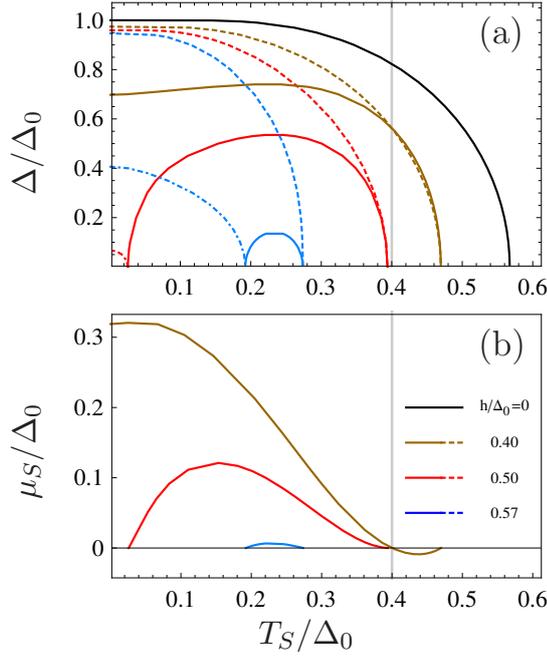


Рис. 2.15: (а) Сверхпроводящий параметр порядка для $T_N = 0.4\Delta_0$ как функция T_S . (b) μ_S как функция T_S . Разные типы линий означают то же самое, что и на рис. 2.13. $\beta = 0.2$.

самых низких температур сверхпроводника, где значение спинового разбаланса максимально. В этом случае сверхпроводящий параметр порядка проявляет очень необычное поведение от температуры сверхпроводника T_S . Он равен нулю при низких T_S и возникает при нагревании сверхпроводника.

Мы можем дать следующее физическое объяснение полученным результатам. В случае, когда ограниченный сверхпроводник холоднее, чем резервуар, для того, чтобы обеспечить нулевой спиновый и электрический токи через границу, в сверхпроводник из резервуара инжектируется большое количество квазичастиц (электронно-подобные в подзону со спином вверх и дырочно-подобные в подзону со спином вниз), см. рис. 2.10(с). Эти квазичастицы не могут аннигилировать друга друга из-за слабости процессов спиновой релаксации и могут только перераспределяться по энергии из-за взаимодействия с холодной фононной подсистемой. В результате мы имеем большое число квазичастиц в низкотемпературном сверхпроводнике прямо над щелью. Очевидно, что они оказывают сильное распаривающее влияние на сверхпроводимость. В то же время, именно эти квазичастицы формируют спиновый разбаланс в системе. Эта ситуация до некоторой степени обратна случаю хорошо известного неравновесного усиления сверхпроводимости, предсказанного Елиашбергом [183]. Инжектированные квазичастицы подавляют сверхпроводимость более эффективно из-за охлаждения фононной подсистемой (они "скапливаются" в области когерентного пика) [см. рис. 2.10(с)].

При нагревании сверхпроводника требуется инжектировать все меньше квазичастиц из нормального резервуара для обеспечения зарядового и спинового баланса. Кроме

того, уменьшается доля квазичастиц, которые находятся в области когерентного пика. Поэтому дополнительное подавление сверхпроводимости этими инжектированными квазичастицами становится меньше. При определенных условиях это может привести к немонотонной зависимости параметра порядка от температуры.

Стоит отметить, что эффект возникновения сверхпроводимости при нагревании образца возможен только для достаточно больших магнитных полей ($h > 0.5\Delta_0$), когда в отсутствие термоиндуцированного спина появляется несколько решений уравнения самосогласования. Дело в том, что система должна иметь возможность находиться в нормальном состоянии при $T \rightarrow 0$ в отсутствие термоиндуцированного спинового разбаланса. Такая возможность появляется при $h > 0.5\Delta_0$, когда нормальное состояние при низких температурах становится метастабильным, а не абсолютно нестабильным [77, 99, 181]. В присутствии термоиндуцированного спинового разбаланса это решение становится наиболее стабильным.

Эффект появления (или, по крайней мере, усиления) параметра порядка при нагревании сверхпроводника можно рассматривать как индикатор наличия в нем спинового разбаланса. Если бы контакт с нормальным резервуаром приводит только к нагреванию сверхпроводника, немонотонная зависимость $\Delta(T)$ была бы невозможна. Причина в том, что в отсутствие спинового разбаланса сверхпроводящая щель монотонно подавляется с увеличением температуры.

Теперь обсудим применимость наших предсказаний к реальным экспериментальным системам. Все рассуждения в этом разделе выше проводились при условии $\tau_\varepsilon \ll \tau_G \ll \tau_{sf}$, т.к. это наиболее простой и ясный случай с теоретической точки зрения. В то же время, процессы переворота спина разрушают спиновый разбаланс. В реальных экспериментах возможны разные режимы. Для достаточно толстых пленок Al в литературе получены очень слабые скорости переворота спина (длина спиновой релаксации до сотен микрон, т.ч. условие $\tau_\varepsilon \ll \tau_{sf}$ работает очень хорошо) [184], а для случая тонких пленок Al (толщина порядка $\sim 10\text{nm}$) реализуется условие $\tau_{sf} \lesssim \tau_\varepsilon$ [131–133, 160, 161, 185]. Но, на самом деле, для того чтобы наблюдать предсказанные нами эффекты, достаточно реализовать намного более слабое условие $\tau_\varepsilon \ll \tau_G \ll \tau_{sf}(\tau_{sf}\Delta_0)$. Физическая причина этого состоит в том, что в интервале энергий $\Delta - h < |\varepsilon| < \Delta + h$ упругие процессы переворота спина сильно ослаблены малостью DOS в одной из спиновых подзон. Ниже для доказательства этого утверждения мы оценим влияние упругих процессов релаксации спина на термоиндуцированный спиновый разбаланс.

Для этого удобно перейти к другому представлению для функций распределения, которое использовалось в разделе **2.1**: $\varphi_{0,t} = (1/2)(\varphi_\uparrow \pm \varphi_\downarrow)$. Для этих функций распре-

деления кинетическое уравнение имеет вид:

$$D(\kappa_1 \partial_x^2 \varphi_0 + \kappa_2 \partial_x^2 \varphi_t) - \frac{(I_\uparrow + I_\downarrow)}{2} = 0, \quad (2.45)$$

$$D(\kappa_2 \partial_x^2 \varphi_0 + \kappa_1 \partial_x^2 \varphi_t) - K \varphi_t - \frac{(I_\uparrow - I_\downarrow)}{2} = 0, \quad (2.46)$$

где $\kappa_{1,2} = (\kappa_\uparrow \pm \kappa_\downarrow)/2$ и мы собрали процессы электрон-электронной и электрон-фононной энергетической релаксации в один интеграл столкновений I_σ . $K = K_{so} + K_{mi}$ отвечает за упругие процессы спиновой релаксации:

$$K_{so(mi)} = 16\tau_{so(mi)}^{-1} [\text{Reg}_\uparrow^R \text{Reg}_\downarrow^R \mp \text{Ref}_\uparrow^R \text{Ref}_\downarrow^R]. \quad (2.47)$$

$K = K_{so} + K_{mi} = K(\varepsilon)$ зависит от энергии квазичастицы. Для рассматриваемой задачи наиболее важны энергии в диапазоне $\Delta - h < |\varepsilon| < \Delta + h$, т.к. функция распределения наиболее сильно отличается от своего равновесного значения в этом энергетическом интервале. Внутри него DOS только для одной из спиновых подзон ($N_\uparrow \equiv \text{Reg}_\uparrow^R$ для положительных энергий и $N_\downarrow \equiv \text{Reg}_\downarrow^R$ для отрицательных энергий) не мала, как можно видеть на рис. 2.10(b) and (c). DOS для другой спиновой подзоны обращается в нуль, если пренебречь спин-орбитальным рассеянием и рассеянием на магнитных примесях. Если же учесть эти факторы, то она имеет порядок $(\tau_{sf}\Delta_0)^{-1} \ll 1$. То же самое верно для аномальных функций Грина $\text{Ref}_{\uparrow,\downarrow}^R$. Таким образом, для рассматриваемого энергетического интервала

$$K(\varepsilon) \sim \tau_{sf}^{-1} (\tau_{sf}\Delta_0)^{-1}, \quad (2.48)$$

т.е. упругие процессы переворота спина значительно ослаблены малостью DOS в одной из спиновых подзон.

Интегрируя уравнения (2.45) и (2.46) по толщине сверхпроводника и используя граничные условия (2.36), приходим к следующим уравнениям:

$$-\frac{2}{\tau_G} \left[\text{Reg}_0^R(\varphi_0 - \tanh \frac{\varepsilon}{2T_N}) + \text{Reg}_t^R \varphi_t \right] = \frac{(I_\uparrow + I_\downarrow)}{2} \quad (2.49)$$

$$-\frac{2}{\tau_G} \left[\text{Reg}_0^R \varphi_t + \text{Reg}_t^R(\varphi_0 - \tanh \frac{\varepsilon}{2T_N}) \right] = K \varphi_t + \frac{(I_\uparrow - I_\downarrow)}{2}. \quad (2.50)$$

Уравнения (2.49)-(2.50), в принципе, точно учитывают упругие процессы спиновой релаксации. Но здесь мы сделаем только качественные оценки их влияния на поведение параметра порядка в двух случаях: (i) в режиме восстановления сверхпроводимости при $T_S > T_N$ и (ii) в режиме усиления или появления сверхпроводимости при нагревании если $T_S < T_N$.

Мы предполагаем, что $\varphi_{0,t} = (1/2) \left[\tanh \frac{\varepsilon - \mu}{2T_S} \pm \tanh \frac{\varepsilon + \mu}{2T_S} \right] + \delta\varphi_{0,t} \equiv \varphi_{0,t}^{(0)} + \delta\varphi_{0,t}$. Тогда можно линеаризовать уравнения (2.49)-(2.50) по отношению к $\delta\varphi_{0,t}$. Интегралы столк-

новений можно записать в форме $I_\sigma = I_\sigma(\varphi_{0,t}^{(0)}) + \delta I_\sigma$. Для качественных оценок мы рассматриваем энергетическую релаксацию в τ -приближении, т.ч.

$$\delta I_\sigma = \frac{\delta\varphi_0 + \sigma\delta\varphi_t}{\tau_\varepsilon}. \quad (2.51)$$

Строго говоря, τ_ε тоже зависит от направления спина, но для качественных оценок мы это не учитываем.

Используя уравнение (2.51), из уравнений (2.49) и (2.50) можно получить следующие оценки для $\delta\varphi_{0,t}$:

$$\delta\varphi_t = -K\tau_\varepsilon\varphi_t^{(0)}, \quad (2.52)$$

и

$$\delta\varphi_0 = -2\text{Re}g_t^R \frac{\tau_\varepsilon}{\tau_G} \delta\varphi_t \sim \frac{\tau_\varepsilon}{\tau_G} K\tau_\varepsilon\varphi_t^{(0)}. \quad (2.53)$$

Т.к. рассматривается режим $\tau_\varepsilon \ll \tau_G \ll K^{-1}$, мы можем пренебречь поправкой (2.53) к φ_0 , т.к. она много меньше, чем поправка (2.52) к φ_t .

Возвращаясь к исходному представлению, мы получаем, что поправки из-за процессов релаксации спина к φ_σ имеют вид:

$$\delta\varphi_{\uparrow,\downarrow} = \mp \frac{K\tau_\varepsilon}{2} \left[\tanh \frac{\varepsilon - \mu}{2T_S} - \tanh \frac{\varepsilon + \mu}{2T_S} \right]. \quad (2.54)$$

при условии $\tau_\varepsilon \ll \tau_G \ll K^{-1}$ они малы и не оказывают существенного эффекта на рассматриваемые эффекты. В интересующем нас энергетическом интервале это условие эквивалентно $\tau_\varepsilon \ll \tau_G \ll \tau_{sf}(\tau_{sf}\Delta_0)$, что много слабее чем $\tau_\varepsilon \ll \tau_G \ll \tau_{sf}$ и возможно выполняется даже для тонких пленок, использовавшихся в экспериментах [131–133, 160, 161, 185], которые находились в режиме $\tau_{sf} \lesssim \tau_\varepsilon$.

В то же время τ_G можно подобрать так, чтобы этот параметр попал в нужный интервал, путем варьирования прозрачности туннельной S/N границы.

Краткое резюме результатов данного раздела: показано, что гигантский спин-зависящий эффект Зеебека может приводить к аккумуляции чистого спинового разбаланса в некоторых частях системы. Максимальное значение этого спинового разбаланса порядка зеemanовского расщепления DOS в сверхпроводнике. Этот термоиндуцированный спиновый разбаланс сильно влияет на сверхпроводящее состояние. Возможны два режима: если сверхпроводящая часть системы горячее нормальной, спиновый разбаланс ослабляет зеemanовское распаривание и частично восстанавливает подавленную сверхпроводимость. Наоборот, если нормальная часть более горячая, спиновый разбаланс усиливает распаривающее действие зеemanовского поля. Это может привести к появлению сверхпроводимости при нагревании образца.

2.3. Термоиндуцированное движение доменных стенок в гибридах сверхпроводник/магнетик

В данном разделе обсуждается возможность высокоэффективного термоиндуцированного движения доменных стенок в тонкопленочных бислоях сверхпроводник/ферромагнетик и сверхпроводник/антиферромагнетик. Результаты получены в соавторстве с А.М. Бобковым, Г.А. Бобковым, Вольфгангом Бельцигом и Акашдипом Камрой и опубликованы в работах [P9] и [P10] из списка публикаций автора по теме диссертации.

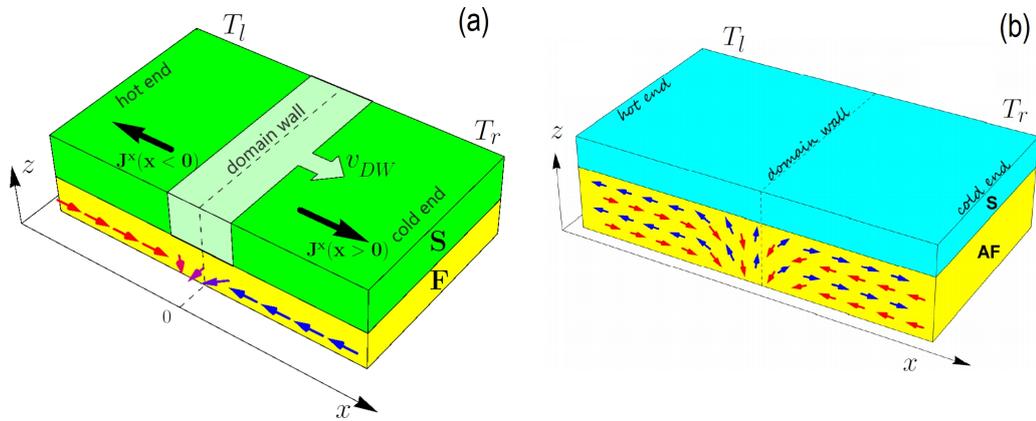


Рис. 2.16: Схема S/F (a) и S/AF (b) бислоев. Намагниченность ферромагнетика F или антиферромагнетика AF имеют вид head-to-head доменной стенки (DW) и показаны стрелками. Рисунок на панели (a) иллюстрирует процесс термоиндуцированной накачки в область DW. Как электроподобные, так и дырочноподобные термоиндуцированные квазичастицы движутся от горячего конца к холодному. В объеме обоих доменов магнитные моменты квазичастиц поляризованы вдоль намагниченности. Поэтому спиновый ток (противоположный току намагниченности) в объеме обоих доменов направлен от DW. В левом (горячем) домене направление потока мажорного спина противоположно направлению спинного тока, а в правом (холодном) домене они совпадают. Поэтому спиновый ток, текущий в обоих доменах, накачивает мажорный спины горячего домена в область DW. Это приводит к расширению горячего домена и, следовательно, стенка движется от горячего конца к холодному. На панели (b) видно, что на S/AF границе есть нескомпенсированная намагниченность. Голубые стрелки показывают спин подрешетки A, а красные - подрешетки B. В обоих случаях разница температур $T_l - T_r$ приложена вдоль направления x .

Схемы тонкопленочных бислоевых систем S/F и S/AF, содержащих доменную стенку, представлены на рис. 2.16(a) и (b). Противоположные торцы бислоев поддерживаются при разных температурах. Это вызывает движение доменной стенки, которое направлено от горячего конца к холодному. Движение доменной стенки вызвано гигантским термоспиновым эффектом. Качественно эффект объясняется следующим образом. Ферромагнетик наводит эффективное обменное поле в сверхпроводнике, что

приводит к зеемановскому расщеплению плотности состояний в нем. Наведенное обменное поле параллельно намагниченности ферромагнетика. Поэтому в сверхпроводнике оно тоже формирует доменную стенку и имеет противоположные направления в разных доменах. Тогда в каждом "домене" сверхпроводника мы имеем зеемановски расщепленный сверхпроводник, на торцах которого создана разница температур. Это приводит к возникновению в нем чисто спинового тока по механизму гигантского термоспинового эффекта. Т.к. в обоих доменах эффективное обменное поле имеет разные знаки, а градиент температуры - одинаковое направление, эти спиновые токи текут в противоположные стороны, таким образом накачивая спин определенного знака в область доменной стенки. Закон сохранения углового момента вынуждает стенку двигаться. Если на AF/S интерфейсе бислоя с антиферромагнетиком возникает ненулевая поверхностная намагниченность (а в диссертации рассматривается именно этот случай), то механизм термоиндуцированного движения доменной стенки в AF/S бислое совершенно аналогичен F/S бислою. Этот механизм дает очень высокую эффективность преобразования тепла в движение стенки. Эффективность термоиндуцированного движения может характеризоваться величиной $v_{DW}/\Delta T$, т.е. отношением скорости движения к приложенной разнице температур. В экспериментах по термоиндуцированному движению доменных стенок в обычных ферромагнетиках [186, 187] были достигнуты значения $v_{DW}/\Delta T \sim 10^{-2} - 10^{-1} mm^2/Ks$, в то время как наши оценки дают $v_{DW}/\Delta T \sim 10 - 10^2 mm^2/Ks$.

Теперь обсудим более детально рассматриваемую модель и метод решения задачи. Тонкопленочный бислой состоит из спин-текстурированного ферромагнетика или антиферромагнетика в контакте с синглетным s -волновым сверхпроводником. Сверхпроводник предполагается баллистическим. Вообще говоря, магнетик может быть как металлом, так и изолятором. Если толщина сверхпроводника d_S меньше сверхпроводящей длины когерентности ξ_S , то эффект близости, т.е. влияние ферромагнетика на сверхпроводник можно описать добавлением эффективного обменного поля [79, 80, 188–191] $\mathbf{h}(\mathbf{r}) \sim -\mathbf{M}(\mathbf{r})$ к квазиклассическому уравнению Эйленбергера, которое мы используем для расчетов. Хотя в общем случае эффект близости между тонким сверхпроводником и ферромагнетиком не сводится только к появлению обменного поля в сверхпроводнике, в рамках нашей модели мы пренебрегаем остальными членами, действие которых качественно аналогично действию магнитных примесей [104, 105, 192]. Во-первых, они не играют роли в термоиндуцированном движении DWs, а только в некоторой степени портят зеемановское расщепление DOS в сверхпроводнике, а во-вторых, для систем с магнитными изоляторами они обычно достаточно малы, поэтому мы будем фокусироваться на бислоях с магнитными изоляторами. В бислоях с ферромагнитными изоляторами зеемановское расщепление щели надежно подтверждается экспериментально [193–196].

Для бислоев с антиферромагнитными изоляторами было также предсказано, что наличие нескомпенсированной намагниченности на S/AF границе индуцирует эффективное обменное поле в тонком сверхпроводнике [192]. Поэтому с точки зрения влияния на сверхпроводник S/F и S/AF с нескомпенсированной намагниченностью на границе бислои эквиваленты. Разница между ними будет проявляться только в рассмотрении обратного влияния сверхпроводника на намагниченность, т.е. в термоиндуцированной динамике. Такие нескомпенсированные моменты на поверхностях антиферромагнетика наблюдались в многочисленных экспериментах [197–205]. Также было предсказано, что нескомпенсированная намагниченность должна появляться на поверхностях магнитоэлектрических антиферромагнетиков [206] и в присутствии Рашбовского спин-орбитального взаимодействия [206, 207].

Предполагается, что бислой находится в контакте с равновесными резервуарами с различными температурами $T_{l,r}$. Мы пренебрегаем всеми неупругими процессами релаксации в сверхпроводящей пленке, предполагая, что ее длина короче всех длин релаксации.

Сначала опишем формализм, в рамках которого рассчитывается динамика намагниченности (т.е. движение DW) под влиянием спиновой накачки, возникающей в сверхпроводнике в области над доменной стенкой из-за гигантского спин-зависящего эффекта Зеебека. Динамика намагниченности рассчитывается в рамках уравнения Ландау-Лифшица-Гильберта (LLG), к которому надо добавить вращательный момент, создаваемый обменным взаимодействием на S/F (или S/AF) границе между намагниченностью магнетика и спиновой поляризацией электронов проводимости сверхпроводника. Этот вращательный момент можно вычислить из гамильтониана эффективного обменного взаимодействия между плотностями спина на обеих сторонах S/F границы:

$$H_{int} = - \int d^2\mathbf{r} J_{ex} \mathbf{S} \mathbf{s}, \quad (2.55)$$

где \mathbf{s} это оператор электронной спиновой плотности в S пленке, \mathbf{S} оператор локализованного спина в F пленке, J_{ex} константа обменного взаимодействия и интегрирование производится по 2D поверхности. Было показано [192], что такой гамильтониан приводит к появлению обменного поля $\mathbf{h}(\mathbf{r}) = -J_{ex} \mathbf{M}(\mathbf{r}) / (2\gamma d_s)$ в S пленке. Здесь $\mathbf{M}(\mathbf{r}) = M_s \mathbf{m}(\mathbf{r})$ вектор намагниченности ферромагнетика, а M_s его намагниченность насыщения, $\mathbf{m}(\mathbf{r})$ единичный вектор в направлении намагниченности и γ гиромагнитное отношение. Для антиферромагнетика, изображенного на рис. 2.16(b), только подрешетка A обменно взаимодействует со сверхпроводником на S/AF границе, поэтому уравнение (2.55) остается верным с заменой $\mathbf{S} \rightarrow \mathbf{S}_A$. Также остается верным выражение для обменного поля, наводимого антиферромагнетиком в сверхпроводнике с заменой $\mathbf{m} \rightarrow \mathbf{m}_A$.

Спиновая плотность электронов проводимости в сверхпроводнике \mathbf{s} подчиняется следующему уравнению:

$$\partial_t \mathbf{s} = -\partial_j \mathbf{J}_j - 2\mathbf{h} \times \mathbf{s}, \quad (2.56)$$

где мы ввели вектор $\mathbf{J}_j = (J_j^x, J_j^y, J_j^z)$, отвечающий спиновому току, текущему вдоль оси j в реальном пространстве.

В ферромагнетике дополнительный вклад в уравнение LLG от обменного взаимодействия (2.55) имеет вид вращательного момента, действующего на намагниченность:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \frac{\alpha}{M} \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + \frac{J_{ex}}{d_F} \mathbf{M} \times \mathbf{s}, \quad (2.57)$$

где α константа гильбертовского затухания и последний член представляет собой вращательный момент от взаимодействия со сверхпроводником. \mathbf{H}_{eff} это локальное эффективное поле

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \frac{H_K M_x}{M} \mathbf{e}_x + \frac{2A}{M^2} \nabla^2 \mathbf{M} - K_{\perp} M_z \mathbf{e}_z. \quad (2.58)$$

H_K поле анизотропии, направленное вдоль оси x , A обменная жесткость, а $K_{\perp} M_z$ поле размагничивания.

Т.к. процессы установления в подсистеме электронов проводимости обычно значительно быстрее характерных времен магнитной динамики, то с точки зрения магнитной динамики можно считать, что электроны проводимости находятся в стационарном состоянии, т.е. $\partial_t \mathbf{s} = 0$. Тогда из уравнения (2.56) получаем

$$\mathbf{N} = \frac{J_{ex}}{d_F} \mathbf{M} \times \mathbf{s} = \gamma \frac{d_S}{d_F} \partial_j \mathbf{J}_j. \quad (2.59)$$

Поверхностное обменное взаимодействие [Eq. (2.55)] сохраняет полный спин, приводя к тому, что спин, потерянный сверхпроводником, проявляется как вращательный момент в антиферромагнетике, как видно из уравнения (2.59). Однако, в присутствии спин-орбитального взаимодействия на границе раздела это соотношение может оказаться неверным, что приводит к потере спиновой памяти [208]. Мы пренебрегаем этим эффектом.

В антиферромагнетике уравнение LLG пишется для каждой из подрешеток [209]:

$$\frac{\partial \mathbf{m}_i}{\partial t} = -\gamma \mathbf{m}_i \times \mathbf{H}_{\text{eff}}^i + \sum_j \alpha_{ij} \mathbf{m}_i \times \frac{\partial \mathbf{m}_j}{\partial t} + \mathbf{N}_i, \quad (2.60)$$

где $\mathbf{m}_i = \mathbf{M}_i / M_s$ единичный вектор вдоль направления намагниченности \mathbf{M}_i данной подрешетки, а $i = A, B$ индекс подрешетки. α_{ij} это 2×2 -матрица гильбертовского затуха-

ния [209, 210], которую можно охарактеризовать двумя положительными числами α и α_c следующим образом: $\alpha_{AA} = \alpha_{BB} = \alpha$ и $\alpha_{AB} = \alpha_{BA} = \alpha_c$. Последний член в уравнении ((2.60)) представляет собой вращательный момент, который сверхпроводник оказывает на подрешетку А. H_{eff}^i это локальное эффективное поле для данной подрешетки:

$$\mathbf{H}_{eff}^i = Km_{i,x}\mathbf{e}_x - K_{\perp}m_{i,y}\mathbf{e}_y + A\partial_x^2\mathbf{m}_i - J\mathbf{m}_{\bar{i}}, \quad (2.61)$$

где \bar{i} обозначает принадлежность к противоположной подрешетки, т.е. $\bar{i} = B$ (А) для $i = A$ (В). Легкая (с константой анизотропии K) и тяжелая (с константой анизотропии K_{\perp}) оси анизотропии выбраны вдоль x и y -направлений, соответственно. A это внутриподрешеточная жесткость, а J это константа обменного взаимодействия между подрешетками.

Продельвая вывод, аналогичный случаю ферромагнетика, получаем, что в антиферромагнетике вращательный момент от сверхпроводника действует только на подрешетку А и имеет вид:

$$\mathbf{N}_A = \frac{J_{ex}\mathbf{m}_A \times \mathbf{s}}{d_{AF}}, \quad N_B = 0. \quad (2.62)$$

Для того, чтобы понять, какова эффективность вращательного момента, индуцированного сверхпроводником, мы сравниваем его характерную величину с характерной величиной вращательного момента эффективного поля H_{eff} . Уравнение (2.59) можно переписать как $\mathbf{N}/\gamma H_K M = \zeta \partial_{\tilde{x}} \tilde{\mathbf{J}}_x$, введя безразмерные величины $\partial_{\tilde{x}} \tilde{\mathbf{J}}_x = (2e^2 R_N v_F / \Delta_0^2) \partial_x \mathbf{J}_x$ и $\zeta = E_S / \pi E_A$. Последняя из них пропорциональна отношению энергии конденсации $E_S = N_F \Delta_0^2 d_S / 2$ и энергии анизотропии $E_A = M H_K d_F / 2$ на единицу площади поверхности пленки в (x, y) -плоскости. Здесь и ниже $R_N = \pi / (2e^2 N_F v_F)$ сопротивление пленки в нормальном состоянии и Δ_0 сверхпроводящий параметр S в отсутствие магнетика при нулевой температуре. Беря $E_S \sim d_S \times (10 \div 10^3) \text{ erg/cm}^3$ (для обычных сверхпроводников типа Al и Nb) и $E_A \sim d_F \times 10^5 \text{ erg/cm}^3$ для тонких пленок Ру [211, 212] или $E_A \sim d_F \times (10 \div 10^2) \text{ erg/cm}^3$ для тонких пленок YIG [213], получаем, что ζ может изменяться в широком диапазоне $\zeta \sim (10^{-4} \div 10^2)(d_S/d_F)$.

Спиновый ток в сверхпроводнике, а вместе с ним и вращательный момент, действующий на магнетик, вычисляется через квазиклассическую гриновскую функцию. Матричная гриновская функция $\check{g}(\mathbf{r}, \mathbf{p}_F, \varepsilon, t)$ представляет собой матрицу 8×8 в прямом произведении спинового, частично-дырочного и келдышевского пространств и зависит от радиус-вектора \mathbf{r} , направления импульса квазичастицы \mathbf{p}_F , энергии квазичастицы ε и времени t . В S пленке она подчиняется уравнению Эйленбергера:

$$i v_F \nabla \check{g}(\mathbf{r}, \mathbf{p}_F) + \left[\varepsilon \tau_z + \mathbf{h}(\mathbf{r}) \boldsymbol{\sigma} \tau_z - \check{\Delta}, \check{g} \right]_{\otimes} = 0, \quad (2.63)$$

где $[A, B]_{\otimes} = A \otimes B - B \otimes A$ and $A \otimes B = \exp[(i/2)(\partial_{\varepsilon_1} \partial_{t_2} - \partial_{\varepsilon_2} \partial_{t_1})]A(\varepsilon_1, t_1)B(\varepsilon_2, t_2)|_{\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon; t_1=t_2=t}$. $\tau_{x,y,z}$ матрицы Паули в пространстве частица-дырка с $\tau_{\pm} = (\tau_x \pm i\tau_y)/2$. $\hat{\Delta} = \Delta(x)\tau_+ - \Delta^*(x)\tau_-$ матричная структура сверхпроводящего параметра порядка $\Delta(x)$ в пространстве частица-дырка.

В баллистическом пределе удобно работать в так называемой Риккати-параметризации квазиклассических гриновских функций [214, 215]. В терминах Риккати-параметризации запаздывающая гриновская функция имеет вид:

$$\check{g}^{R,A} = \pm N^{R,A} \otimes \begin{pmatrix} 1 - \hat{\gamma}^{R,A} \otimes \hat{\tilde{\gamma}}^{R,A} & 2\hat{\gamma}^{R,A} \\ 2\hat{\tilde{\gamma}}^{R,A} & -(1 - \hat{\tilde{\gamma}}^{R,A} \otimes \hat{\gamma}^{R,A}) \end{pmatrix}, \quad (2.64)$$

$$\check{g}^K = 2N^R \otimes \begin{pmatrix} x^K + \hat{\gamma}^R \otimes \hat{x}^K \otimes \hat{\gamma}^A & -(\hat{\gamma}^R \otimes \hat{x}^K - \hat{x}^K \hat{\gamma}^A) \\ \hat{\tilde{\gamma}}^R \otimes \hat{x}^K - \hat{x}^K \otimes \hat{\tilde{\gamma}}^A & \hat{x}^K + \hat{\tilde{\gamma}}^R \otimes \hat{x}^K \otimes \hat{\gamma}^A \end{pmatrix} \otimes N^A \quad (2.65)$$

с

$$N^{R,A} = \begin{pmatrix} 1 + \hat{\gamma}^{R,A} \otimes \hat{\tilde{\gamma}}^{R,A} & 0 \\ 0 & 1 + \hat{\tilde{\gamma}}^{R,A} \otimes \hat{\gamma}^{R,A} \end{pmatrix}^{-1} \quad (2.66)$$

где $\hat{\gamma}^{R,A}$, $\hat{\tilde{\gamma}}^{R,A}$, \hat{x}^K и $\hat{\tilde{x}}^K$ матрицы в спиновом пространстве. Заметим, что наша параметризация немного отличается от определения в литературе [214, 215] на факторы $i\sigma_y$ как $\hat{\gamma}_{standard}^{R,A} = \hat{\gamma}^{R,A}i\sigma_y$ и $\hat{\tilde{\gamma}}_{standard}^{R,A} = i\sigma_y\hat{\tilde{\gamma}}^{R,A}$. Гриновские функции (2.64)-(2.66), записанные через Риккати-амплитуды, автоматически подчиняются условию нормировки $\check{g} \otimes \check{g} = 1$.

Риккати-амплитуда $\hat{\gamma}$ удовлетворяет следующему уравнению Риккати:

$$i\mathbf{v}_F \nabla \hat{\gamma}^R + 2\varepsilon \hat{\gamma}^R = -\hat{\gamma}^R \otimes \Delta^* \otimes \hat{\gamma}^R - \{\mathbf{h}\boldsymbol{\sigma}, \hat{\gamma}^R\}_{\otimes} - \Delta \quad (2.67)$$

а $\hat{\tilde{\gamma}}$ подчиняется тому же самому уравнению с подстановкой $\varepsilon \rightarrow -\varepsilon$, $\mathbf{h} \rightarrow -\mathbf{h}$ and $\Delta \rightarrow \Delta^*$.

Функция распределения \hat{x}^K удовлетворяет уравнению:

$$i\mathbf{v}_F \nabla \hat{x}^K + i\partial_t \hat{x}^K + \hat{\gamma}^R \otimes \Delta^* \otimes \hat{x}^K + \hat{x}^K \otimes \Delta \otimes \hat{\tilde{\gamma}}^A + [\mathbf{h}\boldsymbol{\sigma}, \hat{x}^K]_{\otimes} = 0, \quad (2.68)$$

а $\hat{\tilde{x}}^K$ подчиняется тому же самому уравнению с подстановкой $\mathbf{h} \rightarrow -\mathbf{h}$, $\Delta \rightarrow \Delta^*$, $\hat{\gamma}^{R,A} \leftrightarrow \hat{\tilde{\gamma}}^{R,A}$. В этой задаче достаточно считать параметр порядка действительным $\Delta = \Delta^*$.

Если мы рассмотрим локально пространственно-неоднородную магнитную текстуру типа доменной стенки, Риккати-амплитуды $\hat{\gamma}$ и $\hat{\tilde{\gamma}}$ можно найти из уравнения (2.67)

численно с использованием следующего асимптотического условия:

$$\hat{\gamma}_\infty = \gamma_{0\infty} + \frac{\mathbf{h}_\infty \boldsymbol{\sigma}}{h} \gamma_\infty, \quad (2.69)$$

$$\gamma_{0\infty} = -\frac{1}{2} \left[\frac{\Delta}{\varepsilon + h + i\sqrt{\Delta^2 - (\varepsilon + h)^2}} + \frac{\Delta}{\varepsilon - h + i\sqrt{\Delta^2 - (\varepsilon - h)^2}} \right], \quad (2.70)$$

$$\gamma_\infty = -\frac{1}{2} \left[\frac{\Delta}{\varepsilon + h + i\sqrt{\Delta^2 - (\varepsilon + h)^2}} - \frac{\Delta}{\varepsilon - h + i\sqrt{\Delta^2 - (\varepsilon - h)^2}} \right], \quad (2.71)$$

и $\hat{\gamma}_\infty = -\hat{\gamma}_\infty$.

Уравнение (2.67) стабильно при численном решении от $x = -\infty$ для траекторий $v_x > 0$ и от $x = +\infty$ для траекторий $v_x < 0$. Наоборот, $\hat{\gamma}$ можно найти численно стартуя от $x = +\infty$ для траекторий $v_x > 0$ и от $x = -\infty$ для траекторий $v_x < 0$. Опережающие Риккати-амплитуды можно найти из соотношения [215] $\hat{\gamma}^A = -(\hat{\gamma}^R)^\dagger$. Сверхпроводящий параметр порядка находится самосогласованно из уравнения

$$\Delta = -\frac{\lambda}{8} \int_{-\Omega}^{\Omega} d\varepsilon \text{Tr}_4 \langle \tau_- \check{g}^K \rangle, \quad (2.72)$$

где $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по Ферми-поверхности, а Tr_4 след в прямом произведении частично-дырочного и спинового пространств. λ безразмерная константа спаривания и Ω дебаевская частота.

Если пренебречь зависимостью \mathbf{h} от времени, то из уравнения (2.68) следует, что функция распределения \hat{x}^K для данной баллистической траектории определяется равновесной функцией распределения левого (правого) резервуара для $v_{F,x} > 0$ ($v_{F,x} < 0$) и имеет вид

$$\hat{x}_\pm^K = (1 + \hat{\gamma}_\pm^R \otimes \hat{\gamma}_\pm^A) \tanh \frac{\varepsilon}{2T_{l,r}}, \quad (2.73)$$

где нижний индекс $+(-)$ отвечает траекториям $v_{F,x} > 0$ ($v_{F,x} < 0$). И наоборот,

$$\hat{x}_\pm^K = -(1 + \hat{\gamma}_\pm^R \otimes \hat{\gamma}_\pm^A) \tanh \frac{\varepsilon}{2T_{r,l}}. \quad (2.74)$$

Членами $\propto \dot{\mathbf{h}}$ в уравнении (2.68) можно пренебречь при условиях $(h/\Delta)v_{st}/l_{DW}\Delta \ll 1$ и $(h/\Delta)(1/t_d\Delta) \ll 1$, где t_d характерное время магнитной динамики, v_{st} характерная скорость DW и l_{DW} ширина DW. Для реалистичных параметров $t_d \sim 10^{-9} - 10^{-8} \text{ s}$, $v_{st} \sim 100 \text{ m/s}$ в соответствии с нашими оценками. Таким образом, при $\Delta \sim 1 \text{ K}$ и $h/\Delta \lesssim 1$ эти условия выполняются с хорошей точностью для любой разумной ширины DW $l_{DW} \sim 10 \text{ nm} - 1 \mu\text{m}$. Физически, эти члены описывают электродвижущую силу, которая возникает в системе из-за динамики намагниченности и многократно исследовалась

в литературе в различных контекстах [217–229], но здесь ее влиянием на динамику намагниченности можно пренебречь.

Спиновый ток вычисляется через квазиклассическую гриновскую функцию как:

$$\mathbf{J}_j = -\frac{N_F}{16} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \text{Tr}_4 \left[\boldsymbol{\sigma} \langle v_{F,j} \check{g}^K \rangle \right], \quad (2.75)$$

где $\check{g}^K(\epsilon, \mathbf{v}_F)$ это келдышевская часть квазиклассической гриновской функции. N_F - DOS в нормальном состоянии сверхпроводника на уровне Ферми.

Термоиндуцированный спиновый ток в однородном S/F(AF) бислое. Теперь мы можем вычислить термоиндуцированный спиновый вращательный момент в S/F(AF) бислое с доменной стенкой. Но сначала обсудим термоиндуцированный спиновый ток в S/F(AF) бислое с *однородным* обменным полем без DW, т.к. это главный генератор вращательного момента, осуществляющий спиновую накачку в область доменной стенки. Приложим разницу температур $T_l - T_r$ к торцам бислоя. В этом случае в сверхпроводнике появляется спиновый ток. Стоит отметить, что этот эффект не требует внешнего источника, который инжектирует спин в систему, в отличие от экспериментов по спиновой накачке в сверхпроводник [230,231]. Спиновый ток в однородном S/F(AF) переносит только x -компоненту спина $J_x^x \equiv J$, которая направлена вдоль намагниченности магнетика. Рис. 2.17 демонстрирует зависимость спинового тока от температуры системы при маленьких значениях разницы температур $\delta T = T_l - T_r \ll T$ для различных h . Для однородного бислоя спиновая ЭДС при $\delta T/\Delta_0 \ll 1$ имеет вид:

$$\frac{2e^2 R_N J}{\delta T} = F\left(\frac{\Delta + h}{2T}\right) - F\left(\frac{\Delta - h}{2T}\right) \quad (2.76)$$

где $F(x) = x \tanh x - \ln \cosh x$. Максимальные значения $2eJR_N/\delta T$ имеют порядок $(h/\Delta_0) \times 10^{-1} \text{mV/K}$ и достигаются для $T \sim 0.6 - 0.7T_c$, как показано на рис. 2.17.

Оцененные значения $2eJR_N/\delta T$ много больше, чем известные значения для несверхпроводящих систем, содержащих металлические ферромагнетики. Такие большие значения спин-зависящего эффекта Зеебека являются следствием гигантской электрондырочной асимметрии вблизи уровня Ферми, см. вставку в рис. 2.17. Для баллистического транспорта, который мы рассматриваем, функция распределения летящих вправо (влево) квазичастиц определяется функцией Ферми левого (правого) торца бислоя, который находится в тепловом равновесии при $T = T_{l(r)}$. Для простоты предположим, что $T_r = 0$. Тогда квазичастицы, движущиеся влево, отсутствуют. Расщепленная по спину DOS, занятая летящими вправо квазичастицами, показана на вставке в рис. 2.17. Видно, что при промежуточных температурах $\Delta - h < T < \Delta + h$ DOS для спина вниз в основном занята электроно-подобными квазичастицами, а DOS для спина вверх

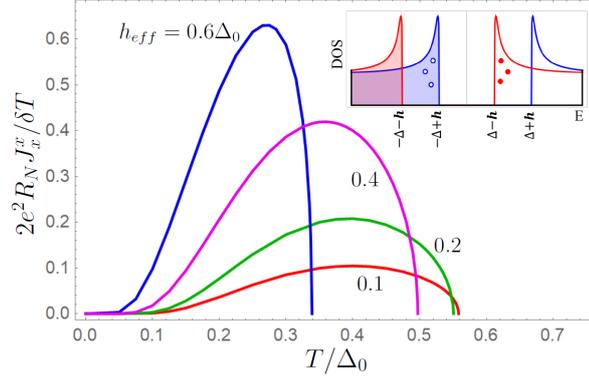


Рис. 2.17: Спиновый ток, деленный на разность температур $\delta T \rightarrow 0$ в однородном S/F бислое как функция температуры. $h_{eff} = 0.1$ (красная линия), 0.2 (зеленая), 0.4 (фиолетовая), 0.6 (синяя) в единицах Δ_0 . Вставка: разрешенная по спину DOS, заполненная тепловыми, движущимися вправо квазичастицами, пришедшими с горячего конца. DOS со спином вверх $S_x = +1$ (со спином вниз $S_x = -1$) изображена синим (красным). Видно, что все летящие направо квазичастицы дают вклад в спиновый ток в одном и том же направлении.

занята дырочно-подобными квазичастицами. В этой идеальной ситуации все термоиндуцированные квазичастицы, как электроны, так и дырки, имеют одинаковый спин и переносят спин вниз направо, что приводит к максимально возможному значению термоиндуцированного спинового тока.

Термоиндуцированный вращательный момент. Пространственные профили термоиндуцированного спинового тока в присутствии плоской DW (намагниченность лежит в (x, y) -плоскости) представлены на рис. 2.18 для различных температур горячего конца. Сначала обсудим компоненту J_x^s , которая является единственной ненулевой компонентой термоиндуцированного спинового тока в объеме. Из-за присутствия двух магнитных доменов с противоположными намагниченностями она обеспечивает спиновую накачку в область доменной стенки. Этот процесс схематически проиллюстрирован на верхней поверхности рис. 2.3(a) и описан там. При ненулевой разнице $T_l - T_r$ в области доменной стенки также появляется компонента спинового тока J_x^y . В пределе $T_l - T_r \rightarrow 0$ сохраняется только J_x^z . Поэтому эта компонента представляет собой спонтанный спиновый ток, который существует в области доменной стенки даже в равновесии. Она переносится триплетными куперовскими парами из электронов с равными спинами, которые генерируются магнитной текстурой. Подобные спонтанные спиновые токи уже рассматривались в литературе ранее, преимущественно в геометрии джозефсоновского контакта [106, 154, 232–236, 238, 407].

Спонтанный спиновый ток для нашей баллистической S пленки, находящейся в контакте с ферромагнетиком, в котором есть *компланарная* DW, показан на рис. 2.19. Видно, что амплитуда спонтанного спинового тока выше для более узких DWs. В пределе $l_{DW}/\xi_S \gg 1$ он исчезает. Этот спиновый ток не сохраняется и создает вращатель-

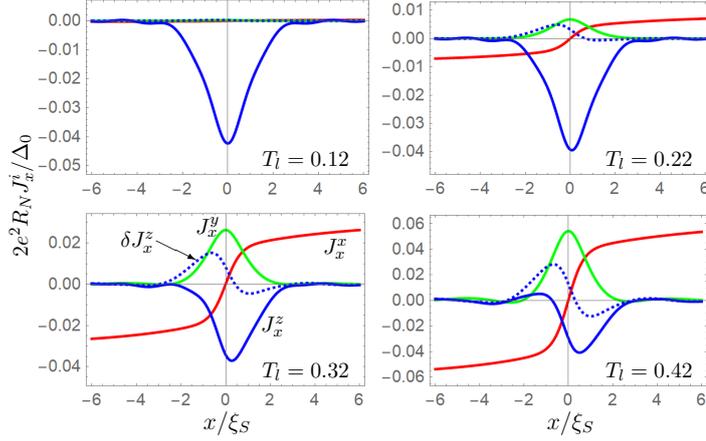


Рис. 2.18: Пространственный профиль компонент спинового тока J_x^x (красная линия), J_x^y (зеленая) and J_x^z (синяя) для различных температур горячего конца, $\delta J_x^z = J_x^z - J_x^z(T_l = T_r)$. $h_{eff} = 0.3\Delta_0$, $T_r = 0.02\Delta_0$, $l_{DW} = 0.5\xi_S$, где $\xi_S = v_F/\Delta_0$ для всего данного раздела.

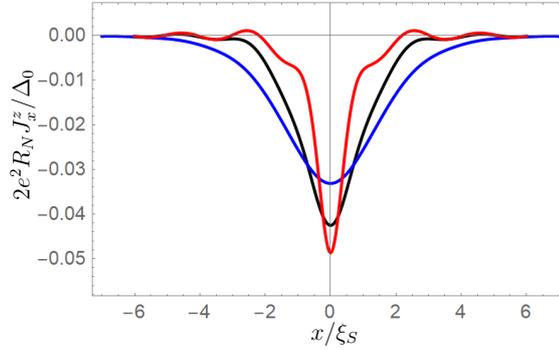


Рис. 2.19: Спиновый ток $J_x^z(x)$ на плоской DW в равновесии. Остальные компоненты спинового тока равны нулю. $l_{DW} = \xi_S$ (синяя линия); $0.5\xi_S$ (черная); $0.2\xi_S$ (красная). $h_{eff} = 0.3\Delta_0$, $T = 0.02\Delta_0$.

ный момент, действующий на DW. Мы находим финальный равновесный профиль DW из уравнения LLG с учетом этого вращательного момента. Получено, что присутствие сверхпроводника приводит к появлению дополнительных осцилляций намагниченности в (x, y) -плоскости. Эти осцилляции генерируют дополнительные вклады в плоскостное эффективное поле, которые создают вращательный момент в z -направлении, компенсирующий действие спонтанного спинового тока. Финальный профиль равновесной намагниченности представлен на рис. 2.20. Для реалистичных отношений поля анизотропии к полю размагничивания $H_K/K_\perp M$ мы не обнаружили значимых отклонений профиля намагниченности от исходной формы, когда стенка компланарна и лежит в плоскости (x, y) . Следует отметить, что рис. 2.20 построен для экстремально высокого значения $\zeta = 10$ для того, чтобы сделать искажения профиля намагниченности видимыми.

Следовательно, равновесный вращательный момент не дает вклада в движение DW и вычитается из неравновесного вращательного момента, движущего стенку. Враща-

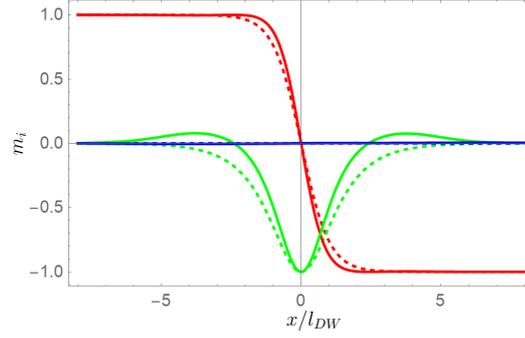


Рис. 2.20: Профиль намагниченности в равновесном S/F бислое для $\zeta = 10$. $\mathbf{m}_i = \mathbf{M}_i/M$. Разные компоненты намагниченности показаны разными цветами: m_x -красный, m_y -зеленый и m_z -синий. Кривые, изображенные точками, отвечают случаю отсутствия сверхпроводника $\zeta = 0$. $l_{DW} = 0.5\xi_S$, $h_{eff} = 0.3\Delta_0$, $T = 0.02\Delta_0$, $K_{\perp} = H_K/M$.

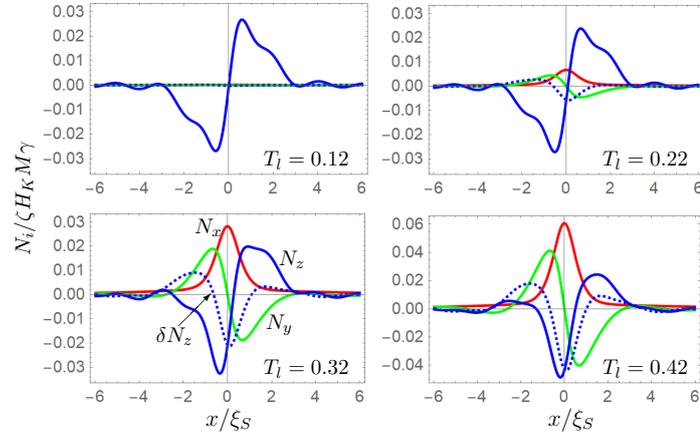


Рис. 2.21: Пространственные профили компонент вращательного момента N_x (красная линия), N_y (зеленая) и N_z (синяя) на плоской DW под действием приложенной разницы температур, $\delta N_z = N_z - N_z(T_l = T_r)$. $h_{eff} = 0.3\Delta_0$, $T_r = 0.02\Delta_0$, $l_{DW} = 0.5\xi_S$.

тельный момент может быть вычислен через спиновый ток согласно уравнению (2.59). В общем случае, любой вращательный момент можно записать как $\mathbf{N} = a \partial_x \mathbf{m} + b \mathbf{m} \times \partial_x \mathbf{m}$, где $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M$. Первый (второй) член связан с электронными спинами, следующими за (разориентированными с) магнитной текстурой. Поэтому первый член называется адиабатический вращательный момент, а второй - неадиабатический. В рамках теории линейного отклика коэффициенты a и b пропорциональны градиенту температуры. Для плоской DW N_x и N_y компоненты дают адиабатический вращательный момент, а N_z - неадиабатический.

Пространственные профили вращательного момента \mathbf{N} , действующего на DW со стороны пространственно неоднородного спинового тока, показаны на рис. 2.21. Вращательный момент сильно зависит от температуры. Температурная зависимость как адиабатического, так и неадиабатического вращательного момента, определяется процессами спиновой накачки. Она примерно повторяет температурную зависимость объемного квазичастичного спинового тока. Таким образом, спиновая накачка является

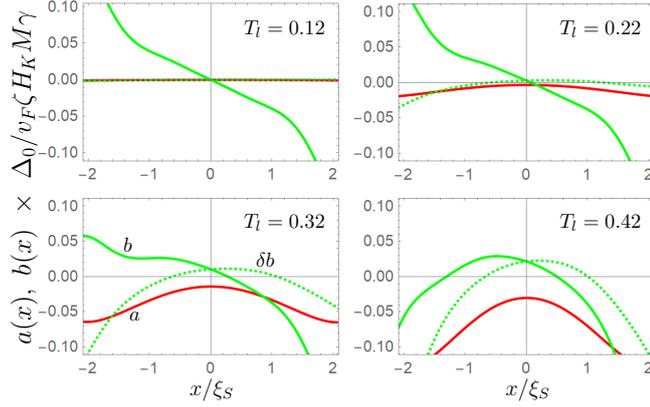


Рис. 2.22: Коэффициенты вращательного момента $a(x)$ (красная линия) и $b(x)$ (зеленая) для разных температур горячего конца, $\delta b = b - b(T_l = T_r)$. $h_{eff} = 0.3\Delta_0$, $T_r = 0.02\Delta_0$, $l_{DW} = 0.5\xi_S$.

движущей силой как адиабатической, так и неадиабатической компонент. Однако, важно отметить, что в S/F гибридах неадиабатический вращательный момент возникает естественным образом, из-за того, что есть два различных пространственных масштаба: l_{DW} и ξ_S . Спин квазичастицы ориентируется по намагниченности на масштабе $\sim \xi_S$. При $l_{DW} \lesssim \xi_S$ он неизбежно разориентирован с намагниченностью, приводя к возникновению неадиабатического вращательного момента. Причина состоит в том, что в сверхпроводнике квазичастица представляет собой когерентную смесь электроноподобных и дырочноподобных возбуждений и сильно взаимодействует с конденсатом. Следовательно, любые изменения спина квазичастицы связаны с изменениями волновой функции триплетных пар, которые могут происходить на длине ξ_S . В этом состоит разница с несверхпроводящим случаем, когда причиной неадиабатического вращательного момента обычно считаются процессы рассеяния с переворотом спина.

Существенной особенностью сверхпроводящей системы является то, что вычисленные микроскопически коэффициенты a и b в нашем случае зависят от координат. Они изображены на рис. 2.22 как функции x -координаты (центр DW находится при $x = 0$) для различных температур горячего конца. Это отличается от случая несверхпроводящей системы, где они обычно не зависят от координат из-за отсутствия соответствующего пространственного масштаба. Здесь характерный масштаб пространственного изменения a и b определяется сверхпроводящей длиной когерентности ξ_S . Интересно, что коэффициент b является даже знакопеременной функцией x -координаты. В равновесии при $T_l = T_r$, $b = 0$ при $x = x_{DW}$, т.е. в центре DW. При наличии разницы температур полезно рассмотреть величину $\delta b = b - b(T_l = T_r)$. Она становится ненулевой при $x = x_{DW}$: $\delta b(x = x_{DW}) = b(x = x_{DW}) \neq 0$. Скорость DW пропорциональна этой величине.

Термоиндуцированное движение доменной стенки в S/F бислое. Динамика DW под

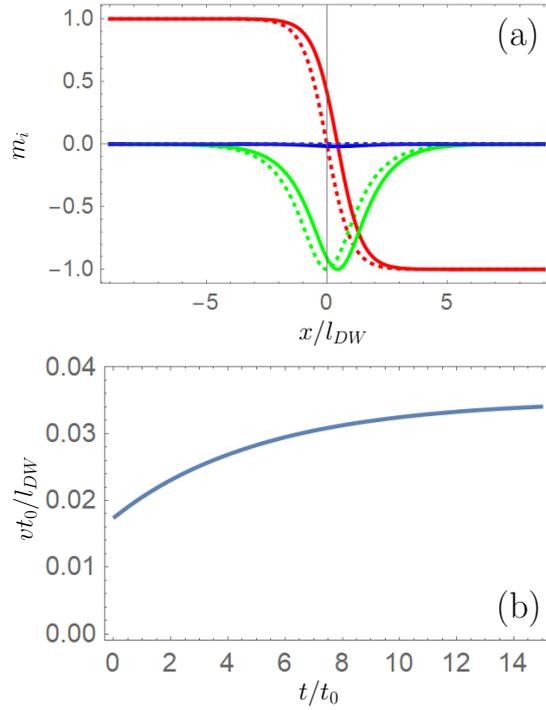


Рис. 2.23: (a) Компоненты профиля намагниченности при $t = 0$ (пунктирные линии) и при $t = 15t_0$ (сплошные линии). m_x -красная линия; m_y -зеленая и m_z -синяя. (b) Скорость DW как функция времени. $\zeta = 0.3$, $\alpha = 0.2$, $K_{\perp} = H_K/M$, $T_r = 0.35\Delta_0$ и $T_l = 0.50\Delta_0$.

действием разницы температур вычисляется из уравнения LLG (2.57). Здесь мы фокусируемся на маленьких величинах параметра ζ , описывающего силу вращательного момента, индуцированного сверхпроводником. В этом случае можно вычислять вращательный момент для невозмущенной стенки DW, пренебрегая искажениями формы DW из-за ее движения. Наши численные результаты для пространственных профилей движущейся DW представлены на рис. 2.23 и демонстрируют, что искажение действительно очень мало, таким образом оправдывая наше упрощение.

Мы получили, что для значений ζ и $T_l - T_r$, отвечающих рис. 2.26 DW движется как жесткий объект, достигая стационарного режима за время $t_d = 1/4\pi\alpha\gamma M$, т.е. волкеровский предел [239] в наших вычислениях не достигается. Для рассмотренных параметров мы не обнаружили признаков прецессионного движения, которое типично для режима выше волкеровского предела. Скорость доменной стенки вычисляется как $v(t) = \dot{x}_{DW}(t)$, где $x_{DW}(t)$ координата центра DW в данный момент времени, которая определяется из динамического профиля намагниченности. Скорость стационарного состояния $v_{st} = v(t \rightarrow \infty)$ как функция δT изображена на рис. 2.26. Мы видим, что при $\delta T \ll \Delta_0$ скорость является линейной функцией разницы температур. Хотя в сверхпроводящих системах коэффициенты a и b зависят от координат, $v_{st} \sim b(x = x_{DW}) = -l_{DW}N_z(x = x_{DW})$, как показано на вставке в рис. 2.26. Это указывает на то, что в рассматриваемом режиме движение DW определяется неадиабати-

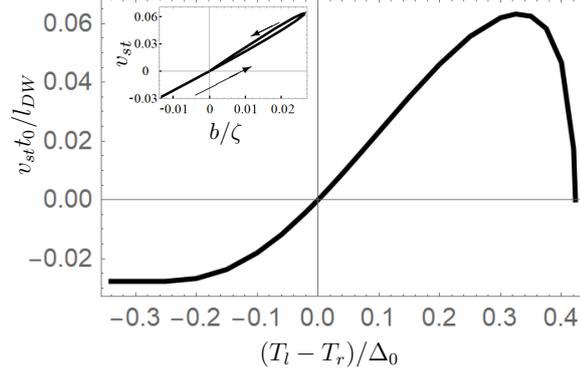


Рис. 2.24: Скорость доменной стенки v_{st} как функция $\delta T = T_l - T_r$. $t_0 = (\gamma H_K)^{-1}$. Вставка: v_{st} как функция $b(x = x_{DW})$. Направление роста δT вдоль этой кривой показано стрелкой $\zeta = 0.3$, $\alpha = 0.2$, $K_{\perp} = H_K/M$, $T_r = 0.35\Delta_0$.

ческим вращательным моментом, аналогично случаю несверхпроводящих систем [240]. "Гистерезисное поведение" параметрического графика $v_{st}(b)$ обусловлено немонотонной зависимостью скорости, а также $b(x_{DW})$ от δT , которое в свою очередь является результатом подавления сверхпроводимости нагревом пленки.

Скорость доменной стенки v_{st} линейно пропорциональна параметру ζ , описывающему эффективность вращательного момента. При $\zeta = 0.3$ и беря материальные параметры для пленок Ру [212] $H_K \sim 500\text{Oe}$ и $l_{DW} \sim 20\text{nm}$ или для пленок YIG [213] $H_K \sim 0.5\text{Oe}$ и $l_{DW} \sim 1\mu\text{m}$, максимальные скорости DW можно оценить из рис. 2.26 как $v_{Py} \sim 0.06(\alpha/\alpha_{Py})(l_{DW}/t_0)_{Py}$, что дает $v_{Py} \sim 100\text{m/s}$. Аналогично, $v_{YIG} \sim 10^3\text{m/s}$. В этих оценках мы принимаем во внимание, что $v_{st} \sim \alpha^{-1}$ и реалистичные значения $\alpha_{Py} \sim 0.01$ и $\alpha_{YIG} \sim 10^{-4}$.

Термоиндуцированное движение доменной стенки в S/AF бислое. Сначала обсудим результаты численного расчета динамики намагниченности в антиферромагнетике, полученные из решения уравнения LLG (2.60). Вращательный момент, действующий на антиферромагнетик со стороны сверхпроводника, вычисляется микроскопически из уравнений (2.75) и (2.59). Неелевский вектор в антиферромагнетике $\mathbf{n} = (\mathbf{m}_A - \mathbf{m}_B)/2$ можно параметризовать как

$$\mathbf{n} = (\cos \theta, \sin \theta \sin \phi, \sin \theta \cos \phi), \quad (2.77)$$

где оба угла θ и ϕ зависят от x -координаты. Равновесная форма DW в отсутствие сверхпроводящей пленки дается выражением $\cos \theta = \tanh(x/d_{DW})$ и $\phi = 0$, т.е. в данном случае мы предполагаем, что DW лежит в (x, z) -плоскости.

Для численного расчета мы вводим безразмерные величины $\tilde{t} = t(\gamma K)$ и $\tilde{\mathbf{H}}_{eff} = m_{i,x}\mathbf{e}_x - km_{i,y}\mathbf{e}_y + \tilde{A}\partial_x^2\mathbf{m}_i - \tilde{J}\mathbf{m}_i$ с $\tilde{A} = A/K$, $\tilde{J} = J/K$, $k = K_{\perp}/K$. Все длины измеряются в единицах $\xi_S = v_F/\Delta_0$, $\tilde{x} = x/\xi_S$. Здесь Δ_0 сверхпроводящий параметр

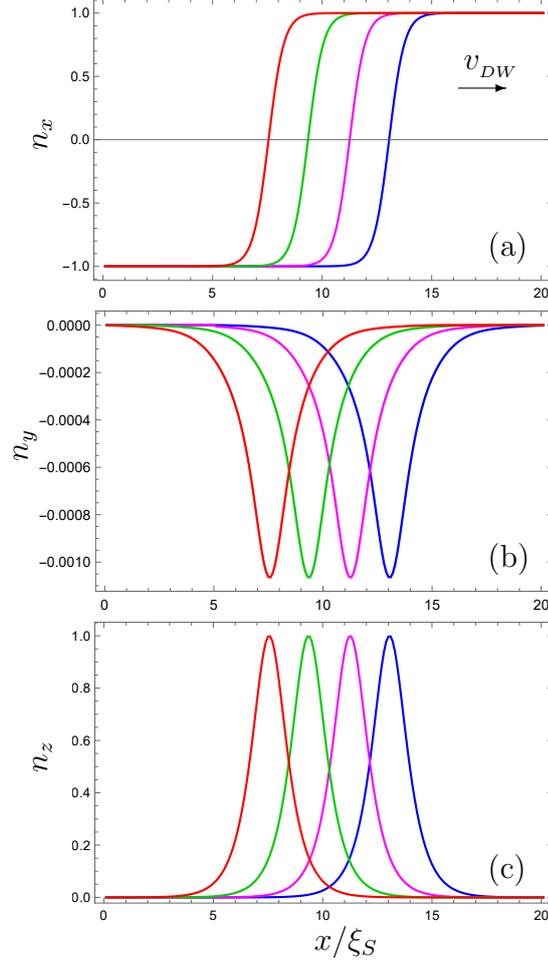


Рис. 2.25: Пространственные профили неелевского вектора в несколько последовательных моментов времени. $T_l = 0.32\Delta_0$, $T_r = 0.02\Delta_0$, $d = \xi_S$, $\alpha = 0.01$, $\alpha_c = 0.009$, $h = 0.3\Delta_0$, временной интервал между двумя последовательными кривыми $dt = 10t_0$. DW движется от левого (горячего) к правому (холодному) концу. направление движения DW указано стрелкой на панели (a).

порядка S пленки в отсутствие антиферромагнетика при $T = 0$. Безразмерный вращательный момент определяется как $\tilde{\mathbf{N}}_A = \mathbf{N}_A/\gamma K = \zeta \partial_{\tilde{x}} \tilde{\mathbf{J}}_x$, где безразмерная величина $\partial_{\tilde{x}} \tilde{\mathbf{J}}_x = (2e^2 R_N v_F / \Delta_0^2) \partial_x \mathbf{J}_x$, а $\zeta = E_S / \pi E_A$ также как и для ферромагнетика пропорциональна отношению энергии конденсации $E_S = N_F \Delta_0^2 d_S / 2$ и энергии анизотропии $E_A = MK d_{AF} / 2$. Здесь и ниже $R_N = \pi / (2e^2 N_F v_F)$ нормальное сопротивление S пленки. Т.к. характерные значения энергии анизотропии для антиферромагнетиков близки к таковым для ферромагнетиков, мы получаем, что ζ может лежать в том же широком диапазоне параметров, что и для ферромагнетиков $\zeta \sim (10^{-4} - 10^2)(d_S/d_{AF})$. Для численного анализа мы берем $\zeta = 0.048$.

На рис. 2.25 изображены мгновенные пространственные профили неелевского вектора \mathbf{n} в несколько последовательных моментов времени при движении DW под действием разницы температур и для значения анизотропии тяжелой оси $k = 1$. Видно, что DW

движется как жесткий объект, сохраняя свою начальную форму, т.е. ее движение находится в режиме ниже волкеровского предела [239]. Движение стенки попадает в этот режим для всего температурного диапазона, где сохраняется сверхпроводимость.

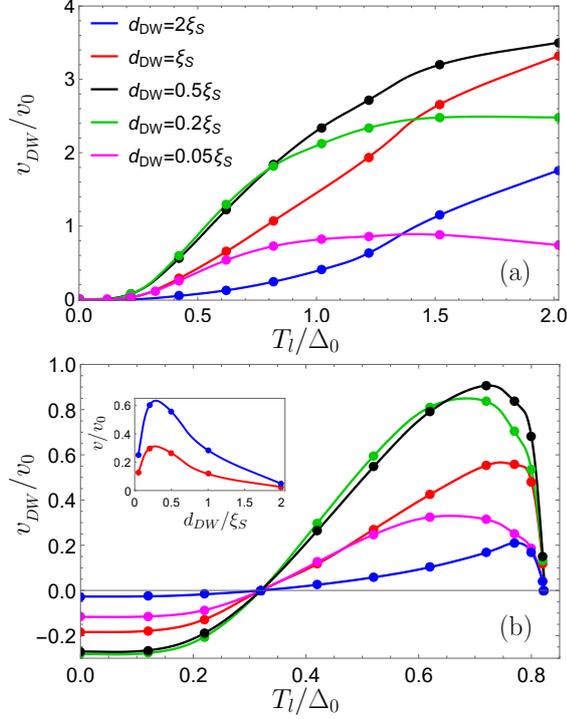


Рис. 2.26: (а) Скорость доменной стенки как функция T_l при $T_r = 0.02\Delta_0$ для различных значений ширины DW. (б) Скорость доменной стенки как функция T_l при $T_r = 0.32\Delta_0$ для различных значений ширины DW. Вставка показывает скорость доменной стенки при $T_l = 0.42\Delta_0$ и $T_r = 0.32\Delta_0$ (красная линия) или $T_r = 0$ (синяя) в зависимости от ширины DW. Параметры α , α_c и h те же самые, что и на рис. 2.25.

На рис. 2.26 изображена скорость движущейся DW как функция температуры левого (горячего) конца T_l . Скорость измеряется в единицах $v_0 = \xi_S/t_0$, где $t_0 = (\gamma K)^{-1}$. Беря типичные значения сверхпроводящей длины когерентности в Al $\xi_S \sim 200\text{nm}$ и $K \sim 10^2\text{G}$, можно грубо ценить $v_0 \sim 10^4 - 10^5\text{cm/s}$. Рис. 2.26(а) показывает скорость доменной стенки для случая примерно равной нулю температуры правого конца бислоя $T_r = 0.02\Delta_0$. Видно, что скорость остается конечной даже при $T_l > T_{c0} \approx 0.57\Delta_0$, где T_{c0} это критическая температура сверхпроводника в отсутствие антиферромагнетика. Т.к. параметр порядка вычисляется самосогласованно, это подразумевает, что сверхпроводимость все еще сохраняется при таких больших разностях температур. Существование сверхпроводимости при больших температурах одного из концов бислоя - это специфическая особенность баллистического предела, которая следует из того, что для данной пространственной точки только половина всех траекторий, соответствующих $v_x > 0$ несут горячие квазичастицы, имеющие функцию распределения, отвечающую T_l . А другая половина траекторий, с $v_x < 0$, почти не несет квазичастиц, т.к. они

начинаются на правом конце при $T = 0$. Такой же эффект существует и для бислоев с ферромагнетиком. В то же время, рис. 2.26(b) построен для $T_r = 0.32\Delta_0$. При этом значении температуры холодного конца количество летящих от него квазичастиц достаточно для того, чтобы полностью подавить сверхпроводимость уже при $T_l = 0.82\Delta_0$. В результате при этой температуре скорость DW обращается в нуль.

Разные кривые на рис. 2.26 отвечают разным значениям ширины DW d_{DW} в единицах ξ_S . Видно, что для данной разницы температур скорость DW является немонотонной функцией d_{DW} , которая проявляет максимум при $d_{DW} \sim \xi_S/3$. Зависимость скорости DW от d_{DW} продемонстрирована на вставке в рис. 2.26(b). Эту немонотонность можно понять на языке того, что движение DW порождается неадиабатической компонентой вращательного момента, которая $\propto d_{DW}/\xi_S$ при маленьких значениях этого параметра (см. аналитические расчеты, представленные ниже). Далее, спиновый вращательный момент исчезает при больших $d_{DW} \gg \xi_S$ из-за того, что электронный спин в этом случае успевает следовать за намагниченностью и неадиабатический вращательный момент обращается в нуль. Поэтому спиновый вращательный момент обязан иметь максимум между этими двумя минимумами.

Теперь, для того, чтобы получить некоторые аналитические результаты для скорости DW, мы применим метод коллективных координат [241]. В пределе узкой DW, теплоиндуцированный спиновый ток в S пленке также вычисляется аналитически.

Выражая намагниченности двух подрешеток через неелевский вектор и суммарную намагниченность как $\mathbf{m}_{A,B} = \mathbf{m} \pm \mathbf{n}$, после некоторой алгебры из уравнения (2.60) получаем:

$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} = -\gamma \left[\mathbf{n} \times \mathbf{H}^m + \mathbf{m} \times \mathbf{H}^n \right] + \frac{N_A}{2} + \alpha_n \mathbf{n} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} + \alpha_m \mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t}, \quad (2.78)$$

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = -\gamma \left[\mathbf{n} \times \mathbf{H}^n + \mathbf{m} \times \mathbf{H}^m \right] + \frac{N_A}{2} + \alpha_m \mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} + \alpha_n \mathbf{n} \times \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial t} \quad (2.79)$$

где $\mathbf{H}^{m,n} = (\mathbf{H}_{eff}^A \pm \mathbf{H}_{eff}^B)/2$ и $\alpha_{m,n} = \alpha \pm \alpha_c$. Далее мы учитываем, что $m \ll 1$. Затем, умножая уравнение (2.78) векторно на $\times \mathbf{n}$ и учитывая, что $n^2 \approx 1$ и $\mathbf{n} \cdot \mathbf{m} = 0$, получаем выражение для \mathbf{m} , которое в главном порядке имеет вид:

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2\gamma J} \left[\partial_t \mathbf{n} \times \mathbf{n} + \mathbf{n} \times \frac{N_A}{2} \right], \quad (2.80)$$

где мы также пренебрегли маленькими членами $\sim \alpha_{m,n}$ и $\alpha_{m,n}^2$. Уравнение (2.80) вполне стандартно [242], за исключением того, что член, описывающий вращательный момент, происходит только от одной из подрешеток.

Когда магнитную текстуру можно считать жесткой, динамика намагниченности определяется всего несколькими мягкими модами. В этом случае эволюция мягких мод может быть описана конечным числом коллективных координат. Метод коллек-

тивных координат успешно применялся для описания динамики как ферромагнитных [239, 243, 244], так и антиферромагнитных [241] текстур. Наши численные результаты, представленные на рис. 2.25, показывают, что в рассматриваемом случае текстура жесткая, и поэтому мы можем использовать метод коллективных координат для аналитического описания движения DW. В качестве коллективных координат мы берем координату центра DW x_{DW} и угол отклонения от равновесной плоскости стенки ϕ . В этом случае неелевский вектор движущейся DW можно записать в форме (2.77) с $\theta = \theta[x - x_{DW}(t)]$ и $\phi = \phi(t)$. Подставляя (2.80) в (2.79) и сохраняя в (2.79) только члены линейного порядка по \mathbf{N}_A и $\dot{x}_{DW} \sim \mathbf{N}_A$, получаем

$$\frac{\mathbf{n} \times \ddot{\mathbf{n}}}{2\gamma J} - \gamma \mathbf{n} \times \mathbf{H}^n + \alpha_n \mathbf{n} \times \dot{\mathbf{n}} + \frac{\mathbf{N}_A}{2} = 0. \quad (2.81)$$

Проектируя это уравнение на ось y и подставляя неелевский вектор в форме (2.77), приходим к уравнению

$$\frac{\theta' \ddot{x}_{DW}}{2\gamma J} + \alpha_n \theta' \dot{x}_{DW} + \frac{N_{A,y}^{ne}}{2} = 0, \quad (2.82)$$

где θ' это производная θ по аргументу и $N_{A,y}^{ne} = N_{A,y} - N_{A,y}^{eq}$ это неравновесная часть вращательного момента, которая возникает из-за приложенной разницы температур. Равновесный вклад $N_{A,y}^{eq}$ существует также и при $\Delta T = 0$ и компенсируется маленькими отклонениями формы стенки в S/AF бислое по сравнению с изолированной AF пленкой, точно также, как уже обсуждалось для случая S/F бислоя. Умножая уравнение (2.82) на θ' и интегрируя вдоль направления x , его можно представить в виде уравнения движения [241] для коллективной координаты x_{DW} с эффективной массой DW $M = (1/J\gamma^2) \int (\theta')^2 dx$ и силой, которая индуцирует движение стенки $F = -(1/\gamma) \int N_{A,y}^{ne} \theta' dx$.

Далее мы рассматриваем режим стационарного движения DW. В этом случае $\phi(t) = \phi_0$ и массивный член в уравнении (2.82) обращается в нуль. Строго говоря, это уравнение справедливо только для вращательного момента специальной формы $\mathbf{N}_{A,y}^{ne} \propto \theta'$, что совпадает с феноменологическим выражением для неадиабатического вращательного момента, рассмотренным в [241]. Наши микроскопические численные расчеты показывают, что это условие приблизительно верно при $|x - x_{DW}| < x_0$, где $x_0 \lesssim \xi_S$. Таким образом, скорость DW можно приближенно найти как

$$v_{DW} = \dot{x}_{DW} = \frac{N_{A,y}^0 d_{DW}}{2\alpha_n}, \quad (2.83)$$

где $N_{A,y}^0 = N_{A,y}(x = x_{DW})$. Интегрируя уравнение (2.82), можно получить несколько

более аккуратный результат, учитывающий усреднение по области доменной стенки:

$$v_{DW} = \frac{\int_{-x_0}^{x_0} N_{A,y} dx}{2\alpha_n[\theta(x_0) - \theta(-x_0)]}. \quad (2.84)$$

Это интегральное выражение не очень полезно для вычисления скорости DW в случае $d_{DW} > \xi_S$ из-за того, что параметр x_0 можно вытащить только из численного расчета. В то же время, здесь мы фокусируемся на режиме $d_{DW} \ll \xi_S$, который релевантен для AF/S бислоев на основе Al, благодаря относительно большой длине когерентности ξ_S в Al. В этом режиме основная часть интеграла в уравнении (2.84) набирается в области $|x - x_{DW}| < d_{DW}$ и, следовательно, точное значение $x_0 \gg d_{DW}$ не важно.

Аналогично, проектируя уравнение (2.81) на ось x , можно получить угол отклонения стенки:

$$\phi_0 = \frac{\int_{-x_0}^{x_0} N_{A,x} dx}{4d_{DW}\gamma K_{\perp}}. \quad (2.85)$$

Сравнивая этот результат с углом отклонения для ферромагнитного случая

$$\phi_F = \frac{1}{\gamma K_{\perp} d_{DW}} \left[\frac{1}{2} \int_{-x_0}^{x_0} dx N_x - \frac{1}{\pi\alpha} \int_{-x_0}^{x_0} dx N_z \right], \quad (2.86)$$

видим, что из-за отсутствия последнего члена $\propto \alpha^{-1} \gg 1$ в уравнении (2.85), угол отклонения в антиферромагнетиках много меньше, чем угол отклонения в ферромагнетиках, и поэтому может рассматриваться как жесткая мода, как было указано в работе [241]. Здесь мы сталкиваемся с проявлением того, что динамика намагниченности в антиферромагнетиках и ферромагнетиках имеет качественно различный характер.

Согласно нашему численному анализу скорость доменной стенки $v_{DW} \propto \alpha_n^{-1}$ (см. рис. 2.27). Также она $\propto \int_{-x_0}^{x_0} N_{A,y} dx$. Для плоской DW эта величина представляет собой неадиабатический вращательный момент, проинтегрированный по координате. В отличие от феноменологических подходов, которые применялись ранее для изучения движения DWs в ферромагнитных и антиферромагнитных текстурах, мы вычисляем неадиабатический вращательный момент микроскопически. Численно это делается для широкого диапазона параметров и соответствующее движение доменной стенки обсуждалось выше.

В режиме $d_{DW} \ll \xi_S$ мы можем получить приближенное аналитическое выражение для интегрального неадиабатического вращательного момента. Согласно уравнению (2.59) $\int_{-x_0}^{x_0} N_{A,y} dx \propto \int_{-x_0}^{x_0} d\mathbf{J}_y/dx = \mathbf{J}_y(x_0) - \mathbf{J}_y(-x_0)$. Последняя разница в основном

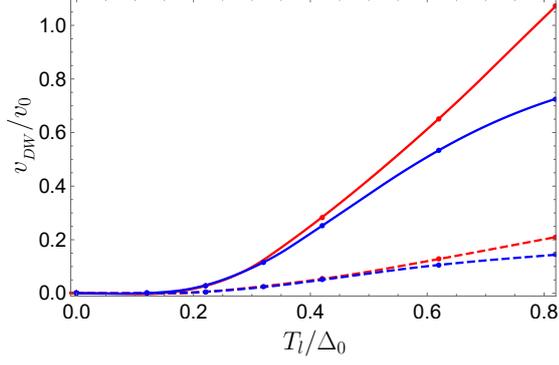


Рис. 2.27: Результат численного расчета скорости DW как функции T_l при различных значениях ширины DW $d_{DW} = \xi_S$ (красная линия) и $d_{DW} = 0.05\xi_S$ (синяя) и различных значениях $\alpha_n = 0.001$ (сплошная) и $\alpha_n = 0.005$ (пунктир). $T_r = 0.02\Delta_0$. Видно, что скорость DW пропорциональна α_n^{-1} при любых значениях ширины DW.

определяется скачком y -компоненты спинового тока $\Delta\mathbf{J}_y$ на DW. Этот скачок можно найти аналитически в рамках теории возмущений по малому параметру $d_{DW}/\xi_S \ll 1$. В этом режиме DW можно рассматривать как очень узкую по сравнению со сверхпроводящей длиной когерентности, и мы можем найти решение уравнения (2.67) на левом и правом концах DW, т.е. при $x = \mp d_{DW} \approx 0$, где вклады в Риккати-амплитуды нулевого порядка по этому параметру непрерывны, а вклад первого порядка испытывает скачок:

$$\hat{\gamma}_+^R(-d_{DW}) = \hat{\gamma}_{l,-\infty}^R, \quad \hat{\gamma}_+^R(d_{DW}) = \hat{\gamma}_{l,-\infty}^R + \delta\gamma\hat{\sigma}_z, \quad (2.87)$$

$$\hat{\gamma}_-^R(d_{DW}) = \hat{\gamma}_{r,+\infty}^R, \quad \hat{\gamma}_-^R(-d_{DW}) = \hat{\gamma}_{r,+\infty}^R + \delta\gamma\hat{\sigma}_z, \quad (2.88)$$

$$\hat{\gamma}_+^R(d_{DW}) = -\hat{\gamma}_{r,+\infty}^R, \quad \hat{\gamma}_+^R(-d_{DW}) = -\hat{\gamma}_{r,+\infty}^R - \delta\gamma\hat{\sigma}_z, \quad (2.89)$$

$$\hat{\gamma}_-^R(-d_{DW}) = -\hat{\gamma}_{l,-\infty}^R, \quad \hat{\gamma}_-^R(d_{DW}) = -\hat{\gamma}_{l,-\infty}^R - \delta\gamma\hat{\sigma}_z, \quad (2.90)$$

где

$$\delta\gamma = \int_{-\infty}^{+\infty} h_z(x) \text{Tr}[\hat{\gamma}^{R,0}(x)] dx, \quad (2.91)$$

и в силу условия $d_{DW}/\xi_S \ll 1$ вклад нулевого порядка в Риккати-амплитуды $\hat{\gamma}^{R,0}(x)$ можно взять при $x = 0$: $\hat{\gamma}_{\pm}^{R,0}(x) \approx \gamma_{\pm}^{R,0}(0) = \hat{\gamma}_{l(r),\infty}^R$. В этом приближении вклад первого порядка в Риккати-амплитуды принимает вид:

$$\delta\gamma = \frac{2\pi d_{DW} \hbar}{i|v_{F,x}|} \gamma_{0\infty} \quad (2.92)$$

Собирая гриновскую функцию из Риккати-амплитуд и подставляя ее в уравнение (2.75) мы приходим к следующему результату:

$$\Delta \mathbf{J}_y = \frac{\pi N_F d_{DW} h}{2} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \frac{|I_1|^2 - |I_2|^2}{|I_1 I_2 - 1|^2} \times \left[\tanh\left(\frac{\varepsilon}{2T_l}\right) - \tanh\left(\frac{\varepsilon}{2T_r}\right) \right], \quad (2.93)$$

где

$$I_{1,2} = \frac{\varepsilon + i\delta \pm h + i\sqrt{\Delta^2 - (\varepsilon + i\delta \pm h)^2}}{\Delta}. \quad (2.94)$$

Подставляя это выражение для $\Delta \mathbf{J}_y$ в уравнение (2.84) мы получаем следующее аналитическое выражение для скорости DW, справедливое при $d_{DW} \ll \xi_S$:

$$v_{DW} = Z^{-1} v_0 \frac{h}{\Delta_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{\Delta_0} \frac{|I_1|^2 - |I_2|^2}{|I_1 I_2 - 1|^2} \left[\tanh\left(\frac{\varepsilon}{2T_l}\right) - \tanh\left(\frac{\varepsilon}{2T_r}\right) \right], \quad (2.95)$$

где $Z = 8\alpha_n \xi_S / (\pi \zeta d_{DW})$ это параметр, в котором содержится зависимость скорости DW от всех существенных величин, таких как ζ , α_n и d_{DW} , за исключением зависимости от зеemannовского поля h .

Скорость доменной стенки, вычисленная согласно уравнению (2.95), в режиме маленькой разности температур $\delta T = T_l - T_r \ll T$ показана на рис. 2.28(a) для различных значений обменного поля h . Видно, что в целом v_{DW} выше для больших значений h , но при этом более резко падает с температурой при высоких температурах из-за подавления сверхпроводимости обменным полем. Рис. 2.28(b) демонстрирует максимальное значение v_{DW} , которое можно получить для данного h оптимизируя разность температур $T_l - T_r$, вычисленное из уравнения (2.95). Максимальное значение скорости DW растет с обменным полем h до тех пор, пока подавление сверхпроводимости полем не становится доминирующим фактором в зависимости v_{DW} от обменного поля.

Уравнение (2.95) можно упростить еще дальше для не очень маленьких значений обменного поля $0.1\Delta \lesssim h \lesssim \Delta$. В этом случае подынтегральное выражение в уравнении (2.93) можно аппроксимировать как

$$\frac{|I_1|^2 - |I_2|^2}{|I_1 I_2 - 1|^2} \approx \frac{\text{sign } \varepsilon}{4} \left(1 + \frac{2\Delta}{h}\right) \sqrt{\varepsilon^2 - (\Delta - h)^2} \quad (2.96)$$

если $\varepsilon \in \pm[\Delta - h, \Delta + h]$ и положить равным нулю за пределами этого интервала. В

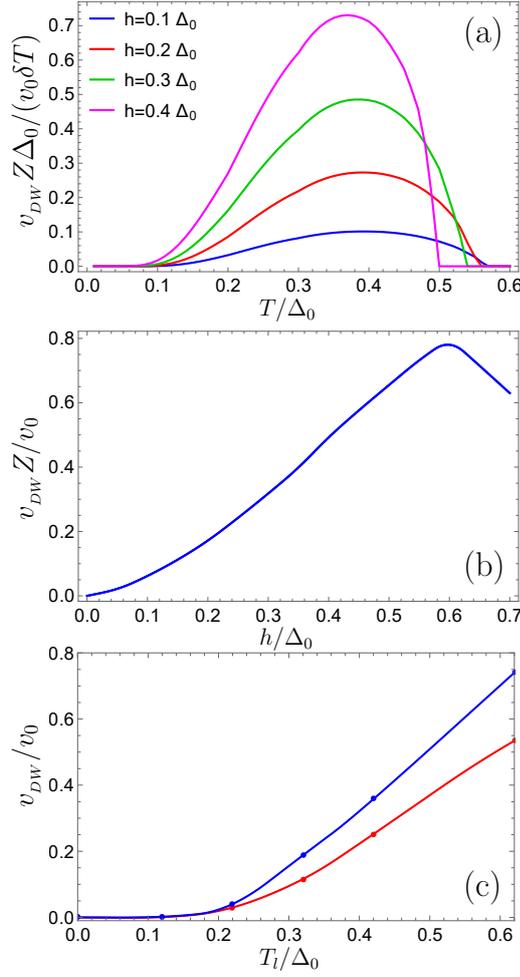


Рис. 2.28: (а) v_{DW} как функция T при маленьких разностях температур $\delta T = T_l - T_r \ll T$, вычисленная согласно аналитическому выражению (2.95). (б) Максимальная скорость v_{DW} , которая может быть достигнута путем оптимизации разности температур $T_l - T_r$, в зависимости от h . (с) Сравнение численных (красная линия) и аналитических (синяя) результатов для скорости DW как функции T_l . Температура холодного конца $T_r = 0.02\Delta_0$, $d_{DW} = 0.05\xi_S$, $\alpha = 0.01$, $\alpha_c = 0.009$.

этом приближении

$$v_{DW} = Z^{-1} v_0 \frac{h}{\Delta_0} \left[F(h, T_l) - F(h, T_r) \right],$$

$$F(h, T) = \left(1 + \frac{2\Delta}{h} \right) \sqrt{\frac{2(\Delta - h)}{\Delta_0}} \frac{T}{\Delta_0} e^{-\frac{\Delta-h}{T}} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{2} - \sqrt{\frac{2h}{T}} e^{-\frac{2h}{T}} \right). \quad (2.97)$$

Уравнение (2.97) можно упростить дальше при $T_{l,r} \ll \Delta$ и получить:

$$v_{DW} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} Z^{-1} v_0 \frac{h}{\Delta_0} \left(1 + \frac{2\Delta}{h} \right) \sqrt{\frac{2(\Delta - h)}{\Delta_0}} \left(T_l e^{-\frac{\Delta-h}{T_l}} - T_r e^{-\frac{\Delta-h}{T_r}} \right). \quad (2.98)$$

Выражения (2.97) и (2.98) отражают основные качественные закономерности, наблюда-

емые в точных численных результатах, представленных на рис. 2.26. В частности, v_{DW} экспоненциально подавлена при низких температурах $T_{l,r} \ll (\Delta - h)$, как можно видеть из рис. 2.26(а) и можно качественно объяснить тем, что число квазичастиц, дающих вклад в гигантский спин-зависящий эффект Зеебека, экспоненциально подавлено при таких низких температурах. При промежуточных температурах $T > (\Delta - h)$ скорость доменной стенки примерно пропорциональна $T_l - T_r$, что также видно из численных результатов. При дальнейшем увеличении температуры это поведение сменяется падением скорости, вызванным подавлением сверхпроводимости.

Подводя краткие итоги раздела, можно отметить, что здесь предсказывается термоиндуцированное движение 180° -доменных стенок в тонкопленочных гибридных системах сверхпроводник/ферромагнетик и сверхпроводник/антиферромагнетик с высокой эффективностью конвертации разницы температур в скорость движения текстуры. Поверхностная намагниченность S/F или S/AF границы индуцирует эффективное обменное поле и спиновое расщепление DOS в сверхпроводнике. Физический механизм, обеспечивающий движение стенки, связан с гигантским спин-зависящим эффектом Зеебека в зеэмановски расщепленном сверхпроводнике, который накачивает спин в область сверхпроводника вблизи доменной стенки. Проанализирована зависимость скорости движения доменной стенки от эффективного обменного поля, гильбертовского затухания и ширины доменной стенки, что дает важную информацию для экспериментальной оптимизации предложенного механизма. Наши оценки показывают, что можно добиться довольно высоких скоростей движения стенки $\sim 100\text{m/s}$ под действием малых разностей температур $\sim 1\text{K}$, приложенных на длине порядка нескольких ширин доменной стенки.

Итоги

В Главе 2 построена микроскопическая теория описания эффектов спиновой калитроники в сверхпроводниках с зеэмановским расщеплением плотности состояний. Она применяется для исследования нескольких аспектов конверсии тепла в спин: длины затухания термоиндуцированного спинового сигнала, влияния термоиндуцированного спина на сверхпроводимость и термоиндуцированного движения магнитных дефектов. Основные результаты главы можно сформулировать следующим образом:

1. Построена теория распространения в сверхпроводнике неравновесного спина, индуцированного инъекцией тепла. Результаты теории находятся в хорошем качественном согласии с экспериментальными данными.
2. Изучено влияние термоиндуцированного спинового разбаланса на сверхпроводящее состояние в зеэмановском поле. Предсказаны эффекты термоиндуцированного подавления и усиления сверхпроводимости.

3. Построена теория термоиндуцированного движения магнитных доменных границ в тонкопленочных бислойных структурах сверхпроводник/ферромагнетик и сверхпроводник/антиферромагнетик. Предсказано, что эффективность данного механизма, основанного на гигантском термоспиновом эффекте, т.е. скорость движения, которую можно достигнуть при заданной разнице температур, должна сильно превышает этот показатель для термоиндуцированного движения, достигнутый в существующих экспериментальных работах по несверхпроводящим структурам.

Глава 3.

Магнитоэлектрические эффекты в сверхпроводящих структурах, содержащих материалы со спин-орбитальным взаимодействием

Магнитоэлектрические эффекты являются ключевыми для спинтроники. Применительно к спинтронике можно сказать, что эта область включает в себя любые эффекты, которые относятся к взаимному влиянию и конверсии спина и заряда. Область магнитоэлектрических эффектов уже вышла за пределы только фундаментальной физики. В частности, предложена масштабируемая энергоэффективная спин-орбитальная логика (MESO) [245], которая может дать толчок возникновению новой технологической парадигмы, выходящей за рамки полупроводниковых технологий.

Данная глава посвящена исследованию магнитоэлектрических эффектов в сверхпроводящих структурах, содержащих материалы со спин-орбитальным взаимодействием или 3D топологические изоляторы. Объединение этих материалов в одну главу связано с тем, что с точки зрения магнитоэлектрических эффектов 3D топологический изолятор выглядит просто как материал с максимально сильным спин-орбитальным взаимодействием типа Рашбы.

Магнитоэлектрические эффекты в нормальных и сверхпроводящих структурах

Здесь, в качестве краткого литературного введения, обсудим некоторые известные магнитоэлектрические эффекты в несверхпроводящих системах и их аналоги в сверхпроводящих материалах и структурах. Исследования магнитоэлектрических эффектов име-

ют долгую историю [246–248]. Наиболее общее определение магнитоэлектрической среды состоит в том, что она характеризуется необычным откликом на электрическое поле \mathbf{E} и магнитное поле \mathbf{B} . В то время как в обычных материалах \mathbf{E} индуцирует только электрическую поляризацию или ток, в магнитоэлектрических материалах оно также приводит к возникновению намагниченности. Аналогично, магнитное поле \mathbf{B} в магнитоэлектрических материалах генерирует электрическую поляризацию или ток. Далее, интерес к магнитоэлектрическим эффектам резко подстегнуло открытие мультиферроиков [249, 250], которые обладают сильной магнитоэлектрической связью. Но в своей диссертации я не касаюсь этой обширной и активно развивающейся области. Здесь рассматриваются только металлические магнитоэлектрические эффекты: индуцированная током спиновая поляризация и обратный эффект. В этой области кроме хорошо известных прямого и обратного спиновых эффектов Холла [41–52], также существуют т.н. прямой и обратный магнитоэлектрические эффекты. Сущность прямого магнитоэлектрического эффекта (который также называется эффектом Эдельштейна или обратным спин-гальваническим эффектом) состоит в создании стационарной спиновой поляризации электронов проводимости S_a вдоль направления a в спиновом пространстве в ответ на приложение электрического поля E_k в направлении k в реальном пространстве:

$$S^a = \sigma_k^a E_k. \quad (3.1)$$

Данный эффект известен для широкого класса систем. Он был теоретически предсказан и экспериментально наблюдался для спин-орбитальных материалов [46, 53–55]. В этом случае проводимость Эдельштейна σ_k^a пропорциональна константе спин-орбитального взаимодействия материала. Взаимная ориентация приложенного электрического поля и индуцированной электронной спиновой поляризации определяется конкретным типом спин-орбитального взаимодействия (SOC). Для примера рассмотрим SOC типа Рашбы и Дрессельхауса. Изначально эти типы SOC обсуждались в контексте полупроводников со структурой типа вюрцита или цинковой обманки, в которых отсутствует центр инверсии, Дрессельхаусом [251] и Рашбой [252]. Рашбовская спин-орбита также возникает из-за структурного нарушения симметрии по отношению к инверсии (SIA). Обычно SIA существует на поверхностях или границах раздела. Важной реализацией системы с SOC типа Рашбы является 2D электронный газ в допированных полупроводниковых гетероструктурах [253, 254], которые поддерживают двумерное проводящее состояние на границе раздела между двумя материалами. Другой класс систем, где важную роль играет SOC типа Рашбы, это поверхностное состояние электронов, например в Au(111) [255]: электроны в этом поверхностном состоянии движутся в потенциальном градиенте, который создается самой поверхностью. Гамильтониан, описывающий SOC типа Рашбы, имеет вид $\hat{H}_R = \alpha \hat{z}(\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{p})$, где α - константа Рашбы и \hat{z} это единичный вектор вдоль оси z , выбранной вдоль направления, в котором происходит нарушение симметрии по

отношению к инверсии. $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)^T$ это вектор матриц Паули в спиновом пространстве, а \mathbf{p} - оператор импульса электрона. Для спин-орбиты типа Рашбы $\sigma_x^y = -\sigma_y^x$, в то время как другие компоненты рашбовской проводимости σ_k^a равны нулю. Поэтому в данном случае индуцированная спиновая поляризация лежит в плоскости, перпендикулярной \hat{z} и перпендикулярна приложенному электрическому полю. Простейшая форма гамильтониана SOC типа Дрессельхауса, которая реализуется в присутствии натяжения вдоль направления (001), имеет вид $\hat{H}_D = \beta_D(p_x\sigma_x - p_y\sigma_y)$, где β это константа Дрессельхауса. Если направление тока совпадает с осями x или y , то электронная спиновая поляризация направлена вдоль тока.

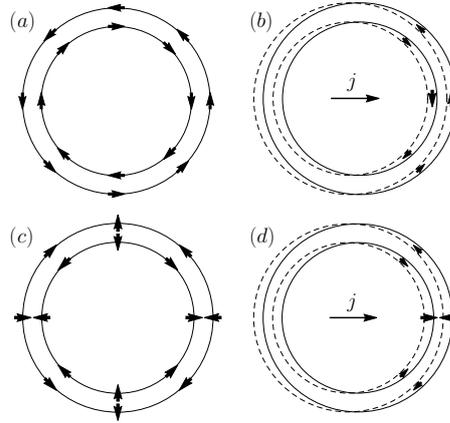


Рис. 3.1: Расщепленные по спину геликоидальные поверхности Ферми для материалов с (a) SOC типа Рашбы и (c) SOC типа Дрессельхауса. (b) и (d) Индуцированный ток смещает Ферми-поверхности. Поверхность Ферми в отсутствие приложенного тока показана пунктиром. Направление аккумуляции в каждой из подзон спина указано стрелками.

Физическая причина электрически индуцированной спиновой поляризации и качественное понимание того, каким должно быть направление этой поляризации по отношению к току в нормальных квази-2D системах ясны из рис. 3.1, где показаны геликоидальные поверхности Ферми рашбовского и дрессельхаусовского материалов. Электрический ток приводит к суммарному сдвигу всех Ферми-поверхностей на вектор q вдоль направления тока. В свою очередь, это вызывает появление ненулевой средней спиновой поляризации соответствующих электронных состояний в каждой из спиновых подзон. Из-за различной спиновой структуры геликоидальных поверхностей Ферми направления результирующей спиновой поляризации в случаях SOC Рашбы и Дрессельхауса различны. Средняя поляризация перпендикулярна приложенному току для случая Рашбы и может иметь различные ориентации по отношению к току для случая Дрессельхауса в зависимости от ориентации тока по отношению к кристаллическим осям. Две расщепленные по спину геликоидальные поверхности Ферми дают вклад в поляризацию в противоположных направлениях, как видно из рис. 3.1. Это приводит к сильному сни-

жению полной поляризации, и результирующий эффект получается ненулевым только в силу различия между Ферми-импульсами геликоидальных подзон. Поэтому индуцированная током спиновая поляризация всегда пропорциональна отношению $\Delta_{so}/\varepsilon_F$, где Δ_{so} характерное расщепление геликоидальных подзон в энергетических единицах, $\Delta_{so} \sim \alpha(\beta_D)p_F$ для случая спин-орбиты Рашбы (Дрессельхауса).

Прямой магнитоэлектрический эффект также был предсказан и наблюдался в топологических изоляторах [256–260], где взаимная ориентация спиновой поляризации и тока такая-же, как и для случая Рашбовских материалов. Как только что обсуждалось выше, значение индуцированной спиновой поляризации в Рашбовских материалах мало и $\propto \Delta_{so}/\varepsilon_F$. Физическая причина этого - присутствие *двух* геликоидальных поверхностей Ферми, которые дают вклад в магнитоэлектрический эффект в противоположных направлениях. В отличие от этого, Ферми поверхность 2D поверхностного проводящего состояния 3D топологических изоляторов (TIs) состоит только из одной геликоидальной зоны, см. рис. 3.2. Это приводит к отсутствию частичной компенсации индуцированной током электронной спиновой поляризации, которая генерируется поверхностями Ферми с противоположными геликоидальностями. В результате индуцированная током электронная спиновая поляризация не содержит редуцирующего фактора $\Delta_{so}/\varepsilon_F$ и имеет вид:

$$\langle \mathbf{s} \rangle = -\frac{1}{2ev_F} [\mathbf{e}_z \times \mathbf{j}_s]. \quad (3.2)$$

Уравнение (3.2) было получено как для нормальных [261], так и для сверхпроводящих [262] систем.

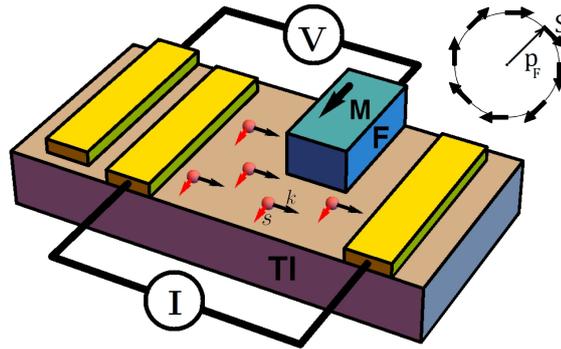


Рис. 3.2: Схема эксперимента по электрическому измерению прямого магнитоэлектрического эффекта на поверхности 3D TI. Если намагниченность (\mathbf{M}) ферромагнитного детектора (F, синий) имеет ненулевую компоненту вдоль электронной спиновой поляризации (красные стрелки), то напряжение V будет ненулевым. Если намагниченность детектора ориентирована вдоль тока, то $V = 0$. В правом верхнем углу изображена единственная геликоидальная поверхность Ферми поверхностного проводящего слоя 3D TI.

Индуцированная током спиновая поляризация в TIs была прямо измерена как напряжение на контакте с ферромагнитным электродом через туннельный барьер [259]. Это напряжение пропорционально проекции спиновой поляризации, индуцированной в TI на направление намагниченности ферромагнетика. Неполяризованный ток, который создает электронную поляризацию в поверхностном слое TI, прикладывается между двумя немагнитными контактами, см. рис. 3.2. Когда ток ортогонален намагниченности ферромагнитного детектора, спин, индуцированный в TI параллелен (или антипараллелен) намагниченности, а на ферромагнитном детекторе наблюдается напряжение, пропорциональное величине тока. Когда направление тока меняется, измеряемое напряжение также изменяет знак. Когда намагниченность детектора поворачивается на 90° в плоскости поверхности, т.ч. пропускаемый ток течет параллельно намагниченности, напряжение на ферромагнитном детекторе равно нулю, т.к. теперь индуцированная током поляризация электронов проводимости перпендикулярна намагниченности ферромагнитного детектора.

Также существует и обратный магнитоэлектрический эффект (он также называется спин-гальванический эффект или обратный эффект Эдельштейна), который состоит в генерации электрического тока j_k стационарным спиновым разбалансом, который можно создать, например, зависящим от времени магнитным полем [56]:

$$j_k = \sigma_k^a (g\mu_B \dot{B}^a), \quad (3.3)$$

где g фактор Ланде и \dot{B}^a производная по времени компоненты магнитного поля вдоль оси a . Обратный магнитоэлектрический эффект наблюдался в экспериментах со спин-орбитальными материалами [57, 58] и топологическими изоляторами [263, 264].

Концептуально те же самые магнитоэлектрические эффекты имеют место и в сверхпроводящих системах. Однако, в этом случае ситуация все же отличается, и в некоторых аспектах очень значительно, в силу наличия сверхпроводящего конденсата. В отличие от нормального случая, в сверхпроводнике в равновесии может существовать электрический сверхток, который непосредственно связан с калибровочно-инвариантной фазой конденсата $\mathbf{j} \propto \mathbf{v}_s \propto \nabla\varphi - (2e/c)\mathbf{A}$, где v_s скорость конденсата, φ фаза сверхпроводящего параметра порядка и \mathbf{A} векторный потенциал. Это приводит к двум важным следствиям: (i) сверхток может генерировать равновесную спиновую поляризацию в присутствии внутренней SOC [265–268], внешней, индуцированной примесями SOC [269, 270], в сверхпроводящих гетероструктурах на основе топологических изоляторов [262, 271] и в S/F гибридах с текстурированными ферромагнетиками [139, 478] и (ii) в отличие от случая несверхпроводящих систем, в сверхпроводниках статическое зеемановское поле может индуцировать сверхток j_k :

$$j_k = \chi_k^a h^a. \quad (3.4)$$

где $h^a = (1/2)g\mu_B B^a$. Этот эффект был предсказан для 2D сверхпроводника с рашбовской SOC [273]. Он также обсуждался для гетероструктур, состоящих из сверхпроводящих и ферромагнитных слоев с SOC [232, 274–277] или для гибридных структур ферромагнетик/сверхпроводящий TI [278], когда зеемановское поле создается не внешним магнитным полем, а эффектом близости с ферромагнетиком. Для случая гетероструктур с достаточно толстым сверхпроводящим слоем (толщина слоя должна быть много больше сверхпроводящей длины когерентности) [232, 276] такое состояние со спонтанным сверхтоком, текущим вдоль S/F границы и затухающим вглубь сверхпроводника, может быть основным состоянием системы.

Но в случае, если в сверхпроводнике имеется внутреннее SOC, в однородном зеемановском поле состояние, несущее ненулевой сверхток, не является основным состоянием. В основном состоянии сверхпроводник генерирует градиент фазы параметра порядка так, чтобы компенсировать спонтанный сверхток. Результирующее состояние характеризуется нулевым сверхтоком и *ненулевым* градиентом фазы параметра порядка. Оно называется геликоидальным состоянием и является специфичным для сверхпроводящих систем проявлением обратного магнитоэлектрического эффекта. Стоит отметить, что существует важное различие между геликоидальным состоянием и хорошо известным неоднородным LOFF-состоянием сверхпроводника [77, 78, 279, 280]. В то время как в фазово-модулированном LOFF-состоянии направление градиента сверхпроводящей фазы не зависит от направления обменного поля, в геликоидальной фазе они жестко связаны. Этот факт приводит к возникновению связи между намагниченностью и фазой конденсата. А это, в свою очередь, открывает возможности электрического контроля динамики намагниченности, что выглядит перспективным с точки зрения спинтронных приложений. Геликоидальное состояние было предсказано для сверхпроводников с внутренним спин-орбитальным взаимодействием типа Рашбы [59–64].

Геликоидальное состояние является примером обратного магнитоэлектрического эффекта, который реализуется в односвязных сверхпроводящих структурах. Аналогичный эффект возникает также и в S-X-S джозефсоновских контактах через нормальную или ферромагнитную слабую связь с внутренним спин-орбитальным взаимодействием. В джозефсоновском контакте сверхток зависит от разности фаз сверхпроводящего параметра порядка φ между сверхпроводящими берегами. Аналогично случаю односвязного сверхпроводника здесь зеемановское поле тоже может индуцировать сверхток через контакт при нулевой разности фаз между сверхпроводниками. В основном состоянии контакта этот аномальный сверхток, генерируемый обратным магнитоэлектрическим эффектом, компенсируется фазовым сдвигом $\varphi_0 \neq 0, \pi$ между сверхпроводящими берегами. Это называется аномальный сдвиг фазы основного состояния джозефсоновского контакта, а джозефсоновские контакты, проявляющие этот эффект, называются φ_0 -контактами.

φ_0 -контакты были предсказаны для широкого класса систем, включая S/F/S с внутренним спин-орбитальным взаимодействием, S/N/S контакты с внутренним спин-орбитальным взаимодействием под действием приложенного внешнего зеемановского поля [281–292], джозефсоновские контакты через топологический изолятор под действием приложенного зеемановского поля или если зеемановское поле в TI индуцировано эффектом близости с ферромагнетиком (S/TI-F/S контакты) [293–297]. Аномальный сдвиг фаз наблюдался экспериментально для Al/InAs/Al джозефсоновских контактов (JJ) [14], в JJs через квантовые точки [15], в Bi_2Se_3 JJs [16] и в JJs через висмутовые нанопроволоки [17] под действием приложенного магнитного поля. Существует также недавний обзор [66], специально посвященный физике аномального сдвига фазы.

В следующих разделах данной главы мы обсудим некоторые дальнейшие продвижения в области магнитоэлектрических эффектов в сверхпроводящих гетероструктурах, полученные с участием автора диссертации: гигантский магнитоэлектрический эффект в плотности состояний в гетероструктурах сверхпроводник/топологический изолятор, возможности контроля магнитной анизотропии с помощью магнитоэлектрических эффектов, новый дальнодействующий механизм взаимодействия магнитных моментов, основанный на обратном магнитоэлектрическом эффекте и новый тип магнитоэлектрического эффекта, специфичный только сверхпроводящих систем - индуцирование триплетной сверхпроводимости движением конденсата. Кроме того, будет построено несколько различных обобщений квазиклассической теории, необходимых для описания магнитоэлектрических эффектов в сверхпроводящих гетероструктурах.

3.1. Обобщенная квазиклассическая теория магнитоэлектрических эффектов в S/N гетероструктурах со спин-орбитальной связью

Спин-орбитальное взаимодействие, также как и обменное поле, снимает спиновое вырождение энергетических спектров в металле. Было показано, что для однородного сверхпроводника в присутствии SOC волновая функция куперовской пары представляет собой смесь s-волновой синглетной и p-волновой триплетной компонент [298, 299]. Поэтому возникает вопрос, может ли SOC индуцировать триплетные корреляции в результате эффекта близости с синглетным сверхпроводником? Наиболее удобным и часто используемым методом теоретического исследования сверхпроводящих гетероструктур является квазиклассическая теория сверхпроводимости. SOC можно рассматривать в квазиклассическом приближении когда его характерная энергия Δ_{so} много меньше чем энергия Ферми ε_F . Такая ситуация является довольно типичной. В рамках квазиклассической теории было получено, что SOC само по себе не генерирует триплетных кор-

реляций [300, 301].

С другой стороны, работая в рамках уравнений Горькова за пределами квазиклассической теории, Эдельштейн показал, что поверхностное спин-орбитальное взаимодействие генерирует триpletное спаривание в баллистических 3D-контактах сверхпроводник/нормальный металл [302]. Позже в некоторых других работах на основе численного моделирования на решетке [303], калибровочно-ковариантного аналитического подхода [290], и, наконец, на основе точного решения уравнений Горькова [304] было показано, что в рашбовских металлах на границе с синглетным сверхпроводником tripletная сверхпроводимость генерируется.

Однако, уравнения Горькова практически непригодны для решения неоднородных задач, во всяком случае для получения аналитических результатов. Поэтому представляется очень желательным обобщить квазиклассическую теорию для описания индуцированных SOC tripletных корреляций, а также магнитоэлектрических эффектов, которые тоже находятся за рамками квазиклассического приближения. Один из путей обобщения был предложен на основе калибровочно-ковариантного подхода [290]. Но результаты, полученные для индуцированных эффектом близости tripletных корреляций на основе этого подхода в баллистическом пределе, не совпадают с результатами точного решения в формализме горьковских гриновских функций [304].

В данном разделе строится обобщение квазиклассических уравнений, условия нормировки и граничных условий для абсолютно прозрачных границ, которое позволяет вычислять гриновские функции с точностью до первого порядка по параметру $\Delta_{so}/\varepsilon_F$. А это, в свою очередь, дает возможность описывать магнитоэлектрические эффекты и индуцированные эффектом близости и SOC tripletные корреляции, в том время как квазиклассическое приближение дает гриновские функции только в нулевом порядке по параметру $\Delta_{so}/\varepsilon_F$ и не описывает эту физику. Для того, чтобы проверить формализм, мы рассматриваем эффект близости на границе между рашбовским металлом и сверхпроводником в баллистическом пределе и восстанавливаем результат работы [304], если точное выражение, полученное в этой работе, разложить до первого порядка по параметру $\Delta_{so}/\varepsilon_F$. Утверждение данной работы о том, что tripletные корреляции отсутствуют в первом порядке по этому параметру, является некорректным, что признано авторами работы. Также рассматривается прямой магнитоэлектрический эффект в баллистических джозефсоновских контактах сверхпроводник/рашбовский металл/сверхпроводник. До этого в литературе количественно этот эффект описан не был, в то время как прямой магнитоэлектрический эффект в однородных рашбовских сверхпроводниках как в баллистическом [265], так и в диффузном [266] пределах был рассмотрен, а также был рассмотрен прямой магнитоэлектрический эффект в диффузных джозефсоновских контактах сверхпроводник/рашбовский металл/сверхпроводник [315]. Результаты данного раздела получены в соавторстве с А.М. Бобковым и опубли-

кованы в работе [P11] из списка публикаций автора по теме диссертации.

Вывод обобщенного уравнения Эйленберга. Начнем с последовательного вывода уравнений движения для квазиклассических гриновских функций, сохраняя члены до первого порядка по параметру $\Delta_{so}/\varepsilon_F$, в то время как стандартное квазиклассическое приближение ими пренебрегает. Именно эти члены обеспечивают синглет-триплетную конверсию в системах со сверхпроводящим эффектом близости в отсутствие приложенного магнитного поля и/или ферромагнитных элементов. Также они отвечают за магнитоэлектрические эффекты в системах с SOC. Мы не ограничиваем себя равновесной ситуацией и работаем с келдышевскими гриновскими функциями.

Гамильтониан синглетного сверхпроводника в присутствии линейного по импульсу спин-орбитального взаимодействия общего вида можно записать как [300, 301]:

$$\hat{H} = \int d^2\mathbf{r}' \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}') \hat{H}_0(\mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}') + \Delta(\mathbf{r}) \Psi_\uparrow^\dagger(\mathbf{r}) \Psi_\downarrow^\dagger(\mathbf{r}) + \Delta^*(\mathbf{r}) \Psi_\downarrow(\mathbf{r}) \Psi_\uparrow(\mathbf{r}), \quad (3.5)$$

$$\hat{H}_0(\mathbf{r}) = \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} - \frac{1}{2} \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{p}} - \hat{h}(\mathbf{r}) + V_{imp}(\mathbf{r}) - \mu, \quad (3.6)$$

где $\Delta(\mathbf{r})$ сверхпроводящий параметр порядка и \hat{H}_0 гамильтониан нормального металла в присутствии спин-орбитального взаимодействия (NSO). Произвольное линейное по импульсу спин-орбитальное взаимодействие выражается членом $\frac{1}{2} \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{p}} = \frac{1}{2} A_j^\alpha p_j \hat{\sigma}^\alpha$, где $\hat{\sigma}^\alpha$ матрицы Паули в спиновом пространстве. $\hat{\Psi} = (\Psi_\uparrow, \Psi_\downarrow)^T$, μ это химпотенциал, а $\hat{h} = h^\alpha \hat{\sigma}^\alpha$ обменное поле. Мы предполагаем, что в системе могут быть короткодействующие немагнитные примеси $V_{imp}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{r}_i} V_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$.

Усредняя гриновскую функцию по примесям, в борновском приближении получаем следующее уравнение Горькова:

$$\left[i\partial_{t_1} \hat{\tau}_z - \frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} + \frac{1}{2} \hat{A}_j \hat{p}_j + \hat{h}(\mathbf{r}) \tau_z + \mu + \check{\Delta} - \check{\Sigma} \right] \check{G} = \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(t_1 - t_2). \quad (3.7)$$

Здесь, как обычно, введены матрицы Паули в пространстве частица-дырка $\hat{\tau}_i$ с $\hat{\tau}_\pm = (\hat{\tau}_x \pm i\hat{\tau}_y)/2$. $\check{\Delta} = \Delta \hat{\tau}_+ - \Delta^* \hat{\tau}_-$ задает матричную структуру сверхпроводящего параметра порядка в частично-дырочном пространстве. $\check{\Sigma}(\mathbf{r}_1) = \frac{1}{\pi N_F \tau} \check{G}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1)$ это собственно-энергетическая часть, описывающая упругое рассеяние на немагнитных примесях, где τ это время свободного пробега и N_F плотность состояний на уровне Ферми в нормальном металле. Двух-временные произведения операторов AB надо понимать в смысле свертки $AB(t_1, t_2) \equiv \int dt' A(t_1, t') B(t', t_2)$. В работе [P11] мы концентрировались на баллистических системах, поэтому ниже мы полагаем $\tau \rightarrow \infty$. Все результаты легко обобщаются на случай наличия примесной собственно-энергетической части.

В силу того, что спин-орбитальное взаимодействие особенно актуально для двумерных или квазидвумерных материалов, здесь мы рассматриваем двумерный случай.

Удобно сделать преобразование Фурье по отношению к y -координате, параллельной рассматриваемой границе раздела сверхпроводника и NSO:

$$\check{G}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \int \frac{dp_y}{2\pi} \check{G}(p_y, y, x_1, x_2) e^{ip_y(y_1 - y_2)}, \quad (3.8)$$

где $y = (y_1 + y_2)/2$ и для общности мы считаем, что гриновская функция может зависеть от координаты центра масс y вдоль границы раздела. Подставляя уравнение (3.8) в уравнение (3.7) можно получить уравнение Горькова для $\check{G}(p_y, y, x_1, x_2)$:

$$\left[i\partial_{t_1} \hat{\tau}_z - \frac{p_y^2}{2m} + \mu + \frac{ip_y}{2m} \partial_y + \frac{\partial_y^2}{8m} + \frac{\partial_{x_1}^2}{2m} + \frac{\hat{A}_y p_y}{2} - \frac{i}{4} \hat{A}_y \partial_y - \frac{i}{2} \hat{A}_x \partial_{x_1} + \hat{h}(\mathbf{r}) \tau_z + \check{\Delta} \right] \check{G} = \delta(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) \delta(t_1 - t_2) \quad (3.9)$$

Следуя выводу квазиклассических уравнений, представленному в работах [191, 305] мы вводим следующий анзац для гриновской функции:

$$\check{G}(p_y, y, x_1, x_2) = \frac{1}{|v_{Fx}|} \left[\check{G}_{11} e^{i|p_{Fx}|(x_1 - x_2)} + \check{G}_{22} e^{-i|p_{Fx}|(x_1 - x_2)} + \check{G}_{12} e^{i|p_{Fx}|(x_1 + x_2)} + \check{G}_{21} e^{-i|p_{Fx}|(x_1 + x_2)} \right], \quad (3.10)$$

где огибающие $\check{G}_{ij} = \check{G}_{ij}(p_y, y, x_1, x_2)$ являются медленными функциями (y, x_1, x_2) , которые изменяются на квазиклассических масштабах, за исключением $x_1 = x_2$, где они испытывают скачок.

Подставляя анзац (3.10) в уравнение (3.9), мы получаем для огибающих гриновских функций (при $x_1 \neq x_2$) следующее уравнение:

$$\left[i\partial_{t_1} \hat{\tau}_z + \hat{h}(\mathbf{r}_1) \tau_z + \check{\Delta}(\mathbf{r}_1) + \frac{1}{2} \hat{A}_y p_y - \frac{1}{2} \hat{A}_x |p_{Fx}| (-1)^k - (-1)^k i |v_{Fx}| \partial_{x_1} + i \frac{v_y}{2} \partial_y + \frac{\partial_{x_1}^2}{2m} - \frac{i}{2} \hat{A}_x \partial_{x_1} - \frac{i}{4} \hat{A}_y \partial_y + \frac{\partial_y^2}{8m} \right] \check{G}_{kn} = 0. \quad (3.11)$$

Аналогичное уравнение по второй координате x_2 и второму времени t_2 имеет вид:

$$\check{G}_{kn} \left[-i\partial_{t_2} \hat{\tau}_z + \hat{h}(\mathbf{r}_2) \tau_z + \check{\Delta}(\mathbf{r}_2) + \frac{1}{2} \hat{A}_y p_y - \frac{1}{2} \hat{A}_x |p_{Fx}| (-1)^n + (-1)^n i |v_{Fx}| \partial_{x_2} - i \frac{v_y}{2} \partial_y + \frac{\partial_{x_2}^2}{2m} + \frac{i}{2} \hat{A}_x \partial_{x_2} + \frac{i}{4} \hat{A}_y \partial_y + \frac{\partial_y^2}{8m} \right] = 0. \quad (3.12)$$

Дальше мы уменьшаем количество информации, содержащейся в гриновской функции, определяя функции одной переменной

$$\check{G}_{kn}(x_1) \equiv \check{G}_{kn}(x_1, x_1 + 0), \quad (3.13)$$

которые тесно связаны с квазиклассическими гриновскими функциями (определены ниже). Полагая $x_2 = x_1 + 0 = x + 0$ в уравнении (3.11), $x_1 = x_2 - 0 = x$ в уравнении (3.12) и вычитая эти уравнения, можно получить, что $\check{G}_{kk}(x)$ подчиняется следующему уравнению:

$$\begin{aligned}
& i\partial_{t_1}\hat{\tau}_z\check{G}_{kk} + i\partial_{t_2}\check{G}_{kk}\hat{\tau}_z + i\mathbf{v}_F\nabla\check{G}_{kk} + \\
& \left[\check{\Delta}(\mathbf{r}) + \hat{h}(\mathbf{r})\tau_z + \frac{1}{2}\hat{A}_y p_y - \frac{1}{2}\hat{A}_x |p_{F,x}|(-1)^k, \check{G}_{kk} \right] + \\
& \left[\frac{\partial_{x_1}^2}{2m} - \frac{i}{2}\hat{A}_x \partial_{x_1} - \frac{i}{4}\hat{A}_y \partial_y \right] \check{G}_{kk}^q(x_1, x_2) \Big|_{x_1=x_2-0=x} - \\
& \check{G}_{kk}^q(x_1, x_2) \left[\frac{\partial_{x_2}^2}{2m} + \frac{i}{2}\hat{A}_x \partial_{x_1} + \frac{i}{4}\hat{A}_y \partial_y \right] \Big|_{x_1=x_2-0=x} = 0, \tag{3.14}
\end{aligned}$$

где $\mathbf{v}_F = ((-1)^{k+1}|v_{F,x}|, v_y)$. Ниже мы используем аналогичное определение для \mathbf{p}_F . В уравнении (3.14) третья и четвертая строки содержат члены, которые имеют дополнительный малый множитель $(\Delta, h, \varepsilon, \Delta_{so})/\varepsilon_F$ по отношению к членам в первой и второй строке. Здесь Δ_{so} это характерная энергия спин-орбитального взаимодействия, которая имеет порядок $|A_i^j|p_F$. Члены из первых двух строк представляют собой хорошо известное квазиклассическое уравнение Эйленбергера [301, 306, 307], а члены из третьей и четвертой строк - это поправки к квазиклассическому приближению, которыми обычно пренебрегают. Однако, как уже упоминалось выше, часть из них отвечает за магнитоэлектрические эффекты в сверхпроводниках и сверхпроводящих гетероструктурах и синглет-триплетную конверсию в отсутствие обменного поля, поэтому в нашем случае их надо сохранить.

Далее мы сохраняем только члены порядка $\Delta_{so}/\varepsilon_F$, но пренебрегаем членами, которые не содержат Δ_{so} (т.е. порядка $(\Delta, \varepsilon, h)/\varepsilon_F$), т.к. мы интересуемся режимом $(\Delta, \varepsilon, h) \ll \Delta_{so} \ll \varepsilon_F$, который релевантен для многих спин-орбитальных материалов, таких как поверхностные состояния металлов [255, 308, 309] и металлических сплавов [310–312]. Работая в рамках теории возмущений в первом порядке по параметру $\Delta_{so}/\varepsilon_F$, достаточно заменить полную гриновскую функцию \check{G} в третьей и четвертой строках уравнения (3.14) на ее квазиклассическое приближение \check{G}^q . Это позволяет дальше упростить уравнение (3.14). Гриновские функции $\partial_{x_{1,2}}\check{G}_{kk}^q(x_1, x_2)$ можно найти из квазиклассической версии уравнений (3.11) и (3.12), соответственно. Например, для $\partial_{x_1}\check{G}_{kk}^q(x_1, x_2)$ мы получаем

$$\begin{aligned}
\partial_{x_1}\check{G}_{kk}^q(x_1, x_2) &= \frac{(-1)^k}{i|v_{F,x}|} \left[i\partial_{t_1}\hat{\tau}_z + \check{\Delta}(x_1) + \hat{h}(x_1)\tau_z + \right. \\
& \left. \frac{1}{2}\hat{A}_y p_y - \frac{1}{2}\hat{A}_x |p_{F,x}|(-1)^k + i\frac{v_y}{2}\partial_y \right] \check{G}_{kk}^q(x_1, x_2), \tag{3.15}
\end{aligned}$$

и аналогичское выражение для $\partial_{x_2}\check{G}_{kk}^q(x_1, x_2)$ можно получить из уравнения (3.12). Из уравнения (3.15) можно также получить:

$$\partial_{x_1}^2 \check{G}_{kk}^q(x_1, x_2) = -\frac{1}{v_{F,x}^2} \left[\left\{ [i\partial_{t_1}\hat{\tau}_z + \check{\Delta}(x_1) + \hat{h}(x_1)\tau_z + i\frac{v_y}{2}\partial_y], \frac{1}{2}\hat{\mathbf{A}}\mathbf{p}_F \right\} + \frac{1}{4}(\hat{\mathbf{A}}\mathbf{p}_F)^2 \right] \check{G}_{kk}^q, \quad (3.16)$$

где $\{\dots, \dots\}$ означает антикоммутатор, и мы пренебрегли всеми членами, которые не содержат Δ_{so} . Например, опущены все члены, пропорциональные пространственным производным $\Delta(x)$ и $\mathbf{h}(x)$. Также предполагается, что SOC $\hat{\mathbf{A}}$ не зависит от координат.

Подставляя уравнения (3.15), (3.16) и аналогичные выражения для производных по x_2 в уравнение (3.14), мы получаем следующие уравнения для огибающих гриновских функций:

$$\begin{aligned} & i\partial_{t_1}\hat{\tau}_z\check{G}_{kk} + i\partial_{t_2}\check{G}_{kk}\hat{\tau}_z + i\mathbf{v}_F\nabla\check{G}_{kk} + \left[\check{\Delta}(\mathbf{r}) + \hat{h}(\mathbf{r})\tau_z + \frac{1}{2}\hat{\mathbf{A}}\mathbf{p}_F, \check{G}_{kk} \right] - \\ & \frac{1}{4v_{F,x}p_{F,x}} \left(\left\{ [\hat{h}\hat{\tau}_z, \hat{A}_x p_{F,x}], \check{G}_{kk}^q \right\} - p_{F,x}p_y(\hat{A}_x\hat{A}_y\check{G}_{kk}^q - \check{G}_{kk}^q\hat{A}_y\hat{A}_x) + i\{\hat{A}_y\mathbf{v}_F\mathbf{p}_F, \partial_y\check{G}_{kk}^q\} + \right. \\ & \left. \left\{ i\partial_{t_1}\hat{\tau}_z + \check{\Delta} + \hat{h}\hat{\tau}_z, \hat{A}_y p_y \right\} \check{G}_{kk}^q - \check{G}_{kk}^q \left\{ -i\partial_{t_2}\hat{\tau}_z + \check{\Delta} + \hat{h}\hat{\tau}_z, \hat{A}_y p_y \right\} \right) = 0, \quad (3.17) \end{aligned}$$

где $p_{F,x} = (-1)^{k+1}|p_{F,x}|$. Квазиклассическая гриновская функция определяется через огибающие функции как [191, 305]:

$$\check{g}_{\pm} = 2i\check{G}_{kk} + \text{sgn}v_{F,x}\delta(t_1 - t_2), \quad (3.18)$$

где траектория, обозначаемая нижним индексом \pm , отвечает $k = 1(2)$ и $v_{F,x} > 0(< 0)$, соответственно. Выражая огибающие функции в уравнении (3.17) через \check{g}_{\pm} , легко получить финальное уравнение для квазиклассической гриновской функции. Вторая и третья строки в уравнении (3.17) представляют собой поправки первого порядка по $\Delta_{so}/\varepsilon_F$ к хорошо известному квазиклассическому уравнению, которое выражается первой строкой уравнения (3.17).

В дальнейшем в этом разделе мы будем рассматривать только стационарные задачи, поэтому можно сделать преобразование Фурье по разности времен в гриновской функции $t_1 - t_2 \rightarrow \varepsilon$. Также мы интересуемся ситуацией, когда зеemanовское поле отсутствует, т.е. $\hat{h} = 0$. Далее мы предполагаем, что гриновская функция не зависит от y -координаты вдоль границы раздела. При этих условиях уравнение (3.17) существенно упрощается и принимает вид (мы также переписали его в терминах квазиклассической

функции Грина):

$$i\mathbf{v}_F \nabla \check{g} + \left[\varepsilon \hat{\tau}_z + \check{\Delta}(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{A}} \mathbf{p}_F, \check{g} \right] + \frac{p_y}{4v_{F,x}} [\hat{A}_x, \hat{A}_y] (\check{g}^q - \text{sgn}v_{F,x}) + \frac{i\hat{A}_y p_y}{2p_{F,x}} \partial_x \check{g}^q = 0 \quad (3.19)$$

Здесь мы использовали тот факт, что $[\check{g}^q, \hat{A}_i] = 0$ при $\hat{h} = 0$. Это уравнение является одним из центральных результатов данного раздела и содержит все члены, которые отвечают за индуцированные эффектом близости триплетные корреляции на NSO/S границе, а также прямой магнитоэлектрический эффект в баллистических гетероструктурах.

Уравнение (3.19) надо дополнить условием нормировки. В стандартной квазиклассической теории условие нормировки имеет вид $\check{g}^2 = 1$. Однако, мы обнаружили, что для того, чтобы учесть члены порядка $\Delta_{so}/\varepsilon_F$, его надо модифицировать. Ниже соответствующее условие нормировки выводится. Умножая уравнение (3.11) на \check{G}_{kk} слева и уравнение (3.12) на \check{G}_{kn} справа, при $\hat{h} = 0$ получаем следующее выражение:

$$\begin{aligned} & (iv_{F,x} \partial_{x_1} + i\frac{v_y}{2} \partial_y) [\check{G}_{kk}(x_0, x_1) \check{G}_{kn}(x_1, x_2)] - \\ & \frac{i\mathbf{p}_F \mathbf{v}_f}{4v_{F,x} p_{F,x}} \partial_y [\check{G}_{kk}^q(x_0, x_1) \hat{A}_y \check{G}_{kn}^q(x_1, x_2)] = 0, \end{aligned} \quad (3.20)$$

где сохранены только члены нулевого и первого порядка по $\Delta_{so}/\varepsilon_F$, а все члены первого порядка по Δ/ε_F выброшены. Стоит отметить, что при $\hat{h} \neq 0$ уравнение (3.20) не справедливо. Если гриновские функции не зависят от y -координаты, то условие нормировки для огибающих функций принимает хорошо известный вид [191, 305]:

$$\check{G}_{kk}(x_0, x_1) \check{G}_{kn}(x_1, x_2) = \text{const} \quad (3.21)$$

для произвольного значения x_1 . Константу в правой части const можно легко вычислить, решая уравнение Эйленбергера для полупространства. Например, если мы рассматриваем левое полупространство, то надо считать $x_{0,2} > x_1$. Эти неравенства нельзя нарушать, т.к. огибающие функции разрывны при совпадающих аргументах. Тогда переходя к пределу $x_0 = x_2 = x$ и $x_1 \rightarrow -\infty$, мы получаем, что $\text{const} = 0$. Аналогично для правого полупространства следует рассматривать случай $x_{0,2} < x_1$. Тогда переходя к пределу $x_0 = x_2 = x$ и $x_1 \rightarrow +\infty$, мы опять получаем $\text{const} = 0$.

Условие нормировки для квазиклассической гриновской функции можно получить из уравнения (3.21) при $x_0 = x_2 = x$ и $x_1 = x \mp 0$ (знак \mp отвечает левому(правому) полупространству). Огибающая функция $\check{G}_{kk}(x, x+0)$ прямо связана с квазиклассической гриновской функцией $\check{g}(x)$, согласно уравнению (3.18). Для того, чтобы связать с квазиклассической гриновской функцией огибающую $\check{G}_{kk}(x+0, x)$, надо вычислить скачок $\check{G}_{kk}(x_1, x_2)$ при $x_1 = x_2$. Его можно получить, интегрируя уравнение Горькова

(3.9) в окрестности $x_1 \approx x_2$ и учитывая непрерывность полной гриновской функции при $x_1 = x_2$ [191, 305]. С точностью до членов первого порядка по $\Delta_{so}/\varepsilon_F$ получаем следующее выражение:

$$\check{G}_{kn}(x+0, x) = \check{G}_{kn}(x-0, x) - (-1)^{k+1} i \left(1 - \frac{\hat{A}_y p_y}{2v_{F,x} p_{F,x}} \right) \delta(t_1 - t_2) \delta_{kn} \quad (3.22)$$

Второй член в скобках в правой части содержит в себе члены первого порядка по $\Delta_{so}/\varepsilon_F$. Подставляя уравнение (3.22) вместе с (3.18) в (3.21) при $x_0 = x_2 = x$ и $x_1 = x \mp 0$, получаем следующее условие нормировки:

$$\check{g}^2 - \frac{\hat{A}_y p_y \text{sgn} v_{F,x}}{p_{F,x} v_{F,x}} \left[\check{g}^q - \text{sgn} v_{F,x} \right] = 1 \quad (3.23)$$

То же самое условие нормировки справедливо также и для областей, которые не являются полубесконечными, если $\check{g}^{q,2} = 1$ там справедливо. Это можно проверить напрямую, умножая уравнение (3.19) на \check{g}^q слева, затем справа и складывая полученные уравнения.

Обобщенные граничные условия. Квазиклассические уравнения не справедливы вблизи границ раздела, где гамильтониан нормального состояния системы меняется на атомных масштабах. Поэтому их надо дополнять граничными условиями. При выводе соответствующих граничных условий мы следуем общей идеологии классических работ [191, 305]. Основная стратегия состоит в том, чтобы решить задачу рассеяния на границе, пренебрегая всеми низкоэнергетическими членами в гамильтонианах левого и правого материалов: сверхпроводящим параметром порядка, энергией квазичастицы и обменным полем, т.к. мы работаем только в нулевом порядке по параметрам $(\Delta, h, \varepsilon)/\varepsilon_F$. В стандартном квазиклассическом подходе спин-орбитальный член также выбрасывается при рассмотрении задачи рассеяния. Однако, наша цель состоит в том, чтобы корректно учесть члены первого порядка по отношению к $\Delta_{so}/\varepsilon_F$. Поэтому мы должны сохранить спин-орбитальный член в гамильтониане нормального состояния.

Далее мы ограничиваемся случаем абсолютно прозрачных границ. Это означает, что на границе не предполагается потенциального барьера и нет разницы Ферми поверхностей материалов по обе стороны границы (без учета спин-орбитального члена), т.е. $\mathbf{p}_F^l = \mathbf{p}_F^r$. Хорошо известно, что в этом случае граничные условия имеют простую линейную форму, в то время как для произвольной прозрачности границы они сильно нелинейны и требуются специальные усилия для того, чтобы сделать их пригодными для практического использования [214–216]. Здесь мы хотим показать, что даже в таком простейшем случае граничные условия к обобщенным уравнениям Эйленберга должны быть модифицированы по сравнению со стандартным случаем. Кроме того, постановка задачи с абсолютно прозрачной границей актуальна для систем, в которых

сверхпроводимость наведена эффектом близости, например, для нанопроволок.

В области границы уравнение Шредингера имеет вид:

$$\hat{H}_0(\mathbf{x})\check{\Psi}(x) = 0, \quad (3.24)$$

где $\hat{H}_0(\mathbf{x}) = -(1/2m)\partial_x^2 + p_y^2/2m - \mu - (1/2)\hat{A}_y(x)p_y + (i/2)\hat{A}_x(x)\partial_x$ и мы предполагаем $\hat{A}_{x,y}(x) = \hat{A}_{x,y}\Theta(-x)$, т.е. SOC отлично от нуля только слева от границы. Полное решение уравнение Шредингера имеет вид:

$$\check{\Psi}(x)^{l,r} = \frac{1}{\sqrt{|v_{F,x}|}} \sum_{\alpha=1,2} \check{\Psi}_{\alpha}^{l,r} e^{(-1)^{\alpha+1}i|p_{F,x}|x}, \quad (3.25)$$

где при $x \ll |v_{F,x}|/\Delta_{so}$ $\check{\Psi}_{\alpha}^{l,r}$ постоянные в пространстве векторы в пространстве Намбу, отвечающие движущимся налево ($\alpha = 2$) и направо ($\alpha = 1$) решениям. Общее решение задачи рассеяния на границе раздела между спин-орбитальным материалом и материалом без спин-орбитального взаимодействия можно легко найти из уравнения (3.24) и граничных условий при ($x = 0$):

$$\begin{aligned} \check{\Psi}(x) \Big|_{x=-0} &= \check{\Psi}(x) \Big|_{x=+0}, \\ \left[\frac{-i}{2m} \partial_x \check{\Psi}(x) - \frac{1}{4} \hat{A}_x \check{\Psi}(x) \right] \Big|_{x=-0} &= \frac{-i}{2m} \partial_x \check{\Psi}(x) \Big|_{x=+0} \end{aligned} \quad (3.26)$$

Связь между движущимися налево и направо решениями можно сформулировать в терминах трансфер-матрицы $\hat{M}_{\alpha\beta}$:

$$\check{\Psi}_{\alpha}^l = \sum_{\beta=1,2} \hat{M}_{\alpha\beta} \check{\Psi}_{\beta}^r. \quad (3.27)$$

где для рассматриваемой задачи об абсолютно прозрачной границе

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} \hat{M}_{11} & \hat{M}_{12} \\ \hat{M}_{21} & \hat{M}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \mp \hat{\delta S} & \pm \hat{\delta S} \\ \pm \hat{\delta S} & 1 \mp \hat{\delta S} \end{pmatrix}, \quad (3.28)$$

а верхние и нижние знаки отвечают NSO/S и S/NSO границам, соответственно. $\hat{\delta S} = (\hat{A}_y p_y)/(4v_{F,x} p_{F,x})$.

Из уравнения (3.27) и сопряженного уравнения можно получить, что огибающие функции $\check{G}_{kn}^l(x = -0)$ и $\check{G}_{kn}^r(x = +0)$ связаны условием

$$\check{G}_{\alpha\beta}^l(x = -0) = \sum_{\mu,\nu=1,2} \hat{M}_{\alpha\mu} \check{G}_{\mu\nu}^r(x = +0) \hat{M}_{\nu\beta}^{\dagger}. \quad (3.29)$$

Мы интересуемся только граничным условием для огибающих функций $\check{G}_{ii}(x)$ с совпа-

дающими индексами, потому что только эти огибающие связаны с квазиклассическими гриновскими функциями и необходимы для вычисления наблюдаемых. Из уравнения (3.29) следует, что граничное условие для $\check{G}_{11}(x)$ на NSO/S границе принимает вид:

$$\check{G}_{11}^l = (1 - \hat{\delta}S)\check{G}_{11}^r(1 - \hat{\delta}S) + \check{G}_{12}^{r,q}\hat{\delta}S + \hat{\delta}S\check{G}_{21}^{r,q}, \quad (3.30)$$

где мы учли, что $\hat{\delta}S$ имеет первый порядок по параметру $\Delta_{so}/\varepsilon_F$, а, следовательно, всеми членами, квадратичными по $\hat{\delta}S$ следует пренебречь. По той же причине только стандартная квазиклассическая гриновская функция $\check{G}_{ij}(x)$ при $i \neq j$ входит в уравнение (3.30). Граничное условие на S/NSO получается из уравнения (3.30) подстановкой $\hat{\delta}S \rightarrow -\hat{\delta}S$.

Можно показать, что в баллистическом пределе и для полностью прозрачных границ $\check{G}_{12}^q(x) = \check{G}_{21}^q(x) = 0$. В этом случае, учитывая определение квазиклассической гриновской функции (3.18), из уравнения (3.29) можно получить следующую простую форму граничных условий

$$\check{g}^l - \check{g}^r = \pm \left\{ \text{sgn}v_{F,x} - \check{g}^q, \frac{\hat{A}_y p_y}{4v_{F,x} p_{F,x}} \right\}, \quad (3.31)$$

где знаки \pm соответствуют NSO/S и S/NSO границам. Видно, что пренебрегая правой частью уравнения (3.31), которая имеет первый порядок по $\Delta_{so}/\varepsilon_F$, мы получаем хорошо известное квазиклассическое граничное условие на полностью прозрачной границе: $\check{g}^{l,q} = \check{g}^{r,q} = \check{g}^q$, т.е. непрерывность квазиклассической гриновской функции. Это значение квазиклассической гриновской функции на границе входит в правую часть граничного условия (3.31). Стоит отметить, что если оба материала, разделенные границей, имеют одинаковые значения SOC, то обобщенное граничное условие сводится к стандартному условию непрерывности $\check{g}^l = \check{g}^r$.

Триpletные корреляции на NSO/S границе. Теперь на основе развитого формализма рассмотрим эффект близости на NSO/S границе, где, для определенности, SOC в NSO имеет вид рашбовского взаимодействия $A_x^y = -A_y^x = \alpha$. Расчет показывает, что учет первой поправки по $\Delta_{so}/\varepsilon_F$ к квазиклассическому приближению приводит к появлению триплетных корреляций в NSO даже без зеемановского поля. Эти корреляции затухают на масштабе длины когерентности в нормальном металле. Они также содержат нечетную по частоте, но четную по импульсу компоненту, которая не зануляется после интегрирования по траекториям. Эти результаты резко отличаются от результатов чисто квазиклассического приближения, где спин-орбитальное взаимодействие само по себе не может являться источником каких-либо триплетных корреляций (индуцированных эффектом близости с синглетным сверхпроводником), а может только модифицировать индуцированные эффектом близости триплетные корреляции в при-

сутствии обменного поля $h \neq 0$ [300, 301].

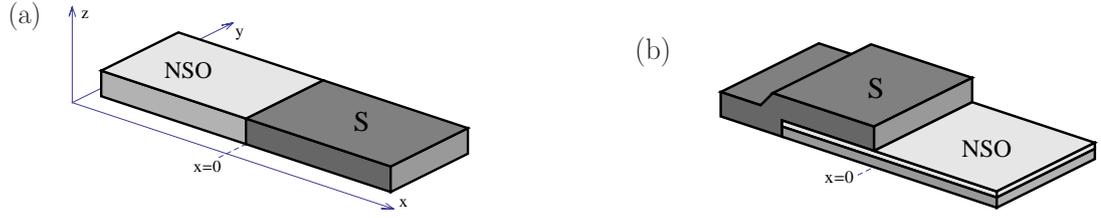


Рис. 3.3: (а) Схема рассматриваемой 2D NSO/S границы. Оба материала двумерные, спин-орбитальное взаимодействие $\alpha \neq 0$ только слева от границы, а справа $\alpha = 0$, но предполагается, что существует внутреннее синглетное спаривание. (б) Другая возможная реализация эффекта близости между NSO и сверхпроводником. Отличие от панели (а) состоит в том, что граница между сверхпроводящей и несверхпроводящей областями при $x = 0$ проходит внутри одного материала, поэтому α одинакова по обе стороны от границы. NSO сам по себе не является сверхпроводником, но сверхпроводимость индуцируется в его левой части эффектом близости с синглетным сверхпроводником, который лежит на NSO материале.

Схема системы представлена на рис. 3.3(а). Граница раздела между сверхпроводником и NSO находится при $x = 0$. SOC имеет ненулевое значение только в нормальном металле и отсутствует в сверхпроводнике. Граница NSO/S предполагается полностью прозрачной. Также мы рассмотрели и другую систему, где нормальная и сверхпроводящая части имеют одинаковый гамильтониан нормального состояния с ненулевым спин-орбитальным членом. Экспериментально такая система реализуется, если сверхпроводимость наведена в части NSO с помощью эффекта близости со сверхпроводником [см. рис. 3.3(б)]. Мы получили, что результаты для триплетных корреляций в NSO области одинаковы для обеих систем.

Далее представлены детальные вычисления для случая, показанного на рис. 3.3(а). Расчеты основаны на уравнении (3.19). Для простоты здесь рассматривается случай, когда уравнения Эйленберга можно линеаризовать по отношению к аномальной функции Грина. В нашей задаче это можно делать при $T \rightarrow T_c$, где T_c критическая температура сверхпроводника. Гриновская функция \check{g} в пространстве частица-дырка имеет вид:

$$\check{g} = \begin{pmatrix} \hat{g} & \hat{f} \\ \hat{f} & \hat{g} \end{pmatrix}, \quad (3.32)$$

где нормальные компоненты \hat{g}, \hat{g} достаточно вычислить при $\Delta = 0$, а аномальная ком-

понента \hat{f} запаздывающей функции Грина подчиняется следующим уравнениям

$$iv_{F,x}\partial_x f^0 + 2\varepsilon f^0 + \Delta\tilde{g}^0 - \Delta g^0 = 0 \quad (3.33)$$

$$iv_{F,x}\partial_x f^x + 2\varepsilon f^x + \Delta\tilde{g}^x - \Delta g^x + i\alpha p_{F,x} f^z - \frac{i\alpha p_y}{2p_{F,x}} \partial_x f^q = 0 \quad (3.34)$$

$$iv_{F,x}\partial_x f^y + 2\varepsilon f^y + \Delta\tilde{g}^y - \Delta g^y + i\alpha p_y f^z = 0 \quad (3.35)$$

$$iv_{F,x}\partial_x f^z + 2\varepsilon f^z + \Delta\tilde{g}^z - \Delta g^z - i\alpha(p_{F,x} f^x + p_y f^y) + \frac{i\alpha^2 p_y}{2v_{F,x}} f^q = 0, \quad (3.36)$$

где мы разложили гриновскую функцию \hat{f} по базису матриц Паули в спиновом пространстве: $\hat{f} = f^0 \hat{\sigma}_0 + f^i \hat{\sigma}_i$. Последние члены в уравнениях (3.34) и (3.36) представляют собой поправки порядка $\Delta_{so}/\varepsilon_F$ к квазиклассическому приближению. Поэтому в этих членах мы используем гриновскую функцию \hat{f}^q , вычисленную без учета поправок. Как уже отмечалось выше, \hat{f}^q не имеет триплетной компоненты в отсутствие обменного поля, т.е. $\hat{f}^q = f^q \hat{\sigma}_0$.

f^q можно легко найти из квазиклассической версии уравнений (3.33)-(3.36), граничных условий, которые с квазиклассической точностью сводятся к условию непрерывности аномальной гриновской функции, и асимптотических условий, которые требуют, чтобы аномальная гриновская функция была ограниченной при $x \rightarrow \pm\infty$. В результате расчета получаются следующие выражения. В NSO:

$$f_+^q = 0, \quad f_-^q = \frac{\Delta}{\varepsilon} e^{\frac{2i\varepsilon x}{v_{F,x}}} \quad (3.37)$$

и в сверхпроводнике:

$$f_+^{q,S} = \frac{\Delta}{\varepsilon} (1 - e^{\frac{2i\varepsilon x}{v_{F,x}}}), \quad f_-^{q,S} = \frac{\Delta}{\varepsilon}, \quad (3.38)$$

где нижние индексы $+$ и $-$ отвечают летящим направо ($v_{F,x} > 0$) и налево ($v_{F,x} < 0$) электронам. Экспоненциальные факторы в вышеприведенных выражениях затухают на соответствующей бесконечности в силу того, что для запаздывающей функции Грина ε имеет бесконечно малую мнимую часть $i\delta$ с $\delta > 0$.

Для того, чтобы найти поправки порядка $\Delta_{so}/\varepsilon_F$ к этому квазиклассическому решению, нам нужно найти нормальные компоненты $\hat{g}, \hat{\tilde{g}}$ с той же точностью. Легко проверить, что решение в NSO области

$$\begin{aligned} \hat{g}_+ &= -\hat{\tilde{g}}_- = 1, \\ \hat{g}_- &= -\hat{\tilde{g}}_+ = 1 + \frac{\alpha p_y}{v_{F,x} p_{F,x}} \hat{\sigma}_x \end{aligned} \quad (3.39)$$

удовлетворяет уравнению Эйленберга (3.19), условию нормировки (3.23) и граничным условиям (3.31).

Подставляя уравнение (3.39) в (3.33)-(3.36) и используя граничные условия (3.31), получаем следующие выражения для индуцированных эффектом близости аномальных запаздывающих гриновских функций в NSO области:

$$f_-^0 = \frac{\Delta}{\varepsilon} e^{\frac{2i\varepsilon x}{v_{F,x}}}, \quad (3.40)$$

$$f_-^x = \left(\frac{i\alpha p_y^3 \Delta x}{v_{F,x}^2 p_{F,x} p_F^2} + \frac{p_y \alpha \Delta}{2v_{F,x} p_{F,x} \varepsilon} \right) e^{\frac{2i\varepsilon x}{v_{F,x}}}, \quad (3.41)$$

$$f_-^y = -\frac{i\alpha p_y^2 \Delta x}{v_{F,x}^2 p_F^2} e^{\frac{2i\varepsilon x}{v_{F,x}}}, \quad (3.42)$$

$$f_-^z = 0, \quad (3.43)$$

в то время как $\hat{f}_+ = 0$. Если в сверхпроводнике спин-орбитальное взаимодействие отсутствует, то там решение не имеет поправок к квазиклассическому ответу.

Из уравнений (3.41)-(3.42) видно, что индуцированный эффектом близости сверхпроводящий конденсат в рашбовском металле имеет триплетные компоненты первого порядка по отношению к $\Delta_{so}/\varepsilon_F$. Наш ответ полностью совпадает с правильным разложением общего результата для горьковской гриновской функции [304] до первого порядка по $\Delta_{so}/\varepsilon_F$, что является хорошей проверкой правильности развитого подхода. Следует упомянуть, что выражения (3.41)-(3.42) справедливы только на расстояниях $x < \xi_s/(\Delta_{so}/\varepsilon_F)$ от границы раздела (где ξ_s сверхпроводящая длина когерентности), т.к. физически наше приближение можно рассматривать как проекцию двух различных квазичастичных траекторий, отвечающих двум различным расщепленным спин-орбитальным взаимодействием Ферми-поверхностям, на одно и то же направление, определяемое Ферми-поверхностью в отсутствие SOC. Однако, это ограничение практически не важно для рассматриваемого круга вопросов, т.к. все индуцированные эффектом близости триплетные корреляции, которые представляют для нас интерес, затухают гораздо быстрее, на характерных масштабах ξ_s .

Теперь обсудим симметричную классификацию наведенных эффектом близости корреляций. Парная волновая функция классифицируется по четырем типам в зависимости от ее поведения по отношению к мацубаровской частоте, импульсу (четности) и спину [8]. Тип А (или по другой терминологии ESE, even-frequency, spin-singlet, even-momentum): спин-синглетные, четные по частоте и четные по импульсу корреляции; тип В (или OSO, odd-frequency, spin singlet, odd-momentum): спин-синглетные, нечетные по частоте, нечетные по импульсу; тип С (или ETO, even-frequency, spin-triplet, odd-momentum): спин-триплетные, четные по частоте, нечетные по импульсу, и тип D (или OTE, odd-frequency, spin-triplet, even-momentum): спин-триплетные, нечетные по частоте и четные по импульсу.

Для того, чтобы проанализировать, какие типы корреляций представлены в уравне-

ниях (3.40)-(3.42), нам надо перейти в мацубаровское представление и разделить корреляции на симметричные и антисимметричные части относительно $\mathbf{p}_F \rightarrow -\mathbf{p}_F$. Что касается синглетных корреляций, в наших формулах присутствует оба типа. Корреляции типа А наиболее типичны и сохраняются в том числе и в грязном пределе в силу s-волновой природы аномальной гриновской функции. Синглетные, нечетные по частоте и по импульсу корреляции тоже присутствуют в данной задаче из-за нарушенной трансляционной инвариантности, аналогично тому, что было получено в литературе для других систем с нарушенной трансляционной симметрией [313, 314]. Но благодаря своей нечетности по импульсу этот тип корреляций исчезает в грязном пределе из-за эффективной изотропизации аномальной гриновской функции.

Аналогично, оба типа триплетных корреляций также присутствуют в нашей задаче. Стоит отметить, что синглет-триплетное смешивание, которое обсуждалось в литературе для однородного сверхпроводника с SOC [298, 299], имеет p -волновую природу, т.е. принадлежит к типу С. В однородном случае корреляции типа D были получены только в присутствии зеемановского члена или приложенного сверхтока [290, 315]. Как показано здесь, в пространственно неоднородных системах нечетные по частоте и четные по импульсу триплетные корреляции (тип D) возникают за счет нарушения трансляционной симметрии. Из уравнений (3.41)-(3.42) видно, что триплетные компоненты f^x и f^y содержат корреляции как типа С, так и типа D. Но после усреднения по траекториям f^x зануляется, а f^y нет. Эта компонента не подавляется беспорядком и именно она отвечает за прямой магнитоэлектрический эффект, который обсуждается ниже.

Для случая системы с индуцированной эффектом близости сверхпроводимостью, представленной на рис. 3.4(b), общая схема вычислений та же самая. Сначала мы находим чисто квазиклассическое решение для аномальной гриновской функции, которое не содержит триплетных корреляций. Т.к. спин-орбитальное взаимодействие на него не влияет, то оно не отличается от рассмотренного случая. Триплетные поправки к аномальной гриновской функции опять вычисляются из уравнений (3.34)-(3.36), но теперь не надо пользоваться граничными условиями (3.31), т.к. они выведены для случая, когда SOC присутствует только с одной стороны от границы. В данном случае граничные условия представляют собой непрерывность гриновских функций при $x = \pm d/2$. В итоге находим, что в такой постановке задачи триплетные компоненты аномальной гриновской функции в NSO имеют тот же вид, что и выше, а гриновская функция в сверхпроводящей области отличается от рассмотренного случая, изображенного на рис. 3.4(a) и тоже содержит триплетные поправки.

Прямой магнитоэлектрический эффект в S/NSO/S баллистическом джозефсоновском контакте. Далее вычислим стационарную спиновую поляризацию, которая возникает в баллистическом S/NSO/S джозефсоновском контакте в ответ на протекание джозефсоновского тока. Это ни что иное как прямой магнитоэлектрический эффект

или эффект Эдельштейна. Среднюю спиновую поляризацию электронов проводимости можно вычислить как

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}, t) \hat{\boldsymbol{\sigma}} \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) \rangle. \quad (3.44)$$

В терминах гриновских функций компоненты спиновой поляризации имеют вид

$$\begin{aligned} S^\alpha &= -\frac{i}{8} \lim_{\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}'} \text{Tr}_4 \int \frac{d\varepsilon}{2\pi} \frac{dp_y}{2\pi} \hat{\sigma}^\alpha \hat{\tau}_z \check{G}^K(p_y, \mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon) = \\ &= -\frac{1}{16} \text{Tr}_4 \int \frac{d\varepsilon}{2\pi} \frac{dp_y}{2\pi} \hat{\sigma}^\alpha \hat{\tau}_z \frac{1}{|v_{F,x}|} \left[\check{g}_+^K + \check{g}_-^K \right], \end{aligned} \quad (3.45)$$

где \check{g}_\pm^K это келдышевская компонента квазиклассической гриновской функции, которую можно выразить через запаздывающую и опережающую гриновские функции и функцию распределения. Для рассматриваемой нами равновесной задачи выражение (3.86) можно переписать следующим образом:

$$S^\alpha = -\frac{1}{8} \text{Tr}_4 \int \frac{d\varepsilon}{4\pi^2} \frac{dp_y}{|v_{F,x}|} \hat{\sigma}^\alpha \hat{\tau}_z \tanh \frac{\varepsilon}{2T} \text{Re} \left[\check{g}_+^R + \check{g}_-^R \right]. \quad (3.46)$$

Прежде всего, для проверки формализма, мы воспроизведем известный результат Эдельштейна [265] для спиновой поляризации, индуцированной сверхтоком в объемном баллистическом 2D сверхпроводнике в присутствии рашбовского SOC. Сверхток, текущий через однородный сверхпроводник, приводит к появлению в нем ненулевого градиента фазы параметра порядка $\chi(x)$ в направлении протекания тока. Квазиклассическое решение для аномальных функций Грина, разложенное до первого порядка по градиенту фазы параметра порядка $\partial_x \chi$, содержит только синглетную компоненту и имеет вид:

$$\begin{aligned} f_\pm^q &= \frac{\Delta}{\varepsilon} \left(1 + \frac{v_{F,x} \partial_x \chi}{2\varepsilon} \right) \\ \tilde{f}_\pm^q &= -\frac{\Delta^*}{\varepsilon} \left(1 + \frac{v_{F,x} \partial_x \chi}{2\varepsilon} \right), \end{aligned} \quad (3.47)$$

а квазиклассическое решение для нормальной функции Грина можно найти с использованием условия нормировки

$$g_\pm^q = -\tilde{g}_\pm^q = 1 - \frac{1}{2} f_\pm^q \tilde{f}_\pm^q = 1 + \frac{|\Delta|^2}{2\varepsilon^2} \left(1 + \frac{v_{F,x} \partial_x \chi}{\varepsilon} \right). \quad (3.48)$$

Триpletные поправки порядка $\Delta_{so}/\varepsilon_F$ к аномальной гриновской функции можно найти

из уравнений (3.34)-(3.36). Они имеют вид:

$$f_{\pm}^x = \frac{\Delta \alpha p_y}{2v_F p_F \varepsilon} \left(\frac{p_y^2}{p_{F,x}^2} \left(1 + \frac{v_{F,x} \partial_x \chi}{2\varepsilon} \right) + 1 \right), \quad (3.49)$$

$$f_{\pm}^y = \frac{\Delta \alpha p_y^2 \partial_x \chi}{\varepsilon 4p_F^2 \varepsilon}, \quad (3.50)$$

а f_{\pm}^z с рассматриваемой точностью равна нулю. $\tilde{f}_{\pm}^{\beta} = -f_{\pm}^{\beta}$, где $\beta = x, y, z$. Триpletную поправку к синглетному квазиклассическому решению для нормальной гриновской функции (3.48) тоже можно найти из условия нормировки (3.23):

$$g_{\pm}^{\beta} = -\frac{\alpha p_y \hat{\sigma}_x}{2|v_{F,x}| p_{F,x}} (1 - \text{sgn} v_{F,x}) + \frac{\alpha p_y \hat{\sigma}_x}{4v_{F,x} p_{F,x}} f_{\pm}^q \tilde{f}_{\pm}^q - \frac{1}{2} [f_{\pm}^q \tilde{f}_{\pm}^{\beta} + f_{\pm}^{\beta} \tilde{f}_{\pm}^q]. \quad (3.51)$$

Подставляя уравнения (3.47), (3.49) и (3.50) в (3.51) и далее подставляя полученное выражение для g_{\pm}^{α} в уравнение (3.46), можно получить следующий финальный результат для индуцированной сверхтоком спиновой поляризации в объеме сверхпроводника с рашбовским спин-орбитальным взаимодействием:

$$S^y = \frac{\alpha m \Delta^2 \partial_x \chi}{8T^2} \sum_{n \geq 0} \frac{1}{\pi^3 (2n+1)^3}, \quad (3.52)$$

при этом $S_x = 0$, т.е. индуцированная спиновая поляризация перпендикулярна направлению протекания сверхтока. Выражение (3.52) совпадает с результатом Эдельштейна для баллистического случая и в пределе $\alpha p_F / T \gg 1$, который рассматривается в данной диссертации (следует только принять во внимание, что используемое здесь значение α по определению в два раза больше чем коэффициент из работы [265]).

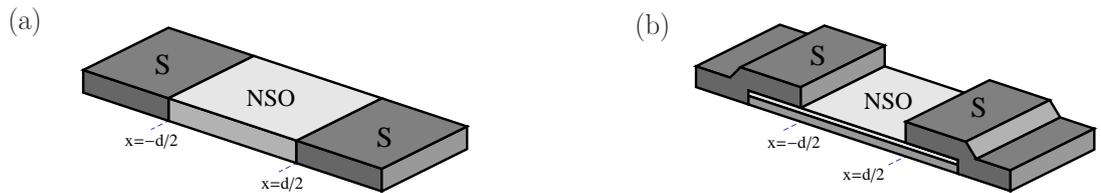


Рис. 3.4: (а) Схема 2D S/NSO/S джозефсоновского контакта. (б) Альтернативная реализация S/NSO/S джозефсоновского контакта, где сверхпроводимость наводится в том же NSO материале из-за эффекта близости с объемным сверхпроводником.

Теперь перейдем к случаю джозефсоновского контакта. Схема рассматриваемой системы представлена на рис. 3.4(а). S/NSO границы раздела находятся при $x = \mp d/2$. Разница между системами на рис. 3.4(а) и (б) точно такая же, как и между панелями (а) и (б) рис. 3.3. Результат для индуцированной током спиновой поляризации в системе, представленной на панели (б) совпадает с результатом для системы на панели (а). Причина состоит в том, что триpletные аномальные гриновские функции в несверх-

проводящей области для этих систем одинаковы, как это уже обсуждалось выше.

Общая схема вычислений совпадает со схемой вычислений для одиночной NSO/S границы. Сначала мы должны найти чисто квазиклассическое решение для аномальной гриновской функции, которое не содержит триплетных корреляций. Оно хорошо известно и имеет вид:

$$f_{+}^{q,l} = \frac{\Delta}{\varepsilon} e^{-i\chi/2}$$

$$f_{-}^{q,l} = \frac{\Delta}{\varepsilon} e^{-i\chi/2} - \frac{2i\Delta}{\varepsilon} \sin\left[\frac{\varepsilon d}{v_{F,x}} - \frac{\chi}{2}\right] e^{\frac{2i\varepsilon x}{v_{F,x}}}, \quad (3.53)$$

$$f_{+}^{q,r} = \frac{\Delta}{\varepsilon} e^{i\chi/2} + \frac{2i\Delta}{\varepsilon} \sin\left[\frac{\varepsilon d}{v_{F,x}} - \frac{\chi}{2}\right] e^{\frac{2i\varepsilon x}{v_{F,x}}}$$

$$f_{-}^{q,r} = \frac{\Delta}{\varepsilon} e^{i\chi/2}, \quad (3.54)$$

$$f_{+}^q = \frac{\Delta}{\varepsilon} e^{-i\chi/2} e^{\frac{2i\varepsilon(x+\frac{d}{2})}{v_{F,x}}}$$

$$f_{-}^q = \frac{\Delta}{\varepsilon} e^{i\chi/2} e^{\frac{2i\varepsilon(x-\frac{d}{2})}{v_{F,x}}}, \quad (3.55)$$

где Δ это абсолютное значение сверхпроводящего параметра порядка, которое предполагается одинаковым в обоих сверхпроводниках, а χ - разница фаз между сверхпроводниками. Верхний индекс $l(r)$ показывает, что соответствующая гриновская функция написана для левого (правого) сверхпроводника, а аномальная гриновская функция в области слабой связи определена как f_{\pm}^q . $\tilde{f}_{\pm}^q = f_{\mp}^q(-\Delta, -\chi, -v_{F,x})$.

Нормальные квазиклассические гриновские функции можно найти из условия нормировки и в области слабой связи они имеют вид:

$$g_{\pm}^q = -\tilde{g}_{\pm}^q = 1 + \frac{\Delta^2}{2\varepsilon^2} e^{\mp i\chi + 2i\varepsilon d/|v_{F,x}|}. \quad (3.56)$$

Триплетные поправки к аномальной функции Грина получаются из уравнений (3.34)-(3.36) и граничных условий (3.31) и в области слабой связи имеют вид:

$$f_{\pm}^x = \left[(x \pm \frac{d}{2}) M_{\pm} \frac{p_y}{p_F} + \frac{\alpha p_y \Delta}{2v_{F,x} p_{F,x} \varepsilon} e^{\mp i\chi/2 + i\varepsilon d/|v_{F,x}|} \right] e^{2i\varepsilon x/v_{F,x}} \quad (3.57)$$

$$f_{\pm}^y = -(x \pm \frac{d}{2}) M_{\pm} \frac{p_{F,x}}{p_F} e^{2i\varepsilon x/v_{F,x}}, \quad (3.58)$$

в то же время $f_{\pm}^z = 0$ и

$$M_{\pm} = \frac{i\alpha p_y^2 \Delta}{p_{F,x} v_{F,x}^2 p_F} e^{\mp i\chi/2 + i\epsilon d/|v_{F,x}|}. \quad (3.59)$$

$$\tilde{f}_{\pm}^x = f_{\mp}^x(-\Delta, -\chi, -v_{F,x}), \quad \tilde{f}_{\pm}^y = -f_{\mp}^y(-\Delta, -\chi, -v_{F,x}).$$

Триpletную поправку к синглетному квазиклассическому решению для нормальной гриновской функции (3.56) можно найти, подставляя tripletные компоненты (3.57) и (3.58) в уравнение (3.51). Далее, индуцированная спиновая поляризация может быть найдена из уравнения (3.46) и имеет вид

$$S^y = \frac{n_2}{2} \frac{\Delta}{\varepsilon_F} \frac{\Delta}{2\pi T} \frac{\alpha p_F}{\varepsilon_F} \frac{d}{\xi} \sin \chi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\varphi}{2\pi} \tan^2 \varphi \sum_{n \geq 0} \frac{e^{-\frac{d(2n+1)}{\xi \cos \varphi}}}{2n+1}, \quad (3.60)$$

остальные компоненты спиновой поляризации равны нулю. Здесь $n_2 = p_F^2/(2\pi)$ плотность частиц, $\xi = v_F/(2\pi T)$ сверхпроводящая длина когерентности в нормальном металле для баллистического случая. Интегрирование происходит по углу φ между направлением импульса квазичастицы и нормали к границе раздела.

Как было отмечено в [266], индуцированную спиновую поляризацию (3.52) в однородном сверхпроводнике со спин-орбитальным взаимодействием можно выразить как

$$\mathbf{S} = \kappa [\mathbf{c} \times \frac{\mathbf{j}_s}{e v_F}], \quad (3.61)$$

где j_s плотность сверхтока. Для случая $\alpha p_F/2\pi T = \Delta_{so}/2\pi T \gg 1$

$$\kappa = \frac{\alpha p_F}{8\varepsilon_F}. \quad (3.62)$$

В рассматриваемом здесь случае S/NSO/S структуры уравнение (3.61) тоже верно, но теперь j_s это джозефсоновский ток, текущий через контакт. Джозефсоновский ток через контакт имеет вид:

$$j_s = \frac{2\Delta^2 p_F}{\pi^2 T} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\varphi}{2\pi} \cos \varphi \sum_{n \geq 0} \frac{e^{-\frac{d(2n+1)}{\xi \cos \varphi}}}{(2n+1)^2}. \quad (3.63)$$

Учитывая уравнение (3.63), из сравнения уравнений (3.60) и (3.61) для κ получаем:

$$\kappa = \frac{1}{8} \frac{\alpha p_F}{\varepsilon_F} \frac{d}{\xi} \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\varphi}{2\pi} \tan^2 \varphi \sum_{n \geq 0} \frac{e^{-\frac{d(2n+1)}{\xi \cos \varphi}}}{2n+1}}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\varphi}{2\pi} \cos \varphi \sum_{n \geq 0} \frac{e^{-\frac{d(2n+1)}{\xi \cos \varphi}}}{(2n+1)^2}} = \frac{\alpha p_F}{8\varepsilon_F}. \quad (3.64)$$

Т.е. κ имеет одинаковое значение в различных баллистических системах, таких как однородные сверхпроводники и прозрачные джозефсоновские контакты. Также стоит отметить, что прямой магнитоэлектрический эффект также имеет место и в S/NSO/S контактах с сильным SOC в области слабой связи ($\Delta_{so} \sim \varepsilon_F$), но наша теория количественно этот случай не описывает. Эту задачу можно решить в рамках другого квазиклассического формализма, который предполагает, что SOC настолько сильно, что взаимодействием электронов, находящихся на двух геликоидальных спиновых поверхностях Ферми можно пренебречь (в том числе и сверхпроводящим спариванием) [64, 316].

Уравнение (3.61) также верно и в квазистационарном режиме переменного эффекта Джозефсона, когда джозефсоновский ток $\propto \sin 2eVt$. В этом случае индуцированная спиновая поляризация осциллирует с джозефсоновской частотой. Из уравнений (3.62) и (3.64) видно, что в обоих случаях величина магнитоэлектрического эффекта имеет первый порядок по $\Delta_{so}/\varepsilon_F$, точно также, как и для случая индуцированных триплетных корреляций. Следовательно, магнитоэлектрический эффект отсутствует в квазиклассическом приближении, но успешно описывается нашей теорией.

Подводя итоги данного раздела, можно сказать, что построено обобщение квазиклассических уравнений Эйленбергера с учетом поправок первого порядка по параметру $\Delta_{so}/\varepsilon_F$. Развитая теория позволяет количественно описывать магнитоэлектрические эффекты и индуцированные эффектом близости триплетные корреляции в присутствии SOC как в однородных сверхпроводниках, так и в гибридных сверхпроводящих системах при условии не слишком большого спин-орбитального взаимодействия: $\Delta \ll \Delta_{so} \ll \varepsilon_F$.

3.2. Некоторые магнитоэлектрические эффекты в гетероструктурах с 3D топологическими изоляторами

В последние годы произошел серьезный прогресс в технологии создания гетероструктур топологический изолятор (ТИ)/сверхпроводник [317–322]. Это является мощным стимулом исследования различных эффектов взаимодействия сверхпроводимости и жесткой связи между спином электрона и его импульсом в поверхностных состояниях топологического изолятора. В данном разделе исследуется ряд таких эффектов как в равновесных, так и в

неравновесных условиях.

3.2.1. Неравновесная квазиклассическая теория гетероструктур S/3D TI

В данном подразделе строится неравновесная квазиклассическая теория гетероструктур S/3D TI в диффузном пределе. На основе этой теории рассматривается обратный магнитоэлектрический эффект, т.е. возникновение аномального сдвига разности фаз ϕ_0 в джозефсоновском контакте через 3D TI. Особенностью данной задачи является то, что необходимое для получения ϕ_0 зеemanовское поле в области слабой связи индуцируется не приложением внешнего магнитного поля и не встраиванием в систему ферромагнитного элемента, как это происходило во всех предыдущих работах. В нашем случае жесткая связь между спином и импульсом электрона позволяет сгенерировать зеemanовский член путем квазичастичной инжекции в область слабой связи. Поэтому и возникает необходимость в построении неравновесной теории, которая бы описывала неравновесные процессы квазичастичной инжекции. Таким образом, здесь аномальный сдвиг фазы φ_0 можно контролировать полностью электрическими методами, без участия магнитных полей и ферромагнитных элементов. Результаты получены в соавторстве с А.М. Бобковым, А.А. Зюзиным и Мохамедом Алидоустом и опубликованы в работе [P12] из списка публикаций автора по теме диссертации.

Неравновесная квазиклассическая теория. Гамильтониан, который описывает поверхностное проводящее состояние 3D TI в присутствии лежащего в плоскости поверхности TI обменного поля $\mathbf{h}(\mathbf{r}) = (h_x(\mathbf{r}), h_y(\mathbf{r}), 0)$ имеет вид:

$$\hat{H}(\mathbf{r}) = -i\alpha(\nabla \times \mathbf{e}_z)\hat{\sigma} + \mathbf{h}(\mathbf{r})\hat{\sigma} + V_{imp}(\mathbf{r}) - \mu, \quad (3.65)$$

$$\hat{H} = \int d^2\mathbf{r}' \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}') \hat{H}(\mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}'), \quad (3.66)$$

где $\hat{\Psi} = (\Psi_\uparrow, \Psi_\downarrow)^T$, α это скорость Ферми, \mathbf{e}_z единичный вектор нормали к поверхности TI (см. рис. 3.5(a)), μ химический потенциал, а $\hat{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ вектор матриц Паули в спиновом пространстве. В системе также есть немагнитные примеси, которые описываются короткодействующим потенциалом рассеяния: $V_{imp}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{r}_i} V_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$

$$\langle V(\mathbf{r})V(\mathbf{r}') \rangle = \frac{1}{\pi\nu\tau} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad \nu = \frac{\mu}{2\pi\alpha^2}. \quad (3.67)$$

Здесь τ время свободного пробега квазичастицы, ν плотность состояний на уровне Ферми нормального состояния TI.

Запаздывающие (R), опережающие (A) и келдышевские (K) блоки горьковской гри-

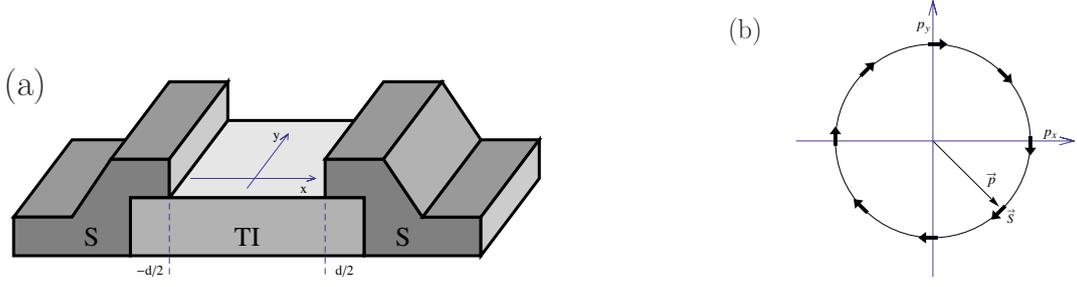


Рис. 3.5: (a) Схема S-TI-S контакта. Джозефсоновский ток течет через проводящее поверхностное состояние 3D TI. Плоскость контакта совпадает с xy плоскостью и S-TI границы расположены при $x = \pm d/2$. (b) Жесткая связь между спином электрона и его импульсом на поверхности Ферми проводящего поверхностного состояния 3D TI.

новской функции в келдышевской технике определяются следующим образом:

$$G_{\alpha\beta}^{R,A}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t_1, t_2) = \mp i \Theta_{t_1,2} \langle \{ \Psi_{\alpha}(\mathbf{r}_1, t_1), \Psi_{\beta}^{\dagger}(\mathbf{r}_2, t_2) \} \rangle, \quad (3.68a)$$

$$F_{\alpha\beta}^{R,A}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t_1, t_2) = \pm i \Theta_{t_1,2} \langle \{ \Psi_{\alpha}(\mathbf{r}_1, t_1), \Psi_{\beta}(\mathbf{r}_2, t_2) \} \rangle, \quad (3.68b)$$

$$F_{\alpha\beta}^{\dagger R,A}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t_1, t_2) = \pm i \Theta_{t_1,2} \langle \{ \Psi_{\alpha}^{\dagger}(\mathbf{r}_1, t_1), \Psi_{\beta}^{\dagger}(\mathbf{r}_2, t_2) \} \rangle, \quad (3.68c)$$

$$\tilde{G}_{\alpha\beta}^{R,A}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t_1, t_2) = \mp i \Theta_{t_1,2} \langle \{ \Psi_{\alpha}^{\dagger}(\mathbf{r}_1, t_1), \Psi_{\beta}(\mathbf{r}_2, t_2) \} \rangle, \quad (3.68d)$$

$$G_{\alpha\beta}^K(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t_1, t_2) = -i \langle [\Psi_{\alpha}(\mathbf{r}_1, t_1), \Psi_{\beta}^{\dagger}(\mathbf{r}_2, t_2)] \rangle, \quad (3.68e)$$

где $\{ \dots, \dots \}$ и $[\dots, \dots]$ это коммутатор и антикоммутатор, соответственно, $\Theta_{t_1,2} \equiv \Theta(t_1 - t_2)$. Остальные компоненты келдышевского блока, т.е. $F_{\alpha\beta}^K$, $F_{\alpha\beta}^{\dagger K}$ и $\tilde{G}_{\alpha\beta}^K$ соотносятся с (3.68e) также как и запаздывающие и опережающие компоненты, выписанные выше, а именно уравнения Eqs. (3.68b)-(3.68d) с уравнением Eq. (3.68a).

Теперь введем матричную структуру в пространстве частица-дырка:

$$\check{G}^R = \begin{pmatrix} \hat{G}_{new}^R & \hat{F}_{new}^R \\ \hat{F}_{new}^{\dagger R} & \hat{G}_{new}^R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{G}_{old}^R & \hat{F}_{old}^R i\sigma_y \\ i\sigma_y \hat{F}_{old}^{\dagger R} & -\sigma_y \hat{G}_{old}^R \sigma_y \end{pmatrix}, \quad (3.69)$$

где \hat{G}_{old}^R (\hat{F}_{old}^R , $\hat{F}_{old}^{\dagger R}$, \hat{G}_{old}^R) представляют собой матрицы 2×2 в спиновом пространстве. Элементы этих матриц даются уравнениями (3.68a)-(3.68d). Это определение также распространяется на опережающие и келдышевские блоки \check{G}^A и \check{G}^K . Также удобно ввести полную 8×8 -матричную гриновскую функцию в келдышевском пространстве следующим образом:

$$\check{G} = \begin{pmatrix} \check{G}^R & \check{G}^K \\ 0 & \check{G}^A \end{pmatrix}. \quad (3.70)$$

Далее, усредняя гриновскую функцию по примесям, в борновском приближении полу-

чим следующее уравнение Горькова:

$$\begin{pmatrix} i\partial_{t_1} - \hat{H}(\mathbf{r}_1) & 0 \\ 0 & -i\partial_{t_1} - \sigma_y \hat{H}^*(\mathbf{r}_1) \sigma_y \end{pmatrix} \check{G} = \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(t_1 - t_2) + \frac{1}{\pi\nu\tau} \check{G}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1) \check{G}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2). \quad (3.71)$$

Здесь символическое произведение величин, зависящих от двух времен, следует понимать как свертку $AB(t_1, t_2) \equiv \int dt' A(t_1, t') B(t', t_2)$.

Мы рассматриваем ситуацию, когда химический потенциал μ является самым большим энергетическим масштабом в системе, а поэтому параметр $\Delta/\mu = \Delta/\varepsilon_F \ll 1$ и, следовательно, квазиклассическое приближение хорошо подходит для описания системы. Поэтому мы вводим квазиклассическую гриновскую функцию

$$\check{g} = \frac{i}{\pi} \int d\xi \check{G} = \begin{pmatrix} \hat{g} & \hat{f} \\ \hat{f} & \hat{g} \end{pmatrix}, \quad (3.72)$$

где произведено преобразование Фурье по отношению к разности пространственных аргументов гриновской функции и интегрирование по $\xi = \alpha p - \mu$. Далее, следуя стандартной процедуре [296], мы находим уравнение Эйленбергера для квазиклассической гриновской функции \check{g} :

$$\frac{\alpha}{2} \{ \hat{\boldsymbol{\eta}}, \nabla \check{g} \} = -\hat{\tau}_z \partial_{t_1} \check{g} - \partial_{t_2} \check{g} \hat{\tau}_z + \left[\check{g}, i\mathbf{h}(\mathbf{R}) \hat{\boldsymbol{\sigma}} \hat{\tau}_z + i\mu \hat{\boldsymbol{\eta}} \mathbf{n}_F + \frac{\langle \check{g} \rangle}{\tau} \right], \quad (3.73)$$

в котором $\hat{\boldsymbol{\eta}} = (-\sigma_y, \sigma_x, 0)$, $\mathbf{n}_F = \mathbf{p}_F/|\mathbf{p}_F|$, и τ_i , $i = x, y, z$ матрицы Паули в пространстве частица-дырка. Уравнение (3.73) представляет собой неравновесное обобщение уравнения Эйленбергера, выведенного в [296] для равновесного случая. Позже аналогичное квазиклассическое уравнение также было сформулировано для дираковских краевых и поверхностных электронов с другим типом спин-орбитальной связи $\mathbf{p}_F \boldsymbol{\sigma}$ [323]. В стационарных задачах, которые рассматриваются в данном разделе, можно сделать преобразование Фурье $t_1 - t_2 \rightarrow \varepsilon$. Тогда уравнение Эйленбергера принимает вид:

$$\frac{\alpha}{2} \{ \hat{\boldsymbol{\eta}}, \nabla \check{g} \} = \left[\check{g}, -i\varepsilon \hat{\tau}_z + i\mathbf{h}(\mathbf{R}) \hat{\boldsymbol{\sigma}} \hat{\tau}_z + i\mu \hat{\boldsymbol{\eta}} \mathbf{n}_F + \frac{\langle \check{g} \rangle}{\tau} \right]. \quad (3.74)$$

Для того, чтобы найти общее решение уравнения (3.74), гриновскую функцию можно разложить по матрицам Паули:

$$\check{g}(\varepsilon, \mathbf{R}, \mathbf{n}_F) = \frac{1}{2} \hat{g}' + \frac{1}{2} \hat{g}'' \hat{\boldsymbol{\eta}} \mathbf{n}_F + \hat{g}_{\parallel} \mathbf{n}_F \hat{\boldsymbol{\sigma}} + \hat{g}_z \sigma_z, \quad (3.75)$$

где $\hat{g}', \hat{g}'', \hat{g}_{||}$, и \hat{g}_z зависят от $(\varepsilon, \mathbf{R}, \mathbf{n}_F)$ и являются матрицами 4×4 в частично-дырочном и келдышевском пространствах. Можно показать, что $\hat{g}_{||}$ и \hat{g}_z малы по сравнению с \hat{g}' и \hat{g}'' по параметру $(\tau^{-1}, h, \varepsilon)/\mu \ll 1$. Поэтому этими членами можно пренебречь в разложении гриновской функции по матрицам Паули. В этом приближении уравнение Эйленбергера сводится к двум связанным уравнениям для \hat{g}' и \hat{g}'' :

$$\alpha \mathbf{n}_F \nabla \hat{g}'' = \left[\hat{g}', -i\varepsilon \hat{\tau}_z + \frac{\langle \hat{g}' \rangle}{2\tau} \right] + \left[\hat{g}'', ih_1 \hat{\tau}_z + \frac{\langle \hat{g}'' \rangle}{2\tau} \right], \quad (3.76a)$$

$$\alpha \mathbf{n}_F \nabla \hat{g}' = \left[\hat{g}'', -i\varepsilon \hat{\tau}_z + \frac{\langle \hat{g}' \rangle}{2\tau} \right] + \left[\hat{g}', ih_1 \hat{\tau}_z + \frac{\langle \hat{g}'' \rangle}{2\tau} \right], \quad (3.76b)$$

где $h_1 = h_x n_{F,y} - h_y n_{F,x}$. Очевидно, что уравнения (3.76a) и (3.76b) имеют решение $\hat{g}' = \hat{g}''$. Это означает, что спиновая структура полной гриновской функции имеет вид $(1 + \hat{\boldsymbol{\eta}} \mathbf{n}_F)/2$. Физически этот оператор проектирует гриновскую функцию на зону проводимости поверхностного состояния ТП, как схематически представлено на рис. 3.5(b). Мы предполагаем, что химический потенциал расположен таким образом, что поверхность Ферми находится именно в этой зоне и далее в расчете считаем $\hat{g}' = \hat{g}''$ и работаем только с гриновской функцией \hat{g}' . Тогда уравнения (3.76a) и (3.76b) сводятся к единственному бесспиновому уравнению. При этом \hat{g}'^2 удовлетворяет уравнению того же вида. Поэтому условие нормировки имеет обычный вид $\hat{g}'^2 = 1$, оно удовлетворяет уравнению и асимптотическому условию на значение гриновской функции (в нормальном металле).

В диффузном режиме, когда движение электронов полностью рандомизовано, т.ч. $\varepsilon, h < \tau^{-1}$, уравнение Эйленбергера сводится к уравнению Узаделя [98]. В диффузном режиме в разложении гриновской функции достаточно оставить две первые гармоники:

$$\hat{g}'(\varepsilon, \mathbf{R}, \mathbf{n}_F) = \hat{g}_s(\varepsilon, \mathbf{R}) + \mathbf{n}_F \hat{g}_a(\varepsilon, \mathbf{R}), \quad (3.77)$$

где s -гармоника (изотропная) велика по сравнению с p -волновой гармоникой $\hat{g}_s \gg \hat{g}_a$. Следуя схеме вывода, описанной в [296], можно получить уравнение Узаделя для \hat{g}_s :

$$D \hat{\nabla} (\hat{g}_s \hat{\nabla} \hat{g}_s) = [-i\varepsilon \hat{\tau}_z, \hat{g}_s], \quad (3.78)$$

где $D = \alpha^2 \tau$ коэффициент диффузии. p -волновая гармоника может быть выражена через \hat{g}_s следующим образом:

$$\hat{g}_a = -2\alpha\tau (\hat{g}_s \hat{\nabla} \hat{g}_s). \quad (3.79)$$

Оператор $\hat{\nabla}$ определяется как

$$\hat{\nabla} X = \nabla X + \frac{i}{\alpha} (h_x \mathbf{e}_y - h_y \mathbf{e}_x) [\tau_z, X]. \quad (3.80)$$

На границах раздела уравнения Узаделя необходимо дополнить соответствующими граничными условиями. Хотя поверхность Ферми сверхпроводника не имеет геликоидальной структуры, гриновская функция сверхпроводника всегда может быть разложена в сумму двух геликоидальных подзон (поверхности Ферми для которых в сверхпроводнике совпадают). С электронами в ТП взаимодействует только одна из них, для другой же граничное условие в сверхпроводнике просто совпадает с граничным условием на непрозрачной границе. Для бесспиновой гриновской функции, отвечающей геликоидальной поверхности Ферми ТП граничное условие принимает хорошо известный вид Куприянова-Лукичева [126]:

$$2\gamma\hat{g}_s\mathbf{n}\hat{\nabla}\hat{g}_s = [\hat{g}_s, \hat{g}_{SC}], \quad (3.81)$$

где γ отношение сопротивления границы на единицу площади к удельному сопротивлению поверхностных состояний ТП, \mathbf{n} единичный вектор нормали к поверхности (он указывает в сторону сверхпроводника). Мы предполагаем, что сверхпроводящие берега структуры находятся в равновесии, имеют s -волновой сверхпроводящий параметр порядка Δ и поэтому описываются гриновской функцией объемного сверхпроводника \hat{g}_{SC} :

$$\begin{aligned} \hat{g}_{SC}^{R,A} &= \pm \frac{\text{sgn}\varepsilon}{\sqrt{(\varepsilon \pm i\delta)^2 - \Delta^2}} [\varepsilon\tau_z + \Delta\tau_+ - \Delta^*\tau_-] \\ \hat{g}_{SC}^K &= (\hat{g}_{SC}^R - \hat{g}_{SC}^A) \tanh \frac{\varepsilon}{2T}, \end{aligned} \quad (3.82)$$

где $\tau_{\pm} = (\tau_x \pm i\tau_y)/2$, δ бесконечно малая положительная величина и T - температура системы.

Плотность электрического тока в ТП выражается формулой:

$$\mathbf{j} = -\frac{ie\alpha}{4} \lim_{\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}'} \text{Tr}_4 \int \frac{d\varepsilon}{2\pi} \hat{\eta}\hat{\tau}_z \check{G}^K(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon). \quad (3.83)$$

Перепиcывая плотность тока через квазиклассическую гриновскую функцию в диффузном пределе, получаем:

$$\mathbf{j} = \frac{\sigma_N}{8e} \text{Tr}_2 \int d\varepsilon \left[\hat{\tau}_z \left(\hat{g}_s \hat{\nabla} \hat{g}_s \right)^K \right], \quad (3.84)$$

где $\sigma_N = e^2\nu D$ проводимость в нормальном состоянии ТП.

Прямой магнитоэлектрический эффект. Далее интересно получить выражение для электронной спиновой поляризации, индуцированной в ТП протекающим током (прямой магнитоэлектрический эффект). Средняя электронная спиновая поляризация имеет вид:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}, t) \hat{\boldsymbol{\sigma}} \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) \rangle. \quad (3.85)$$

В терминах гриновской функции выражение для спиновой поляризации принимает вид:

$$S_i = -\frac{i}{8} \text{Tr}_4 \int \frac{d\varepsilon}{2\pi} \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \hat{\sigma}_i \hat{\tau}_z \check{G}^K(\mathbf{p}, \mathbf{R}, \varepsilon) = -\frac{\nu}{16} \text{Tr}_4 \int d\varepsilon \hat{\sigma}_i \hat{\tau}_z \langle \check{g}^K \rangle. \quad (3.86)$$

В диффузном режиме предыдущее выражение можно переписать как

$$S_i = -\frac{\nu}{16} \text{Tr}_4 \int d\varepsilon \hat{\sigma}_i \hat{\tau}_z \langle \frac{1 + \hat{\boldsymbol{\eta}} \mathbf{n}_F}{2} (\hat{g}_s + \hat{\mathbf{g}}_a \mathbf{n}_F)^K \rangle = -\frac{\nu}{64} \text{Tr}_4 \int d\varepsilon [\hat{\sigma}_i \hat{\tau}_z \hat{\mathbf{g}}_a^K \hat{\boldsymbol{\eta}}]. \quad (3.87)$$

Подставляя $\hat{\mathbf{g}}_a^K$ из уравнения (3.79) в (3.87), получаем:

$$S_{x,y} = \pm \frac{\nu}{32} \text{Tr}_2 \int d\varepsilon [\hat{\tau}_z \hat{\mathbf{g}}_a^K \mathbf{e}_{y,x}] = \mp \frac{\nu}{16} \alpha \tau \text{Tr}_2 \int d\varepsilon [\hat{\tau}_z \hat{g}_s \hat{\partial}_{y,x} \hat{g}_s]^K. \quad (3.88)$$

Сравнивая выражение (3.88) с (3.84), видим, что

$$S_{x,y} = \mp \frac{1}{2e\alpha} j_{y,x}. \quad (3.89)$$

Т.е. электрический ток и электронная спиновая поляризация перпендикулярны друг другу, а их величины прямо пропорциональны, а коэффициент пропорциональности определяется только скоростью Ферми, т.е. положением химпотенциала относительно точки Дирака. Как обсуждалось в разделе 3.1, прямой магнитоэлектрический эффект имеет место также для структур со спин-орбитальным взаимодействием. В случае спин-орбитального взаимодействия Рашбы соотношение $S_y = \chi(j_x/ev_F)$, аналогичное выражению (3.89), также справедливо. Однако, коэффициент χ в таких системах содержит редуцирующий фактор $\sim \Delta_{so}/\varepsilon_F$, который обычно достаточно мал. Его происхождение связано с наличием двух геликоидальных спиновых подзон на поверхности Ферми, в которых магнитоэлектрический эффект частично компенсируется. В поверхностных состояниях ТИ есть только одна геликоидальная зона, компенсация отсутствует. Поэтому поверхностные состояния ТИ являются очень перспективной площадкой для реализации магнитоэлектрических эффектов.

Обратный магнитоэлектрический эффект за счет квазичастичной инжекции. Схема рассматриваемой структуры представлена на рис. 3.6. Сначала покажем, что неравновесная квазичастичная инжекция создает в поверхностных состояниях ТИ зеемановское поле, которое пропорционально напряжению между инжектором и сверхпроводящими берегами, между которыми пропускается квазичастичный ток. Затем вычислим постоянный джозефсоновский ток в контакте через 3D ТИ при наличии ква-

зичастичного тока инжекции. Далее обсудим появление аномальной разности фаз ϕ_0 , которая контролируется напряжением инжекции.

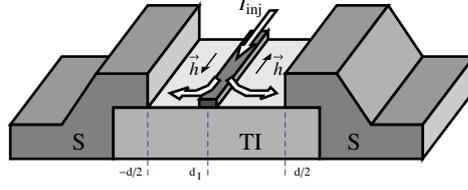


Рис. 3.6: Схема джозефсоновского контакта через 3D TI, в котором можно реализовать ϕ_0 -контакт посредством квазичастичной инжекции. Инжектор расположен при $x = d_I$, а S/TI границы находятся при $x = \pm d/2$. Квазичастичный ток (показан стрелками) контролируется напряжением между инжектором и сверхпроводящими терминалами.

Покажем, что электрический ток, текущий через поверхностные состояния 3D TI, может индуцировать зеемановское поле. Рассматривается минимальная модель, в которой можно получить эффект. Для максимального упрощения рассмотрим полностью баллистический случай. Тогда гамильтониан системы дается уравнением (3.65), в котором надо положить $V_{imp}(\mathbf{r}) = \mathbf{h}(\mathbf{r}) = 0$. Гриновская функция в мацубаровском представлении имеет вид:

$$\hat{G}(i\omega_n, \mathbf{p}) = [i\omega_n - \hat{H}(\mathbf{p})]^{-1} = \frac{1}{2} \sum_{s=\pm 1} \frac{1 + s [\mathbf{n}_F \times \mathbf{e}_z] \hat{\sigma}}{i\omega_n + \mu - s\alpha p}. \quad (3.90)$$

Т.к. мы работаем в квазиклассическом приближении, т.е. $\mu \gg \varepsilon$, мы рассматриваем только зону проводимости и полагаем в уравнении 3.90

$$\hat{G}(i\omega_n, \mathbf{p}) = \frac{1 + [\mathbf{n}_F \times \mathbf{e}_z] \hat{\sigma}}{2(i\omega_n + \mu - \alpha p)}. \quad (3.91)$$

Далее учтем электрон-электронное взаимодействие в приближении Хартри-Фока. Соответствующая собственно-энергетическая часть имеет вид:

$$\hat{\Sigma} = \hat{\Sigma}^{(1)} + \hat{\Sigma}^{(2)}, \quad (3.92)$$

где

$$\hat{\Sigma}^{(1)} = \text{Tr}_2 T \sum_n \int \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} V(0, 0) \hat{G}(i\omega_n, \mathbf{p}), \quad (3.93a)$$

$$\hat{\Sigma}^{(2)} = -T \sum_n \int \frac{d^2 p_1}{(2\pi)^2} V(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) \hat{G}(i\omega_n, \mathbf{p}_1). \quad (3.93b)$$

Мы также предполагаем, что μ включает в себя независимую от спина часть соб-

ственной энергии и фокусируемся на спиновой части $\hat{\Sigma} = \Sigma \hat{\sigma}$. При учете электрон-электронного взаимодействия гриновская функция имеет вид:

$$\hat{G}(i\omega_n, \mathbf{p}) = \left[i\omega_n + \mu - \alpha \hat{\sigma} [\mathbf{p} \times \mathbf{e}_z] - \Sigma \hat{\sigma} \right]^{-1} = \frac{1 + (\alpha \hat{\sigma} [\mathbf{p} \times \mathbf{e}_z] + \Sigma \hat{\sigma}) / \varepsilon_0}{2(i\omega_n + \mu - \varepsilon_0)}, \quad (3.94)$$

где $\Sigma = (\Sigma_x, \Sigma_y, \Sigma_z)$ и

$$\varepsilon_0 = \sqrt{(\alpha p_y + \Sigma_x)^2 + (-\alpha p_x + \Sigma_y)^2 + \Sigma_z^2}. \quad (3.95)$$

Теперь, подставляя гриновскую функцию (3.94) в уравнения (3.93a) и (3.93b) и предполагая, что $V(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) = \lambda$ находим зависящую от спина часть собственной энергии:

$$\Sigma = \frac{\lambda}{4} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} \frac{\alpha [\mathbf{p} \times \mathbf{e}_z] + \Sigma}{\varepsilon_0} \tanh \frac{\varepsilon_0 - \mu}{2T}. \quad (3.96)$$

В равновесии при $V = 0$, зависящая от спина собственно-энергетическая часть исчезает после интегрирования по импульсам. Однако, в присутствии напряжения интеграл имеет ненулевое значение. Если электрический ток в баллистической системе течет в направлении оси x , то для учета неравновесности функции распределения в уравнении Eq. (3.96) надо сделать замену $\mu \rightarrow \mu + (V/2)\text{sgn}p_x$. В линейном приближении по отношению к безразмерной константе взаимодействия $\lambda\nu$ и учитывая $|\Sigma| \ll \mu$, находим:

$$\Sigma = -\frac{\lambda}{4} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2} V \text{sgn}p_x \delta(\alpha p - \mu) [\mathbf{n} \times \mathbf{e}_z], \quad (3.97)$$

где мы считаем $T = 0$ и раскладываем уравнение (3.96) по V для получения линейного отклика. Следовательно, единственной ненулевой компонентой Σ является Σ_y :

$$\Sigma_y = \frac{\lambda\nu V}{2\pi}. \quad (3.98)$$

Далее вычислим джозефсоновский ток через S/3D TI/S контакт в присутствии квазичастичной инжекции, см. рис. 3.6. Квазичастичная инжекция создает неравновесное распределение квазичастиц в области слабой связи. Ток можно вычислить из уравнения (3.84). Технически его удобно считать на TI/S границе, используя граничные условия (3.81):

$$j_x = \pm \frac{\sigma_N}{8e} \text{Tr}_2 \int d\varepsilon \frac{1}{2\gamma} \hat{\tau}_z [\hat{g}_s, \hat{g}_{SC}]^K, \quad (3.99)$$

где знаки \pm отвечают $x = \pm d/2$. Келдышевскую компоненту полной гриновской функции можно выразить через запаздывающую, опережающую гриновские функции и

функцию распределения:

$$\hat{g}_s^K = \hat{g}_s^R \hat{\varphi} - \hat{\varphi} \hat{g}_s^A = \begin{pmatrix} g_s^R \varphi - \varphi g_s^A & f_s^R \tilde{\varphi} - \varphi f_s^A \\ \tilde{f}_s^R \varphi - \tilde{\varphi} \tilde{f}_s^A & \tilde{g}_s^R \tilde{\varphi} - \tilde{\varphi} \tilde{g}_s^A \end{pmatrix}, \quad (3.100)$$

где функция распределения имеет диагональный вид в пространстве частица-дырка:

$$\hat{\varphi} = \begin{pmatrix} \varphi & 0 \\ 0 & \tilde{\varphi} \end{pmatrix}. \quad (3.101)$$

В нашем случае бесспиновых фермионов общее симметричное соотношение между φ и $\tilde{\varphi}$ [96] принимает вид $\tilde{\varphi}(\varepsilon) = -\varphi(-\varepsilon)$.

В терминах функции распределения ток Eq. (3.99) может быть записан как:

$$j_x = \pm \frac{\sigma_N}{8e\gamma} \int d\varepsilon \left\{ -2 [\text{Re}g_{SC}^R] (\varphi - \tilde{\varphi}) - [\text{Re}f_{SC}^R] \tanh \frac{\varepsilon}{2T} \times \right. \\ \left. (\tilde{f}_s^R e^{\pm i\phi/2} + f_s^R e^{\mp i\phi/2} + f_s^A e^{\mp i\phi/2} + \tilde{f}_s^A e^{\pm i\phi/2}) + \right. \\ \left. [i\text{Im}f_{SC}^R] \left((e^{\pm i\phi/2} \tilde{f}_s^A - e^{\mp i\phi/2} f_s^R) \tilde{\varphi} + (e^{\mp i\phi/2} f_s^A - e^{\pm i\phi/2} \tilde{f}_s^R) \varphi \right) \right\}. \quad (3.102)$$

Здесь мы предполагаем, что сверхпроводящие фазы левого и правого сверхпроводящих терминалов равны $\mp\phi/2$. Аномальные компоненты гриновской функции на границах обозначены $f_s^{R,A}$ и $\tilde{f}_s^{R,A}$. Для того, чтобы найти джозефсоновский ток в главном порядке по кондактансу границы γ^{-1} , которая предполагается туннельной, достаточно взять гриновскую функцию сверхпроводника для полностью непрозрачной S/TI границы, что уже учтено в (3.102). Кроме того, низкая прозрачность границы позволяет в первом порядке по γ^{-1} линеаризовать уравнения Узаделя в области слабой связи и положить $g^{R,A} = \pm 1$.

Мы предполагаем, что напряжение между сверхпроводящими берегами равно нулю, чтобы не запутывать картину нестационарными эффектами. Поэтому квазичастичный ток имеет противоположные направления в двух областях слабой связи, разделенных инжектором при $x = d_I$. Направления квазичастичного тока показаны стрелками на рис. 3.6, и предполагается, что ток однороден вдоль направления y . Как было показано выше, инжекция электрического тока индуцирует эффективное зеemanовское поле $h \propto V$ в поверхностных состояниях TI, где V напряжение между нормальным инжектором и сверхпроводниками. Наведенные зеemanовские поля \vec{h} показаны на рис. 3.6. В рассматриваемой структуре генерируется два домена с противоположными ориентациями эффективного зеemanовского поля, которые жестко связаны с направлениями инжектируемых токов. Это эффективное зеemanовское поле можно записать как:

$$h_y(x) = \begin{cases} -h & , \quad -d/2 < x < d_I \\ +h & , \quad d_I < x < +d/2 \end{cases}. \quad (3.103)$$

Чтобы найти аномальную гриновскую функцию в области ПІ, мы решаем линеаризованные уравнения Узаделя, которые имеют вид:

$$D\kappa(\partial_x - \frac{2i}{\alpha}h_y(x))^2 f_s^{R,A} = -2i\varepsilon f_s^{R,A}, \quad (3.104a)$$

$$D\kappa(\partial_x + \frac{2i}{\alpha}h_y(x))^2 \tilde{f}_s^{R,A} = -2i\varepsilon \tilde{f}_s^{R,A}, \quad (3.104b)$$

где $\kappa = \pm 1$ отвечает запаздывающим и опережающим компонентам.

Уравнение Узаделя надо дополнить граничными условиями (3.81), которые в линеаризованной форме на S/ПІ границах имеют вид:

$$(\partial_x - \frac{2i}{\alpha}h_y)f_s^{R,A}|_{x=\mp d/2} = \mp \frac{1}{\gamma} f_{SC}^{R,A} e^{\mp i\phi/2}, \quad (3.105a)$$

$$(\partial_x + \frac{2i}{\alpha}h_y)\tilde{f}_s^{R,A}|_{x=\mp d/2} = \pm \frac{1}{\gamma} f_{SC}^{R,A} e^{\pm i\phi/2}, \quad (3.105b)$$

а на границе между доменами при ($x = d_I$):

$$f_s^{R,A}|_{x=d_I-\epsilon} = f_s^{R,A}|_{x=d_I+\epsilon}, \quad (3.106a)$$

$$(\partial_x - \frac{2i}{\alpha}h_y)f_s^{R,A}|_{x=d_I-\epsilon} = (\partial_x - \frac{2i}{\alpha}h_y)f_s^{R,A}|_{x=d_I+\epsilon}, \quad (3.106b)$$

$$\tilde{f}_s^{R,A}|_{x=d_I-\epsilon} = \tilde{f}_s^{R,A}|_{x=d_I+\epsilon}, \quad (3.106c)$$

$$(\partial_x + \frac{2i}{\alpha}h_y)\tilde{f}_s^{R,A}|_{x=d_I-\epsilon} = (\partial_x + \frac{2i}{\alpha}h_y)\tilde{f}_s^{R,A}|_{x=d_I+\epsilon}, \quad (3.106d)$$

где $\epsilon \rightarrow 0$. Решение для $f_s^{R,A}$ имеет вид:

$$f_s^{R,A}(x) = \frac{f_{SC}^{R,A} e^{\frac{2i}{\alpha}h_y(x)(x-d_I)}}{\gamma \lambda^{R,A} \sinh[\lambda^{R,A}d]} \left\{ e^{-i\frac{\phi}{2} - i\chi_l} \times \right. \\ \left. \cosh[\lambda^{R,A}(x - \frac{d}{2})] + e^{i\frac{\phi}{2} - i\chi_r} \cosh[\lambda^{R,A}(x + \frac{d}{2})] \right\}, \quad (3.107)$$

где $\lambda^{R,A} = \sqrt{-2i\kappa\varepsilon/D}$ и $\chi_{l,r} = 2h(d/2 \pm d_I)/\alpha$. Для вычисления тока через контакт также необходимо решение для $\tilde{f}_s^{R,A}$. Оно выражается через решение для $f_s^{R,A}$ как $\tilde{f}_s^{R,A} = -f_s^{R,A}(\phi \rightarrow -\phi, h_y(x) \rightarrow -h_y(x))$. Ток (3.102) можно представить как сумму двух компонент:

$$j_x = j_1 + j_2, \quad (3.108)$$

где

$$j_1 = \pm \frac{\sigma_N}{8e\gamma} \int d\varepsilon \left\{ -2 [\text{Reg}_{SC}^R] (\varphi - \tilde{\varphi}) \right\}, \quad (3.109)$$

а j_2 представляет собой оставшуюся часть уравнения (3.102), которая содержит аномальные гриновские функции. Из-за противоположных знаков на S/TI границах, вклад j_1 в джозефсоновский ток зануляется. Физически этот вклад представляет собой инжектированный квазичастичный ток. Можно увидеть, что j_1 равен нулю в равновесии, т.к. $\varphi(\varepsilon) = \tilde{\varphi}(\varepsilon) = \tanh \varepsilon/2T$. Таким образом, мы фокусируемся на вкладе j_2 , который и содержит джозефсоновский ток. Т.к. аномальные компоненты гриновской функции имеют первый порядок по γ^{-1} , то при вычислении j_2 функции распределения достаточно брать в нулевом порядке по этому параметру. Тогда они имеют вид:

$$\varphi(\varepsilon) = \tanh \frac{\varepsilon - V}{2T}, \quad (3.110a)$$

$$\tilde{\varphi}(\varepsilon) = -\varphi(-\varepsilon) = \tanh \frac{\varepsilon + V}{2T}. \quad (3.110b)$$

Введем следующие комбинации функций распределения, которые позволяют выделить в j_2 два физически различных вклада $j_{2,1}$ и $j_{2,2}$:

$$\varphi_{\pm}(\varepsilon) = \varphi(\varepsilon) \pm \tilde{\varphi}(\varepsilon) = \tanh \frac{\varepsilon - V}{2T} \pm \tanh \frac{\varepsilon + V}{2T}, \quad (3.111)$$

$$j_{2,1} = \mp \frac{\sigma_N}{2e\gamma^2} \int d\varepsilon [\text{Im} f_{SC}^R] \frac{\varphi_{\pm}}{2} \left(\cos(\phi - \chi) \text{Im} \left[\frac{f_{SC}^R}{\lambda^R \sinh[\lambda^R d]} \right] + \text{Im} \left[\frac{f_{SC}^R}{\lambda^R \tanh[\lambda^R d]} \right] \right), \quad (3.112a)$$

$$j_{2,2} = -\frac{\sigma_N}{2e\gamma^2} \sin(\phi - \chi) \int d\varepsilon \left\{ [\text{Re} f_{SC}^R] \tanh \frac{\varepsilon}{2T} \text{Im} \left[\frac{f_{SC}^R}{\lambda^R \sinh[\lambda^R d]} \right] + [\text{Im} f_{SC}^R] \frac{\varphi_{\pm}}{2} \text{Re} \left[\frac{f_{SC}^R}{\lambda^R \sinh[\lambda^R d]} \right] \right\}, \quad (3.112b)$$

в которых $\chi = \chi_r - \chi_l$ и \pm в уравнении (3.112a) относится к левой и правой границам. В уравнениях (3.112a) и (3.112b) уже использованы выражения для $f_s^{R,A}$ и $\tilde{f}_s^{R,A}$, полученные выше.

$j_{2,1}$ имеет противоположные знаки на левой и правой границах. Поэтому эта компонента не дает вклада в ток между сверхпроводниками. Она тоже является частью инжектированного тока и не влияет на джозефсоновский ток. Эта компонента определяется модой зарядового разбаланса. Компонента $j_{2,2}$ одинакова на обеих границах и представляет собой джозефсоновский ток, текущий между сверхпроводниками.

Основное состояние системы отвечает нулевому току и из (3.112b) очевидно, что оно достигается при ненулевой разности фаз между сверхпроводниками $\phi_0 = \chi = -4d_I h/\alpha$. Согласно выражению (3.98) этот аномальный сдвиг фазы пропорционален напряжению V между сверхпроводящими электродами и инжектором. Следовательно, в данном слу-

чае аномальную разность фаз ϕ_0 можно контролировать, меняя это напряжение.

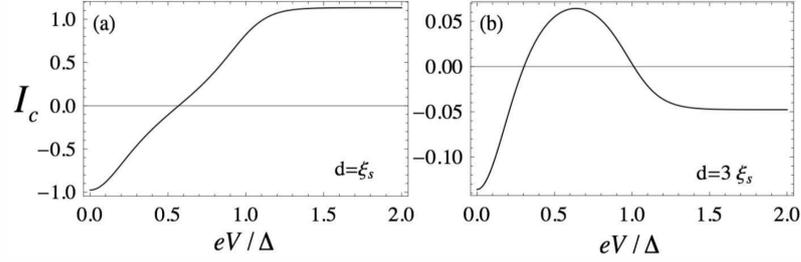


Рис. 3.7: Критический джозефсоновский ток как функция напряжения между нормальным инжектором и сверхпроводящими берегами eV/Δ . Для панели (a) $d = \xi_s$, а для панели (b) $d = 3\xi_s$, где $\xi_s = \sqrt{\hbar D/|\Delta|}$. Ток измеряется в единицах $-\sigma_N \Delta \xi_s e^{-1} \gamma^{-2}$.

Квазичастичная инжекция не только контролирует аномальный сдвиг фазы, но также и модифицирует критический джозефсоновский ток контакта. Это продемонстрировано на рис. 3.7, где критический ток построен как функция V для двух различных длин области слабой связи. Видно, что неравновенное распределение квазичастиц сильно влияет на джозефсоновский ток и приводит к изменению его знака. По сравнению с рассмотренными в главе 1 контролируруемыми $0 - \pi$ переходами, здесь мы имеем переход между состояниями χ и $\chi + \pi$, а не $0 \rightarrow \pi$ переход.

Краткие итоги подраздела. Квазиклассический формализм, развитый ранее для описания поверхностных состояний ТІ в сверхпроводящих гетероструктурах [296], обобщен на неравновесные задачи. Используя этот подход, предложен электрически контролируемый ϕ_0 -контакт в S/TI/S структурах. Кроме того, показано, что жесткая связь между спином и импульсом электрона в поверхностных состояниях 3D ТІ обеспечивает максимальную эффективность конверсии электрических токов в спин, что говорит о большом потенциале топологических изоляторов в области спинтроники.

3.2.2. Гигантский магнитоэлектрический эффект в DOS структур S/3D ТІ

Спинтроника - область, которая объединяет магнетизм и электронику. Классические спинтронные результаты базируются на том, что в ферромагнитных материалах электрический ток сопровождается спиновым [324–329], который и является источником спина для дальнейших приложений. Спин-орбитальное взаимодействие и следующие из него магнитоэлектрические эффекты дают возможность обойтись без ферромагнитных элементов в системе. Топологические изоляторы поддерживают магнитоэлектрические эффекты максимальной величины, как уже отмечалось выше.

Классический магнитоэлектрический эффект проявляется в форме индуцированной током электронной спиновой поляризации. В этом подразделе продемонстрирова-

но, что в S/TI гетероструктурах магнитоэлектрический эффект может проявляться и в другой форме: как спиновое расщепление DOS. Величина этого индуцированного током спинового расщепления DOS может быть очень велика. Этот эффект, который мы называем гигантский магнитоэлектрический эффект в плотности состояний, можно использовать для создания источника спин-поляризованных электрических токов с высокой степенью поляризации. Ранее в литературе для этой цели были предложены сверхпроводники с зеемановским расщеплением плотности состояний [330, 331]. Серьезное преимущество нашей системы состоит в том, что направление и величину спиновой поляризации можно полностью контролировать электрически через пропускаемый по системе сверхток без приложения внешнего магнитного поля. Результаты получены в соавторстве с А.М. Бобковым и опубликованы в работе [P13] из списка публикаций автора по теме диссертации.

Управляемое сверхтоком спиновое расщепление DOS. Рассмотрим плоскую поверхность между толстым (т.е. толщина больше сверхпроводящей длины когерентности) синглетным s -волновым сверхпроводником и 3D TI, как показано на рис. 3.8(b). Такую гибридную систему впервые рассмотрели Фу и Кан [332]. Сначала для упрощенного описания эффекта и обсуждения основной физики мы будем следовать их подходу, где наведенная в поверхностном состоянии 3D TI сверхпроводимость описывается феноменологическим синглетным параметром порядка. Соответствующий гамильтониан поверхностных состояний 3D TI имеет вид:

$$H = \int d^2r \left\{ \Psi^\dagger(\mathbf{r}) \left[-iv_F(\nabla_{\mathbf{r}} \times \hat{z})\boldsymbol{\sigma} - \mu + V_{imp}(\mathbf{r}) - \mathbf{h}\boldsymbol{\sigma} \right] \Psi(\mathbf{r}) + \Delta(\mathbf{r})\Psi_{\uparrow}^\dagger(\mathbf{r})\Psi_{\downarrow}^\dagger(\mathbf{r}) + \Delta^*(\mathbf{r})\Psi_{\downarrow}(\mathbf{r})\Psi_{\uparrow}(\mathbf{r}) \right\}, \quad (3.113)$$

где $\Psi^\dagger(\mathbf{r}) = (\Psi_{\uparrow}^\dagger(\mathbf{r}), \Psi_{\downarrow}^\dagger(\mathbf{r}))$ оператор рождения электрона в поверхностных состояниях TI, \hat{z} единичный вектор нормали к поверхности TI, $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ вектор матриц Паули в спиновом пространстве, $\mathbf{h} = (h_x, h_y, 0)$ зеемановское поле в плоскости поверхности. $V_{imp} = \sum_{\mathbf{r}_i} V_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$ описывает немагнитные короткодействующие примеси $\langle V(\mathbf{r})V(\mathbf{r}') \rangle = (1/\pi\nu\tau)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ with $\nu = \mu/(2\pi v_F^2)$.

Как и в предыдущем подразделе, рассматривается случай, когда μ является самым большим энергетическим масштабом в системе, а, следовательно, можно работать в квазиклассическом приближении. Уравнения Эйленберга для квазиклассической гриновской функции были выведены в [296] и предыдущем подразделе. Здесь нас интересует только запаздывающая компонента гриновской функции, т.к. исследуем DOS и связанные с ней физические величины в равновесной ситуации. Полная запаздывающая квазиклассическая гриновская функция $\check{g}^R(\mathbf{n}_F, \mathbf{r}, \varepsilon)$ является матрицей 4×4 в прямом

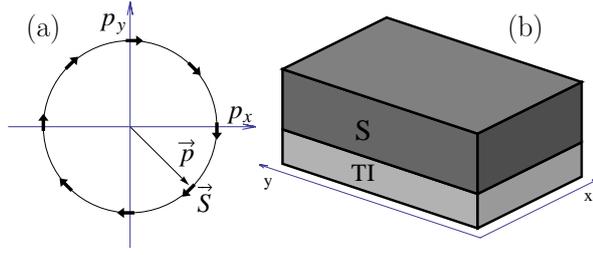


Рис. 3.8: (a) 2D Ферми-поверхность проводящего поверхностного состояния TI. (b) Схема рассматриваемой системы. Сверхпроводник S индуцирует сверхпроводимость в поверхностном состоянии 3D TI.

произведении частично-дырочного и спинового пространств, но ее спиновая структура определяется проекцией на зону проводимости поверхностного состояния TI, что диктует вид гриновской функции в спиновом пространстве:

$$\check{g}^R(\mathbf{n}_F, \mathbf{r}, \varepsilon) = \hat{g}^R(\mathbf{n}_F, \mathbf{r}, \varepsilon) \frac{(1 + \mathbf{n}_\perp \boldsymbol{\sigma})}{2}, \quad (3.114)$$

где $\mathbf{n}_F = \mathbf{p}_F/p_F = (n_{F,x}, n_{F,y}, 0)$ единичный вектор вдоль направления импульса электрона, а $\mathbf{n}_\perp = (n_{F,y}, -n_{F,x}, 0)$ единичный вектор, направленный вдоль спина электрона и перпендикулярный к направлению импульса. Тогда квазиклассическая гриновская функция $\hat{g}^R(\mathbf{n}_F, \mathbf{r}, \varepsilon)$ является матрицей 2×2 в частично-дырочном пространстве и подчиняется уравнению:

$$-i v_F \mathbf{n}_F \nabla \hat{g}^R = \left[\varepsilon \tau_z - \hat{\Delta} + \hbar \mathbf{n}_\perp \tau_z + \frac{i \langle \hat{g} \rangle}{2\tau}, \hat{g} \right], \quad (3.115)$$

где $\tau_{x,y,z}$ матрицы Паули в частично-дырочном пространстве и $\hat{\Delta}$ матрица параметра порядка, которая в частично-дырочном пространстве имеет структуру

$$\hat{\Delta} = \begin{pmatrix} 0 & \Delta e^{i\chi} \\ -\Delta e^{-i\chi} & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.116)$$

χ - фаза параметра порядка, а Δ - его абсолютная величина.

Здесь мы анализируем баллистический и диффузный случаи и сравниваем полученные результаты. Гриновскую функцию в баллистическом пределе можно найти из уравнения (3.115) при $\tau \rightarrow \infty$, а в диффузном пределе $\varepsilon, \Delta, \hbar \ll \tau^{-1}$ движение электронов рандомизуется и в гриновской функции достаточно учесть первые две гармоники:

$$\hat{g}^R(\mathbf{n}_F) = \hat{g}_0^R + \mathbf{n}_F \hat{g}_a^R, \quad (3.117)$$

где s -волновая гармоника описывается уравнением Узаделя [180, 296]:

$$iD\hat{\nabla}(\hat{g}_0^R\hat{\nabla}\hat{g}_0^R) = \left[\varepsilon\tau_z - \hat{\Delta}, \hat{g}_0^R \right], \quad (3.118)$$

D коэффициент диффузии и $\hat{\nabla}\hat{X} = \nabla\hat{X} - (i/v_F)(h_x\hat{y} - h_y\hat{x})[\tau_z, \hat{X}]$.

p -волновую гармонику можно выразить через \hat{g}_0^R следующим образом:

$$\hat{g}_a^R = -2v_F\tau\hat{g}_0^R\hat{\nabla}\hat{g}_0^R. \quad (3.119)$$

Далее мы хотим исследовать DOS и расщепленную по спину DOS в присутствии сверхтока, текущего в произвольном направлении в (x, y) -плоскости. Для этой цели нам нужна запаздывающая функция Грина. В баллистическом случае решение уравнения (3.115) имеет вид:

$$\hat{g}^R = \frac{-i}{\sqrt{|\Delta|^2 - (\varepsilon + h_{eff})^2}} \begin{pmatrix} \varepsilon + h_{eff} & -\Delta e^{i\chi} \\ \Delta e^{-i\chi} & -(\varepsilon + h_{eff}) \end{pmatrix}, \quad (3.120)$$

где мы вводим т.н. эффективное зеемановское поле $h_{eff} = \mathbf{h}\mathbf{n}_\perp - v_F(\mathbf{n}_F\nabla\chi)/2$. Физически это проекция эффективного поля на направление спина электрона для заданной траектории (заданного направления импульса). Обсуждение понятия "эффективное поле" см. ниже.

В диффузном случае удобно записывать гриновскую функцию в терминах θ -параметризации [173]:

$$\hat{g}_0^R = e^{i\chi\tau_z/2} \left[\tau_z \cosh \theta + i\tau_y \sinh \theta \right] e^{-i\chi\tau_z/2}, \quad (3.121)$$

$$\hat{g}_a^R \mathbf{n}_F = 2i\tau h_{eff} e^{i\chi\tau_z/2} \left[2\tau_z \sinh^2 \theta + i\tau_y \sinh 2\theta \right] e^{-i\chi\tau_z/2}, \quad (3.122)$$

а θ подчиняется уравнению:

$$\varepsilon \sinh \theta + \Delta \cosh \theta + iD \left(\frac{\nabla\chi}{2} - \frac{1}{v_F}(h_x\hat{y} - h_y\hat{x}) \right)^2 \sinh 2\theta = 0. \quad (3.123)$$

DOS вычисляется через нормальную гриновскую функцию, т.е. верхний левый элемент матрицы

$$\hat{g}^R = \begin{pmatrix} g^R & f^R \\ \tilde{f}^R & -g^R \end{pmatrix} \quad (3.124)$$

следующим образом:

$$N(\varepsilon) = \text{Re}\langle g^R \rangle. \quad (3.125)$$

Разрешенная по спину DOS, отвечающая спину вдоль направления \hat{l} имеет вид:

$$N_i(\varepsilon) = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\langle g^R \rangle + l_x \langle g^R n_{F,y} \rangle - l_y \langle g^R n_{F,x} \rangle \right]. \quad (3.126)$$

Следует отметить, что эта величина не является полной плотностью состояний для данного спина, т.к. направление спина различно для разных направлений импульса, и, более того, не сохраняется в результате рассеяния на примесях. Тем не менее, эта величина входит в транспортные свойства системы как обычная разрешенная по спину DOS и поэтому имеет смысл ее обсуждать.

Далее прикладываем к системе сверхток \mathbf{j}_s . Этот сверхток приводит к появлению градиента фазы $\nabla\chi$ эффективного параметра порядка. Хотя сверхток течет в основном в верхнем сверхпроводнике, градиент фазы одинаков как для верхнего сверхпроводника, так и для эффективного параметра порядка в поверхностных состояниях TI, как это показано ниже при микроскопическом рассмотрении системы. Мы считаем, что настоящее зеемановское поле к системе не приложено, т.е. не приложено внешнее поле и в системе нет ферромагнитных элементов. Однако, как видно из уравнений (3.120), (3.122) и (3.123), в случае геликоидального металла, который реализуется в поверхностных состояниях TI, влияние сверхтока на гриновскую функцию и, следовательно, на DOS полностью эквивалентно влиянию некоторого зеемановского поля, приложенного перпендикулярно направлению тока. Они входят во все уравнения равноправно только через эффективное зеемановское поле $\mathbf{H}_{eff} = (h_x - v_F(\partial_y\chi)/2, h_y + v_F(\partial_x\chi)/2, 0)$: как $\hat{z} \times \mathbf{H}_{eff} = h_x \hat{y} - h_y \hat{x} - v_F \nabla\chi/2$ в уравнении (3.123) или как $h_{eff} = \mathbf{H}_{eff} \mathbf{n}_\perp$. Следовательно, все эффекты, обсуждаемые ниже, могут быть вызваны как сверхтоком, так и обменным полем. Здесь мы фокусируемся именно на сверхтоке, т.к. это позволяет реализовать полный электрический контроль системы без необходимости прикладывать магнитное поле. Эффективное зеемановское поле $\mathbf{H}_{eff} = (-v_F(\partial_y\chi)/2, v_F(\partial_x\chi)/2, 0)$, генерируемое сверхтоком, перпендикулярно ему. Оно может достигать значений (в энергетических единицах) щели верхнего сверхпроводника для токов близких к току распаривания. Эквивалентность между зеемановским полем и током нарушается за пределами рассматриваемой здесь простой феноменологической модели, но для низкоэнергетической ($\varepsilon \ll \Delta$) физики это практически не важно. Этот вопрос детально рассмотрен ниже.

DOS, вычисленная для баллистической системы согласно уравнениям (3.125) и (3.120), представлена на рис. 3.9(b). Но сначала полезно посмотреть на разрешенную по импульсу DOS, изображенную на рис. 3.9(a). Видно, что для данного направления импульса DOS просто сдвигается относительно нулевой энергии, аналогично случаю сдвига какой-то из спиновых подзон в зеемановски расщепленном сверхпроводнике. Величина и направление сдвига определяется направлением импульса и максимально для импульсов, которые параллельны сверхтоку. Наоборот, для импульсов, перпендикулярных направлению сверхтока, DOS симметрична относительно нулевой энергии и

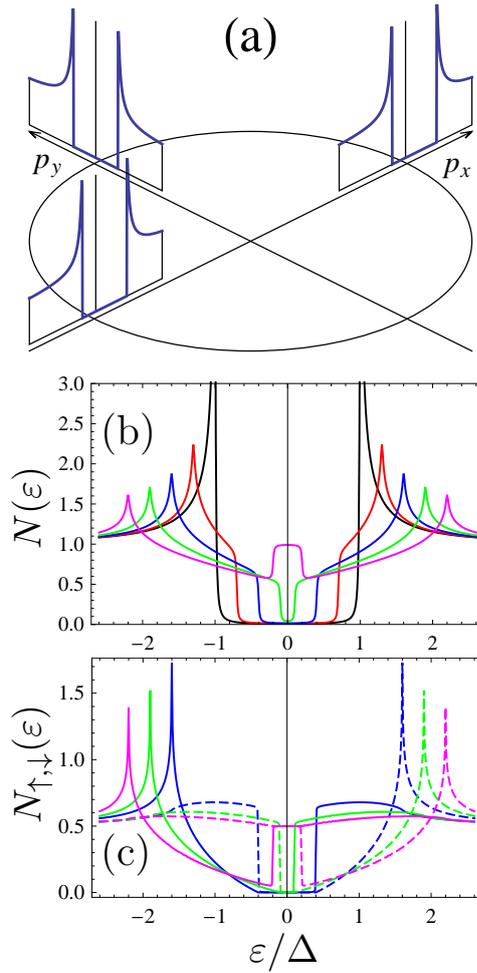


Рис. 3.9: DOS для баллистической системы. (a) Разрешенная по импульсу DOS. Круг показывает поверхность Ферми и для каждого направления импульса введена своя ось энергии, которая направлена за пределы круга и нормально к нему. (b) Усредненная по импульсу DOS как функция энергии квазичастицы. $H_{eff}/\Delta = 0$ (черная линия); 0.3 (красная); 0.6 (синяя); 0.9 (зеленая); 1.2 (розовая). (c) Разрешенная по спину DOS как функция энергии квазичастицы. $H_{eff}/\Delta = 0.6$ (синяя); 0.9 (зеленая); 1.2 (розовая). Ось квантования направлена вдоль оси y , а $\mathbf{j}_s = j_s \hat{x}$. DOS для спина вверх N_{\uparrow} изображена сплошными линиями, а DOS для спина вниз N_{\downarrow} - пунктирными.

сдвиг отсутствует. Усреднение DOS по направлениям импульса дает результаты, представленные на рис. 3.9(b). Мы видим постепенное уменьшение и закрытие щели при увеличении H_{eff} , что аналогично случаю зеемановски расщепленного сверхпроводника. Здесь стоит отметить, что в объемных сверхпроводниках сверхпроводимость при нулевой температуре полностью подавляется зеемановским полем, которое превышает парамагнитный предел сверхпроводимости $h > \Delta/\sqrt{2}$. Но в данном случае сверхпроводимость индуцируется эффектом близости с объемным сверхпроводником с большой щелью Δ_0 . Далее, индуцированный эффектом близости в поверхностном состоянии TI эффективный параметр порядка Δ зависит от прозрачности S/TI-границы (микроско-

пический вывод дается ниже) и обычно значительно меньше, чем Δ_0 . В этой ситуации исследование случая $H_{eff} > \Delta$ имеет смысл, поэтому соответствующие результаты и представлены на рис. 3.9.

Разрешенная по спину DOS для баллистической системы представлена на рис. 3.9(с). Ось квантования выбрана вдоль оси y и направлена перпендикулярно сверхтоку (который течет вдоль оси x). В этом случае ось y является направлением эффективного зеемановского поля и спиновая поляризация вдоль этого направления максимальна. Видно, что аналогично случаю сверхпроводника с обычным зеемановским расщеплением плотности состояний существует энергетическое окно, в котором разница $N_{\uparrow} - N_{\downarrow}$ очень высока. Изменение знака сверхтока приводит к замене $N_{\uparrow} \leftrightarrow N_{\downarrow}$.

Эта поляризация генерируется бесспиновым сверхтоком. Эффект невозможен в обычных сверхпроводниках и S/N бислоях. Он возникает только благодаря жесткой связи между спином электрона и его импульсом в TI. Подобное магнитоэлектрическое поведение плотности состояний также должно возникать в любых сверхпроводниках и сверхпроводящих гибридных системах со спин-орбитальным взаимодействием, но там оно будет выражено намного слабее из-за наличия двух геликоидальных спиновых подзон, которые частично компенсируют эффекты друг друга.

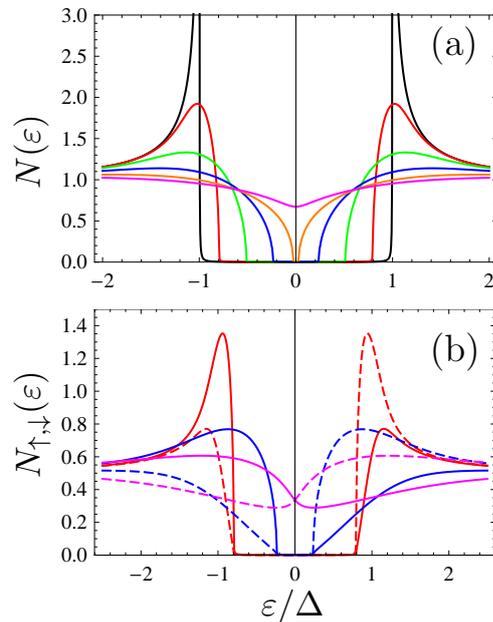


Рис. 3.10: DOS для диффузной системы. $\Delta\tau = 0.15$. (a) DOS как функция энергии квазичастицы. $H_{eff}/\Delta = 0$ (черная линия); 0.6 (красная); 1.2 (зеленая); 1.8 (синяя); 2.4 (оранжевая); 3.0 (розовая). (b) Разрешенная по спину DOS как функция энергии квазичастицы. $H_{eff}/\Delta = 0.6$ (красная); 1.8 (синяя); 3.0 (розовая). DOS для спина вверх N_{\uparrow} изображена сплошными линиями, а DOS для спина вниз N_{\downarrow} - пунктирными.

Чтобы исследовать влияние примесей на магнитоэлектрическое расщепление DOS, мы вычислили DOS и разрешенную по спину DOS в диффузном случае. Оказывается,

что индуцированная током спиновая поляризация плотности состояний устойчива по отношению к примесям. DOS и разрешенная по спину DOS для диффузного случая, вычисленные из уравнений (3.125), (3.126), (3.117), (3.121), (3.122) и (3.123), представлены на рис. 3.10. Видно, что результаты для разрешенной по спину DOS качественно не отличаются от результатов для баллистической системы и энергетические окна, в которых степень спиновой поляризации высока, сохраняются. Стоит отметить, что в баллистическом случае щель в спектре энергии сверхпроводника закрывается при $H_{eff} = \Delta$, в согласии с тем, что происходит для сверхпроводника с обычным зеемановским расщеплением. В то же время для диффузного случая щель все еще может быть открыта при $H_{eff} > \Delta$ т.к. параметр, который в этом случае контролирует размытие щели, это $DH_{eff}^2/v_F^2 \sim \tau H_{eff}^2$ [что следует из уравнения (Eq. 3.123)]. Этот параметр может быть меньше, чем Δ даже при $H_{eff}/\Delta > 1$ при условии сильного примесного рассеяния $\Delta\tau \ll 1$.

Результаты, представленные здесь, тесно связаны с прямым магнитоэлектрическим эффектом, который рассматривался в предыдущем подразделе. Здесь мы продемонстрировали, что физической причиной возникновения спиновой поляризации при протекании сверхтока является перестройка плотности состояний сверхпроводника.

Электрически контролируемый спиновый фильтр на базе N/3D TI/S гетероструктуры. Далее мы покажем, что рассмотренное выше магнитоэлектрическое расщепление DOS можно использовать для создания спиновых фильтров на основе S/TI бислоев.

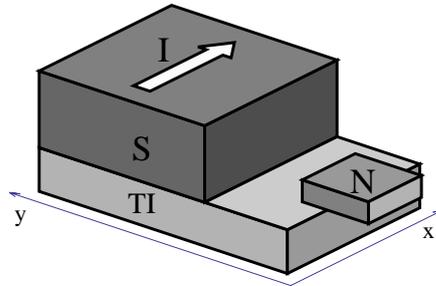


Рис. 3.11: Возможная схема реализации электрически контролируемого спинового фильтра. При приложении напряжения V между нормальным электродом N и S/TI бислоем, ток через этот N/TI контакт будет спин-поляризованным.

Рассматриваемая система показана на рис. 3.11. К поверхности TI в непосредственной близости от участка, покрытого сверхпроводником, подсоединен через туннельный контакт дополнительный нормальный электрод N, формируя N/TI контакт. Расстояние между краем области TI, покрытой сверхпроводником, и этим электродом не должно превышать сверхпроводящей длины когерентности, для того чтобы в этой области была сверхпроводимость, наведенная эффектом близости. Чтобы упростить вычисления, мы предполагаем, что DOS в поверхностном состоянии TI в области N/TI контакта имеет

тот же вид, что и в S/TI бислое, рассмотренном выше. Разумеется, это предположение не совсем корректно, т.к. наведенная сверхпроводимость затухает вглубь TI при удалении от края покрытой сверхпроводником области. Но на расстояниях меньших сверхпроводящей длины когерентности качественно поведение гриновской функции сохраняется.

Мы предполагаем, что N/TI имеет низкую прозрачность, что приводит к подавлению андреевских процессов на N/TI границе. Эти процессы являются паразитными для рассматриваемого эффекта спиновой фильтрации, т.к. переносят электрический ток через границу в виде пар электронов с противоположными спинами. В этом туннельном пределе мы вычисляем электрический ток через N/TI границу I_σ , отвечающий спину $\sigma = \pm 1$ вдоль направления оси квантования (ось y), в рамках стандартного метода туннельного гамильтониана:

$$I_\sigma = \frac{G}{e} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon N_\sigma(\varepsilon) (f_N(\varepsilon - eV) - f_{TI}(\varepsilon)), \quad (3.127)$$

где G кондактанс контакта в нормальном состоянии, а $f_{N/TI}(\varepsilon)$ Ферми распределения электроном в нормальном электроде и TI, соответственно.

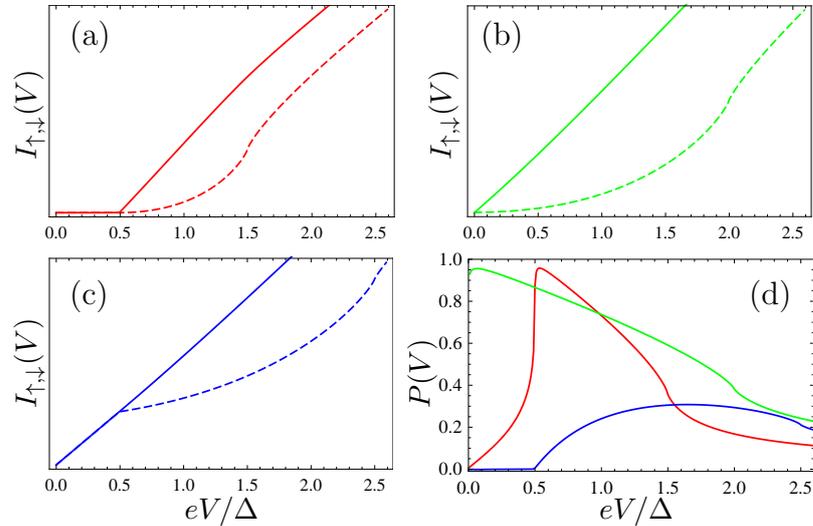


Рис. 3.12: Баллистическая система. (a)-(c) I_{\uparrow} (сплошные линии) и I_{\downarrow} (пунктир) как функции eV/Δ для $H_{eff}/\Delta = 0.5$ (a); 1.0 (b) и 1.5 (c). (d) Степень поляризации тока для всех H_{eff} , показанных на панелях (a)-(c). Цвета отвечают тем же H_{eff} , что и на панелях (a)-(c).

Электрические токи $I_{\uparrow, \downarrow}$ как функции напряжения V , приложенного к N/TI контакту, показаны на рис. 3.12(a)-(c) для баллистической системы. Рис. 3.12(d) демонстрирует степень спиновой поляризации тока $P = (j_{\uparrow} - j_{\downarrow}) / (j_{\uparrow} + j_{\downarrow})$. Видно, что степень поляризации тока достаточно велика для области напряжений, отвечающих энергетическому

окну, в котором DOS имеет высокую степень поляризации. Когда величина сверхтока и, следовательно, эффективного обменного поля возрастает, соответствующее энергетическое окно уменьшается. В результате этого степень поляризации туннельного тока падает с ростом сверхтока, генерирующего эффективное поле.

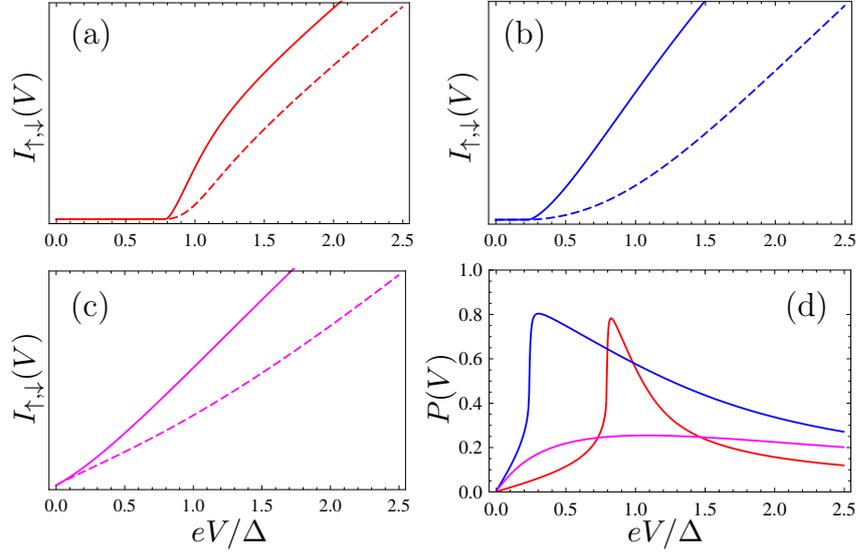


Рис. 3.13: Диффузная система. $\Delta\tau = 0.15$. (a)-(c) I_{\uparrow} (сплошные линии) и I_{\downarrow} (пунктир) как функции eV/Δ для $H_{eff}/\Delta = 0.6$ (a); 1.8 (b) и 3.0 (c). (d) Степень спиновой поляризации тока для всех H_{eff} , рассмотренных на панелях (a)-(c).

Результаты для диффузного случая качественно не отличаются и представлены на рис. 3.13. Видно, что высокая степень поляризации тока может быть достигнута только если щель в спектре не закрылась. Это справедливо как для баллистического, так и для диффузного случая. Для диффузного случая также интересно исследовать степень поляризации тока в зависимости от силы примесей при фиксированном значении H_{eff} . Результаты представлены на рис. 3.14. Видно, что степень поляризации тока уменьшается с ростом силы примесей. Это происходит потому, что спиновая поляризация DOS в диффузном случае возникает только за счет p -волновой гармоники гриновской функции $g_a^R \mathbf{n}_F$, а эта нечетная по импульсу компонента зануляется в пределе $\tau \rightarrow 0$ согласно уравнению (3.119). Другими словами, сильное примесное рассеяние делает гриновскую функцию все более и более изотропной, а ненулевое спиновое расщепление DOS невозможно для полностью изотропной гриновской функции при условии жесткой связи между импульсом электрона и его спином.

В противоположном пределе больших значений $\Delta\tau$ уравнение Узаделя несправедливо. Промежуточный режим $\Delta\tau \sim 1$ более сложен с вычислительной точки зрения, а в чистом пределе $\Delta\tau \gg 1$ результаты уже обсуждались выше. Мы не ожидаем какой-либо качественной разницы в спин-фильтрующих свойствах системы для промежуточного режима $\Delta\tau \sim 1$, т.к. поляризации тока, вычисленные для чистого и диффузного слу-

чаев, качественно очень похожи.

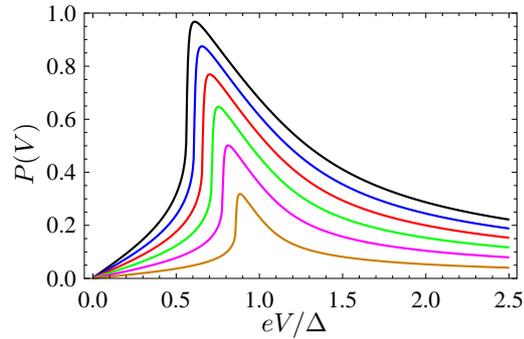


Рис. 3.14: Степень поляризации тока как функция eV/Δ . Различные кривые отвечают различным значениям силы примесей $\Delta\tau = 0.03$ (оранжевая линия), 0.06 (розовая), 0.09 (зеленая), 0.12 (красная), 0.15 (синяя), 0.18 (черная). $H_{eff} = 1.0\Delta$.

Т.к. DOS для спина вверх и спина вниз переходят друг в друга при обращении направления протекания сверхтока, поляризацию туннельного тока через N/TI контакт можно обращать электрически. Обсуждавшаяся выше система не позволяет получать высоко-поляризованный спиновый ток с произвольным направлением поляризации. Но этого можно добиться в несколько более сложной системе. С инженерной точки зрения можно сконструировать систему, в которой сверхток вблизи TI/N течет в желаемом направлении. Тогда возможно получить произвольную поляризацию туннельного тока (перпендикулярную протекающему сверхтоку) через TI/N контакт.

Резервуаром для спинов, которые переносятся из TI в N электрод, служит объемный сверхпроводник. Мы предполагаем, что скорость спиновой релаксации в TI быстрее, чем скорость туннелирования через N/TI границу. В этом случае процессы спиновой релаксации способны поддерживать равновесное распределение квазичастиц в TI и наш подход применим. Если спиновая релаксация медленнее, чем скорость туннелирования, функция распределения в TI становится неравновесной и зависящей от спина. В этом случае для корректного нахождения функции распределения требуется решать кинетическое уравнение.

Микроскопическая теория индуцированной эффектом близости сверхпроводимости. Все рассмотрение, проведенное выше, базируется на феноменологической модели индуцированной эффектом близости сверхпроводимости, где предполагается, что в поверхностном состоянии TI появляется некоторый параметр порядка Δ . С другой стороны, микроскопический подход позволяет провести более детальное описание эффекта близости в терминах гриновских функций сверхпроводника. Различные микроскопические подходы в терминах горьковских гриновских функций были развиты как для поверхностного состояния TI в контакте со сверхпроводником [333–335], так и для низкоразмерных систем [147, 334, 336–342]. Здесь мы выводим квазиклассические уравнения Эйленбергера для поверхностного состояния сверхпроводника, в котором эффект

близости описывается не через феноменологический параметр порядка, а через гриновскую функцию сверхпроводника. Мы рассматриваем поверхностные состояния ТІ как 2D систему, а верхний сверхпроводник считается обычным 3D материалом. Гамильтониан полной бислойной системы имеет вид:

$$H = H_I + H_S + H_T, \quad (3.128)$$

где

$$H_I = \int d^2r \left\{ \Psi^\dagger(\mathbf{r}) [-iv_F(\nabla_{\mathbf{r}} \times \hat{z})\boldsymbol{\sigma} - \mu + V_{imp}(\mathbf{r}) - \mathbf{h}\boldsymbol{\sigma}] \Psi(\mathbf{r}) \right\} \quad (3.129)$$

гамильтониан поверхностного состояния ТІ,

$$H_S = \int d^2r dz \left\{ \hat{c}^\dagger \left[-\frac{\nabla_{\mathbf{r}}^2 + \partial_z^2}{2m_S} + V_{imp}(\mathbf{r}) - \mu_S - \mathbf{h}\boldsymbol{\sigma} \right] \hat{c} + \Delta(\mathbf{r}, z) c_\uparrow^\dagger c_\downarrow^\dagger + \Delta^*(\mathbf{r}, z) c_\downarrow c_\uparrow \right\} \quad (3.130)$$

гамильтониан сверхпроводника и

$$H_T = \int d^2r d^2r' \left\{ \hat{c}^\dagger(\mathbf{r}, z=0) \hat{t}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Psi(\mathbf{r}') + \Psi^\dagger(\mathbf{r}') \hat{t}(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \hat{c}(\mathbf{r}, z=0) \right\} \quad (3.131)$$

описывает туннелирование между двумя системами. Здесь $\Psi^\dagger(\mathbf{r}) = (\Psi_\uparrow^\dagger(\mathbf{r}), \Psi_\downarrow^\dagger(\mathbf{r}))$ оператор рождения электрона в поверхностном состоянии ТІ, как и раньше. $\hat{c}^\dagger(\mathbf{r}, z) = (c_\uparrow^\dagger(\mathbf{r}, z), c_\downarrow^\dagger(\mathbf{r}, z))$ оператор рождения электрона в сверхпроводнике. \mathbf{r} - 2D радиус-вектор в плоскости поверхности ТІ и z - координата, перпендикулярная плоскости. $\hat{t}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ матричный элемент перескока между ТІ и сверхпроводником. Он представляет собой матрицу 2×2 в спиновом пространстве и его конкретная форма обсуждается ниже.

Вводя матричную гриновскую функцию Горькова $\check{G}^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon)$ для поверхностного состояния ТІ согласно уравнениям (3.68a)-(3.68d) и следуя схеме вывода, представленной в [340], получаем следующее уравнение для \check{G}^R :

$$\left[\varepsilon \tau_z + iv_F(\nabla_{\mathbf{r}} \times \hat{z})\boldsymbol{\sigma} + \mu + \mathbf{h}\boldsymbol{\sigma} \tau_z - \check{\Sigma}_{imp} - \check{\Sigma}_T \right] \check{G}^R = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \check{1}, \quad (3.132)$$

где $\check{\Sigma}_{imp}$ примесная собственно-энергетическая часть, которую в борновском приближении можно записать как $\check{\Sigma}_{imp}(\mathbf{r}) = (1/\pi\tau\nu)\check{G}^R(\mathbf{r}, \mathbf{r})$. $\check{\Sigma}_T$ туннельная собственно-энергетическая часть, которая происходит из H_T , и

$$\check{\Sigma}_T \check{G}^R = \int d^2r_1 d^2r_2 d^2r_3 \check{t}^\dagger(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \times \check{G}_{S(0)}^R(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z_1 = z_2 = 0) \check{t}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) \check{G}^R(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}'). \quad (3.133)$$

Здесь \check{t} матрица в частично-дырочном пространстве, состоящая из матричных элементов перескока для электронной и дырочной компонент:

$$\check{t}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \begin{pmatrix} \hat{t}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & 0 \\ 0 & \sigma_y \hat{t}^*(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \sigma_y \end{pmatrix}. \quad (3.134)$$

Гриновская функция $\check{G}_{S(0)}^R$ представляет собой гриновскую функцию верхнего сверхпроводника, вычисленную без контакта с ТИ, т.е. при $\hat{t} = 0$, но учитывая точные собственно-энергетические части в сверхпроводнике. Она подчиняется уравнению:

$$\left[\varepsilon \tau_z + \frac{\nabla_{\mathbf{r}}^2 + \partial_z^2}{2m_S} + \mu + \mathbf{h}\boldsymbol{\sigma}\tau_z - \check{\Sigma}_{imp,S} - \Delta e^{i\chi}\tau_+ + \Delta e^{-i\chi}\tau_- \right] \check{G}_{S(0)}^R = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\delta(z - z')\check{1}. \quad (3.135)$$

Уравнения (3.132) и (3.135) являются точными, но, в принципе, их не достаточно для полного решения задачи. Уравнение (3.135) содержит собственно-энергетические части Δ и $\check{\Sigma}_{imp,S}$, которые надо находить через полную гриновскую функцию \check{G}_S^R сверхпроводника. Эту гриновскую функцию надо вычислять из уравнения, аналогичного (3.135), но включая туннельные собственно-энергетические части. Здесь мы пренебрегаем обратным эффектом близости, т.е. влиянием ТИ на сверхпроводник. В этом случае собственно-энергетические части Δ и $\check{\Sigma}_{imp,S}$ равны своим значениям в объемном сверхпроводнике (3.132) и (3.135) составляют полный набор уравнений для решения рассматриваемой задачи.

Далее мы рассматриваем сверхпроводник, к которому приложен сверхток, а во всем остальном он однороден. В этом случае решение уравнения (3.135) имеет вид:

$$\check{G}_{S(0)}^R(\mathbf{r}, \mathbf{r}', z = z' = 0) = \int \frac{dp_z}{2\pi} \frac{d^2p}{(2\pi)^2} e^{i\mathbf{p}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')} \times e^{i\chi(\mathbf{r})\tau_z/2} \check{G}_{S(0)}^R(\mathbf{p}, p_z) e^{-i\chi(\mathbf{r}')\tau_z/2}, \quad (3.136)$$

где

$$\check{G}_{S(0)}^R(\mathbf{p}, p_z) = e^{-i\frac{\pi}{4}\mathbf{M}\boldsymbol{\sigma}} \left(\hat{G}_+ \frac{1 + \sigma_z}{2} + \hat{G}_- \frac{1 - \sigma_z}{2} \right) e^{i\frac{\pi}{4}\mathbf{M}\boldsymbol{\sigma}}, \quad (3.137)$$

$$\hat{G}_{\pm} = \frac{(\varepsilon - \frac{(\nabla\chi)\mathbf{p}}{2m_S} \pm h)\tau_z - \xi - \Delta i\tau_y}{(\varepsilon \pm h)^2 - \xi^2 - \Delta^2},$$

и $\xi = (\mathbf{p}^2 + p_z^2)/2m_S - \mu$, $\mathbf{M} = (-h_y, h_x, 0)/h$.

Ниже предполагается, что S/ТИ плоская и компонента импульса, параллельная поверхности, сохраняется в процессе туннелирования. В этом случае элемент перескока $\hat{t}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \hat{t}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ зависит только от $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$. Тогда туннельную собственно-энергетическую

часть (3.133) можно упростить:

$$\check{\Sigma}_T \check{G}^R = \int \frac{d^2 p}{(2\pi)^2} e^{i\mathbf{p}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')} \check{t}^\dagger(\mathbf{p}) \check{G}_{S(0)}^R(\mathbf{p}, \mathbf{R}) \check{t}(\mathbf{p}) \check{G}^R(\mathbf{p}, \mathbf{R}), \quad (3.138)$$

где мы перешли в смешанное представление $(\mathbf{r}-\mathbf{r}'), [(\mathbf{r}+\mathbf{r}')/2 \equiv \mathbf{R}] \rightarrow \mathbf{p}, \mathbf{R}$ и пренебрегли членами порядка $\nabla_{\mathbf{R}} \check{G}(\mathbf{p}, \mathbf{R})/p_F, \nabla_{\mathbf{R}} \check{G}_{S(0)}^R(\mathbf{p}, \mathbf{R})/p_F$ и более высокими порядками. С той же точностью

$$\check{G}_{S(0)}^R(\mathbf{p}, \mathbf{R}) = e^{\frac{i\chi(\mathbf{R})\tau_z}{2}} \int \frac{dp_z}{2\pi} \check{G}_{S(0)}^R(\mathbf{p}, p_z) e^{-\frac{i\chi(\mathbf{R})\tau_z}{2}}, \quad (3.139)$$

где $\check{G}_{S(0)}^R(\mathbf{p}, p_z)$ выражается уравнением (3.137). Интегрируя по p_z , получаем:

$$\begin{aligned} \check{G}_{S(0)}^R(\mathbf{p}, \mathbf{R}) &= -\frac{i}{2|v_{F,z}(\mathbf{p})|} e^{\frac{i\chi(\mathbf{R})\tau_z}{2}} e^{-i\frac{\pi}{4}\mathbf{M}\boldsymbol{\sigma}} \times \\ &\left(\hat{g}_+ \frac{1+\sigma_z}{2} + \hat{g}_- \frac{1-\sigma_z}{2} \right) e^{i\frac{\pi}{4}\mathbf{M}\boldsymbol{\sigma}} e^{-\frac{i\chi(\mathbf{R})\tau_z}{2}}, \end{aligned} \quad (3.140)$$

и

$$\hat{g}_\pm = \frac{-i \left[\left(\varepsilon - \frac{(\nabla\chi)\mathbf{p}}{2m_S} \pm h \right) \tau_z - \Delta i \tau_y \right]}{\sqrt{\Delta^2 - \left(\varepsilon - \frac{(\nabla\chi)\mathbf{p}}{2m_S} \pm h \right)^2}}. \quad (3.141)$$

стандартная квазиклассическая матричная гриновская функция объемного сверхпроводника. Здесь $v_{F,z}(\mathbf{p}) = p_{F,z}/m_S$, а $(p_{F,z}^2 + p^2)/(2m_S) = \mu$.

Далее мы переходим в смешанное представление в уравнении (3.132), вычитаем аналогичное уравнение, где гриновская функция $\check{G}^R(\mathbf{p}, \mathbf{R})$ стоит слева и проводим процедуру интегрирования по ξ . Следуя этой стандартной процедуре вывода квазиклассических уравнений, получаем следующее уравнение типа уравнения Эйленберга для квазиклассической гриновской функции $\check{g}^R(\mathbf{n}_F, \mathbf{R}, \varepsilon)$:

$$-i \frac{v_F}{2} \{ \hat{\eta}, \nabla \check{g}^R \} = \left[\left(\varepsilon + \mathbf{h}\boldsymbol{\sigma} \right) \tau_z - \mu \mathbf{n}_\perp \boldsymbol{\sigma} - \frac{\langle \check{g}^R \rangle}{i\tau} - \check{\Sigma}_{T,q}, \check{g}^R \right], \quad (3.142)$$

где $\hat{\eta} = (-\sigma_y, \sigma_x, 0)$.

$$\check{\Sigma}_{T,q} = \check{t}^\dagger(\mathbf{p}_F) \check{G}_{S(0)}^R(\mathbf{p}_F, \mathbf{R}) \check{t}(\mathbf{p}_F), \quad (3.143)$$

и \mathbf{p}_F импульс Ферми на поверхности ГТ.

Чтобы продвинуться дальше, выбираем простейшую и естественную модель спино-

вой структуры матрицы перескока $\hat{t}(\mathbf{p})$:

$$\hat{t}(\mathbf{p}) = t \frac{1 + \mathbf{n}_\perp \boldsymbol{\sigma}}{2}. \quad (3.144)$$

Это означает, что только электроны с направлением спина, отвечающим геликоидальной зоне проводимости ТИ [см. рис. 3.8(a)] могут туннелировать через S/ТИ границу. Кроме того, мы считаем t действительным.

Спиновая структура \check{g}^R определяется проекцией на зону проводимости ТИ, см. уравнение (3.114). Учитывая это, из уравнения (3.142) получаем следующее уравнение для бесспиновой гриновской функции \hat{g}^R :

$$-iv_F \mathbf{n}_F \nabla \hat{g}^R = \left[(\tilde{\varepsilon} + \tilde{\mathbf{h}} \mathbf{n}_\perp) \tau_z - \hat{\Delta} + \frac{i \langle \hat{g} \rangle}{2\tau}, \hat{g} \right] \quad (3.145)$$

Это уравнение имеет ту же форму, что и уравнение (3.115), полученное в рамках простой феноменологической модели, но как член с квазичастичной энергией, так и обменная энергия перенормированы диагональными в пространстве частица-дырка туннельными собственно-энергетическими частями:

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon + \frac{t^2}{4|v_{F,z}(\mathbf{p}_F)|} \left[\frac{\varepsilon - \frac{(\nabla\chi)\mathbf{p}}{2m_S} + h}{\sqrt{\Delta^2 - (\varepsilon - \frac{(\nabla\chi)\mathbf{p}}{2m_S} + h)^2}} + \frac{\varepsilon - \frac{(\nabla\chi)\mathbf{p}}{2m_S} - h}{\sqrt{\Delta^2 - (\varepsilon - \frac{(\nabla\chi)\mathbf{p}}{2m_S} - h)^2}} \right], \quad (3.146)$$

$$\tilde{\mathbf{h}} = \mathbf{h} + \frac{t^2}{4|v_{F,z}(\mathbf{p}_F)|} \left[\frac{\varepsilon - \frac{(\nabla\chi)\mathbf{p}}{2m_S} + h}{\sqrt{\Delta^2 - (\varepsilon - \frac{(\nabla\chi)\mathbf{p}}{2m_S} + h)^2}} - \frac{\varepsilon - \frac{(\nabla\chi)\mathbf{p}}{2m_S} - h}{\sqrt{\Delta^2 - (\varepsilon - \frac{(\nabla\chi)\mathbf{p}}{2m_S} - h)^2}} \right] \frac{\mathbf{h}}{h}. \quad (3.147)$$

Феноменологический параметр порядка, входящий в уравнение (3.115), также заменяется эффективным параметром порядка $\hat{\Delta}$, который происходит из волновой функции куперовских пар сверхпроводника и имеет вид:

$$\hat{\Delta} = \begin{pmatrix} 0 & \tilde{\Delta} e^{i\chi} \\ -\tilde{\Delta} e^{-i\chi} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.148)$$

$$\tilde{\Delta} = \frac{t^2}{4|v_{F,z}(\mathbf{p}_F)|} \left[\left(\frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 - (\varepsilon - \frac{(\nabla\chi)\mathbf{p}}{2m_S} + h)^2}} + \frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 - (\varepsilon - \frac{(\nabla\chi)\mathbf{p}}{2m_S} - h)^2}} \right) + \left[\left(\frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 - (\varepsilon - \frac{(\nabla\chi)\mathbf{p}}{2m_S} + h)^2}} - \frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 - (\varepsilon - \frac{(\nabla\chi)\mathbf{p}}{2m_S} - h)^2}} \right) \frac{\mathbf{h} \mathbf{n}_\perp}{h} \right] \right]. \quad (3.149)$$

Видно, что в рамках рассматриваемой микроскопической модели полная эквива-

лентность между зеемановским членом и сверхтоком теряется. Это происходит потому, что такая эквивалентность отсутствует в верхнем сверхпроводнике, который не является геликоидальным металлом. Там зеемановский член просто сдвигает энергию, а сверхток действует как зависящий от импульса доплеровский сдвиг и уширяет DOS. Однако, при низких энергиях ε , $H_{eff} \ll \Delta$ в нулевом порядке по параметру $(\varepsilon, H_{eff})/\Delta$, наша микроскопическая модель сводится к феноменологической, рассмотренной выше, с $\tilde{\varepsilon} \rightarrow \varepsilon$, $\tilde{h} \rightarrow h$ и наведенным параметром порядка $\tilde{\Delta}_{\varepsilon \rightarrow 0} \approx t^2/2|v_{F,z}|$. В этой низкоэнергетической области эквивалентность между зеемановским членом и сверхтоком сохраняется.

Разрешенная по спину DOS и эффект спиновой фильтрации в рамках микроскопической модели. Здесь мы фокусируемся на баллистическом случае. Гриновская функция выражается уравнением (3.120) с подстановкой $\tilde{\varepsilon}$, \tilde{h} и $\tilde{\Delta}$ вместо ε , h и Δ . DOS и разрешенная по спину DOS вычисляются согласно уравнениям (3.125) и (3.126). Результаты для DOS представлены на рис. 3.15. Все энергии нормированы на значение щели верхнего сверхпроводника Δ . Результаты, представленные на рис. 3.15, отвечают случаю низкопрозрачной S/TI границы $t^2/2|v_{F,z}| = 0.2\Delta$. На панели (а) показана DOS для случая, когда настоящее зеемановское поле равно нулю и в системе есть только сверхток. Разные кривые отвечают разным значениям сверхтока. Видно, что поведение DOS в низкоэнергетической области практически то же самое, как и в рамках феноменологической модели. Разница между феноменологической и микроскопической моделями видна только в высокоэнергетической области $\varepsilon \sim \Delta$, где появляются дополнительные пики, происходящие от щелевой особенности верхнего сверхпроводника. Разрешенная по спину DOS проявляет качественно аналогичное поведение и мы не приводим здесь соответствующие графики.

Панель (b) рис. 3.15 демонстрирует DOS для ненулевого сверхтока, отвечающего $H_{eff} = 0.1\Delta$ (синяя кривая), по сравнению с DOS при наличии настоящего зеемановского поля $h = 0.1\Delta$, но без сверхтока (красная кривая). Видно, что в низкоэнергетической области есть полная эквивалентность между результатами в присутствии тока и поля. Разница видна только для энергий $\varepsilon \sim \Delta$, где пики, которые индуцируются щелевой особенностью верхнего сверхпроводника, размываются током, в отличие от действия зеемановского поля, которое их просто расщепляет.

Теперь исследуем спин-фильтрующие свойства системы в рамках микроскопической модели. Результаты представлены на рис. 3.16. Сравнивая их с рис. 3.12, который демонстрирует те же самые величины, но вычисленные в рамках феноменологической модели, видим, что они практически одинаковы, дополнительные особенности при $eV \approx \Delta$ слишком малы и не видны на рис. 3.16.

Все результаты, представленные выше, вычислены для низкопрозрачной S/TI границы с $t^2/2|v_{F,z}| \ll \Delta$. Теперь обсудим поведение DOS, разрешенной по спину DOS

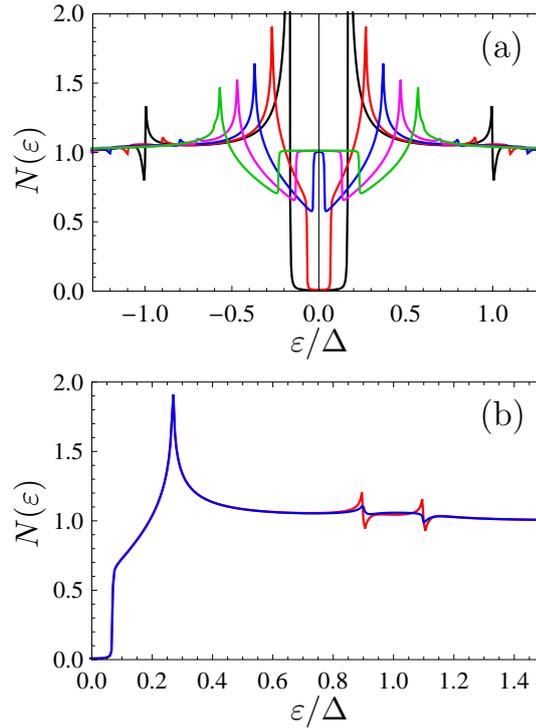


Рис. 3.15: (a) DOS, вычисленная в рамках микроскопической модели. Разные кривые отвечают разным значениям сверхтока с $H_{eff} = 0$ (черная), 0.1 (красная), 0.2 (синяя), 0.3 (розовая), 0.4 (зеленая) в единицах Δ , настоящее зеемановское поле $h = 0$. (b) DOS при $j_S \neq 0$ (соответствующем $H_{eff} = 0.1\Delta$) и $h = 0$ (синяя линия) по сравнению с DOS при $j_S = 0$ и $h = 0.1\Delta$ (красная линия). $t^2/(2|v_{F,z}|) = 0.2\Delta$ для обеих панелей.

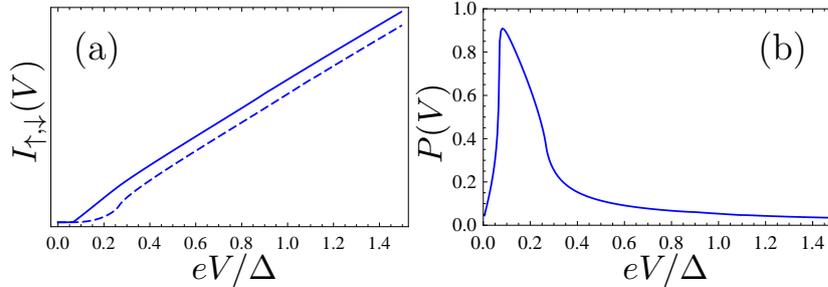


Рис. 3.16: Спин-фильтрующие свойства, вычисленные в рамках микроскопической модели. $t^2/(2|v_{F,z}|) = 0.2\Delta$. Приложен сверхток. (a) I_{\uparrow} (сплошная линия) и I_{\downarrow} (пунктир) как функции V/Δ для $H_{eff} = 0.1\Delta$. (b) Степень поляризации тока для того же H_{eff} .

и спин-фильтрующих свойств для противоположного случая высокопрозрачной S/TI границы с $t^2/2|v_{F,z}| = 2\Delta$. Известно, что для этого случая в негеликоидальных системах наведенная щель очень близка к щели верхнего сверхпроводника, но все же слегка меньше ее [340]. Здесь мы наблюдаем такую же картину. DOS и разрешенная по спину DOS изображены на панелях (a) и (b) рис. 3.17. Качественно их поведение близко к соответствующим результатам феноменологической модели, но количественный фит

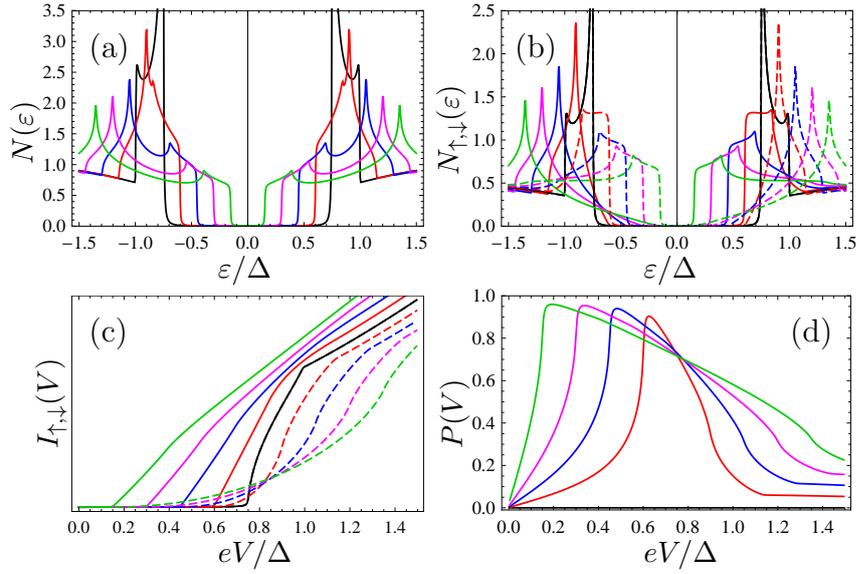


Рис. 3.17: Результаты, вычисленные в рамках микроскопической модели, случай высокой прозрачности S/TI границы $t^2/(2|v_{F,z}|) = 2.0\Delta$. (a) DOS для $H_{eff} = 0$ (черная линия), 0.15 (красная), 0.3 (синяя), 0.45 (розовая), 0.6 (зеленая). (b) Разрешенная по спину DOS для тех же H_{eff} . DOS для спина вверх изображена сплошными линиями, а DOS для спина вниз - пунктирными. (c) I_{\uparrow} (сплошные линии) и I_{\downarrow} (пунктир) как функции V/Δ для тех же значений H_{eff} . (d) Степень спиновой поляризации для тех же значений H_{eff} .

этой феноменологической моделью невозможен.

Спин-поляризованный ток для высокопрозрачного случая представлен на рис. 3.17(c) для разных H_{eff} , а соответствующая поляризация тока изображена на рис. 3.17(d). Опять, результаты близки к результатам феноменологической модели, но количественно ясно видны две особенности вольт-амперных характеристик, которые происходят от наведенной щели и щели верхнего сверхпроводника, соответственно.

Спиновая структура и симметрия индуцированных эффектом близости конденсатных волновых функций. Как уже отмечалось ранее, волновые функции куперовских пар делятся на четыре типа в соответствии с их поведением по отношению к смене знака частоты, импульса (четности) и спина [313, 314]. Используя обозначения "частота/спин/импульс" эти типы принято обозначать как: ESE (even frequency, spin singlet, even momentum), OSO (odd frequency, spin singlet, odd momentum), ETO (even frequency, spin triplet, odd momentum) и OTE (odd frequency, spin triplet, even momentum).

Эти 4 симметричных типа исчерпывают все варианты, совместные с фермионной статистикой. Обычные спин-синглетные, s -волновые корреляции принадлежат к ESE типу, а спин-триплетная, p -волновая сверхтекучая жидкость ^3He [343, 344] или триплетная компонента параметра порядка рашбовского сверхпроводника [298, 299] к ETO типу. Тип OTE был впервые рассмотрен Березинским [345] в связи с ранними работами по ^3He . OSO обсуждался в контексте необычных сверхпроводников [346–348]. Суще-

ют также и другие предложения по реализации нечетной по частоте сверхпроводимости (OSO or OTE) в различных моделях [8, 349].

Но до настоящего времени нечетные по частоте сверхпроводники с глобальным нарушением симметрии в природе не обнаружены. В то же время, нечетная по частоте сверхпроводимость часто возникает локально в отдельных пространственных областях, например, вблизи границ, линий дефектов или примесей [8, 349]. Что касается наведенной сверхпроводимости в поверхностном состоянии TI, были предсказаны корреляции OTE типа, индуцированные зеемановским членом [350], а также индуцированная током OTE компонента [351]. OSO компонента обсуждалась в присутствии перпендикулярного зеемановского поля и учитывая гексагональное искажение поверхности Ферми [352].

Здесь мы показываем, что если химпотенциал расположен достаточно далеко от точки Дирака и поверхность Ферми состоит только из одной геликоидальной зоны, жесткая связь между импульсом электрона и его спином приводит к тому, что амплитуды нечетных по частоте синглетной OSO и триплетной OTE компонент равны. То же самое справедливо и для четных компонент ESE и ETO.

Действительно, спиновая структура аномальной гриновской функции $\hat{f}^R(\mathbf{n}_F, \mathbf{R}, \varepsilon)$ определяется уравнением (3.114). Зависящая от импульса бесспиновая амплитуда $f^R(\mathbf{n}_F, \mathbf{R}, \varepsilon)$ этой гриновской функции подчиняется уравнению (3.145). Для произвольной силы примесей ее можно записать как $f^R(\mathbf{n}_F) = f_s^R(\mathbf{n}_F) + f_a^R(\mathbf{n}_F)$, где $f_{s,a}^R(\mathbf{n}_F) = (f^R(\mathbf{n}_F) \pm f^R(-\mathbf{n}_F))/2$ ее симметричная и антисимметричная части по отношению к $\mathbf{n}_F \rightarrow -\mathbf{n}_F$. Тогда для полной аномальной гриновской функции $\hat{f}^R(\mathbf{n}_F, \mathbf{R}, \varepsilon)$, которая представляет собой волновую функцию куперовской пары и определяет ее симметрию, получим:

$$\hat{f}(\mathbf{n}_F, \mathbf{R}, \varepsilon) = \frac{f_s}{2} + \frac{f_s}{2} \mathbf{n}_\perp \boldsymbol{\sigma} + \frac{f_a}{2} + \frac{f_a}{2} \mathbf{n}_\perp \boldsymbol{\sigma}. \quad (3.150)$$

Симметрия $f_{s,a}$ по отношению к мадубаровской частоте ω_n следует из общих симметричных соотношений для квазиклассических гриновских функций: $\hat{f}^{tr}(\mathbf{n}_F, \omega_n) = \sigma_y \hat{f}(-\mathbf{n}_F, -\omega_n) \sigma_y$ [96]. Подставляя в это соотношение спиновую структуру \hat{f} Eq. (3.114) и переходя к симметричным и антисимметричным по импульсу компонентам $f_{s,a}$, получим, что $f_s(\mathbf{n}_F, \omega_n) = f_s(\mathbf{n}_F, -\omega_n)$ и $f_a(\mathbf{n}_F, \omega_n) = -f_a(\mathbf{n}_F, -\omega_n)$.

Таким образом, мы можем заключить, что первые два члена в уравнении (3.150) представляют собой ESE и ETO амплитуды, соответственно, а третий и четвертый члены отвечают OSO и OTE амплитудам. Видно, что f_a , которая в нашей системе отлична от нуля только при $h_{eff} \neq 0$, является мерой триплетных корреляций обоих типов одновременно. Для баллистического случая конкретные выражения для четной по частоте амплитуды f_s и нечетной по частоте амплитуды f_a можно получить непосредственно из уравнения (3.120) с подстановкой $\tilde{\varepsilon}$, \tilde{h} и $\tilde{\Delta}$ вместо ε , h и Δ . Чтобы продемонстрировать поведение четных и нечетных по частоте компонент, на панелях (а) и (б) рис. 3.18 изоб-

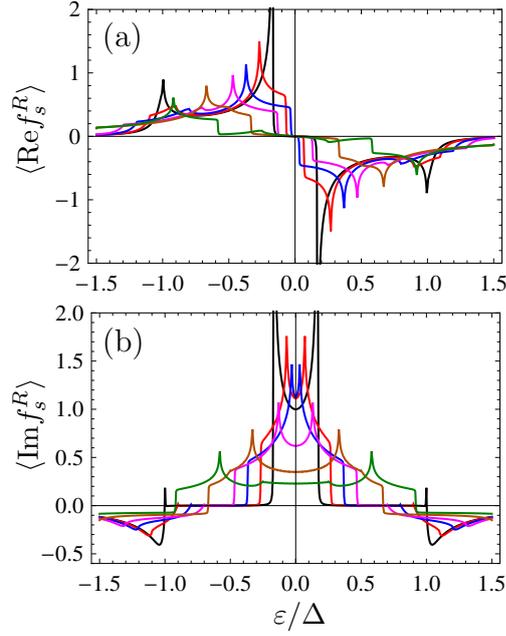


Рис. 3.18: (a) Усредненная по импульсу $\langle \text{Re} f_s^R \rangle$ как функция ε . (b) $\langle \text{Im} f_s^R \rangle$. Для обеих панелей ε нормируется на щель верхнего сверхпроводника Δ . Разные кривые отвечают разным $H_{eff} = 0$ (черная), 0.1Δ (красная), 0.2 (синяя), 0.3 (розовая), 0.5 (оранжевая), 0.75 (зеленая). Микроскопическая модель с $t^2/(2|v_{F,z}|) = 0.2\Delta$.

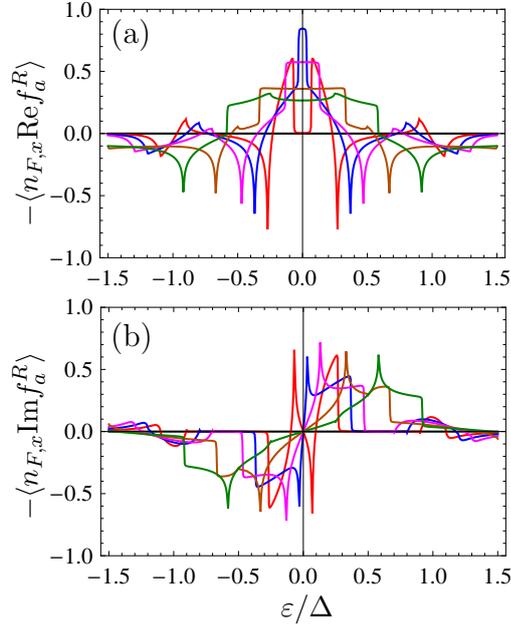


Рис. 3.19: (a) Усредненная по импульсу $-\langle n_{F,x} \text{Re} f_a^R \rangle$ как функция ε . (b) $-\langle n_{F,x} \text{Im} f_a^R \rangle$. Цвета H_{eff} и другие параметры те же самые, что и на рис. 3.18.

ражены действительные и мнимые части $\langle f_s^R \rangle$ (усредненные по направлениям импульса) как функции ε для различных эффективных зеемановских полей, а действительные и мнимые части $-\langle n_{f,x} f_a^R \rangle$ показаны на панелях (a) и (b) рис. 3.19. При $H_{eff} = 0$ ан-

тисимметричная часть $f_a^R = 0$ (черная линия, совпадающая с нулевым уровнем). При увеличении H_{eff} антисимметричная часть f_a появляется сначала в области когерентного пика, а только после этого распространяется на все энергии. Видно, что $\text{Re}f_s^R$ антисимметричная функция энергии, а $\text{Im}f_s^R$ симметричная. Для f_a ситуация противоположная. Это эквивалентно тому, что в мацубаровских чистотах f_s четная функция и f_a нечетная.

Интересно, что эффективный сверхпроводник с наведенной эффектом близости сверхпроводимостью (а этот случай мы и рассматриваем) позволяет исследовать поведение сверхпроводящих корреляций в зеемановских полях, превышающих значение сверхпроводящей щели. Это практически невозможно для синглетных объемных сверхпроводников в присутствии зеемановского поля, т.к. при нулевой температуре синглетная сверхпроводимость разрушается для h выше парамагнитного предела $\Delta/\sqrt{2}$ и, кроме того, потому, что при ненулевом поле переход в нормальное состояние происходит первым родом. Из рис. 3.18 и 3.19 видно, что в режимах $H_{eff} < \Delta_g$ и $H_{eff} > \Delta_g$, где Δ_g наведенная щель, поведение конденсатных волновых функций качественно различно. При $H_{eff} < \Delta_g$ расстояние между когерентными пиками уменьшается при увеличении H_{eff} , и наоборот это расстояние увеличивается при дальнейшем увеличении $H_{eff} > \Delta_g$. В этом режиме в низкоэнергетической области $\varepsilon \ll \Delta$ $\langle \text{Im}f_s^R \rangle \sim -\langle n_{F,x} \text{Re}f_a^R \rangle$ практически не зависят от энергии, а $\text{Re}f_s^R$ и $\text{Im}f_a^R$ много меньше.

Также стоит заметить, что разрешенная по спину DOS и нечетная по частоте амплитуда f_a тесно связаны. В терминах симметричной и антисимметричной по импульсу частей гриновской функции уравнение (3.126) можно записать как

$$N_i(\varepsilon) = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\langle g_s^R \rangle + l_x \langle g_a^R n_{F,y} \rangle - l_y \langle g_a^R n_{F,x} \rangle \right]. \quad (3.151)$$

Видно, что DOS может зависеть от спина только при $g_a^R \neq 0$. С другой стороны, из условия нормировки легко получить что

$$g_a^R = -\frac{f_a^R \tilde{f}_s^R + f_s^R \tilde{f}_a^R}{2g_s^R}, \quad (3.152)$$

т.е. в системе с жесткой связью между импульсом и спином электрона разница $N_\uparrow - N_\downarrow$ и нечетная по частоте амплитуда конденсатной волновой функции равны или не равны нулю одновременно.

Сформулируем краткие итоги подраздела. Построена микроскопическая теория гетероструктур S/3D TI в терминах квазиклассических гриновских функций. Показано, что зеемановское поле и сверхток оказывают физически эквивалентный эффект на низкоэнергетические свойства геликоидального сверхпроводника. DOS S/TI проявляет гигантский магнитоэлектрический эффект и, как следствие, S/3D TI может работать как немагнитный электрически контролируемый спиновый фильтр. В присутствии зе-

емановского поля или сверхтока в 3D TI/S гетероструктуре индуцируются все 4 возможных по симметрии типа сверхпроводящих корреляций. Амплитуды синглетных и триплетных нечетных по частоте корреляций равны. То же самое верно и для четных по частоте корреляций.

3.2.3. Динамический контроль магнитной анизотропии в S/F-3D TI/S джозефсоновских контактах

Как уже упоминалось во введении к данной главе, в джозефсоновских контактах через ферромагнитную слабую связь обратный магнитоэлектрический эффект проявляется как аномальный сдвиг разности фаз основного состояния φ_0 . Этот эффект имеет очень глубокие следствия и открывает широкие перспективы в прикладной спинтронике, т.к. обеспечивает связь между магнитным моментом магнетика и фазой конденсата. Например, эта связь между магнитной и джозефсоновской подсистемами приводит к тому, что джозефсоновский ток индуцирует динамику намагниченности [353–356]. В частности, была предсказана возможность переворота магнитного момента импульсом сверхпроводящего тока [357]. В работах [354, 358] также было предсказано, что в присутствии спин-орбитального взаимодействия сверхток может вызывать переориентацию легкой оси намагниченности. Предполагая, что в равновесии легкая ось ориентирована вдоль оси z , в этих работах показано, что под действием приложенного сверхтока легкая ось занимает новое положение между осями z и y , а конкретное расположение легкой оси в плоскости (y, z) зависит от параметров системы и приложенного тока.

В данном подразделе показано, что в джозефсоновских S/F/S контактах лежащих на 3D TI, аномальный сдвиг фазы также вызывает динамику намагниченности, как и в спин-орбитальных системах. Однако, в отличие от систем со спин-орбитальным взаимодействием, где динамика намагниченности уже исследовалась ранее, для нашей системы критический ток тоже сильно зависит от ориентации намагниченности слабой связи. А именно, он зависит только от компоненты намагниченности, лежащей в плоскости поверхности TI и направленной вдоль тока. Мы показываем, что такая зависимость в условиях нестационарного эффекта Джозефсона при заданном напряжении на контакте может приводить к расщеплению легкой оси магнетика. Подбор напряжения позволяет динамически стабилизировать четырехкратно вырожденное ферромагнитное состояние в ферромагнетике, который в равновесных условиях является ферромагнетиком типа легкая ось. Результаты получены в соавторстве с А.М. Бобковым, М. Нашаатом, Ю.М. Шукриновым, И.Р. Рахмоновым и К. Сенгуптой и опубликованы в работе [P14] из списка публикаций автора по теме диссертации.

Ток-фазовое соотношение для баллистического S/F/S контакта на 3D TI. Схема рассматриваемой системы представлена на рис. 3.20. Сверхпроводящие берега, изготовленные из обычных s -волновых сверхпроводников и ферромагнетик в качестве слабой

связи помещены на поверхность 3D ТИ и формируют джозефсоновский контакт.

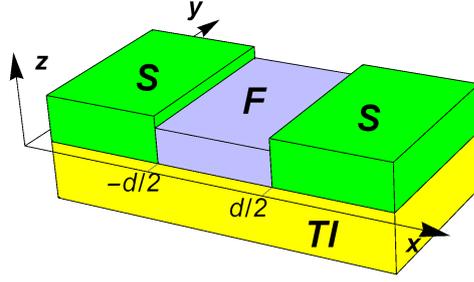


Рис. 3.20: Схема рассматриваемой системы. Сверхпроводящие берега и ферромагнитная слабая связь помещены на поверхность 3D ТИ.

Сначала получим ток-фазовое соотношение такого джозефсоновского контакта. Слабая связь формируется поверхностными состояниями ТИ и ферромагнитным слоем, который помещен на поверхность ТИ. Предполагается, что намагниченность $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ индуцирует эффективное обменное поле $\mathbf{h}_{eff}(\mathbf{r}) \sim \mathbf{M}(\mathbf{r})$ в проводящем поверхностном слое ТИ. Гамильтониан, описывающий электроны поверхностного слоя ТИ в этом случае имеет вид:

$$\hat{H} = \int d^2\mathbf{r}' \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}') \hat{H}(\mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}'), \quad (3.153)$$

$$\hat{H}(\mathbf{r}) = -iv_F(\nabla \times \mathbf{e}_z) \hat{\sigma} + \mathbf{h}_{eff}(\mathbf{r}) \hat{\sigma} - \mu, \quad (3.154)$$

где $\hat{\Psi} = (\Psi_\uparrow, \Psi_\downarrow)^T$, v_F скорость Ферми, \mathbf{e}_z единичный вектор нормали к поверхности ТИ, μ химпотенциал и $\hat{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ вектор матриц Паули в спиновом пространстве. Как уже обсуждалось ранее, в квазиклассическом приближении ($h_{eff}, \varepsilon, \Delta$) $\ll \mu$ гриновская функция имеет следующую спиновую структуру: $\check{g}(\mathbf{n}_F, \mathbf{r}, \varepsilon) = \hat{g}(\mathbf{n}_F, \mathbf{r}, \varepsilon)(1 + \mathbf{n}_\perp \hat{\sigma})/2$, где $\mathbf{n}_\perp = (n_{F,y}, -n_{F,x}, 0)$ единичный вектор, перпендикулярный направлению импульса электрона $\mathbf{n}_F = \mathbf{p}_F/p_F$ и \hat{g} бесспиновая матрица 4×4 в частично-дырочном и келдышевском пространствах, содержащая нормальные и аномальные гриновские функции. Бесспиновая запаздывающая гриновская функция $\hat{g}(\mathbf{n}_F, \mathbf{r}, \varepsilon)$ в баллистическом пределе подчиняется уравнению [180, 296]:

$$-iv_F \mathbf{n}_F \hat{\nabla} \hat{g} = \left[\varepsilon \tau_z - \hat{\Delta}, \hat{g} \right]_\otimes, \quad (3.155)$$

где $[A, B]_\otimes = A \otimes B - B \otimes A$ and $A \otimes B = \exp[(i/2)(\partial_{\varepsilon_1} \partial_{t_2} - \partial_{\varepsilon_2} \partial_{t_1})] A(\varepsilon_1, t_1) B(\varepsilon_2, t_2)|_{\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon; t_1=t_2=t}$. $\tau_{x,y,z}$ матрицы Паули в пространстве частица-дырка с $\tau_\pm = (\tau_x \pm i\tau_y)/2$. $\hat{\Delta} = \Delta(x)\tau_+ - \Delta^*(x)\tau_-$ матричная структура сверхпроводящего параметра порядка $\Delta(x)$. Мы предполагаем, что $\Delta(x) = \Delta e^{-i\chi/2} \Theta(-x - d/2) + \Delta e^{i\chi/2} \Theta(x - d/2)$. Жесткая связь между спином электрона и его импульсом приводит к включению \mathbf{h}_{eff} в калибровочно-ковариантный градиент $\hat{\nabla} \hat{A} = \nabla \hat{A} + (i/v_F)[(h_x \mathbf{e}_y - h_y \mathbf{e}_x) \tau_z, \hat{A}]_\otimes$.

Уравнение (3.155) дополняется условием нормировки $\hat{g} \otimes \hat{g} = 1$ и граничными условиями при $x = \mp d/2$. Т.к. мы предполагаем, что джозефсоновский контакт формируется на поверхности ТИ, сверхпроводящий параметр порядка Δ и \mathbf{h}_{eff} являются эффективными величинами, которые индуцируются в поверхностных состояниях ТИ эффектом близости со сверхпроводником и ферромагнетиком. В этом случае естественно предположить, что границы при $x = \mp d/2$ являются абсолютно прозрачными. В этом случае граничные условия очень просты и сводятся к непрерывности \hat{g} для данной траектории на границе.

Чтобы получить простейшую синусоидальную форму ток-фазового соотношения, мы линеаризуем уравнение (3.155) по отношению к аномальной гриновской функции. В этом случае запаздывающая гриновская функция имеет вид $\hat{g}^R = \tau_z + f^R \tau_+ + \tilde{f}^R \tau_-$. Аномальная гриновская функция подчиняется следующему уравнению:

$$-\frac{1}{2}iv_F \partial_x f^R + \mathbf{h}_{eff} \mathbf{n}_\perp f^R = \varepsilon f^R - \Delta(x). \quad (3.156)$$

Уравнение для \tilde{f}^R получается из (3.156) заменой $\mathbf{v}_F \rightarrow -\mathbf{v}_F$, $\Delta \rightarrow -\Delta$ и $\chi \rightarrow -\chi$.

Решение уравнения (3.156), удовлетворяющее асимптотическим условиям $f^R \rightarrow (\Delta/\varepsilon)e^{\pm i\chi/2}$ при $x \rightarrow \pm\infty$ и условию непрерывности при $x = \mp d/2$ имеет вид [решение выписано для $x \in (-d/2, d/2)$, решение в сверхпроводящих берегах также было найдено, но оно не требуется для вычисления тока, поэтому мы не выписываем его здесь]:

$$\begin{aligned} f_\pm^R &= \frac{\Delta e^{\mp i\chi/2}}{\varepsilon} \exp\left[\frac{\mp 2i(\mathbf{h}_{eff} \mathbf{n}_\perp - \varepsilon)(d/2 \pm x)}{v_x}\right], \\ \tilde{f}_\pm^R &= -\frac{\Delta e^{\mp i\chi/2}}{\varepsilon} \exp\left[\frac{\mp 2i(\mathbf{h}_{eff} \mathbf{n}_\perp - \varepsilon)(d/2 \mp x)}{v_x}\right], \end{aligned} \quad (3.157)$$

где нижний индекс \pm отвечает траекториям $\text{sgn } v_x = \pm 1$.

Плотность электрического тока вдоль оси x вычисляется как

$$\begin{aligned} j_x &= -\frac{eN_F v_F}{4} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\phi}{2\pi} \cos \phi \times \\ &\left[(g_+^R \otimes \varphi_+ - \varphi_+ \otimes g_+^A) - (g_-^R \otimes \varphi_- - \varphi_- \otimes g_-^A) \right], \end{aligned} \quad (3.158)$$

где ϕ угол, который траектория составляет с осью x . φ_\pm функция распределения для траектории с $\text{sgn } v_x = \pm 1$.

Здесь мы рассматриваем контакт, к которому приложено постоянное напряжение. В принципе, в этом случае электрический ток через контакт состоит из двух частей: джозефсоновского тока j_s и нормального тока j_n . Джозефсоновский ток связан с нали-

чем и перекрытием аномальных гриновских функций в области слабой связи и имеет место, в том числе, в равновесных условиях. Мы находимся в режиме низких приложенных напряжений $eV/(k_B T_c) \ll 1$. В этом случае отклонение функции распределения от равновесия мало и им можно пренебречь при вычислении джозефсоновского тока: $\varphi_+ = \varphi_- = \tanh(\varepsilon/2T)$. Из условия нормировки следует $g_{\pm}^R \approx 1 - f_{\pm}^R \tilde{f}_{\pm}^R/2$. Учитывая, что $g_{\pm}^A = -g_{\pm}^{R*}$ находим следующий финальный результат для джозефсоновского тока

$$j_s = j_c \sin(\chi - \chi_0), \quad (3.159)$$

$$j_c = ev_F N_F T \sum_{\varepsilon_n > 0} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi \cos \phi \frac{\Delta^2}{\varepsilon_n^2} \exp\left[-\frac{2\varepsilon_n d}{v_F \cos \phi}\right] \cos\left[\frac{2h_x d \tan \phi}{v_F}\right], \quad (3.160)$$

$$\chi_0 = 2h_y d/v_F, \quad (3.161)$$

где $\varepsilon_n = \pi T(2n + 1)$. При высоких температурах $T \approx T_c \gg \Delta$ основной вклад в джозефсоновский ток происходит от первой мадубаровской частоты и уравнение (3.160) можно еще упростить:

$$j_c = j_b \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi \cos \phi \exp\left[-\frac{2\pi T d}{v_F \cos \phi}\right] \cos\left[\frac{2h_x d \tan \phi}{v_F}\right], \quad (3.162)$$

где $j_b = ev_F N_F \Delta^2 / (\pi^2 T)$. Нормальный ток возникает из-за отклонения функции распределения от равновесия. Однако, здесь мы предполагаем, что ферромагнетик металлический. Поэтому практически весь нормальный ток течет через ферромагнетик, т.к. сопротивление поверхностного слоя TI обычно много больше сопротивления ферромагнетика. Что касается джозефсоновского тока, он переносится куперовскими парами и сильно подавляется внутри ферромагнитного слоя, т.к. обменное поле там обычно много больше наведенного зеемановского поля \mathbf{h}_{eff} в поверхностном слое TI. Поэтому джозефсоновский ток течет через TI.

Динамика намагниченности, индуцированная джозефсоновским током. Динамика намагниченности ферромагнетика, который находится в области слабой связи, описывает уравнением Ландау-Лифшица-Гильберта (LLG)

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff} + \frac{\alpha}{M_s} \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}, \quad (3.163)$$

где M_s намагниченность насыщения, γ гиромагнитное отношение и \mathbf{H}_{eff} локальное эффективное поле. Как уже обсуждалось выше, электрический ток, текущий через поверхность TI, индуцирует электронную спиновую поляризацию. Эта спиновая поляризация электронов проводимости взаимодействует с локальными магнитными моментами ферромагнетика по обменному механизму, действуя на них вращательным моментом, кото-

рый в литературе называют спин-орбитальным вращательным моментом [359–362]. В принципе, если ферромагнетизм и спин-орбитальное взаимодействие пространственно не разделены, этот вращательный момент определяется полным электрическим током, текущим через систему. Однако, в рассматриваемом случае только сверхток течет через поверхностное состояние Т1, где есть спин-орбитальное взаимодействие. Поэтому только сверхток создает вращательный момент, действующий на намагниченность. Нормальный ток течет через ферромагнетик, где нет спин-орбитального взаимодействия. Следовательно, он не вносит вклада во вращательный момент.

Вращательный момент, вызванный сверхтоком, можно учесть как дополнительный вклад в эффективное поле \mathbf{H}_{eff} . Чтобы его найти, рассмотрим энергию джозефсоновского контакта как сумму магнитной и джозефсоновской энергий:

$$E_{tot} = E_M + E_J, \quad (3.164)$$

где $E_J = E_c[1 - \cos(\chi - \chi_0)]$ джозефсоновская энергия с $E_c = \Phi_0 I_c / 2\pi$, $I_c = j_c S$ (S площадь контакта) и $\chi = 2eVt$ в присутствии приложенного напряжения. $E_M = -KV_F M_y^2 / 2M_s^2$ магнитная энергия одноостной анизотропии с легкой осью, направленной вдоль оси y . V_F объем ферромагнетика. Эффективное поле $\mathbf{H}_{eff} = -(1/V_F)(\delta E_{tot} / \delta \mathbf{M})$ имеет вид:

$$\frac{H_{eff,x}}{H_F} = \Gamma \left[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{-\tilde{d}/\cos\phi} \sin\phi \sin\left(rm_x \tan\phi\right) d\phi \right] \times \left[1 - \cos\left(\Omega_J t - rm_y\right) \right], \quad (3.165)$$

$$\frac{H_{eff,y}}{H_F} = \Gamma \left[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{-\tilde{d}/\cos\phi} \cos\phi \cos\left(rm_x \tan\phi\right) d\phi \right] \sin\left(\Omega_J t - rm_y\right) + m_y, \quad (3.166)$$

$$H_{eff,z} = 0, \quad (3.167)$$

где мы ввели единичный вектор $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_s$, $\tilde{d} = 2\pi Td/v_F$ безразмерная длина контакта, $\Gamma = \Phi_0 j_b S r / 2\pi K V_F$ параметр, пропорциональный отношению джозефсоновской и магнитной энергий, $r = 2dh_{eff}/v_F$, $\Omega_J = 2eV$ джозефсоновская частота и $H_F = \Omega_F/\gamma = K/M_s$.

Эффективное поле содержит два вклада. Поле анизотропии, направленное вдоль легкой оси, представлено последним членом в уравнении (3.166). Остальные члены генерируются сверхтоком. Аналогичный подход для исследования динамики намагниченности в джозефсоновских контактах под напряжением уже применялся для систем со спин-орбитальным взаимодействием в области слабой связи [354, 358]. Качественное отличие нашей задачи от этих работ состоит в том, что в нашем случае критический ток демонстрирует сильную зависимость от x -компоненты намагниченности, в то время как ранее он считался независимым от направления намагниченности. Эта зависимость приводит к появлению ненулевой компоненты $H_{eff,x} \propto m_x$ уже при малых m_x . Это

означает, что легкая ось y становится неустойчивой под действием приложенного тока или напряжения, в то время как если критический не зависит от направления намагниченности, эта легкая ось всегда стабильна. Кроме того, нет физической разницы между $\pm m_x$ -компонентами намагниченности. Это приводит к тому, что под действием напряжения легкая ось не переориентируется, сохраняя два стабильных направления намагниченности, как это уже обсуждалось в литературе, а расщепляется, создавая в системе 4 легких направления намагниченности. Далее мы рассматриваем этот эффект более детально.

Расщепление легкой оси. Очевидно, что $m_x = m_z = 0$ является равновесным решением уравнения (3.163), если \mathbf{H}_{eff} определяется уравнениями (3.165)-(3.167). Исследуем устойчивость этой точки. В линейном порядке относительно m_x эффективное поле можно записать как:

$$\begin{aligned} H_{eff,x} &= AH_F m_x [1 - \cos(\Omega_J t - r)], \\ H_{eff,y} &= H_F [1 + B \sin(\Omega_J t - r)], \end{aligned} \quad (3.168)$$

где $A > 0$ и $B > 0$ константы. Сравнивая уравнения (3.168) и (3.165), видно, что

$$A = r\Gamma \int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{-\tilde{d}/\cos\phi} \sin\phi \tan\phi d\phi. \quad (3.169)$$

Уравнение LLG (3.163) в линейном порядке по отношению к m_x и m_z имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{m}_x &= \frac{\gamma}{1 + \alpha^2} [H_{eff,y}(m_z - \alpha m_x) + \alpha H_{eff,x}], \\ \dot{m}_z &= \frac{\gamma}{1 + \alpha^2} [-H_{eff,y}(m_x + \alpha m_z) + H_{eff,x}], \end{aligned} \quad (3.170)$$

а $\dot{m}_y = 0$.

Можно оценить параметр $\Omega_F/\Omega_J \sim \gamma H_F/(eI_c R_n)$ для 3D ТИ джозефсоновских контактов. Взяв литературные данные для $Nb/Bi_2Te_3/Nb$ джозефсоновских контактов $I_c R_n \sim 10^{-3} V$ [319], и поле анизотропии легкой оси $H_F \sim 500 Oe$, что отвечает данным по Ру [211, 212], получим $\Omega_F/\Omega_J \sim 3 \times 10^{-3}$. В режиме $\Omega_F/\Omega_J \ll 1$ намагниченность меняется медленно за время $t \sim \Omega_J^{-1}$, поэтому можно усреднить уравнения (3.170) по периоду джозефсоновских осцилляций, что приводит нас к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{m}_x &= \frac{\Omega_F}{1 + \alpha^2} [m_z - \alpha(1 - A)m_x], \\ \dot{m}_z &= \frac{\Omega_F}{1 + \alpha^2} [-(1 - A)m_x - \alpha m_z]. \end{aligned} \quad (3.171)$$

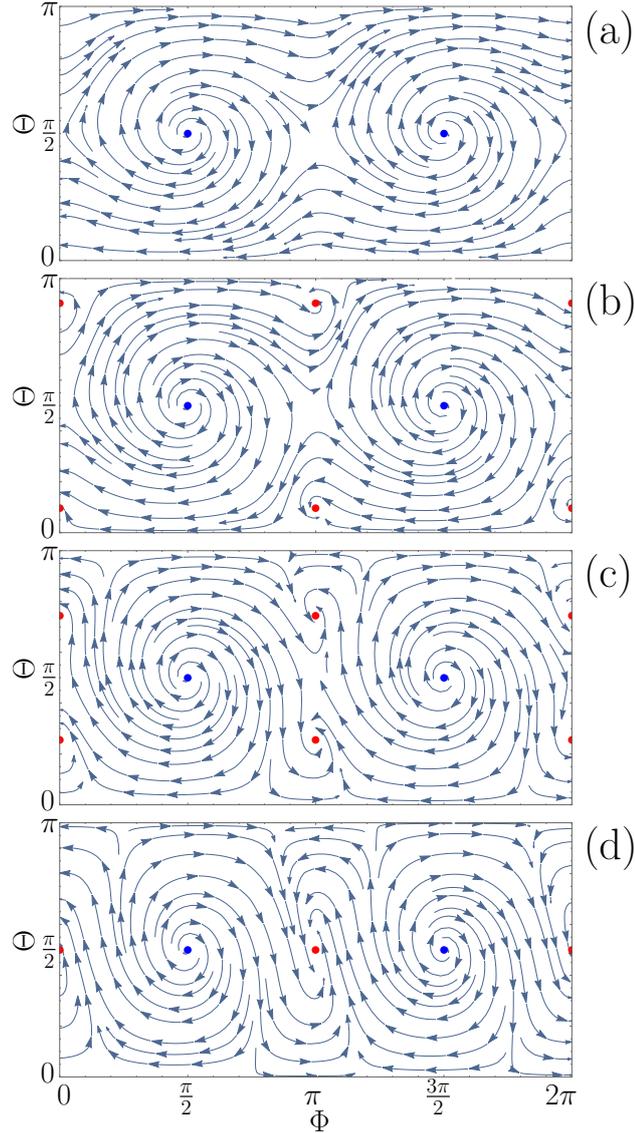


Рис. 3.21: Векторное поле, отвечающее уравнению (3.172). (a) $A = 0.90$ ($\Gamma = 1.26$); (b) $A = 1.05$ ($\Gamma = 1.46$); (c) $A = 1.25$ ($\Gamma = 1.84$); (d) $A = 1.50$ ($\Gamma = 2.10$). $r = 0.5$, $d = 0.3$, $\alpha = 0.25$ для всех панелей. Синие точки показывают неустойчивые положения равновесия, а устойчивые положения равновесия отмечены красными точками.

Общее решение этой системы имеет вид $m_{x(z)} = \sum_{k=1,2} C_{k,x(z)} \exp[\lambda_k t]$. Равновесная точка $m_x = m_z = 0$ становится неустойчивой при условии $\text{Re}\lambda_1 > 0$ или $\text{Re}\lambda_2 > 0$. Можно показать, что это реализуется при $A > 1$.

Аккуратно оценить численное значение параметра A для реалистичных параметров достаточно тяжело. Основная проблема состоит в отсутствии экспериментальных данных по значению h_{eff} . Однако, если взять $K = 500 \text{ J/m}^3$ из измерений [363] на пермаллоеве с очень слабой анизотропией, $I_c = 10 \mu\text{A}$, $v_F \sim 10^5 \text{ m/c}$ из [319] и объем пермаллоя $d \times l \times w \sim 100 \text{ nm} \times 10 \text{ nm} \times 50 \text{ nm}$, то получим $A \sim r\Gamma \sim I_c h_{eff} / (v_F e K l w) \sim 0.4 - 8$ for $h_{eff} \sim 10 - 200 \text{ K}$. Отсюда можно заключить, что диапазон значений A , который

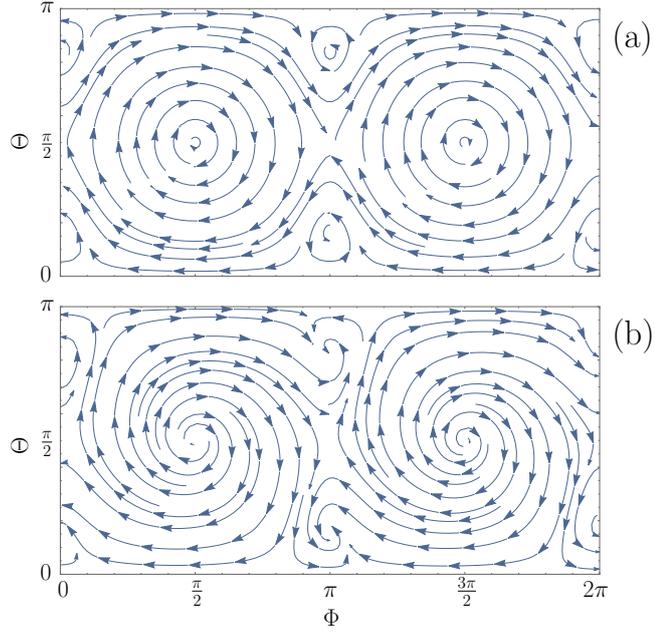


Рис. 3.22: (а) Векторное поле, отвечающее параметрам рис. 3.23, но для $\Omega_F/\Omega_J \rightarrow 0$. (б) То же самое, что и на панели (а), но для $\alpha = 0.25$ для того, чтобы продемонстрировать устойчивость/неустойчивость точек равновесия.

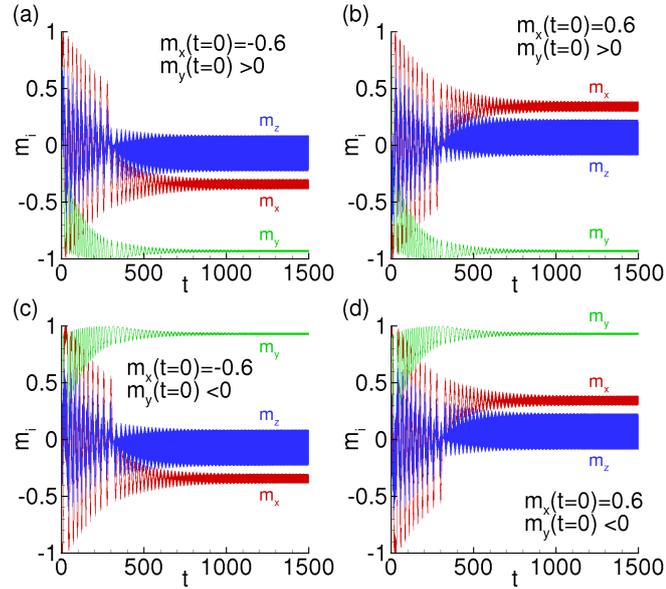


Рис. 3.23: Временная эволюция намагниченности, стартуя с различных начальных условий. (а) $m_x(t=0) = -0.6$, $m_y(t=0) = 0.8$, (б) $m_x(t=0) = 0.6$, $m_y(t=0) = 0.8$, (с) $m_x(t=0) = -0.6$, $m_y(t=0) = -0.8$ and (d) $m_x(t=0) = 0.6$, $m_y(t=0) = -0.8$. Для всех панелей $m_z(t=0) = 0$. 4 панели отвечают 4 возможным стационарным состояниям, которые могут быть достигнуты системой при больших t . $\Gamma = 1.57$, $r = 0.5$, $\tilde{d} = 0.3$, $\alpha = 0.01$, $\Omega_F/\Omega_J = 0.2$, время измеряется в единицах Ω_J^{-1} .

отвечает нашим результатам, экспериментально достигим.

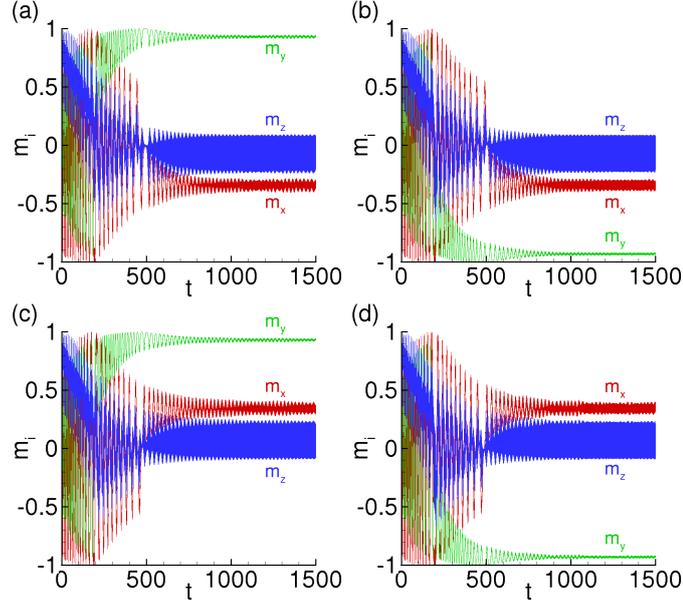


Рис. 3.24: Временная эволюция намагниченности, стартуя с неустойчивой точки равновесия $m_x = m_y = 0$ и $m_z = 1$ в присутствии шума. 4 панели отвечают 4 возможным стационарным состояниям, которые могут быть достигнуты системой при больших t . $\Gamma = 1.57$, $r = 0.5$, $\vec{d} = 0.3$, $\alpha = 0.01$, $\Omega_F/\Omega_J = 0.2$, время измеряется в единицах Ω_J^{-1} .

Теперь перейдем к изучению стационарных точек намагниченности и их устойчивости. За пределами линейного приближения (по отношению к m_x и m_z) удобно параметризовать намагниченность как $\mathbf{m} = (\sin \Theta \cos \Phi, \cos \Theta, \sin \Theta \sin \Phi)$. Из уравнения LLG получаем:

$$\begin{aligned} \dot{\Theta} &= \frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \left[-\alpha H_{eff,y} \sin \Theta + H_{eff,x} (\sin \Phi + \alpha \cos \Theta \cos \Phi) \right], \\ \dot{\Phi} \sin \Theta &= \frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \left[-H_{eff,y} \sin \Theta + H_{eff,x} (-\alpha \sin \Phi + \cos \Theta \cos \Phi) \right]. \end{aligned} \quad (3.172)$$

При $\Omega_F/\Omega_J \rightarrow 0$ эффективные поля $H_{eff,x,y}$ определяемые уравнениями (3.165), (3.166), нужно усреднить по периоду джозефсоновских осцилляций $H_{eff,x,y} \rightarrow \langle H_{eff,x,y} \rangle$. Стационарные точки находятся из решений (3.172), отвечающих $\dot{\Theta} = \dot{\Phi} = 0$.

Рис. 3.21 показывает векторные поля решения уравнения (3.172) для намагниченности в диапазоне $0 \leq \Phi < 2\pi$, $0 \leq \Theta < \pi$ при 4 различных значениях A . Стационарные решения отмечены цветными точками. Синие точки отвечают неустойчивым стационарным решениям, а красные - устойчивым. Константа гильбертовского затухания $\alpha = 0.25$. Такое большое нереалистичное значение константы затухания выбрано для того, чтобы ясно показать на рисунках устойчивость/неустойчивость стационарных решений, т.к. для $\alpha = 0.01$, которое больше отвечает реалистичной ситуации, устойчивость/неустойчивость четко не видна на рисунке [сравните рис. 3.22(a) и (b)], хотя на

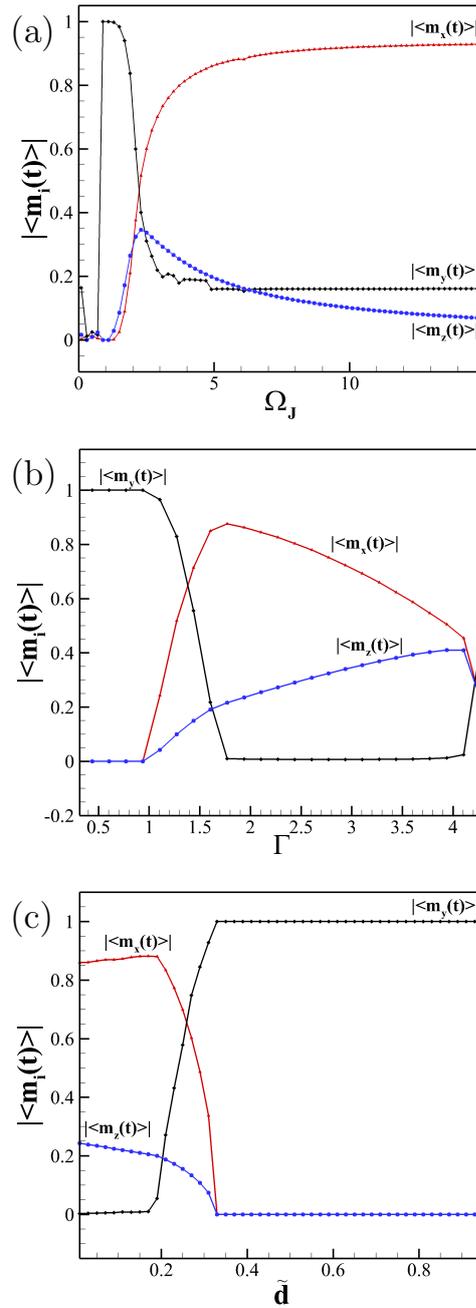


Рис. 3.25: (а) Усредненные значения компонент намагниченности при больших временах как функции Ω_J/Ω_F . $\tilde{d} = 0.2$, $\Gamma = 1.62$. (б) То же самое в зависимости от Γ . $\tilde{d} = 0.2$, $\Omega_J/\Omega_F = 5$. (с) Усредненные компоненты намагниченности как функции \tilde{d} . $\Omega_F/\Omega_J = 0.2$, $\Gamma = 1.62$. Для всех панелей $r = 0.5$, $\alpha = 0.01$.

самом деле топология векторного поля не меняется. Рис. 3.21(а) демонстрирует режим $A < 1$, когда существуют только два устойчивых положения равновесия $m_y^{st} = \pm 1$, что отвечает верхней и нижней горизонтальным линиям на рисунке. Панели (б) и (с) показывают векторные поля в режиме не очень больших $A > 1$. Ясно видны 4 устойчивые красные точки равновесия. При дальнейшем увеличении A устойчивые точки

приближаются к $\Theta = \pi/2$ и наконец сливаются в две устойчивые точки при A_{crit} , как показано на рис. 3.21(d). Таким образом, существует конечный диапазон значений параметра $1 < A < A_{crit}$, где в режиме приложенного постоянного напряжения намагниченность ферромагнетика имеет 4 устойчивых положения динамического равновесия. Из рис. 3.21 видно, что стационарные точки отвечают $m_z = \pm 1$ или $m_z = 0$. Стационарные точки $m_z = \pm 1$ всегда неустойчивы. Рассмотрим стационарные точки, отвечающие $m_z = 0$, т.е. $\Phi = 0, \pi$. Очевидно, что для того, чтобы иметь 4 устойчивых положения равновесия, $|m_x^{st}|$ и $|m_y^{st}|$ должны быть одновременно отличны от нуля. Подставляя $m_z = 0$ в уравнение (3.172) и учитывая, что $\langle H_{eff,y} \rangle = H_F m_y$, получаем, что m_x^{st} можно определить из простого нелинейного уравнения $m_x = \langle H_{eff,x} \rangle / H_F$. Это уравнение всегда имеет решение $m_x = 0$, но при $1 < A < A_{crit}$ есть еще и второе решение m_x^{st} . В этой ситуации появляются 4 устойчивые точки $\mathbf{m}^{st} = (\pm |m_x^{st}|, \pm |m_y^{st}|, 0)$.

Далее на рис. 3.23 представлена полная временная эволюция намагниченности \mathbf{m} , полученная из численного решения уравнения LLG. Видно, что стартуя с различных начальных условий, возможно попасть во все 4 устойчивых положения равновесия. Результаты представлены для $\Omega_F/\Omega_J = 0.2$, но усредненные по джозефсоновскому периоду значения намагниченности на больших временах находятся в хорошем согласии с результатами для устойчивых положений равновесия, полученными в пределе $\Omega_F/\Omega_J \ll 1$, который показан на рис. 3.22(a) для тех же параметров Γ , r , α и d . Рис. 3.22(b) отличается от (a) только значением $\alpha = 0.25$. В то время как топологическая структура векторных полей на панелях (a) и (b) одинакова, устойчивость/неустойчивость всех стационарных точек более ясно видна для больших значений константы гильбертовского затухания α . При конечных значениях Ω_F/Ω_J намагниченность осциллирует вокруг векторной траектории, представленной на рис. 3.22 и амплитуда осцилляций подавляется при $\Omega_F/\Omega_J \rightarrow 0$.

Чтобы показать, что поведение системы может быть случайным, мы исследуем временную эволюцию намагниченности, стартуя из одного из неустойчивых положений равновесия $m_z = \pm 1$. Для того, чтобы выйти из этого положения, в систему вводится небольшой шум. Из векторного поля, представленного на рис. 3.22(a) видно, что при маленьких значениях α система приходит в одно из 4 устойчивых состояний с практически равными вероятностями. Это показано на рис. 3.24, где разные панели отвечают всем возможным устойчивым положениям динамического равновесия.

Рис. 3.25 показывает поведение абсолютных значений усредненной намагниченности при $t \rightarrow \infty$ в зависимости от основных параметров системы. На рис. 3.25(a) представлена зависимость от Ω_J/Ω_F . Видно, что при $\Omega_J/\Omega_F \gg 1$ $|\langle m_i \rangle|$ стремятся к постоянному значению и, в частности, $|\langle m_z \rangle| \rightarrow 0$, как и следует из нашего анализа стационарных точек уравнения (3.172).

Зависимость от Γ изображена на рис. 3.25(b). Γ прямо пропорционально A . По этой

причине на данном рисунке можно явно видеть диапазон A , где существуют 4 устойчивых положения равновесия: он отвечает областям, где $|\langle m_x \rangle|$ и $|\langle m_y \rangle|$ не равны нулю одновременно.

Панель (с) рис. 3.25 представляет зависимость $|\langle m_i \rangle|$ от длины слабой связи. Аналогично предыдущей панели, область существования 4 устойчивых направлений намагниченности также ясно видна. Зависимость от r качественно очень похожа на зависимость от Γ , поэтому на рисунках она не показана. Рис. 3.25(b)-(с) также позволяют увидеть оптимальные для экспериментальной реализации эффекта расщепления легкой оси области параметров Γ и d .

Подведем краткие итоги. Исследована возможность электрического контроля намагниченности в джозефсоновском S/F/S на поверхности 3D TI. Наш анализ, который комбинирует технику келдышевских гриновских функций для нахождения джозефсоновского тока и уравнение LLG для описания динамики намагниченности, показывает, что жесткая связь между спином электрона и его импульсом приводит к дестабилизации поперечной легкой оси намагниченности m_y под действием приложенного напряжения. Вместо нее можно динамически стабилизировать две легкие оси. Переключение между полученными 4 устойчивыми состояниями намагниченности посредством импульсов тока или напряжения представляет интерес с прикладной точки зрения.

3.3. Дальнодействующее взаимодействие магнитных моментов в системе связанных S/F/S контактов

В настоящее время гетероструктуры, состоящие из сверхпроводников и магнитных материалов, изучаются очень активно. Основная причина такого большого интереса связана с возможностью реализации в таких гибридных структурах свойств и эффектов, которые не возможны в отдельных материалах. В частности, одним из активных направлений является исследование физических принципов реализации непрямого дальнодействующего взаимодействия магнитных моментов через сверхпроводник. Непрямое обменное взаимодействие, переносимое электронами проводимости в металле (РККИ-взаимодействие) хорошо известно [364]. Оно исследовалось в различных материалах. Однако быстрые осцилляции и затухающий характер этого взаимодействия на атомных масштабах приводят к тому, что оно позволяет достигнуть существенного взаимодействия между магнитными моментами в слоистых структурах на расстояниях не превышающих несколько нанометров.

В последние пару десятилетий активно проводятся исследования гетероструктур, в который нормальный слой между двумя магнетиками заменен на сверхпроводящий [70–73, 365–368]. Как было впервые отмечено де Женном, сверхпроводник делает антиферромагнитную конфигурацию магнитных слоев более выгодной [369]. Причина

этого проста и состоит в том, что для такой взаимной ориентации магнетиков, сверхпроводимость в прослойке между ними подавляется меньше из-за частичной компенсации парамагнитного распаривания, наводимого обоими магнетиками. Характерный масштаб такого взаимодействия - сверхпроводящая длина когерентности ξ_S , на которой в сверхпроводнике существуют триплетные корреляции, вызванные эффектом близости с магнетиком. Это масштаб от десятков до 1-2 сотен нанометров, в зависимости от используемого сверхпроводника. Для случая d -волнового сверхпроводника масштаб взаимодействия может расти из-за присутствия нодальных квазичастиц [365]. В недавней работе [74] было предложено использовать для установления взаимодействия между магнетиками не классический эффект близости, а т.н. электромагнитный эффект близости [75], суть которого состоит в появлении мейсснеровских токов в сверхпроводнике в ответ на контакт с магнитным материалом. Характерным масштабом такого взаимодействия является глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник.

Взаимодействие между локализованными магнитными моментами через сверхпроводник тоже исследовалось [370–375] и было показано, что кроме РККИ вклада существует еще дополнительный вклад, который имеет более слабый степенной закон затухания и еще дополнительное экспоненциальное затухание на ξ_S и делает более выгодным антиферромагнитную ориентацию моментов. Далее было показано, что в сверхпроводниках со спин-орбитальным взаимодействием сверхпроводящий конденсат связан со спинами примесей, что приводит к более дальнедействующему взаимодействию между магнитными моментами, которое затухает по неэкспоненциальному степенному закону [376].

В данном разделе предлагается новый фундаментальный принцип использования сверхпроводящего состояния для того, чтобы установить (i) полный контроль над состоянием двух магнитных моментов, образующих слабые связи двух связанных джозефсоновских контактов, и (ii) дальнедействующее не прямое взаимодействие между этими моментами. Рассматриваемый тип взаимодействия не основан на эффектах близости в сверхпроводнике, а поэтому не ограничен длиной когерентности или глубиной проникновения магнитного поля. Механизм взаимодействия основан на том, что сверхпроводимость - это макроскопическое квантовое явление с единой фазой конденсата, а фаза конденсата связана с намагниченностью магнетиков через магнитоэлектрический эффект. Энергия основного состояния системы двух связанных джозефсоновских S/F/S контактов при заданной разности фаз между внешними сверхпроводящими берегами зависит от взаимной ориентации магнетиков, образующих слабые связи, что означает взаимодействие между ними. Данный механизм имеет "магнитоэлектрическую природу" и в этом смысле несколько аналогичен предложенному в [376] для взаимодействия двух примесных спинов, но рассматривается в совершенно другом классе систем. Результаты получены в соавторстве с Г.А. Бобковым и А.М. Бобковым и опубликованы в

работе [P15] из списка публикаций автора по теме диссертации.

Мы предполагаем, что обсуждаемый эффект можно наблюдать в системах, где существует магнитоэлектрическая связь между направлением намагниченности магнетика и джозефсоновской фазой. Известно, что такая связь физически проявляет себя как аномальный сдвиг фазы в основном состоянии джозефсоновского контакта, который был предсказан для систем со спин-орбитальным взаимодействием [281–292]. Максимально сильный магнитоэлектрический эффект может быть достигнут в джозефсоновских контактах на топологическом изоляторе [293–297]. Джозефсоновские контакты с аномальным сдвигом фазы, который генерируется зеемановским эффектом приложенного внешнего магнитного поля, уже реализованы экспериментально несколькими группами [14–17], включая системы на топологическом изоляторе. Для реализации предлагаемого эффекта дальнедействующего магнитного взаимодействия необходимо продвигнуться дальше и сделать джозефсоновские контакты, в которых аномальный сдвиг фазы будет реализован не за счет внешнего магнитного поля, а за счет ферромагнетика слабой связи. Современные материалы и технологии позволяют реализовать аномальный сдвиг фазы в S/F/S джозефсоновских контактах. Одна из возможностей состоит в том, чтобы использовать в качестве слабой связи 2D или квази-2D ферромагнетики, в которых может возникать сильное рашбовское спин-орбитальное взаимодействие из-за структурного нарушения симметрии по отношению к инверсии. Другой способ - использовать в качестве слабой связи гибридные структуры ферромагнитный изолятор/3D TI [377–384].

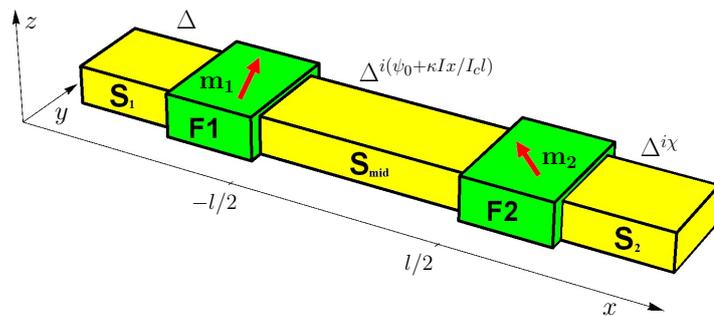


Рис. 3.26: Схема рассматриваемой системы связанных S/F/S джозефсоновских контактов.

Система и модель. Мы рассматриваем два связанных джозефсоновских S/F/S контакта, где S - означает обычный синглетный s-волновой сверхпроводник, а F - ферромагнитная слабая связь джозефсоновского контакта, в которой также присутствует спин-орбитальное взаимодействие. Это спин-орбитальное взаимодействие может быть как внутренним, так и вызванным структурным нарушением симметрии по отношению к инверсии, или слабая связь может представлять собой гибридную структуру, состо-

ящую из ферромагнетика и спин-орбитального материала, или это может быть ферромагнитный изолятор на 3D TI. Если ферромагнетик является изолятором, то предполагается, что намагниченность \mathbf{M} индуцирует эффективное обменное поле $\mathbf{h} \sim \mathbf{M}$ в проводящем слое слабой связи. Схема системы представлена на рис. 3.26. Сверхпроводящая разность фаз χ является внешним контролирующим параметром. Сначала исследуем энергию системы как функцию χ , \mathbf{m}_1 и \mathbf{m}_2 , где \mathbf{m}_i единичный вектор вдоль направления соответствующей намагниченности. Предполагается, что ферромагнетики имеют анизотропию типа легкая ось, которая направлена вдоль y . Такой выбор легкой оси максимизирует магнитоэлектрическую связь между магнитным моментом и сверхпроводящей фазой, как обсуждается ниже.

Ток-фазовое соотношение (CPR) отдельного S/F/S контакта имеет вид $I = I_c \sin(\chi_i - \chi_{0,i})$, где $\chi_{0,i}$ аномальный сдвиг фазы и $i = 1, 2$. Из литературы известно, что для SOC типа Рашбы и ферромагнетика на поверхности 3D TI аномальный сдвиг фазы $\chi_0 = r \hat{\mathbf{j}} \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{m})$, где $\hat{\mathbf{j}}$ единичный вектор вдоль джозефсоновского тока и \mathbf{n} единичный вектор, описывающий направление структурной асимметрии в системе, в рассматриваемом случае он направлен вдоль оси z . Аномальный сдвиг фазы связывает сверхпроводящую фазу с направлением намагниченности. r - константа, которая дает количественную меру этой связи. Она является ненулевой в меру присутствия SOC типа Рашбы или жесткой связи между спином электрона и его импульсом в поверхностных состояниях 3D TI [284, 290, 294, 296, 385] и была вычислена в различных моделях. Например, для SOC типа Рашбы, которое описывается гамильтонианом $H_R = \alpha [\mathbf{p} \times \mathbf{n}] \boldsymbol{\sigma}$ ($\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)^T$ вектор матриц Паули) в баллистическом пределе и для большой константы Рашбы α , коэффициент r имеет вид [284]

$$r_b = \frac{4\hbar\alpha d}{(\hbar v_F)^2}, \quad (3.173)$$

где d длина слабой связи джозефсоновского контакта и v_F скорость Ферми электронов в области слабой связи, \hbar абсолютная величина обменного поля в области слабой связи. В диффузном режиме и для маленьких значений α , высокопрозрачных границ и пренебрегая спиновой релаксацией, для коэффициента r был получен ответ

$$r_d = \frac{\tau m^{*2} \hbar (\alpha d)^3}{3\hbar^6 D}, \quad (3.174)$$

где τ время свободного пробега, m^* эффективная масса и D коэффициент диффузии [288]. Для S/F/S контакта на поверхности 3D TI было предсказано, что $r = 2\hbar d/v_F$ [296, 385]. Таким образом, симметрия нашей системы диктует, что

$$\chi_{0,i} = r m_{yi} \quad (3.175)$$

независимо от конкретной модели. Это соотношение также сохраняется и в динамической ситуации $\mathbf{m}_i = \mathbf{m}_i(t)$ и было использовано для вычисления динамики намагниченности в джозефсоновских контактах в условиях приложенного тока или напряжения [354, 357, 385, 386].

Критический ток сильно зависит от рассматриваемой модели. Например, он может практически не зависеть от направления намагниченности для ферромагнетика с SOC [284], или он может сильно зависеть от x -компоненты намагниченности, как это происходит для ферромагнитных слабых связей на поверхности 3D TI [296, 385]. Здесь мы фокусируемся на модели, в которой I_c не зависит от направления намагниченности. Влияние зависимости $I_c(\mathbf{m})$ на результаты детально рассматривалось в работе [P15]. Учет этой зависимости усложняет картину эффекта, но концептуального влияния не оказывает, поэтому в диссертации не обсуждается. Энергия системы состоит из джозефсоновских энергий обоих контактов и энергий анизотропии обоих ферромагнетиков:

$$E = \frac{\hbar}{2e} \left[I_c(1 - \cos(\psi_1 - \chi_{0,1})) + I_c(1 - \cos(\chi - \psi_2 - \chi_{0,2})) \right] - \frac{KV_F}{2}(m_{y1}^2 + m_{y2}^2), \quad (3.176)$$

где K - константа анизотропии, V_F объем ферромагнетика. $\psi_{1,2}$ значения фазы среднего сверхпроводника (S_{mid} in Fig. 3.26) на F1/ S_{mid} и S_{mid} /F2 границах. $\psi_{1,2} = \psi_0 \mp \kappa(I/2I_c)$, где второй член учитывает градиент фазы, вызванный сверхтоком, текущим через систему, и $\kappa \propto l$, где l длина S_{mid} . Сохранение тока диктует условие

$$I_c \sin(\psi_1 - \chi_{0,1}) = I_c \sin(\chi - \psi_2 - \chi_{0,2}). \quad (3.177)$$

Исключая фазу ψ_0 с помощью уравнения (3.177), энергию связанных джозефсоновских контактов можно записать в виде:

$$E = 2E_J \left[1 - \cos\left(\frac{\chi}{2} - \bar{\chi}_0 - \kappa \frac{I}{2I_c} + \pi n\right) \right] - E_M(m_{y1}^2 + m_{y2}^2), \quad (3.178)$$

где $E_J = \hbar I_c / 2e$, $E_M = KV_F / 2$, $\bar{\chi}_0 = (\chi_{0,1} + \chi_{0,2}) / 2$ и n целое число. Уравнение (3.178) надо дополнить "условием самосогласования" для джозефсоновского тока:

$$I = I_c \sin\left(\frac{\chi}{2} - \bar{\chi}_0 - \kappa \frac{I}{2I_c} + \pi n\right). \quad (3.179)$$

Контролируемые фазой стабильные магнитные конфигурации. Сначала обсудим зависимость общей магнитной конфигурации $(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2)$ от внешней разности фаз χ и возможности контролировать ее этим параметром. Чтобы упростить анализ, мы пренебрегаем градиентом градиентом фазы параметра порядка κ в среднем сверхпроводнике. Как показывают наши оценки κ (см. ниже), это приближение справедливо вплоть до

субмиллиметровых значений длины S_{mid} . Влияние κ на магнитную конфигурацию и ее контролируемость также обсуждается ниже.

Пренебрегая κ уравнение (3.178) сводится к:

$$E_{\pm} = 2E_J \left[1 \mp \cos\left(\frac{\chi}{2} - \frac{r(m_{y1} + m_{y2})}{2}\right) \right] - E_M(m_{y1}^2 + m_{y2}^2). \quad (3.180)$$

Энергия E как функция (m_{y1}, m_{y2}) для данного χ состоит из двух веток E_{\pm} , которые отличаются фазой π на S_{mid} . Примеры соответствующих зависимостей приведены на рис. 3.27(a),(d),(e) и (h). Более высокое значение энергии для данной магнитной конфигурации неустойчиво. Теперь сфокусируемся на магнитных конфигурациях, которые отвечают экстремумам энергии. Магнитная часть энергии имеет минимумы при $m_{y1(2)} = \pm 1$. Мы называем состояния с $m_{y1} = \pm 1$ и $m_{y2} = \pm 1$ "угловыми состояниями". Рассмотрим поведение энергии вблизи $m_{y1} = m_{y2} = 1$. При $rE_J/2 < E_M$ эта угловая точка всегда является точкой минимума энергии (3.180) при любой разности фаз. Наоборот, при $rE_J/2 > E_M$ она может быть точкой максимума энергии (3.180) при некотором значении χ . Рассмотрение остальных "угловых состояний" приводит к тому же результату. Следовательно, соответствующая магнитная конфигурация может быть сделана нестабильной путем изменения фазы. Таким образом, параметр r снимает вырождение между разными угловыми состояниями, делая некоторые из них стабильными, а другие нестабильными при определенной разности фаз. Это позволяет контролировать магнитную конфигурацию путем изменения сверхпроводящей фазы χ . Другим важным параметром системы является отношение энергии магнитной анизотропии и джозефсоновской энергии E_M/E_J . Чем больше параметр E_M/E_J , тем выше энергетический барьер между различными стабильными состояниями, это ухудшает управляемость магнитной конфигурации.

Условие $E_M/E_J < (r/2)^2$ дает возможность появления дополнительных минимумов энергии (3.180), которые отличаются от угловых состояний, т.н. "непараллельные" конфигурации. Действительно, для того, чтобы иметь минимум энергии при $m_{y1} \neq \pm 1$, нужно $\partial E_{\pm}/\partial m_{y1} = 0$ и $\partial^2 E_{\pm}/\partial m_{y1}^2 = \pm 2(r/2)^2 E_J \cos[\chi/2 - r(m_{y1} + m_{y2})/2] - 2E_M > 0$, что возможно только при выполнении условия $E_M/E_J < (r/2)^2$. Минимумы, которые отвечали бы $m_{y1} \neq 1$ и $m_{y2} \neq 1$, не возникают в этой модели.

Две линии $E_M/E_J = r/2$ и $E_M/E_J = (r/2)^2$ делят фазовую диаграмму системы на 4 области, которые обозначены цифрами I-IV на центральной панели рис. 3.27. Как уже упоминалось выше, в областях I и III все угловые магнитные конфигурации стабильны/метастабильны при любой разности фаз. Это приводит к отсутствию нестабильных (пунктирных) частей энергетических ветвей на рис. 3.27(b) и (f). В то же время аналогичные панели (c) и (g), отвечающие областям II и IV, имеют нестабильные части. Это означает, что в этих областях магнитной конфигурацией можно управлять при помощи

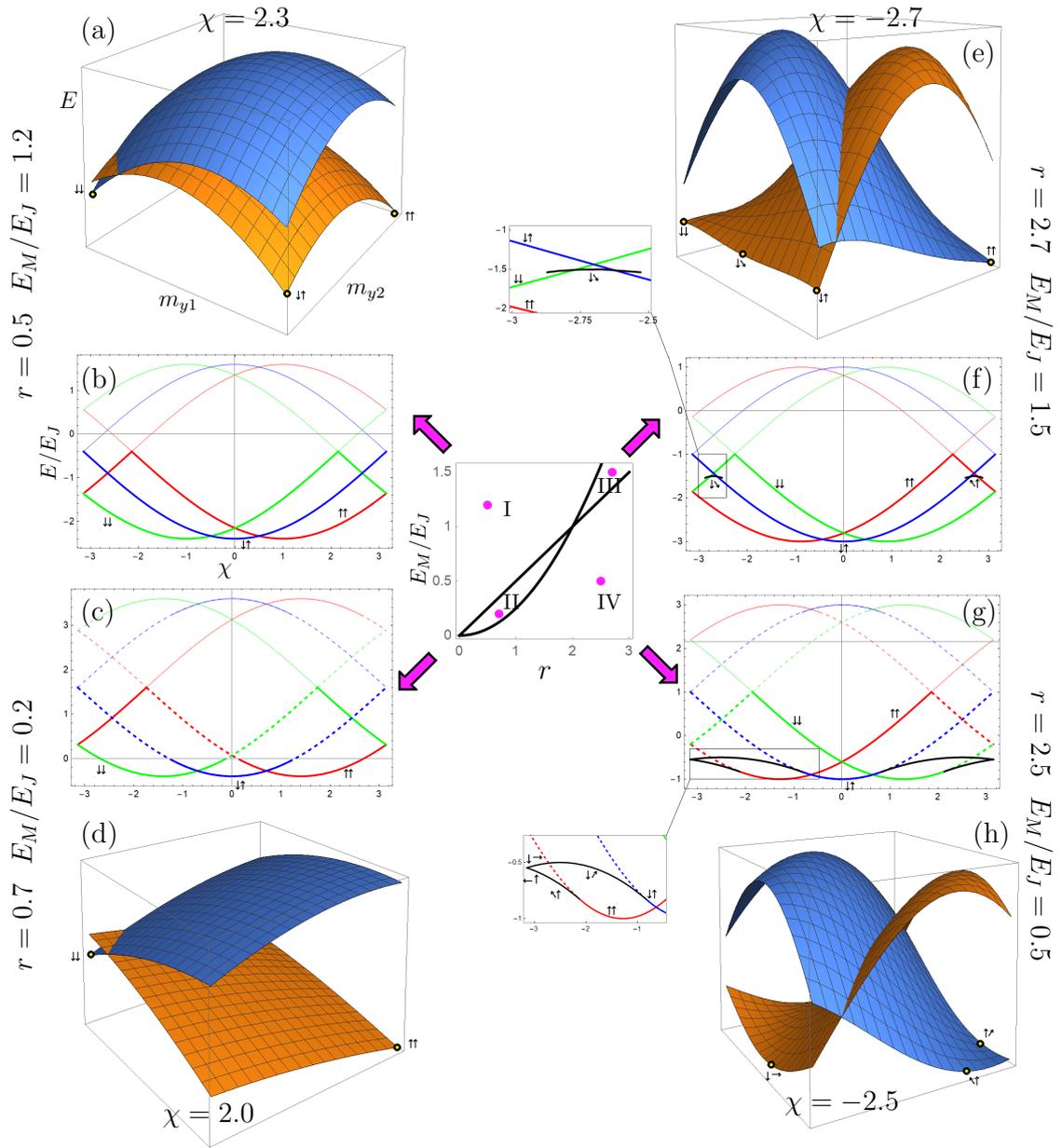


Рис. 3.27: Центральная панель: фазовая диаграмма, представляющая 4 области, отвечающие 4 физически различным типам поведения экстремумов системы: все "угловые состояния" стабильны/метастабильны (I); "угловые" стабильны/нестабильны (II); "угловые"+"непараллельные" стабильны/метастабильны (III) и "угловые"+"непараллельные" стабильны/нестабильны (IV). (a) Энергия системы для розовой точки из области I как функция $(m_{y,1}, m_{y,2})$ при $\chi = 2.3$. (b) Энергии угловых магнитных конфигураций для розовой точки из I как функции χ . Тонкие части каждой ветви нестабильны относительно π -сдвига ψ_0 и переброса на соответствующую жирную часть кривой. (c)-(d) То же самое, что и (a)-(b), но для розовой точки из II. Пунктирные части ветвей отвечают нестабильным угловым состояниям. (e)-(f) То же самое, что и (a)-(b), но для розовой точки из III. (g)-(h) То же самое, что и (a)-(b), но для розовой точки из IV. $\kappa = 0$.

разности фаз.

Правая колонка рис. 3.27 соответствует областям III и IV, где возможны также "непараллельные" стабильные магнитные конфигурации при определенных значениях χ . Эти непараллельные стабильные состояния показаны на рис. 3.27(e) и (h) точками и стрелками, которые визуализируют взаимную ориентацию магнитных моментов. Энергия этих стабильных непараллельных состояний как функция χ представлена на рис. 3.27(f) и (g) черными линиями. Области значений χ , в которых существуют непараллельные состояния, малы и по этой причине соответствующие части энергетических ветвей показаны также в большем масштабе. Таким образом, в области IV магнитную конфигурацию системы можно переключить между $\uparrow\uparrow$, $\downarrow\downarrow$, антипараллельным (AP) и непараллельным состояниями путем подбора разности фаз. С хорошей точностью влияние ненулевого значения κ на фазовую диаграмму можно учесть путем замены $r \rightarrow r/(1 + \kappa/2)$.

Далее мы концентрируемся на параметрах, попадающих в область II фазовой диаграммы. С одной стороны, в этой области магнитная конфигурация управляема разностью фаз. С другой стороны, физическая картина более проста и прозрачна в силу отсутствия непараллельных экстремальных состояний. Таким образом, все экстремальные магнитные конфигурации представляют собой угловые состояния. Пример энергии угловых магнитных конфигураций как функции χ представлен на рис. 3.27(c). Из-за наличия симметрии от отношению к отражению относительно плоскости (x, z) $E_{\uparrow\uparrow}(\chi) = E_{\downarrow\downarrow}(-\chi)$ и $E_{\uparrow\downarrow}(\chi) = E_{\downarrow\uparrow}(-\chi)$. Из рис. 3.27(c) видно, что при $r \neq 0$ $E_{\uparrow\uparrow}(\chi)$ и $E_{\downarrow\downarrow}(\chi)$ асимметричны функции χ и, следовательно, вырождение между ними снимается. В то же время $E_{\uparrow\downarrow}(\chi)$ является симметричной функцией χ и, следовательно, состояния $\uparrow\downarrow$ и $\downarrow\uparrow$ остаются вырожденными, поэтому мы называем их антипараллельным (AP) состоянием. $\uparrow\uparrow$, $\downarrow\downarrow$ и AP могут быть устойчивыми (сплошные линии) или неустойчивыми (пунктир) в зависимости от χ . Верхние ветви энергии, которые нестабильны относительно скачка фазы среднего сверхпроводника S_{mid} на π , показаны тонкими линиями. Каждое из состояний $\uparrow\uparrow$, $\downarrow\downarrow$ и AP представляет собой основное состояние системы для определенного диапазона значений χ . Таким образом, в выбранной области параметров любое из угловых магнитных состояний может быть реализовано путем подбора фазы, т.е. возможен полный контроль над магнитной конфигурацией системы.

Мы оценили параметры E_M/E_J и r для модели ферромагнитного изолятора на поверхности 3D TI. Возьмем параметры, отвечающие джозефсоновским контактам $Nb/Bi_2Te_3/Nb$ [319]: длина области слабой связи $d = 50nm$, $I_c = 40A/m$, $v_F = 10^5m/s$. Положим $E_M \sim [(10 - 10^2)erg/cm^3] \times d_F$ для тонких пленок YIG [213], где $d_F = 10nm$ толщина ферромагнетика вдоль оси z . Это дает $E_M/E_J \sim 10^{-2} - 10^{-1}$. Основываясь на экспериментальных данных по температуре Кюри намагниченной поверхности 3D TI [383], где были получены температуры Кюри порядка $20 - 150K$, мы может грубо

оценить $h \lesssim 0.01 - 0.1 h_{YIG}$. Это отвечает безразмерному параметру $r = 2hd/v_F \lesssim 2 - 13$.

Дальнодействующее магнитное взаимодействие. Минимумы всех энергетических ветвей, см. рис. 3.27(с), соответствуют $I = 0$. Вблизи минимумов E можно приближенно записать как $E = E_J(I/I_c)^2 - E_M(m_{y1}^2 + m_{y2}^2)$. Ток I можно найти из уравнения (3.179) как $I/I_c \approx \chi/2 - \bar{\chi}_0 - \kappa(I/2I_c) + \pi n$, а n выбирается так, чтобы I/I_c было наиболее близко к нулю, откуда получаем

$$\frac{I}{I_c} = \frac{\tilde{\chi} - 2\bar{\chi}_0}{2 + \kappa}, \quad (3.181)$$

где $\tilde{\chi} = \chi + 2\pi n$. Подставляя уравнение (3.181) в энергию, получаем

$$E \approx -\frac{2E_J r(m_{y1} + m_{y2})\tilde{\chi}}{(2 + \kappa)^2} + \frac{E_J r^2(m_{y1}^2 + m_{y2}^2)}{(2 + \kappa)^2} + \frac{2E_J r^2 m_{y1} m_{y2}}{(2 + \kappa)^2} - E_M(m_{y1}^2 + m_{y2}^2) + const. \quad (3.182)$$

Первый член в уравнении (3.182) описывает индивидуальное взаимодействие магнитных моментов с фазой, второй член работает как дополнительный вклад в энергию магнитной анизотропии, а третий член описывает взаимодействие между моментами. Константа взаимодействия $J_{eff} = 2E_J r^2/(2 + \kappa)^2 > 0$, и, следовательно, взаимодействие имеет антиферромагнитный характер. При больших внешних фазах χ первый член доминирует, приводя к тому, что основное состояние будет $\uparrow\uparrow$ или $\downarrow\downarrow$, как видно из рис. 3.27(с), но при меньших фазах антиферромагнитное взаимодействие перебивает индивидуальное взаимодействие моментов с фазой. Пространственная зависимость J_{eff} определяется $\kappa \propto l$, т.е. $J_{eff} \propto l^{-2}$ для больших l . Для оценок $\kappa \sim eI_c l/\sigma_S \Delta S$, где Δ сверхпроводящий параметр порядка, σ_S проводимость среднего сверхпроводника в нормальном состоянии и S его поперечное сечение, мы берем типичные параметры $Nb/Bi_2Te_3/Nb$ джозефсоновских контактов [319] $I_c = w \cdot [40 \text{ A/m}]$, где $w \sim 1 \mu\text{m}$ ширина контакта вдоль y -направления, $\sigma_S = \sigma_{Nb} = 10^7 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$, $\Delta_{Nb} = 2.5 \cdot 10^{-22} \text{ J}$ и $S = (1 \mu\text{m})^2$. Тогда $\kappa \sim 1$ при $l \sim 1 \text{ mm}$. Таким образом, результаты, представленные на рис. 3.27 и вычисленные при $\kappa = 0$ применимы для расстояний между магнитами вплоть до субмиллиметрового диапазона. Кроме того, если длина среднего сверхпроводника достигает величин $\sim 1 \text{ mm}$, энергия индуктивности $E_L = LI^2/2$ уже становится того же порядка, что и джозефсоновская энергия и ее следует учитывать. Учет этой энергии приводит к тому, что надо сделать замену $E_J \rightarrow E_J + LI_c^2/2$ в уравнении (3.182). Т.к. $L \propto l$, это модифицирует закон затухания константы взаимодействия между магнитами $J_{eff} \propto l^{-1}$ на больших расстояниях между ними.

Стоит подчеркнуть, что эффективное магнитное взаимодействие, описываемое уравнением (3.182), может быть реализовано только заданием сверхпроводящей фазы χ . Если вместо этого мы будем фиксировать ток I , то взаимодействия между магнитами

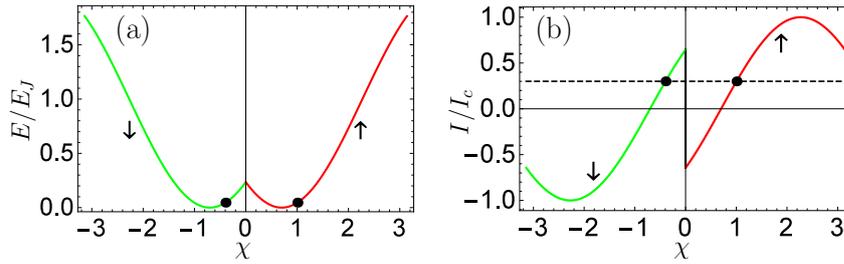


Рис. 3.28: (а) Энергия основного состояния отдельного S/F/S контакта с аномальным сдвигом фазы. Из-за наличия аномального сдвига фазы, который зависит от направления намагниченности, стандартные косинусоидальные зависимости энергии от фазы сдвинуты для обоих направлений намагниченности. В результате основное состояние системы для данной фазы отвечает разным направлениям намагниченности, как показано разными цветами и стрелками на рисунке. (б) CPR отдельного S/F/S контакта с аномальным сдвигом фазы. Для данного значения приложенного тока, показанного цветной линией, существует два состояния системы, которые поддерживают этот ток. Они отмечены черными точками и отвечают противоположным ориентациям магнитного момента, но вырождены по энергии, как это показано теми же черными точками на панели (а).

не будет. Причина этого объясняется на рис. 3.28, где изображены энергия основного состояния отдельного S/F/S контакта с аномальным сдвигом фазы и CPR как функции χ . Видно, что если мы задаем ток [пунктирная линия на рис. 3.28(b)], то для не слишком больших значений тока этот ток может поддерживаться двумя значениями фазы χ . Оба значения χ описывают энергетически вырожденные состояния, как показано на рис. 3.28(a), но отвечают противоположным значениям магнитного момента слабой связи. Поэтому при достаточно малых приложенных токах ориентация каждого из магнитов выбирается системой спонтанно и независимо от ориентации другого магнита.

Экспериментально фазу χ можно контролировать несколькими способами. Один из них состоит в том, чтобы вставить рассматриваемую систему в сверхпроводящее кольцо с приложенным магнитным потоком. Другой способ - вставить систему в асимметричный джозефсоновский интерферометр, где она включается параллельно с обычным джозефсоновским контактом с много большим критическим током. Тогда магнитное состояние системы можно контролировать внешним током. Более того, если система находится в режиме AP основного состояния, когда взаимодействие между магнитами доминирует над индивидуальным взаимодействием магнитов с фазой, ориентацию одного из магнитов можно удаленно переключать путем внешнего воздействия на другой магнит. Далее мы исследуем динамику процессов переключения.

Динамика. Динамика каждого из магнитов $i = 1, 2$ описывается уравнением LLG:

$$\frac{\partial \mathbf{m}_i}{\partial t} = -\gamma \mathbf{m}_i \times \mathbf{H}_{eff} + \alpha \mathbf{m}_i \times \frac{\partial \mathbf{m}_i}{\partial t} - \frac{\gamma r I}{2eMdd_F} [\mathbf{m} \times \mathbf{e}_y], \quad (3.183)$$

где γ гиромагнитное отношение, $\mathbf{H}_{eff} = (K/M)m_y \mathbf{e}_y$ локальное эффективное поле легкой оси анизотропии в ферромагнетике и α константа гильбертовского затухания. Последний член в уравнении (3.183) описывает спин-орбитальный вращательный момент, который создается в ферромагнетике электрическим током I [67, 356, 360, 387]. Этот вращательный момент усредняется по толщине ферромагнетика d_F вдоль оси z . Полный ток, текущий через каждый из джозефсоновских контактов, состоит из сверхтока и нормального квазичастичного тока [139, 229]:

$$I = I_c \sin(\chi_i - \chi_{0,i}) + \frac{1}{2eR_N} (\dot{\chi}_i - \dot{\chi}_{0,i}), \quad (3.184)$$

где $\chi_1 = \psi_0(t)$ and $\chi_2 = \chi(t) - \psi_0(t)$. Здесь мы предполагаем $\kappa = 0$. Динамика намагниченностей $\mathbf{m}_{1,2}$ считается численно из уравнений (3.183) и (3.184). Уравнения для обоих контактов связаны друг с другом через фазу $\psi_0(t)$. Если нормальный ток, который описывается вторым членом в уравнении (3.184) мал, то вращательный момент в основном определяется сверхтоком и может быть также вычислен через дополнительный вклад в эффективное поле в уравнении LLG $\delta \mathbf{H}_{eff} = -(1/Mdd_F)dE/d\mathbf{m}$ [354, 357, 385, 386], что приводит опять к уравнению (3.183) с $I \rightarrow I_c \sin(\chi_i - \chi_{0,i})$.

Управление магнитным состоянием системы (параметры которой отвечают области II фазовой диаграммы) путем адиабатического изменения фазы продемонстрировано на рис. 3.29(a)-(b). Рис. 3.29(a) показывает m_{y1} (красная линия) и m_{y2} (синяя) как функции $\chi \propto t$, стартуя с начальной AP конфигурации. На рис. 3.29(b) мы подставляем полученную динамическую магнитную конфигурацию системы в энергию равновесного состояния системы при той же разности фаз. Берется динамическая конфигурация в интервале $\chi \in (\pi, 3\pi)$.

Результаты удаленного переключения \mathbf{m}_2 путем воздействия внешним импульсом на \mathbf{m}_1 показаны на рис. 3.29(c). Фаза χ выбрана так, что равновесная магнитная конфигурация AP. При $t = 0$ \mathbf{m}_1 переворачивается в новое положение и фиксируется внешним образом (например, путем приложения внешнего поля). Видно, что \mathbf{m}_2 тоже переворачивается для того, чтобы опять достигнуть равновесной AP конфигурации, которая является энергетически выгодной для данного значения χ . Характерное время переворота много больше чем $t_0 = M/\gamma K$, которое является характерным временем динамики намагниченности, и существенно зависит от конкретного значения χ .

Динамика магнитной конфигурации в области IV фазовой диаграммы при адиабатическом изменении фазы $\chi = 2eVt$ показана на рис. 3.30. Рис. 3.30(a) демонстрирует, что переключение между состоянием $\Downarrow\Downarrow$ и AP-состоянием происходит через непараллель-

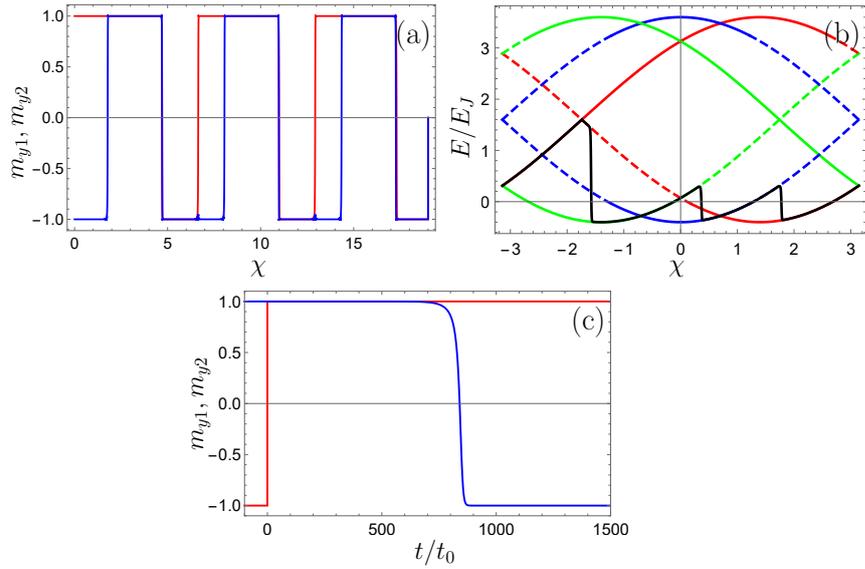


Рис. 3.29: (a) Временная эволюция m_{y1} (красная линия) и m_{y2} (синяя) при адиабатическом изменении фазы $\chi = 2eVt$. $t_0 = M/\gamma K$, $eVt_0 = 10^{-4}$, $2eR_N I_c t_0 = 10^3$, $r = 0.7$, $E_M/E_J = 0.2$, $\alpha = 0.02$, $\kappa = 0$. (b) Результат подстановки динамической магнитной конфигурации (черная линия), показанной на панели (a) в выражение для равновесной энергии системы. (c) Временная эволюция m_{y1} (красная линия) и m_{y2} (синяя), индуцированная переворотом \mathbf{m}_1 в момент времени $t = 0$ при заданном χ .

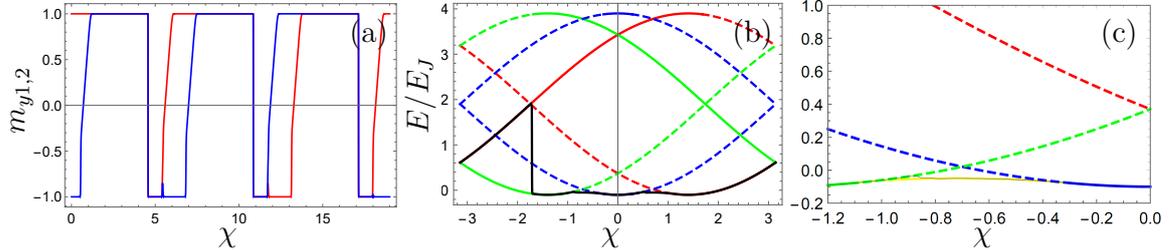


Рис. 3.30: (a) Временная эволюция $m_{y1,2}$ при адиабатическом изменении фазы $\chi = 2eVt$ в области IV ($r = 0.7$, $E_M/E_J = 0.05$). $eVt_0 = 5 \times 10^{-4}$. (b) Результат подстановки динамической магнитной конфигурации (черная линия), представленной на панели (a) в равновесную энергию системы. (c) Энергия в диапазоне $\chi \in (-1.2, 0)$, где система переключается из состояния $\Downarrow\Downarrow$ в AP-состояние через непераллельное состояние, в большем масштабе. Желтая линия представляет собой равновесную ветвь, отвечающую непераллельным состояниям, а тонкая черная линия - энергия, отвечающая динамической конфигурации системы.

ные состояния, для которых одна из y -компонент намагниченности меньше единицы. Рис. 3.30(b) показывает результат подстановки динамической магнитной конфигурации в равновесную энергию системы для данной разности фаз.

Подведем краткие итоги данного подраздела. Предложен принцип дальнедействующего взаимодействия через сверхпроводящую фазу между магнитами, встроенными в систему связанных джозефсоновских контактов. Он базируется на магнитоэлектриче-

ской связи между намагниченностью и фазой конденсата и макроскопическом характере сверхпроводящей фазы. Масштаб взаимодействия не определяется характерными масштабами сверхпроводника (длина когерентности и глубина проникновения). Взаимодействие затухает степенным образом $\propto l^{-1}$ на больших расстояниях l между магнитами. Также продемонстрировано, что сверхпроводящая фаза позволяет управлять полной магнитной конфигурацией системы.

3.4. Триpletная сверхпроводимость, индуцированная движением конденсата

В этом разделе мы обсудим еще один тип магнитоэлектрического эффекта, который также возможен благодаря наличию спин-орбитального взаимодействия, но принципиально отличается от рассмотренных ранее, т.к. не имеет прообразов в несверхпроводящих системах. Речь идет о генерации триpletных куперовских пар движением сверхпроводящего конденсата. Хорошо известно, что ненулевой импульс пар движущегося сверхпроводящего конденсата является распаривающим фактором, т.к. уменьшает энергию связи пары. Этот фундаментальный механизм называется орбитальным распариванием, существует в любых сверхпроводящих системах и приводит к подавлению сверхпроводимости магнитным полем или сверхтоком. Здесь мы показываем, что в гибридных структурах сверхпроводник/ферромагнетик со спин-орбитальным взаимодействием движение конденсата может *индуцировать* спин-триpletные сверхпроводящие корреляции в области ферромагнетика, где они практически отсутствуют при отсутствии движения конденсата. Рассматриваются разные физические причины движения конденсата: мейсснеровские токи и воздействие электромагнитного излучения. Также изучаются разные типы спин-орбитального взаимодействия: поверхностное рашбовское SOC и примесное SOC. Результаты получены в соавторстве с А.М. Бобковым, М.А. Силаевым и А.А. Мазаником и опубликованы в работах [P16]-[P18] из списка публикаций автора по теме диссертации.

3.4.1. Триpletная сверхпроводимость, индуцированная мейсснеровскими токами и рашбовской спин-орбитой в S/F/S контактах

Здесь мы покажем, что движение сверхпроводящего конденсата, которое генерируется внешним магнитным полем через эффект Мейсснера дает возможность генерировать триpletную нечетную по частоте сверхпроводимость в существующих структурах с SOC [388–394]. В контексте S/F/S гибридных структур эти корреляции известны как дальнедействующие триpletные корреляции (long-range triplets, LRT), т.к. они прони-

кают в ферромагнитный материал на относительно большие расстояния порядка длины сверхпроводящей когерентности в нормальном металле [80]. Здесь мы предлагаем механизм, который приводит к стимуляции LRTs и, соответственно джозефсоновского тока в S/F/S контактах внешним магнитным полем, таким образом открывая новые перспективы в низкодиссипативной спинтронике [8, 9].

В последнее время различные эффекты, вызванные наличием SOC в SF структурах, привлекают большое внимание научного сообщества [63, 232, 234, 274–276, 284, 288–290, 292, 300, 301, 354, 376, 390, 394–402]. SOC генерируется на границах раздела из-за нарушения симметрии по отношению к инверсии и обычно имеет вид SOC типа Рашбы [311, 403–406] $(\alpha/m)(\hat{\sigma} \times \mathbf{p}) \cdot \mathbf{n}$ где \mathbf{n} единичный вектор нормали к поверхности, $\hat{\sigma}$ вектор спиновых матриц Паули, \mathbf{p} и m импульс и масса электрона. SOC можно дополнительно усилить также за счет добавления тонкого слоя тяжелого металла на границу раздела [405, 406], как показано на рис.3.31. Обычно значения рашбовского спин-орбитального расщепления спектров электронов в металлах достаточно малы $v_F\alpha/E_F \ll 1$, где v_F и E_F скорость и энергия Ферми. При этом условием влияния только SOC без комбинации с другими факторами на синглетное спаривание можно пренебречь [290, 298, 302, 304, 395]. Однако, даже в этом случае комбинированный эффект SOC и зеемановского поля эффективно генерирует спин-триpletные сверхпроводящие корреляции.

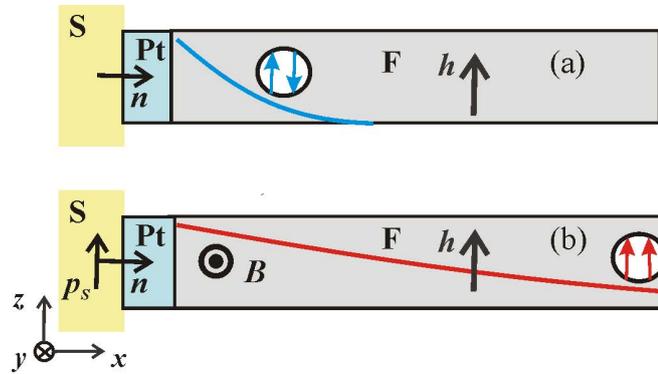


Рис. 3.31: Схема рассматриваемой системы: диффузный S/F контакт с SOC типа Рашбы на S/F границе, которое генерируется тонким слоем тяжелого металла Pt. (a) В отсутствии магнитного поля генерируются только быстрозатухающие триpletные корреляции. (b) Магнитное поле генерирует движение конденсата через эффект Мейсснера $\mathbf{p}_s = -(\lambda_L/\Phi_0)\mathbf{n} \times \mathbf{B}$. Взаимодействие импульса конденсата \mathbf{p}_s , SOC и обменного поля \mathbf{h} приводит к появлению слабозатухающей s -волновой триpletной компоненты для $\mathbf{B} \neq 0$.

Комбинация поверхностного SOC и обменного поля может индуцировать p -волновые спин-триpletные сверхпроводящие корреляции [397], которые переносят дальнедействующий эффект Джозефсона через чистый ферромагнетик [396, 407].

В диффузной системе p -волновые корреляции затухают на длине свободного про-

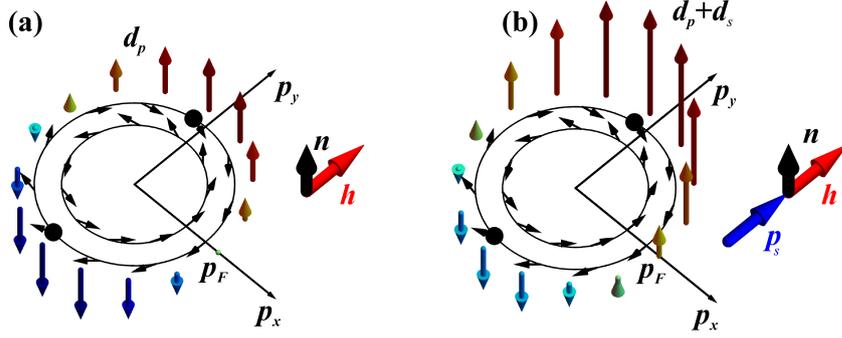


Рис. 3.32: Механизм формирования s -волновых спин-триплетных сверхпроводящих корреляций. Эллипсы изображают расщепленные рашбовским спин-орбитальным взаимодействием и обменным полем поверхности Ферми (поперечные сечения в (p_x, p_y) - плоскости), а маленькие черные стрелки - направления локальной оси квантования спина. Жирные черные точки отвечают состояниям с противоположными импульсами \mathbf{p} и $-\mathbf{p}$. Рашбовский вектор, вдоль которого нарушена симметрия по отношению к инверсии обозначен $\mathbf{n} = \mathbf{z}$, а $\mathbf{h} = h\mathbf{y}$ это обменное поле ферромагнетика. (a) Неколлинеарность спинов при \mathbf{p} и $-\mathbf{p}$ приводит к появлению p -волнового спин-триплетного спаривания, которое описывается вектором конденсатной волновой функции $\mathbf{d}_p \propto (\mathbf{n} \times \mathbf{p}) \times \mathbf{h} \parallel \mathbf{z}$. (b) Импульс конденсата \mathbf{p}_s , показанный синей стрелкой, приводит к перемешиванию p -волновой и s -волновой амплитуд корреляций.

бега, которая много меньше ширины F слоя. В то же время p -волновые корреляции существуют вблизи границ с ненулевым SOC. Их можно конвертировать в s -волновые корреляции при помощи анизотропного доплеровского сдвига квазичастичных уровней энергии $\mathbf{v}_F \cdot \mathbf{p}_s$, индуцированного движением конденсата вдоль S/F границы, как показано на рис. 3.31(b). Этот эффект и дает LRT, которые устойчивы как по отношению к беспорядку, так и по отношению к распариванию обменным полем. Он может быть реализован в гетероструктурах, состоящих из обычных сверхпроводников типа Al или Nb с ферромагнетиками и SOC.

В отсутствии сверхтока в структурах типа изображенной на рис. 3.31(a) LRT отсутствует. Здесь обменное поле $\mathbf{h} \parallel \mathbf{z}$ генерирует только короткодействующие триплеты (short-range triplets, SRT) с $S_z = 0$, схематично показанные синими стрелками. В обычных ферромагнетиках эти триплетные корреляции затухают на коротких расстояниях порядка магнитной длины когерентности $\xi_F \sim 1$ нм. Мы показываем, что LRT с $S_z = \pm 1$ (схематично показаны красными стрелками на рис. 3.31(b)) можно индуцировать если привести конденсат в движение с импульсом, удовлетворяющим условию $\mathbf{h} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{p}_s) \neq 0$. Этот эффект полностью контролируется внешним магнитным полем $\mathbf{B} \perp \mathbf{h}$, которое в результате эффекта Мейсснера индуцирует сверхток $\mathbf{p}_s = -(\lambda_L/\Phi_0)\mathbf{n} \times \mathbf{B}$, где λ_L лондоновская глубина проникновения и Φ_0 квант магнитного потока.

Качественную физику эффекта можно объяснить следующим образом. Сначала

забудем о контакте и рассмотрим только тонкий Pt слой на S/F границе, где присутствует SOC типа Рашбы. Его можно рассматривать как квази-2D сверхпроводник (сверхпроводимость в нем индуцируется эффектом близости со сверхпроводником) в эффективном обменном поле, которое индуцируется эффектом близости с ферромагнетиком. Триплетные пары электронов с равными спинами генерируются в этом тонком слое и затем проникают в ферромагнетик, где они являются LRTs. SOC не приводит к разрушению спин-синглетных и, вообще говоря, любых пар электронов с противоположными спинами. Это можно проиллюстрировать, используя модель металлической системы с SOC типа Рашбы, которая описывается гамильтонианом $\hat{H} = \xi_p + \alpha(\mathbf{p} \times \mathbf{n}) \cdot \boldsymbol{\sigma}$, где $\xi_p = p^2/2m - \varepsilon_F$ кинетическая энергия электрона относительно уровня Ферми ε_F . Присутствие SOC в этом гамильтониане приводит к формированию геликоидальных подзон. В этих подзонах ось квантования спина $\parallel (p_y, -p_x)$ зависит от направления импульса. Однако, эти оси все еще коллинеарны для электронов с противоположными импульсами \mathbf{p} и $-\mathbf{p}$. Следовательно, в такой системе сверхпроводящее состояние может быть образовано обычными спин-синглетными парами при условии, что спиновое расщепление Ферми-поверхностей мало, что является типичной ситуацией для поверхностного SOC.

Ситуация кардинально изменяется в присутствии обменного поля, например, направленного перпендикулярно вектору \mathbf{n} : $\mathbf{h} = h\mathbf{y}$. В этом случае оси квантования спина для электронов с \mathbf{p} и $-\mathbf{p}$ больше не коллинеарны, см. рис. 3.32. Следовательно, чистое спин-синглетное спаривание больше невозможно. В общем случае, амплитуда спин-триплетного спаривания может быть описана в терминах спинового вектора конденсатной волновой функции [343] $\mathbf{d} = (d_x, d_y, d_z)$

$$\hat{f} = (d_x - id_y)|\uparrow\uparrow\rangle + (d_x + id_y)|\downarrow\downarrow\rangle + d_z(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle) \quad (3.185)$$

Взаимодействие электронов с противоположными спинами приводит к формированию спин-триплетных корреляций, которые характеризуются спиновым вектором $\mathbf{d}_p(\mathbf{p}, \omega) = F_{pw}(\omega)\mathbf{h} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{p})$ с амплитудой $F_{pw}(\omega)$, являющейся четной функцией мацубаровской частоты ω . Типичная текстура спинового вектора \mathbf{d}_p показана на рис. 3.32. Это состояние отвечает p -спариванию, т.к. волновая функция является нечетной функцией импульса электрона $\mathbf{d}_p(\mathbf{p}) = -\mathbf{d}_p(-\mathbf{p})$.

Движение конденсата является третьим ингредиентом, необходимым для генерации LRT. Ненулевой импульс конденсата \mathbf{p}_s приводит к перемешиванию p -волновой и s -волновой компонент конденсата. Происхождение этого перемешивания можно понять, если рассмотреть как модифицируется электронный спектр из-за добавления доплеровского сдвига $\mathbf{v}_F \cdot \mathbf{p}_s$. Одновременно доплеровский сдвиг приводит к сдвигу мацубаровских частот, т.ч. амплитуда триплетных корреляций принимает вид $F_{pw}(\omega - i\mathbf{v}_F \cdot \mathbf{p}_s) \approx F_{pw}(\omega) - i(\mathbf{v}_F \cdot \mathbf{p}_s)\partial_\omega F_{pw}$. Такая модификация парной амплитуды производит

дополнительную s -волновую компоненту спинового вектора $\mathbf{d}_s = \langle \mathbf{d}_p(\mathbf{p}, \omega - iv_F \mathbf{p}_s) \rangle \approx (2/3i)\varepsilon_F(\partial_\omega F_{pw})\mathbf{h} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{p}_s)$, где угловые скобки обозначают усреднение по направлениям импульса электрона на поверхности Ферми. Типичное значение амплитуды s -волновой компоненты имеет порядок $|\mathbf{d}_s| \sim (p_s \xi_S) h v_F \alpha / \Delta^2$, где ξ_S длина когерентности в сверхпроводнике. Векторное поле $\mathbf{d} = \mathbf{d}_p + \mathbf{d}_s$, где $\mathbf{d}_s \propto \mathbf{h} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{E})$ схематично показано на рис. 3.32(b), где рассмотрена конфигурация с $\mathbf{p}_s \parallel \mathbf{h} \perp \mathbf{n}$, которая дает $\mathbf{d} \parallel \mathbf{n}$ и происходит смешивание p -волнового и s -волнового спаривания, т.ч. $|\mathbf{d}(\mathbf{p})| \neq |\mathbf{d}(-\mathbf{p})|$.

Мы предполагаем, что SOC мало $v_F \alpha / E_F \ll 1$, что позволяет пренебречь классическими магнитоэлектрическими эффектами, рассмотренными в предыдущих разделах. Одновременно это условие позволяет использовать квазиклассическую теорию. Квазиклассическая гриновская функция $\check{g} = \check{g}(\omega, \mathbf{p}, \mathbf{r})$ в данной задаче зависит от мацубаровской частоты ω и является матрицей 4×4 в прямом произведении частично-дырочного и спинового пространств. Она подчиняется уравнению Эйленберга [306]

$$(\mathbf{v}_F \cdot \hat{\boldsymbol{\partial}})\hat{g} = [\check{\Lambda}, \hat{g}] + \tau_{imp}^{-1}[\langle \hat{g} \rangle_p, \hat{g}] \quad (3.186)$$

Здесь $\mathbf{v}_F = \mathbf{p}/m$ скорость Ферми, $\hat{\boldsymbol{\partial}}\hat{g} = \nabla\hat{g} - i[\alpha\hat{\mathcal{A}} + \frac{\mathbf{A}}{2\Phi_0}\hat{\tau}_3, \hat{g}]$ ковариантная производная, $\hat{\tau}_i$ матрицы Паули в пространстве частица-дырка. Как обычно, квазиклассическое уравнение дополняется условием нормировки $\check{g}^2 = 1$. Мы ввели обозначение $\check{\Lambda} = \hat{\tau}_3(\omega + i\mathbf{h} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}} - i\hat{\Delta})$, где $\hat{\Delta} = |\Delta|e^{i\hat{\tau}_3\chi}\hat{\tau}_1$ сверхпроводящий параметр порядка, \mathbf{A} векторный потенциал магнитного поля и $\hat{\mathcal{A}}$ SU(2) поле общего вида, описывающее SOC. Последний член в уравнении (3.186) описывает примесное рассеяние с обратным временем рассеяния τ_{imp}^{-1} и $\langle \cdot \rangle_p$ обозначает усреднение по направлениям импульса \mathbf{p} .

Прежде всего, чтобы еще раз прояснить механизм генерации s -волновых триплетов, теперь на уровне уравнений, рассмотрим решение уравнения (3.186) с пространственно-однородными полями $|\Delta|$, \mathbf{h} , $\hat{\mathcal{A}}$. Используем разложение по малым параметрам $v_F \alpha / \Delta \ll 1$ and $v_F p_s / \Delta \ll 1$. В присутствии градиента фазы удобно сделать калибровочное преобразование $\hat{g} \rightarrow e^{i\hat{\tau}_3\chi/2}\hat{g}e^{-i\hat{\tau}_3\chi/2}$, которое приводит ковариантную производную к виду

$$\hat{\boldsymbol{\partial}}\hat{g} = \nabla\hat{g} - i[\alpha\hat{\mathcal{A}} - \mathbf{p}_s\hat{\tau}_3, \hat{g}] \quad (3.187)$$

где мы ввели калибровочно-инвариантный импульс конденсата $\mathbf{p}_s = \nabla\chi - \mathbf{A}/\Phi_0$.

В отсутствии импульса конденсата и SOC решение уравнения Эйленберга имеет вид

$$\hat{g}_h = \hat{\sigma}_0\hat{g}_s + (\hat{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{h})\hat{g}_t \quad (3.188)$$

$$\hat{g}_s(\omega) = [\hat{g}_0(\omega + ih) + \hat{g}_0(\omega - ih)]/2 \quad (3.189)$$

$$\hat{g}_t(\omega) = [\hat{g}_0(\omega + ih) - \hat{g}_0(\omega - ih)]/2h \quad (3.190)$$

синглетная \hat{g}_s и триплетная \hat{g}_t выражаются через гриновскую функцию в отсутствие обменного поля $\hat{g}_0(\omega) = \hat{\tau}_3(\omega - i\hat{\Delta})/s$ и $s = \sqrt{\omega^2 + \Delta^2}$. Эта гриновская функция отвечает s -волновому спариванию и спин куперовкой пары лежит в плоскости, перпендикулярной обменному полю \mathbf{h} .

Далее вычислим поправку \hat{g}_α первого порядка по α . Ее можно найти из уравнения

$$\hat{g}_\alpha \begin{pmatrix} (s_+ + \tau_{imp}^{-1})\hat{g}_+ & 0 \\ 0 & (s_- + \tau_{imp}^{-1})\hat{g}_- \end{pmatrix} = i\alpha[\hat{g}_h, (\mathbf{v}_F \cdot \hat{\mathcal{A}})] \quad (3.191)$$

Ось квантования спина выбрана вдоль z и введены обозначения $\hat{g}_\pm = \hat{g}_s \pm h\hat{g}_t$ и $s_\pm = \sqrt{(\omega \pm ih)^2 + \Delta^2}$.

Из условия нормировки можно показать, что \hat{g}_α удовлетворяет коммутационному соотношению $\hat{g}_{h\alpha}(\mathbf{h} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}) + (\mathbf{h} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}})\hat{g}_{h\alpha} = 0$. Тогда из уравнения (3.191) находим

$$\hat{g}_\alpha = i\alpha\hat{g}_h [\hat{g}_h, (\mathbf{v}_F \cdot \hat{\mathcal{A}})] / (s_+ + s_- + 2\tau_{imp}^{-1}). \quad (3.192)$$

Для SOC типа Рашбы $\hat{\mathcal{A}} = \mathbf{n} \times \hat{\boldsymbol{\sigma}}$ уравнение (3.192) можно записать в виде, который явно демонстрирует спиновую структуру

$$\hat{g}_\alpha = \frac{\alpha(\hat{g}_s\hat{g}_t + \hat{g}_t^2\hat{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{h})}{mh(s_+ + s_- + 2\tau_{imp}^{-1})}(\hat{\boldsymbol{\sigma}} \cdot (\mathbf{p} \times \mathbf{n}) \times \mathbf{h}) \quad (3.193)$$

Аномальная гриновская функция определяется членом $\text{Tr}[\hat{\tau}_1\hat{g}_t\hat{g}_s] = -i\Delta/(2s_+s_-)$. Следовательно, спиновая структура аномальной гриновской функции имеет вид $\hat{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{d}_p$, где спиновый вектор $\mathbf{d}_p = F_p\mathbf{h} \times (\mathbf{p} \times \mathbf{n})$ и амплитуда $F_p = i\alpha\Delta/(ms_+s_-(s_+ + s_- + 2\tau_{imp}^{-1}))$. По порядку величины $|\mathbf{d}_p| \sim \alpha h v_F^2/\Delta^2$ в чистом пределе и $|\mathbf{d}_p| \sim \alpha h v_F^2\tau_{imp}/\Delta$ в грязном пределе. В общем случае можно написать $|\mathbf{d}_p| \sim \alpha h \xi^2$, где ξ сверхпроводящая длина когерентности.

Как уже обсуждалось выше, импульс конденсата приводит к появлению доплеровского сдвига у мацубаровской частоты в уравнении (3.186). Это приводит к появлению s -волновой спин-триплетной поправки к аномальной гриновской функции. В общем случае выражения для поправки, которая индуцируется импульсом конденсата \mathbf{p}_s весьма сложны. Упрощенные выражения можно получить в чистом случае $\tau_{imp}^{-1} = 0$ и в грязном пределе, когда $\Delta\tau_{imp} \ll 1$ и $h\tau_{imp} \ll 1$.

Чистый предел. В чистом пределе $\tau_{imp}^{-1} = 0$ можно получить решение для гриновской функции путем добавления доплеровского сдвига к мацубаровской частоте $\omega - i\mathbf{v}_F \cdot \mathbf{p}_s$.

Соответствующая поправка имеет вид

$$\hat{g}_{A\alpha} = -i(\mathbf{v}_F \cdot \mathbf{p}_s) \partial_\omega \hat{g}_\alpha \quad (3.194)$$

s -волновую компоненту аномальной гриновской функции можно записать в виде $\hat{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{d}_s$, где спиновый вектор $\mathbf{d}_s = -i\langle (\mathbf{v}_F \cdot \mathbf{p}_s) \partial_\omega \mathbf{d}_p \rangle_p$ или

$$\mathbf{d}_s = -(2iE_F/3)(\partial_\omega F_p) \mathbf{h} \times (\mathbf{p}_s \times \mathbf{n}) \quad (3.195)$$

Диффузный предел. s -волновые корреляции описываются усредненной по направлениям импульса гриновской функцией $\langle \hat{g} \rangle_p$. Они не подавляются рассеянием на обычных потенциальных примесях, поэтому сохраняются в грязных системах, которые являются релевантным случаем для рассмотрения применительно к эксперименту. Для описания грязного случая мы используем уравнение Узаделя, которое получается из Eq.(3.186) в режиме $\tau_{imp} \Delta \ll 1$

$$[\hat{\Lambda}, \hat{g}] = D \hat{\boldsymbol{\theta}} (\hat{g} \hat{\boldsymbol{\theta}} \hat{g}), \quad (3.196)$$

где $D = \tau_{imp} v_F^2/3$ коэффициент диффузии. Здесь мы опускаем угловые скобки $\langle \hat{g} \rangle_p \rightarrow \hat{g}$. Для однородного сверхпроводника в присутствии приложенного магнитного поля или сверхтока действие оператора, отвечающего за сверхток и спин-орбитальное взаимодействие, можно записать в терминах собственно-энергетической части $[\hat{\Lambda} + \hat{\Sigma}, \hat{g}] = 0$, которую можно представить как сумму трех членов:

$$\hat{\Sigma} = \hat{\Sigma}_{\alpha^2} + \hat{\Sigma}_{A^2} + \hat{\Sigma}_{A\alpha}. \quad (3.197)$$

Они представляют собой электромагнитную собственную энергию, $\hat{\Sigma}_{A^2} = (D/4) \mathbf{p}_s^2 \hat{\tau}_3 \hat{g} \hat{\tau}_3$, добавку к спиновой релаксации $\hat{\Sigma}_{\alpha^2} = D\alpha^2 \hat{\mathcal{A}}_k \hat{g} \hat{\mathcal{A}}_k$, и наиболее интересная для нас часть конвертирует движение конденсата в деформацию спиновой текстуры

$$\hat{\Sigma}_{A\alpha} = -\frac{\alpha D}{2} \mathbf{p}_s (\hat{\mathcal{A}} \hat{g} \hat{\tau}_3 + \hat{\tau}_3 \hat{g} \hat{\mathcal{A}}) \quad (3.198)$$

Поправка к гриновской функции из-за наличия этой собственно-энергетической части может быть найдена как сумма соответствующих членов:

$$\hat{g} = \hat{g}_h + \hat{g}_{\alpha^2} + \hat{g}_{A^2} + \hat{g}_{A\alpha}. \quad (3.199)$$

Если мы ограничиваемся случаем $\mathbf{n} \perp \mathbf{n}_h$, т.е. предполагаем, что обменное поле лежит в плоскости S/F границы, то поправки \check{g}_{α^2} и \check{g}_{A^2} не содержат триплетных корреляций с равными спинами, которые представляют для нас интерес в данный момент. Поэтому мы вычисляем только $\check{g}_{A\alpha}$. Учитывая условие нормировки $\check{g}_h \check{g}_{A\alpha} + \check{g}_{A\alpha} \check{g}_h = 0$, получаем

поправку к гриновской функции:

$$\hat{g}_{A\alpha} = (\hat{\Sigma}_{A\alpha} - \hat{g}_h \hat{\Sigma}_{A\alpha} \hat{g}_h) / (s_+ + s_-), \quad (3.200)$$

которую можно переписать, явно демонстрируя спиновую структуру гриновской функции:

$$\hat{g}_{A\alpha} = \frac{i\alpha D}{(s_+ + s_-)\hbar} (\hat{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{h} \times (\mathbf{p}_s \times \mathbf{n})) \left[\left(2\hat{g}_s^2 [\hat{g}_t, \hat{\tau}_3] + [\hat{g}_s, \hat{g}_t] \{ \hat{g}_s, \hat{\tau}_3 \} \right) + \right. \\ \left. (\hat{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{h}) \left(2\hat{g}_t^2 \{ \hat{g}_s, \hat{\tau}_3 \} - [\hat{g}_s, \hat{g}_t] [\hat{g}_t, \hat{\tau}_3] \right) \right] \quad (3.201)$$

Механизм, который мы обсудили для минимальной модели однородной системы, работает также и для гетероструктур, где обменное поле происходит из обменного взаимодействия в ферромагнетике, который находится в контакте со сверхпроводником. Наиболее сильного эффекта от появления спин-триплетных корреляций рассмотренного типа с $\mathbf{d}_s \perp \mathbf{h}$ можно достигнуть в S/F структуре с SOC типа Рашбы, изображенной на рис. 3.31. Ниже мы показываем, что генерация LRT в ферромагнетике может полностью контролироваться магнитным полем. Перейдем к обсуждению этого эффекта и его экспериментальных проявлений.

Стимулированный магнитным полем LRT джозефсоновский эффект в S/F/S контакте. Для структуры, изображенной на рис. 3.31(a) с $\mathbf{B} = 0$ имеем $\mathbf{d}_s = 0$ и, таким образом, несмотря на наличие SOC, генерируются только куперовские пары с $S_z = 0$. Такие корреляции в диффузном ферромагнетике затухают на расстояниях порядка магнитной длины когерентности $\xi_F = \sqrt{D/\hbar}$, которая достаточно коротка - $\xi_F \sim 1$ нм в обычных ферромагнитных металлах. Поэтому с экспоненциальной точностью сверхпроводимость отсутствует на расстояниях $x \gg \xi_F$ от S/F границы.

В то же время корреляции с $\mathbf{d}_s \neq 0$, которые появляются при $\mathbf{B} \neq 0$, имеют $S_z = \pm 1$. Поэтому они представляют собой LRTs, которые устойчивы к спиновому распариванию обменным полем и сохраняются в ферромагнетике на расстояниях $x \gg \xi_F$ от S/F границы. В структуре, изображенной на рис. 3.31(a), такие пары появляются только после приложения магнитного поля $\mathbf{B} \perp \mathbf{h}$. Следовательно, можно говорить о механизме генерации триплетной сверхпроводимости магнитным полем. Формирование LRTs имеет важное значение для транспортных свойств системы [408–413], которые могут быть измерены напрямую. Ниже мы обсуждаем два из них - туннельный контактанс и джозефсоновский ток.

Для описания диффузной S/F системы мы опять используем уравнение Узаделя. Далее делается ряд приближений. Во-первых, мы рассматриваем туннельные S/Pt границы, поэтому сверхпроводящие корреляции малы как в Pt, так и в F. Это позволяет линеаризовать уравнение Узаделя по аномальной гриновской функции. Тогда

$\hat{g} = \text{sign}(\omega)\hat{\tau}_3 + \check{f}$, где аномальная часть $\check{f} = \hat{f}_s + \hat{\mathbf{f}}_t \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}$ имеет спин-синглетную \hat{f}_s и спин-триплетную $\hat{\mathbf{f}}_t$ компоненты. Учитывая, что в рассматриваемой джозефсоновской геометрии аномальная гриновская функция зависит только от координаты x , получаем следующее линейризованное уравнение Узаделя:

$$\frac{D}{2} \left\{ \partial_x^2 \check{f} + 2\alpha[\mathbf{n} \times \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{p}_s \hat{\tau}_3 \check{f}] - i\alpha[\mathbf{n} \times \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \partial_x \check{f} \mathbf{x}] - \alpha^2[\mathbf{n} \times \hat{\boldsymbol{\sigma}}, [\mathbf{n} \times \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \check{f}]] \right\} = \left(|\omega| + \frac{Dp_s^2}{2} \right) \check{f} + \frac{i \text{sgn } \omega}{2} \{ \mathbf{h} \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \check{f} \}. \quad (3.202)$$

Во-вторых, мы предполагаем, что SOC локализовано внутри Pt слоев ширины $d_{soc} \ll \xi_N$, где $\xi_N = \sqrt{D/2\pi T}$. Поэтому мы интегрируем уравнение (3.202) по области $x \in (\mp d_F/2, \mp d_F/2 \pm d_{so})$ вблизи S/F границ. Результат имеет вид:

$$\pm \frac{D}{2} (\partial_x \check{f}|_{\mp d_F/2 \pm d_{so}} - \partial_x \check{f}|_{\mp d_F/2}) = (|\omega| + \frac{Dp_s^2}{2}) d_{so} \check{f} - D\tilde{\alpha}[\mathbf{n} \times \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{p}_s \hat{\tau}_3 \check{f}] + D \int \alpha^2 [\check{f} - (\mathbf{n} \times \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \check{f} (\mathbf{n} \times \hat{\boldsymbol{\sigma}})] dx + i \text{sgn } \omega d_{so} [\hat{\mathbf{f}}_t \mathbf{h} + \hat{f}_s \mathbf{h} \hat{\boldsymbol{\sigma}}]. \quad (3.203)$$

Далее мы интересуемся триплетной компонентой этого уравнения и учитываем, что $\partial_x \hat{\mathbf{f}}_t|_{\mp d_F/2} = 0$. Правая часть уравнения (3.203) содержит только один член, приводящий к конверсии триплетов с противоположными спинами электронов $\sim \mathbf{h} \hat{\boldsymbol{\sigma}}$ в триплеты с одинаковыми спинами электронов с \mathbf{d} -вектором, перпендикулярным \mathbf{h} . Это член $\sim [\mathbf{n} \times \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \mathbf{p}_s \hat{\tau}_3 \check{f}]$. Остальные члены могут, в принципе, быть того же порядка величины, но не приводят к триплет-триплетной конверсии такого вида и, следовательно, их можно опустить ввиду малости и отсутствия новой физики. Тогда граничные условия на Pt/F границах принимают вид:

$$n_x \nabla_x \hat{f}_s = \gamma \hat{F}_{bcs} \quad (3.204)$$

$$n_x \nabla_x \hat{\mathbf{f}}_t = 4i\tilde{\alpha} \hat{\tau}_3 \hat{\mathbf{f}}_t \times (\mathbf{p}_s \times \mathbf{n}) \quad (3.205)$$

где $\hat{F}_{bcs} = i\tau_3 \hat{\Delta} / \sqrt{\omega^2 + \Delta^2}$, $\tilde{\alpha} = \int dx \alpha(x)$ безразмерный параметр, описывающий силу поверхностного SOC, и γ прозрачность S/F границы. Заметим, что граничное условие (3.205) описывает конверсию p -волновых корреляций в s -волновые, которая обсуждалась выше и изображена на рис. 3.32. Действительно, правая часть уравнения (3.205) равна $-i \int dx \langle (\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}_s) [\hat{\tau}_3, \hat{g}_p] \rangle_p$, где \hat{g}_p p -волновая компонента \hat{g} и интегрирование проводится по слою Pt с $\alpha \neq 0$.

Наконец, предполагая, что $p_s \xi \ll 1$ мы пренебрегаем в уравнении Узаделя членом, описывающим орбитальное распаривание $p_s^2 D$. Т.е. мы сохраняем только линейные по \mathbf{p}_s члены, которые учитываются граничным условием (3.205). Тогда в F слое, где $\alpha = 0$

и $\mathbf{h} \neq 0$ мы получаем линеаризованные уравнения Узаделя

$$\frac{D}{2} \nabla_x^2 \hat{f}_s = |\omega| \hat{f}_s + i \operatorname{sgn} \omega (\mathbf{h} \cdot \hat{\mathbf{f}}_t) \quad (3.206)$$

$$\frac{D}{2} \nabla_x^2 \hat{\mathbf{f}}_t = |\omega| \hat{\mathbf{f}}_t + i \operatorname{sgn} \omega (\mathbf{h} \hat{f}_s) \quad (3.207)$$

Далее получим решение для LRT корреляций в F слое. Рассмотрим режим $\xi_F \ll d_F \ll \xi_N$, который релевантен для экспериментальной ситуации, и в котором решение можно получить в компактной форме. Далее мы интересуемся только LRT компонентой аномальной функции Грина, которая в этом режиме почти не зависит от координат в ферромагнетике. Часть уравнения (3.207), описывающая LRT компоненту с \mathbf{d} -вектором, перпендикулярным обменному полю, имеет вид:

$$\frac{D}{2} \nabla_x^2 \hat{\mathbf{f}}_{t,\perp} = |\omega| \hat{\mathbf{f}}_{t,\perp} \quad (3.208)$$

Характерный пространственный масштаб $\hat{\mathbf{f}}_{t,\perp}$ есть ξ_N . В пределе $\xi_F \ll d_F \ll \xi_N$ это уравнение можно проинтегрировать по d_F :

$$\partial_x \hat{\mathbf{f}}_{t,\perp} \Big|_{d_F/2} - \partial_x \hat{\mathbf{f}}_{t,\perp} \Big|_{-d_F/2} = \frac{2|\omega|d}{D} \hat{\mathbf{f}}_{t,\perp}. \quad (3.209)$$

Подставляя в левую часть уравнения (3.209) граничное условие (3.205), получим:

$$\frac{|\omega|d_F}{D} \hat{\mathbf{f}}_{t,\perp} = 2\tilde{\alpha}i\hat{\tau}_3 \left\{ [(\mathbf{p}_{s,R} \times \mathbf{n}_R) \times \hat{\mathbf{f}}_{t,R}]_{\perp} + [(\mathbf{p}_{s,L} \times \mathbf{n}_L) \times \hat{\mathbf{f}}_{t,L}]_{\perp} \right\} \quad (3.210)$$

Здесь нижние индексы L, R показывают, что соответствующие величины берутся на левой (правой) S/F границах. В рамках теории возмущений до первого порядка по параметру $\tilde{\alpha}p_s\xi$ мы должны подставлять в правую уравнения (3.210) значение триплетной аномальной гриновской функции при нулевом p_s . Оно представляет собой короткодействующие триплеты (SRT) и имеет вид $\hat{\mathbf{f}}_t = \hat{f}_{t,L(R)} \mathbf{n}_h$. Тогда выражение для LRT можно записать следующим образом:

$$\hat{\mathbf{f}}_{t,\perp} = -\frac{2\tilde{\alpha}Di\hat{\tau}_3}{|\omega|d_F} (\hat{f}_{t,L} + \hat{f}_{t,R}) \mathbf{n}_h \times (\mathbf{p}_s \times \mathbf{n}) \quad (3.211)$$

SRT аномальные гриновские функции $\hat{f}_{t,L(R)}$ затухают в ферромагнетик на коротком пространственном масштабе ξ_F и, следовательно, их можно вычислять на каждой из S/F границ по отдельности, используя уравнения Узаделя (3.206)-(3.207) и стандартные граничные условия Куприянова-Лукичева, которые выражаются уравнениями (3.204)-

(3.205) с $p_s = 0$. Вычисляя $\hat{f}_{t,L(R)}$ согласно описанной процедуре, получим:

$$\hat{\mathbf{f}}_{t,L(R)}|_{\mp d_F/2} = i \frac{\gamma \xi_F}{2} \hat{F}_{bcs} e^{\mp \phi/2}. \quad (3.212)$$

Подставляя это выражение в уравнение (3.211), для структуры S/Pt/F, которая изображена на рис. 3.31, получим

$$\hat{\mathbf{f}}_t = -\frac{\gamma \xi_F^2 \tilde{\alpha}}{d_F |\omega|} \hat{\tau}_3 \hat{F}_{bcs} \mathbf{h} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{p}_s) \quad (3.213)$$

Теперь можно вычислить поправку к плотности состояний в ферромагнетике (на его дальнем от сверхпроводника торце), возникающую за счет триплетных корреляций $\delta N(\varepsilon) = \frac{1}{2} |\hat{\mathbf{f}}_t^2|(\omega = i\varepsilon + \delta)$, где δ феноменологический параметр, учитывающий влияние разнообразных распаривающих факторов. Для $d_F \gg \xi_F$ вклад в эту поправку от SRTs исчезает, поэтому $\delta N = 0$ при $B = 0$. Однако, при $B \neq 0$ LRTs, которые описываются уравнением (3.213) начинают давать вклад в $\delta N \propto B^2$.

Для геометрии джозефсоновского контакта, изображенной на вставке в рис. 3.33, обе S/F границы генерируют SRT компоненты и результирующее выражение для LRT имеет вид:

$$\hat{\mathbf{f}}_{t,\perp} = -\frac{2\gamma \xi_F^2 \tilde{\alpha} \cos \phi/2}{d_F |\omega|} \hat{\tau}_3 \hat{F}_{bcs} \mathbf{h} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{p}_s) \quad (3.214)$$

Рассмотрим дальнедействующий джозефсоновский эффект, который индуцируется магнитным полем в структуре, изображенной на вставке в рис. 3.33. Для рассматриваемой задачи проще всего вычислять ток на одной из S/F границ. Тогда его можно записать как

$$j = i\gamma \frac{\sigma_F}{e} \pi T \sum_{\omega > 0} \text{Tr} \hat{\tau}_3 (\hat{f}_s \hat{F}_{bcs})(x = d_F), \quad (3.215)$$

где нам необходимо вычислить \hat{f}_s в ведущем (втором) порядке по отношению к $\tilde{\alpha}(p_s \xi_N)$. Мы предполагаем, что толщина F слоя d_F находится в том же режиме, что и выше. Тогда синглетные и короткодействующие триплетные корреляции быстро затухают в глубину ферромагнетика и их опять можно вычислять на каждой из S/F границ по отдельности. Для определенности рассмотрим правую S/F границу. Для того, чтобы найти их во втором порядке по $\tilde{\alpha}(p_s \xi)$, нам нужно подставить поправку первого порядка к триплетной аномальной гриновской функции (3.214) в правую часть уравнения (3.205). Тогда, решая уравнения (3.204)-(3.208), получим следующий результат для \hat{f}_s :

$$\hat{f}_s = -\frac{\gamma}{2} \xi_F \hat{F}_{bcs}^R - \tilde{\alpha}^2 (\mathbf{p}_s \mathbf{n}_h)^2 \frac{4D\gamma |\Delta| \tau_2 \xi_F^2 \cos(\chi/2)}{d_F s |\omega|}.$$

Подстановка этого выражения в (3.215) дает синусоидальное ток-фазовое соотношение $I = I_c \sin \phi$ с критическим током

$$I_c/I_{c0} = \xi^2(\mathbf{p}_s \mathbf{n}_h)^2 \text{Re} \left[\psi \left(\frac{1+ia}{2} \right) - \psi \left(\frac{1}{2} \right) \right], \quad (3.216)$$

где $\mathbf{n}_h = \mathbf{h}/h$, ψ ди-гамма функция, $a = \Delta/\pi T$, $I_{c0} = 4\sigma_F \Delta (\gamma \tilde{\alpha} \xi_F)^2 / ed_F$ и σ_F проводимость ферромагнетика.

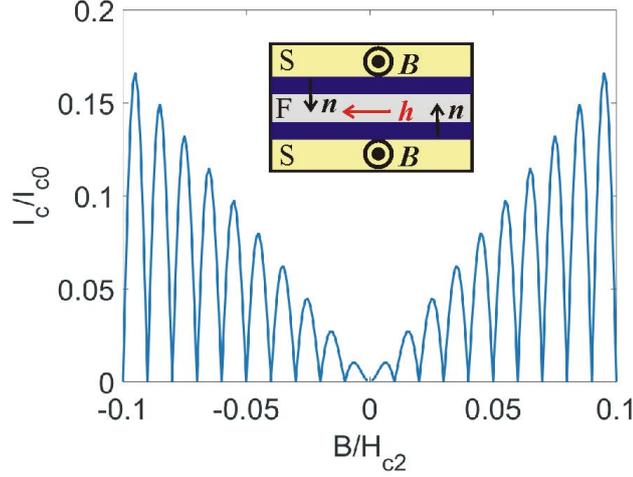


Рис. 3.33: Интерференционная картина критического тока $I_c(\Phi)$ для индуцированного магнитным полем джозефсоновского эффекта в контакте, изображенном на вставке. Используются параметры $T = 0.1\Delta$, $d_F = \xi$, $L\lambda_L = 20\xi^2$ и введено обозначение $H_{c2} = \Phi_0/\xi^2$.

Физическое происхождение необычного поведения осцилляций критического тока в зависимости от приложенного магнитного поля на рис. 3.33 определяется механизмом генерации LRT магнитным полем, который здесь рассматривается. Как было получено в уравнении (3.213), амплитуда LRT пропорциональна импульсу конденсата \mathbf{p}_s , который генерируется внешним магнитным полем через эффект Мейсснера. Найдем связь между этим импульсом и приложенным полем. Рассмотрим два сверхпроводящих электрода, разделенные ферромагнетиком толщиной d_F . В случае туннельных S/F границ и слабого эффекта близости магнитное поле в ферромагнетике, т.е. при $|x| < d_F/2$ равно внешнему $B = B_0$, а в сверхпроводящих электродах оно экранируется как

$$B = B_0 e^{(d_F/2-x)/\lambda_L} \text{ for } x > d_F/2 \quad (3.217)$$

$$B = B_0 e^{(x+d_F/2)/\lambda_L} \text{ for } x < -d_F/2. \quad (3.218)$$

Векторный потенциал, удовлетворяющий соотношению $B = \partial_x A$ имеет вид:

$$A = -\lambda_L B_0 e^{(d_F/2-x)/\lambda_L} + B_0(d_F/2 + \lambda_L) \text{ for } x > d_F/2 \quad (3.219)$$

$$A = \lambda_L B_0 e^{(x+d_F/2)/\lambda_L} - B_0(d_F/2 + \lambda_L) \text{ for } x < -d_F/2 \quad (3.220)$$

$$A = B_0 x \text{ for } |x| < d_F/2 \quad (3.221)$$

Т.к. A не стремится к нулю 0 при $x \rightarrow \pm\infty$, возникают фазовые градиенты $\nabla\varphi = \pm B_0(d_F/2 + \lambda_L)/\Phi_0$, которые обеспечивают зануление импульса конденсата в объеме сверхпроводника. Тогда импульс конденсата имеет вид:

$$p_s = -(\lambda_L B_0/\Phi_0) e^{(d_F/2-x)/\lambda_L} \text{ for } x > d_F/2 \quad (3.222)$$

$$p_s = (\lambda_L B_0/\Phi_0) e^{(x+d_F/2)/\lambda_L} \text{ for } x < -d_F/2 \quad (3.223)$$

Вблизи S/F границ $x = \pm d_F/2$ имеем $p_s = \mp \lambda_L B_0/\Phi_0$. Следовательно, амплитуда критического тока растет как $I_c \propto B^2$ для маленьких значений приложенного поля, когда полный поток через площадь контакта $\Phi = 2\lambda_L L B$ мал $\Phi \ll \Phi_0$. Здесь L длина контакта вдоль S/F границ. Для больших полей мы должны учесть изменение вдоль S/F границы, что приводит к появлению обычного фактора $(L \sin \phi)/\phi$ в критическом токе, где $\phi = 2\pi\Phi/\Phi_0$. В результате получаем, что критический ток как функция поля осциллирует как обычно, но огибающая этих осцилляций линейно растет от поля $I_c \propto B$, как показано на рис. 3.33. Этот рост ограничен сверху распаривающими эффектами, из которых наиболее важным является вход вихря [414] в сверхпроводящие берега, вызванный внешним магнитным полем B . Это происходит при полях порядка H_v , когда импульс конденсата на краях сверхпроводника достигает критического распаривающего значения $p_s \xi \sim 1$. В зависимости от силы беспорядка можно получить [414] $H_v/H_{c2} \sim 0.1 - 0.19$. Для таких образцов орбитальными эффектами можно пренебречь при полях $B < 0.1H_{c2}$. Именно в таком диапазоне полей построен рис. 3.33.

Характерную величину критического тока, индуцированного магнитным полем, можно оценить, используя уравнение (3.216) с типичными параметрами контакта [149]. Предположим, что площадь контакта $50 \times 50 \mu\text{m}^2$, $\sigma_F \sim (50 \mu\Omega \text{ cm})^{-1}$, $d_F \sim \gamma^{-1} \sim 5\xi_F$ и $D \sim 10 \text{ cm}^2/\text{s}$, $h \sim 500 \text{ K}$ т.ч. $\xi_F \sim 3\text{nm}$. Сверхпроводящая щель в Nb $\Delta \sim 10\text{K}$, поэтому критический ток $I_c \sim 10^{-1}(p_s \xi)^2 \tilde{\alpha}^2 \text{ A}$. Взяв $\tilde{\alpha} \sim 0.1 - 1$ [311, 415, 416] и $p_s \xi = 0.3$, получим $I_c \sim 10^{-2} - 10^{-4} \text{ A}$, что много больше, чем критический ток S/F/S контактов, в которых LRT генерируется магнитной неоднородностью [149]. Также это значение I_c много больше, чем полученное в литературе для планарной геометрии [417], т.к. наш механизм не имеет физических ограничений на площадь контакта.

Поведение $I_c(B)$ на рис. 3.33 сильно отличается от результатов, полученных ранее для неферромагнитных контактов с SOC [16, 418] и ферромагнитных без SOC [419].

Это поведение можно рассматривать как прямое следствие того, что в системе присутствуют LRTs, сгенерированные комбинацией ферромагнетизма, рашбовской SOC и мейсснеровского тока. Направление \mathbf{h} на рис. 3.33 можно зафиксировать путем выбора ферромагнетика с легкой осью анизотропии, которая перпендикулярна приложенному полю \mathbf{B} . Такие сценарии реализованы экспериментально, для образцов железа наблюдались коэрцитивные поля порядка 0.3 Т [420]. Это превосходит величину приложенного поля во всем диапазоне, представленном на рис. 3.33 при условии, что $H_{c2} < 3$ Т, что довольно типично для Nb сверхпроводящих берегов.

3.4.2. Динамическая триплетная сверхпроводимость, индуцированная ас полем и рашбовской спин-орбитой в S/F/S контактах

Джозефсоновские контакты (JJs) являются ключевыми элементами сверхпроводящей электроники. В течении нескольких десятилетий ведется интенсивный поиск физических принципов и технологий, которые бы позволили создать сверхпроводящие транзисторы на основе цепей, содержащих JJs, имеющих возможность контролируемого переключения между сверхпроводящими и резистивными состояниями [18]. Надежда состоит в том, что такие устройства откроют дорогу к энергосберегающим сверхпроводниковым компьютерам [28]. Кроме того, с недавних пор интерес к JJs с электрически контролируемым джозефсоновским током связан еще и с возможностью их использования в области квантовой информации [29, 30]. До недавнего времени основные усилия в этой области были сосредоточены на системах, где джозефсоновские токи контролируются через затвор. Эта концепция была реализована в мезоскопических системах со слабыми связями из нормального металла [19–24], полупроводника [18, 25, 26, 29, 30] и на основе квантовых точек [15, 27]. Вообще говоря, электростатический контроль при помощи постоянного напряжения затвора не достаточен для многих приложений, подразумевающих оперирование транзисторами при высоких частотах. Поэтому представляется важным выйти за пределы режима постоянного напряжения затвора и найти физические механизмы, которые могли бы дать возможность контролировать джозефсоновский критический ток высокочастотными полями.

В этом подразделе мы изучаем динамические триплетные состояния, которые генерируются внешними переменными электрическими полями. С точки зрения физики этот эффект близок к рассмотренному в предыдущем подразделе, т.к. опять триплетная сверхпроводимость индуцируется движением конденсата, но теперь это движение вызвано приложением переменного электромагнитного поля, а не постоянного магнитного. Кроме фундаментального интереса, эффект открывает возможность контроля джозефсоновского тока высокочастотными полями. Данный механизм позволяет достигнуть

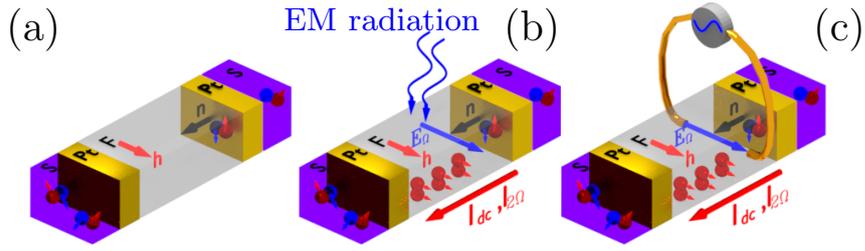


Рис. 3.34: **Схема рассматриваемой системы.** S/F контакт с SOC типа Рашбы на S/F границе, которое создается тонким слоем Pt. (a) В основном состоянии контакта присутствуют только короткодействующие триплетные корреляции, показанные синими и красными шарами с противоположно направленными спинами. (b,c) Генерация LRTs облучением системы электромагнитным полем (b) или источником переменного тока (c). В обоих случаях в ферромагнитной слабой связи создается электрическое поле $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_\Omega e^{i\Omega t}$. LRTs показаны схематично красными шарами с однонаправленными стрелками, которые отвечают спиновым состояниям, сонаправленным с обменным полем \mathbf{h} .

скоростей переключения в терагерцовом и даже видимом частотном диапазоне.

Как уже обсуждалось в предыдущем подразделе, амплитуда спин-триплетных корреляций может быть описана в терминах спинового вектора $\mathbf{d} = (d_x, d_y, d_z)$:

$$\hat{f} = (d_x - id_y)|\uparrow\uparrow\rangle + (d_x + id_y)|\downarrow\downarrow\rangle + d_z(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle) \quad (3.224)$$

В большинстве работ, посвященных спин-триплетной сверхпроводимости, рассматривался только ее контроль через статические поля. В ряде работ [421–425] также исследовалось влияние прецессии намагниченности на джозефсоновский ток через генерацию этой прецессией динамических триплетов. Здесь мы изучаем другой способ генерации динамических триплетных корреляций, не связанный с динамикой намагниченности слабой связи. Мы показываем, что внешнее переменное электрическое поле индуцирует триплетные корреляции, спиновый вектор которых устроен следующим образом:

$$\mathbf{d}(\varepsilon, t) = \int dt' K_d(\varepsilon, t - t') (\mathbf{E}(t') \times \mathbf{n}) \times \mathbf{h}, \quad (3.225)$$

где \mathbf{n} нормаль к плоскости S/F границ. Как обычно, спиновый вектор \mathbf{d} зависит от энергии квазичастицы ε . Однако, рассматриваемая задача является существенно нестационарной и поэтому он также зависит от времени. Скалярное ядро $K_d(\varepsilon, t - t')$ определяется деталями микроскопической модели. Масштаб нелокальности по времени определяется характерными частотами отклика сверхпроводящего конденсата на переменное поле. Возможные схемы систем, в которых можно реализовать эффект, показаны на рис. 3.34.

Параметр порядка (3.225) является примером предложенных в последнее время динамических параметров порядка [349, 426–428]. В отличие от известных систем с внутренним спин-триплетным спариванием, таких как сверхтекучий He^3 [343], корреляции, которые описываются уравнениями (3.224), (3.225), отвечают s -волновому спариванию, т.к. спиновый вектор в уравнении (3.225) не зависит от направления движения объединенных в пару электронов. Поэтому спин-триплетные корреляции Eq. (3.225) устойчивы относительно рассеяния на немагнитных примесях. Кроме того, они представляют собой пример нечетного по частоте спаривания.

Спиновый вектор \mathbf{d} в уравнении (3.225) перпендикулярен \mathbf{h} . Поэтому в соответствии с уравнением (3.224) он описывает сверхпроводящие корреляции с проекцией спина пары ± 1 на направление обменного поля. Такие пары устойчивы к распариванию в ферромагнетике и представляют собой LRTs. В отсутствие электрического поля в ферромагнетике есть только короткодействующие триплеты, которые локализованы на расстоянии порядка магнитной длины когерентности $\xi_F \sim 1$ нм от S/F границы, как показано на рис. 3.34(a). Поэтому здесь по сути обсуждается механизм электрической генерации спин-триплетной сверхпроводимости, которая может переносить джозефсоновский ток через толстый F слой, как показано на рис. 3.34(b,c). Система может быть использована как фотоактивный джозефсоновский контакт. Эта терминология означает, что джозефсоновский ток через S/F/S контакт можно включать воздействием внешнего облучения, как на рис. 3.34(b). Или же джозефсоновский ток можно индуцировать источником переменного тока, как показано на рис. 3.34(c). Такая система может рассматриваться как джозефсоновский транзистор, контролируемый высокочастотным источником напряжения.

Качественная физика эффекта генерации LRTs переменным электрическим полем не отличается от случая генерации длинного триплета постоянными мейсснеровскими токами, который был рассмотрен в предыдущем подразделе. Гармоническое внешнее электрическое поле на частоте Ω вызывает осцилляционное движение куперовских пар с импульсом конденсата $\mathbf{p}_s = -2ie\mathbf{E}_\Omega/\Omega$, дальнейшие рассуждения не отличаются от изложенных выше.

Количественно действие внешнего электрического поля на S/F/S контакт можно описать в рамках уравнения Узаделя для квазиклассической гриновской функции $\check{g}(\varepsilon, t, \mathbf{r})$. В смешанном (ε, t) представлении оно имеет вид:

$$iD\hat{\partial}_{\mathbf{r}}(\check{g} \otimes \hat{\partial}_{\mathbf{r}}\check{g}) = [\hat{\tau}_3(\varepsilon - \mathbf{h}\hat{\sigma} + \hat{\Delta}), \check{g}]_{\otimes}, \quad (3.226)$$

где $\hat{\tau}_i$ и $\hat{\sigma}_i$ матрицы Паули в частично-дырочном и спиновом пространствах, соответственно, а $\hat{\sigma} = (\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2, \hat{\sigma}_3)^T$. Гриновская функция $\check{g}(\varepsilon, t, \mathbf{r})$ является матрицей 8×8 в прямом произведении частично-дырочного, спинового и келдышевского пространств. В смешанном представлении мы делаем преобразование Фурье по разнице двух времен-

ных аргументов гриновской функции $t_1 - t_2 \rightarrow \varepsilon$, но полученная гриновская функция все еще зависит от времени через $t = (t_1 + t_2)/2$ из-за нестационарного характера рассматриваемой задачи. В смешанном представлении обычное умножение заменяется на \otimes -произведение, которое определяется как $\check{A} \otimes \check{B} = \exp((i/2)(\partial_{\varepsilon_A} \partial_{t_B} - \partial_{\varepsilon_B} \partial_{t_A})) \check{A}(\varepsilon, t) \check{B}(\varepsilon, t)$. В случае $\mathbf{A}(t) = \mathbf{A}_\Omega \exp[i\Omega t]$ это \otimes -произведение сводится к $\mathbf{A}(t) \otimes \check{g}(\varepsilon, t) = \mathbf{A}_\Omega \check{g}(\varepsilon + \Omega/2, t) \exp[i\Omega t]$ and $\check{g}(\varepsilon, t) \otimes \mathbf{A}(t) = \mathbf{A}_\Omega \check{g}(\varepsilon - \Omega/2, t) \exp[i\Omega t]$.

В уравнении (3.226) D это константа диффузии и $\hat{\Delta} = |\Delta(x)| \exp[i\chi(x)\hat{\tau}_3] \hat{\tau}_1$. Мы полагаем $|\Delta(x)| = 0$ в области слабой связи джозефсоновского контакта $-d_F/2 \leq x \leq d_F/2$, и $|\Delta(x)| = \Delta$ and $\chi(x) = \mp\chi/2$ в левом (правом) сверхпроводящих берегах. Удлиненная производная в уравнении (3.226) имеет вид:

$$\hat{\partial}_k \check{g} = \nabla_k \check{g} - i \left[\alpha \hat{A}_k + \frac{e}{c} A_k \hat{\tau}_3, \check{g} \right]_{\otimes} \quad (3.227)$$

Переменное электрическое поле $\mathbf{E}(t)$ описывается зависящим от времени векторным потенциалом $\mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{A}/c$. Рашбовское SOC в уравнении (3.227) описывается как SU(2) калибровочное поле $\hat{A} = \mathbf{n} \times \hat{\sigma}$.

В F области сверхпроводящие корреляции малы, что позволяет линеаризовать уравнение Узаделя, т.ч. $\hat{g}^{R,A} = \pm \hat{\tau}_3 + \check{f}^{R,A}$, где аномальную гриновскую функцию $\check{f}^{R,A} = \hat{f}_s^{R,A} + \hat{f}_t^{R,A} \boldsymbol{\sigma}$ можно записать как сумму спин-синглетной $f_s^{R,A}$ и спин-трипленной $\hat{f}_t^{R,A}$ компонент. Линеаризованное уравнение Узаделя принимает вид:

$$\begin{aligned} & 2\varepsilon \check{f}^{R,A} - \{\mathbf{h}\hat{\sigma}, \check{f}^{R,A}\} \mp 2i\hat{\tau}_3 \hat{\Delta} = \\ & \pm iD \left(\partial_x^2 \check{f}^{R,A} - \frac{e^2}{c^2} \sum_{ij} \mathbf{A}_{\Omega_i} \mathbf{A}_{\Omega_j} e^{i(\Omega_i + \Omega_j)t} \sum_{a,b=\pm 1} \check{f}^{R,A} \left(\varepsilon + \frac{a\Omega_i + b\Omega_j}{2} \right) \right. \\ & \left. - \frac{2\alpha e \hat{\tau}_3}{c} \sum_i \mathbf{A}_{\Omega_i} e^{i\Omega_i t} \left[\mathbf{n} \times \hat{\sigma}, \left(\check{f}^{R,A} \left(\varepsilon + \frac{\Omega_i}{2} \right) + \check{f}^{R,A} \left(\varepsilon - \frac{\Omega_i}{2} \right) \right) \right] - \right. \\ & \left. \alpha^2 [\mathbf{n} \times \hat{\sigma}, [\mathbf{n} \times \hat{\sigma}, \check{f}^{R,A}]] \right) \end{aligned} \quad (3.228)$$

Мы предполагаем, что SOC локализовано вблизи S/F границ на масштабе d_{so} много меньше ξ_F , а также мы предполагаем $\xi_F \ll d_F \ll \xi_{\Omega_i} = \sqrt{D/\Omega_i}$, что является вполне реалистичным условием. В этом случае SOC отсутствует в большей части слабой связи и его можно учесть как граничное условие $x = \mp d_F/2$. Тогда уравнение Узаделя (3.228) в области слабой связи имеет обычный вид:

$$\pm iD \partial_x^2 \check{f}^{R,A} = 2\varepsilon \check{f}^{R,A} - \{\mathbf{h}\hat{\sigma}, \check{f}^{R,A}\}. \quad (3.229)$$

Далее мы вводим безразмерную силу поверхностного SOC $\tilde{\alpha} = \int dx \alpha(x) \ll 1$, предполагаем $p_s \xi_S \ll 1$, $p_s \xi_{\Omega_i} \ll 1$ и проводим вычисления в рамках теории возмущений по отношению к этим малым параметрам. Малыми членами $\propto \mathbf{A}_{\Omega_i} \mathbf{A}_{\Omega_j}$, которые не явля-

ются спин-активными и не приводят к синглет-триплетной или SRT-LRT конверсии мы пренебрегаем.

Чтобы получить граничное условие, надо проинтегрировать уравнение (3.228) по областям $-d_F/2 < x < -d_F/2 + d_{so}$ и $d_F/2 - d_{so} < x < d_F/2$ с ненулевым SOC вблизи S/F границ. Результат имеет вид:

$$n_x \partial_x \check{f}_t^{R,A} = \frac{2e}{c} \tilde{\alpha} \hat{\tau}_3 \sum_i \mathbf{A}_{\Omega_i} e^{i\Omega_i t} [\mathbf{n} \times \hat{\boldsymbol{\sigma}}, (\check{f}_t^{R,A}(\varepsilon + \frac{\Omega_i}{2}) + \check{f}_t^{R,A}(\varepsilon - \frac{\Omega_i}{2}))], \quad (3.230)$$

где $n_x = \pm 1$ для левой(правой) S/F границы. Некоторые члены, которые присутствуют в уравнении (3.228), опущены в уравнении (3.230). Причина состоит в том, что они не приводят к SRT \rightarrow LRT конверсии и, таким образом, дают следующие несущественные поправки в рамках теории возмущений.

Явная спиновая структура триплетных корреляций видна из \mathbf{d} -вектора, т.к. $\check{f}_t^{R,A} = \mathbf{d}^{R,A} \hat{\boldsymbol{\sigma}}$. В терминах \mathbf{d} -вектора граничное условие (3.230) можно переписать как

$$n_x \partial_x \mathbf{d}^{R,A} = \frac{4ie}{c} \tilde{\alpha} \hat{\tau}_3 \sum_i e^{i\Omega_i t} (\mathbf{A}_{\Omega_i} \times \mathbf{n}) [\mathbf{d}^{R,A}(\varepsilon + \frac{\Omega_i}{2}) + \mathbf{d}^{R,A}(\varepsilon - \frac{\Omega_i}{2})]. \quad (3.231)$$

Граничное условие для синглетной компоненты представляет собой обычное условие Куприянова-Лукичева

$$n_x \nabla_x \hat{f}_s^{R,A} = \gamma \hat{F}_{bcs}^{R,A}, \quad (3.232)$$

где $\hat{F}_{bcs}^{R,A} = \mp \tau_3 \hat{\Delta}/(\varepsilon \pm i\delta)$.

Вычисление LRT. В рассматриваемом пределе $\xi_F \ll d_F \ll \xi_{\Omega_i}$ решение системы уравнений (3.229), (3.230) и (3.232) до первого порядка по параметру $\tilde{\alpha} p_s \xi_S$ имеет вид:

$$\check{f}^{R,A} = \check{f}_s^{R,A} + \mathbf{d}_h^{R,A} \hat{\boldsymbol{\sigma}} + \mathbf{d}^{R,A} \hat{\boldsymbol{\sigma}}. \quad (3.233)$$

Короткодействующие компоненты аномальной гриновской функции $f_s^{R,A}$ и $\mathbf{d}_h^{R,A}$ можно найти на каждой из границ по отдельности, т.к. они затухают на масштабе $\sim \xi_F$ от границы. В нулевом порядке по отношению к $\tilde{\alpha} p_s \xi_S$ непосредственно на левой (правой) границе они имеют вид:

$$\begin{pmatrix} \check{f}_s^{R,A} \\ \mathbf{d}_{h,l(r)}^{R,A} \end{pmatrix} = -\frac{\gamma \xi_F}{2} \hat{F}_{bcs,l(r)}^{R,A} \begin{pmatrix} 1 \\ \mp i \end{pmatrix}, \quad (3.234)$$

где $\hat{F}_{bcs,l(r)}^{R,A} = \mp \tau_3 \hat{\Delta}_{l,r}/(\varepsilon \pm i\delta)$ объемные решения вида БКШ для аномальной гриновской

в левом (правом) сверхпроводнике.

$$\mathbf{d}^{R,A}(\varepsilon, t) = \sum_j \mathbf{d}_{\Omega_j}^{R,A}(\varepsilon) e^{i\Omega_j t}, \quad (3.235)$$

с

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{\Omega}^{R,A}(\varepsilon) = & \pm \frac{2e}{c} \frac{\tilde{\alpha} D}{d(\varepsilon \pm i\delta)} \hat{\tau}_3 (\mathbf{A}_{\Omega} \times \mathbf{n}_r) \times \\ & \sum_{a=\pm 1} \left[\mathbf{d}_{h,r}^{R,A}(\varepsilon + a\Omega/2) - \mathbf{d}_{h,l}^{R,A}(\varepsilon + a\Omega/2) \right] \end{aligned} \quad (3.236)$$

Подставляя $\mathbf{d}_{h,l(r)}^{R,A}$ из уравнения (3.234) в (3.236) получим $\mathbf{d}_{\Omega}^{R,A}(\varepsilon) = K_d^{R,A}(\varepsilon, \Omega) [(\mathbf{E}_{\Omega} \times \mathbf{n}) \times \mathbf{h}]$ с ядром

$$K_d^{R,A}(\varepsilon, \Omega) = \mp \frac{4e\tilde{\alpha}\xi_F^2(\gamma\xi_F)|\Delta| \sin(\chi/2) \hat{\tau}_2}{d_F [(\varepsilon \pm i\delta)^2 - (\Omega/2)^2] \Omega}. \quad (3.237)$$

Вычисление джозефсоновского тока. Выражение для джозефсоновского тока через квазиклассическую гриновскую функцию имеет вид:

$$I = -\frac{\sigma_F S}{16e} \int d\varepsilon \text{Tr}_4 \left[\hat{\tau}_3 \check{g} \otimes \hat{\nabla} \check{g} \right]^K, \quad (3.238)$$

где σ_F проводимость ферромагнетика и S площадь поверхности контакта. Удобно вычислять джозефсоновский ток на одной из границ. Тогда, используя граничные условия Куприянова-Лукичева, его можно выразить через гриновскую функцию ферромагнетика на границе $\check{g}_{l(r)}$ и гриновскую функцию сверхпроводящих берегов $\check{g}_{s,l(r)}$:

$$I = \mp \frac{\sigma_F \gamma S}{32e} \int d\varepsilon \text{Tr}_4 \left\{ \hat{\tau}_3 [\check{g}_{BCS,l(r)}, \check{g}_{l(r)}]_{\otimes}^K \right\}. \quad (3.239)$$

Линеаризуя это выражение по отношению к аномальной функции Грина и предполагая, что функция распределения имеет равновесный вид, уравнение (3.239) можно переписать в следующем виде:

$$\begin{aligned} I = \mp \frac{\sigma_F \gamma S}{16e} \int d\varepsilon \text{Tr}_2 \left[\left\{ \frac{\hat{\Delta}_{l(r)}}{\varepsilon + i\delta}, \hat{f}_{s,l(r)}^R \otimes \tanh \frac{\varepsilon}{2T} \right\}_{\otimes} + \right. \\ \left. \left\{ \frac{\hat{\Delta}_{l(r)}}{\varepsilon - i\delta}, \tanh \frac{\varepsilon}{2T} \otimes \hat{f}_{s,l(r)}^A \right\}_{\otimes} \right]. \end{aligned} \quad (3.240)$$

Синглетную часть аномальной функции Грина, входящую в это уравнение, надо вычислять во втором порядке по отношению к $\tilde{\alpha} p_s \xi_S$, т.к. в нулевом порядке перекрытие f_s , приходящих от обеих границ, в области слабой связи пренебрежимо мало и, таким об-

разом, не вносит вклада в джозефсоновский ток. Поправку второго порядка к f_s можно найти из уравнения (3.229) и граничных условий (3.231)-(3.232). Результат имеет вид:

$$\hat{f}_{s,l(r)}^{(2)R,A} = \mp \frac{2e}{c} \tilde{\alpha} \xi_F \hat{\tau}_3 \sum_i e^{i\Omega_i t} \left([(\mathbf{A}_{\Omega_i} \times \mathbf{n}_{l(r)}) \times \sum_{a=\pm 1} \mathbf{d}^{R,A}(\varepsilon + \frac{a\Omega_i}{2})] \mathbf{n}_h \right), \quad (3.241)$$

где $\mathbf{n}_h = \mathbf{h}/h$.

В случае, если дальнедействующий эффект близости вызван гармонической электромагнитной волной, ток-фазовое соотношение имеет вид:

$$I(\chi, t) = [I_{dc}^c + I_{2\Omega}^c \cos(2\Omega t)] \sin \chi. \quad (3.242)$$

Т.е. критический ток имеет dc компоненту $I_{dc}^c \propto E_\Omega E_{-\Omega}$ и вторую гармонику $I_{2\Omega}^c \propto E_\Omega^2$. Сначала рассмотрим dc компоненту джозефсоновского тока:

$$\hat{f}_{s,dc}^{(2)R,A} = \mp \frac{2e}{c} \tilde{\alpha} \xi_F \hat{\tau}_3 \left\{ [(\mathbf{A}_\Omega \times \mathbf{n}) \sum_{a=\pm 1} \mathbf{d}_{-\Omega}^{R,A}(\varepsilon + \frac{a\Omega}{2})] \mathbf{n}_h + \Omega \rightarrow -\Omega \right\} \quad (3.243)$$

Хотя вклад второго порядка в f_s затухает достаточно быстро от границы в ферромагнетик (на расстояниях порядка ξ_F), $f_s^{(2)}$ на левой (правой) границе содержит информацию о сверхпроводящих корреляциях на противоположной границе и поэтому дает вклад в джозефсоновский ток. Эта информация переносится через LRT компоненту \mathbf{d}_Ω , которая затухает гораздо медленнее и является примерно константой в области слабой связи в рассматриваемом режиме $d_F \ll \xi_\Omega$. Подставляя LRT компоненту \mathbf{d}_Ω в уравнение (3.243) из (3.236), получаем из уравнения (3.240) dc джозефсоновский ток:

$$I_{dc} = I_{dc}^c \sin \chi, \\ I_{dc}^c = \frac{4I_0 |\cos \Phi|^2}{a^2} \left[\text{Re}[\psi(\frac{1+ia}{2})] - \psi(\frac{1}{2}) \right], \quad (3.244)$$

где $a = \Omega/\pi T$, $\psi(x)$ дигамма функция и мы ввели обозначение $\cos \Phi = (\mathbf{E}_\Omega \mathbf{n}_h)/|\mathbf{E}_\Omega|$. I_0 дает характерный масштаб величины как постоянной компоненты критического тока, так и второй гармоники и определяется выражением:

$$I_0 = -S\sigma_F(\Delta/ed_F)(2\gamma\tilde{\alpha}\xi_F/\pi)^2(\xi_S e/\Omega)^2(\Delta/T)^2|E_\Omega|^2 \quad (3.245)$$

где введена длина когерентности в сверхпроводнике $\xi_S = \sqrt{D/\Delta}$. Масштаб тока (3.245) определяется величинами, которые характеризуют физический механизм, ответственный за формирование LRT. Он пропорционален квадрату конденсатной волновой функции LRT и, следовательно, квадратичен по электрическому полю и SOC.

Теперь рассмотрим вторую гармонику джозефсоновского тока. Для вклада второй

гармоники в синглетную аномальную гриновскую функцию получим:

$$\hat{f}_{s,2\Omega}^{(2)R,A} = \mp \frac{2e}{c} \tilde{\alpha} \xi_F \hat{\tau}_3 [(\mathbf{A}_\Omega \times \mathbf{n}) \sum_{a=\pm 1} \mathbf{d}_\Omega^{R,A} (\varepsilon + \frac{a\Omega}{2})] \mathbf{n}_h \quad (3.246)$$

Подстановка LRTкомпоненты \mathbf{d}_Ω из уравнения (3.236) дает следующий ответ для вклада в ток второй гармоники:

$$I_{2\Omega} = I_{2\Omega}^c \cos(2\Omega t) \sin \chi, \quad (3.247)$$

$$I_{2\Omega}^c = \frac{2I_0 |\cos \Phi|^2}{a} \left| \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{(2n+1+2ia)^2} - \frac{1}{(2n+1)^2} \right) \right|.$$

Поведение постоянной компоненты I_{dc}^c и второй гармоники критического тока $I_{2\Omega}^c$ в зависимости от частоты переменного поля $\Omega/\pi T$ представлено на рис. 3.35. Видно, что постоянная компонента доминирует при $\hbar\Omega/\pi T \lesssim 1$, что отвечает частотному диапазону вплоть до ТГц при не очень низких криогенных температурах.

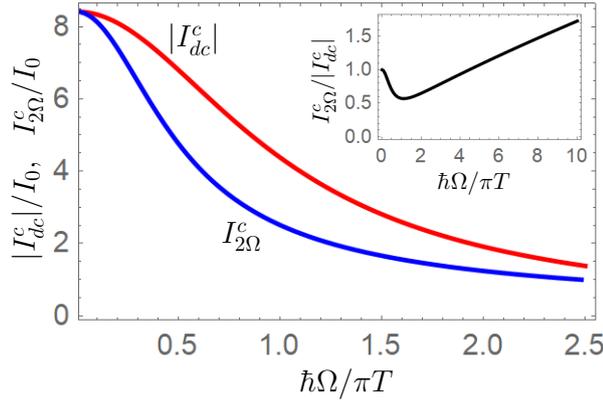


Рис. 3.35: **Постоянная компонента критического тока и вторая гармоника.** I_{dc}^c (красная линия) и $I_{2\Omega}^c$ (синяя) как функции $\Omega/\pi T$. Токи нормированы на I_0 . На вставке показано отношение $I_{2\Omega}^c/I_{dc}^c$ как функция частоты.

Характерную величину тока I_0 можно оценить, используя типичные параметры JJ с ферромагнитной слабой связью [149]. Возьмем площадь контакта $50 \times 50 \mu\text{m}^2$, $\sigma_F \sim (50 \mu\Omega \text{ cm})^{-1}$, $d_F \sim \gamma^{-1} \sim 5\xi_F$ и $D \sim 10 \text{ cm}^2/\text{s}$, $h \sim 500 \text{ K}$ т.ч. $\xi_F \sim 3\text{nm}$. Если взять величину сверхпроводящей щели, ориентируясь на Nb $\Delta \sim 10\text{K}$, то критический ток $I_0 \sim 10^{-1} (p_s \xi_S)^2 \tilde{\alpha}^2 \text{ A}$. Взяв $\tilde{\alpha} \sim 0.1-1$ [311,415,416], получим ток $I_0/(p_s \xi_S)^2 \sim 10^{-1}-10^{-3} \text{ A}$. Импульс конденсата определяется полем как $|p_s| = 2eE_\Omega/\Omega$ и, используя это соотношение, можно оценить критический ток в терминах мощности приложенного излучения $P = c|E_\Omega|^2$ или переменного напряжения, приложенного к контакту. Для системы, изображенной на рис. 3.34(b) это дает $(p_s \xi_S)^2 = P/P_c$, где $P_c = (c\hbar/e^2)\hbar\Omega^2/\xi_S^2$ мощность излучения, которое ускоряет куперовские пары до скорости распаривания. Если взять $\xi_S \approx 30 \text{ nm}$, то получим $P_c \approx 10(\Omega/\text{GHz})^2 \text{ W/m}^2$. Поэтому такие джозефсоновские

контакты довольно чувствительны к радиочастотному и микроволновому излучению. Типичный сотовый телефон генерирует на расстоянии 1 метра микроволновое излучение $\Omega \approx 3 - 4$ ГГц и $P \sim P_c$, которое должно индуцировать достаточно большой ток $I_0 \sim 10^{-1} - 10^{-3}$ А. В то же время, чувствительность системы к приложенному излучению сильно падает с ростом частоты. Для частот, отвечающих реликтовому излучению $P_c \approx 10^6$ W /m², т.ч. плотность мощности $P = 10^{-5}$ W /m² индуцирует достаточно малый критический ток $I_0 \sim 10^{-12} - 10^{-15}$ А. Тем не менее, используя источники терагерцового и видимого излучения все еще возможно индуцировать достаточно большие критические токи. Излучение с частотой 1 ТГц и мощностью 1 mW /mm² дает $I_0 \sim 10^{-5} - 10^{-7}$ А. Лазерный пучок частоты $\Omega \sim 10^6$ ГГц, несущий мощность 1 mW и сфокусированный на размере 1 μm^2 , индуцирует критический ток $I_0 \sim 10^{-6} - 10^{-8}$ А, что вполне измеримо.

Хорошо известно, что вольт-амперные характеристики джозефсоновских контактов под влиянием периодического воздействия (периодического тока через контакт или излучения) проявляют ступеньки Шапиро при $2eV = \hbar n \Omega$. В нашем случае присутствие второй гармоники в критическом джозефсоновском токе (3.242) приводит к появлению ступенек Шапиро с необычными свойствами даже если через контакт пропускается постоянный ток. Для рассматриваемой системы ступеньки Шапиро возникают при напряжениях $2eV = 2\hbar n \Omega$. Таким образом, в нашем фотоактивном контакте возникают только четные ступеньки Шапиро. Очевидно, это является следствием того, что переменная компонента критического тока осциллирует с частотой в два раза большей, чем частота источника излучения. Второе существенное отличие от обычного случая состоит в том, что значение критического тока растет с ростом мощности приложенного излучения, как это продемонстрировано различными кривыми на рис. 3.36. Это является характерным признаком наличия LRTs, индуцированных излучением.

Джозефсоновский фотомагнитный элемент. Индуцируемый электрическим полем джозефсоновский ток через JJ открывает интересную возможность создания фотомагнитных элементов на основе сверхпроводящего витка со слабой связью, которая формируется фотоактивным джозефсоновским контактом. Мы показали, что прикладывая излучение к системе, которая показана на рис. 3.36, возможно индуцировать спонтанный ток, циркулирующий в витке, который в свою очередь производит постоянную компоненту магнитного поля B_{dc} .

Рассмотрим dc СКВИД, одна из ветвей которого содержит фотоактивный джозефсоновский контакт, а другая обычный джозефсоновский π -контакт, которые широко используются в качестве пассивных фазовых шифтеров в устройствах RSFQ-логики [429]. Динамика джозефсоновских фаз χ_1 фотоактивного JJ и χ_2 π -JJ определяется системой связанных уравнений типа синус-Гордона [430], которая близка к системе уравнений, описывающих обычный dc СКВИД. Существенное отличие определяется двумя факто-

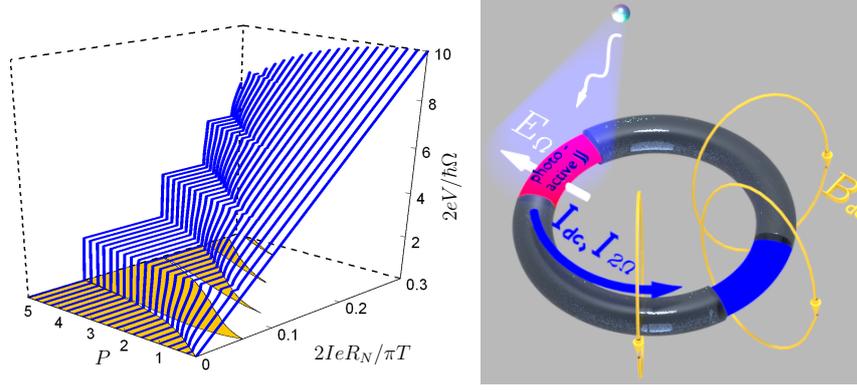


Рис. 3.36: **Левая панель. IV-характеристики фото-активного JJ под действием постоянного приложенного тока I .** Разные синие кривые отвечают разным значениям мощности приложенного излучения $P = 2eR_N I_{dc}^c / (\hbar\Omega)$ при заданной частоте $\hbar\Omega/\pi T = 0.03$. Желтым закрашены области плоскости (I, P) , в которых напряжение на контакте остается константой. **Правая панель. Схематичное изображение фотомагнитного СКВИДа.** Система состоит из фотоактивного джозефсоновского контакта (красная слабая связь) и обычного JJ (синяя слабая связь). Электрическое поле $\mathbf{E}_\Omega e^{i\Omega t}$, создаваемое приложенным излучением, включает как постоянную I_{dc} , так и переменную $I_{2\Omega} e^{2i\Omega t}$ компоненты циркулирующего тока. Постоянная компонента индуцирует магнитное поле \mathbf{B}_{dc} , показанное желтыми стрелками.

рами. Первый - это возможность различных параметрических эффектов из-за того, что амплитуда тока в фотоактивном JJ зависит от времени. Эти эффекты можно ожидать на частотах, сравнимых с собственной частотой сверхпроводящего витка $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. Здесь мы рассматриваем противоположный случай $\Omega \ll \omega_0$ и используем второе нетривиальное свойство системы, которое состоит в том, что критический ток фотоактивного JJ контролируется внешним излучением.

В этом случае мы можем разделить временные масштабы, отвечающие быстрым осцилляциям и медленный, усредненный по периоду дрейф, который описывается координатой $\boldsymbol{\chi} = (\bar{\chi}_1, \bar{\chi}_2)$, где $\bar{\chi}_k = \Omega \int_0^{\Omega^{-1}} \chi_k dt$. Мы предполагаем, что фотоиндуцированный ток достаточно мал, т.ч. $\omega_{ph} \ll \Omega$, где $\omega_{ph} = \sqrt{2\pi I_{dc}^c / C \Phi_0}$ джозефсоновская плазменная частота. При этом условие можно пренебречь вкладом в силу порядка $(\omega_{ph}/\Omega)^2$, происходящим от усреднения второй гармоники тока. Тогда усредненные по периоду фазы подчиняются уравнению:

$$\partial_t^2 \boldsymbol{\chi} + \gamma \partial_t \boldsymbol{\chi} = -\partial_{\boldsymbol{\chi}} U(\boldsymbol{\chi}) \quad (3.248)$$

$$U(\boldsymbol{\chi}) = \frac{\omega_0^2}{2} (\chi_1 + \chi_2)^2 + \omega_p^2 \cos \bar{\chi}_2 - \omega_{ph}^2 \cos \bar{\chi}_1 \quad (3.249)$$

где $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ и $\gamma = 1/RC$, которые представляют собой резонансную частоту и скорость затухания, соответственно.

В отсутствие внешнего излучения $\omega_{ph} = 0$, поэтому токи отсутствуют и разности

фаз равны нулю $\bar{\chi}_{1,2} = 0$. Излучение включает фотоактивный контакт, т.е. $\omega_{ph} \neq 0$ и, постепенно увеличивая мощность излучения, мы получаем, что состояние с нулевым током становится неустойчивым при условии

$$I_{dc}^c > \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{\omega_0 \omega_p}{\sqrt{\omega_0^2 + \omega_p^2}} \quad (3.250)$$

где $\omega_p = \sqrt{2\pi I_{\pi}^c / C \Phi_0}$ плазменная частота, отвечающая обычному JJ. Для типичных значений $\omega_p = \omega_0 \sim 10$ ГГц получаем, что пороговое значение в правой части уравнения (3.250) составляет примерно 10^{-6} А.

Если условие (3.250) выполняется, то СКВИД переключается в состояние с ненулевым постоянным током I_{dc} и постоянным магнитным полем \mathbf{B}_{dc} , схематически показанное на рис. 3.36. Величину фотоиндуцированного магнитного потока можно оценить как LI_{dc}^c . Для типичных значений индуктивности витка СКВИДа $L \approx 10^{-11}$ Гн и $I_{dc}^c \approx 10^{-6}$ А получаем поток порядка $10^{-2}\Phi_0$.

Можно также получить беспороговый фотомагнитный отклик, если вторая ветвь СКВИДа содержит джозефсоновскую фазовую батарею [15, 16, 284, 431], которая реализуется джозефсоновским контактом с аномальной разностью фаз в основном состоянии $I = I_{\varphi}^c \sin(\chi - \varphi_0)$ с $\varphi_0 \neq \pi n$. Такие фотомагнитные элементы генерируют dc ток $I_{dc} \approx I_{dc}^c \cos \varphi_0$ и отвечающее ему магнитное поле \mathbf{B}_{dc} при воздействии произвольно малой мощности излучения.

3.4.3. Триpletная сверхпроводимость, индуцированная мейсснеровскими токами и примесной спин-орбитой в S/F/S контактах

В данном подразделе показано, что эффект генерации LRTs движением конденсата не ограничивается гибридными системами с поверхностным SOC типа Рашбы, а существует в существенно более широком классе систем с примесным спин-орбитальным взаимодействием.

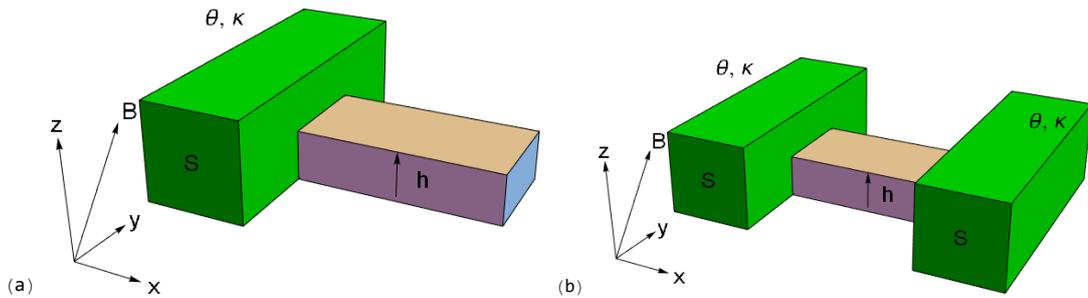


Рис. 3.37: Схемы рассматриваемых систем. (a) S/F геометрия. (b) S/F/S геометрия.

Мы рассматриваем два типа структур: S/F бислои и S/F/S джозефсоновский контакт. S/F бислой изображен на рис. 3.37(a) и состоит из полубесконечного s -волнового сверхпроводника при $x \leq 0$ и ферромагнитного слоя $0 < x \leq d_F$ с обменным полем $\mathbf{h} = (0, 0, h)$. S/F/S контакт, изображенный на рис. 3.37(b), состоит из двух сверхпроводников, разделенных ферромагнитной слабой связью при $0 < x < d_F$ с тем же самым обменным полем. Предполагается, что в сверхпроводниках присутствует внешнее (индуцированное примесями) SOC. Такой тип SOC существует в различных сверхпроводящих материалах типа Nb [432], NbN [433], V [434] и других. Также известно, что допирование немагнитных материалов тяжелыми атомами типа Ir или Pt может индуцировать примесное SOC [435, 436]. Поэтому возможно, что такое допирование может привести к появлению новых сверхпроводящих материалов с примесным SOC.

Обобщение квазиклассической теории гриновских функций в диффузном пределе, учитывающее эффекты примесного SOC, было развито в работах [269, 270, 437, 438]. Эта теория была использована для предсказания ряда эффектов в сверхпроводящих структурах, связанных с SOC [269, 437]. В рамках этой теории примесное SOC входит в уравнения Узаделя через спин-холловский угол θ , коэффициент переключения спинового тока (spin swapping coefficient) κ и время спин-орбитального рассеяния τ_{so} . Здесь мы рассматриваем в рамках этой теории эффект генерации LRTs движущимся конденсатом. S/F границы рассматриваются как в прозрачном, так и в туннельном пределах. Системы помещаются во внешнее магнитное поле с векторным потенциалом $\mathbf{A} = (0, A_y(x), A_z(x))$, $\text{div } \mathbf{A} = 0$ и $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} = -\hat{\mathbf{e}}_y \partial_x A_z(x) + \hat{\mathbf{e}}_z \partial_x A_y(x)$.

Обобщенное уравнение Узаделя имеет вид [270]:

$$[\omega_n \check{\tau}_3 - i\check{\Delta} + i(\mathbf{h} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}) \check{\tau}_3, \check{g}] + \check{\nabla}_k \check{J}_k = -\frac{1}{8\tau_{so}} [\hat{\sigma}_a \check{g} \hat{\sigma}_a, \check{g}] + \check{T}. \quad (3.251)$$

$\omega_n = \pi T(2n + 1)$, $n = 0, \pm 1, \dots$ фермионные мацубаровские частоты при температуре T . $\check{\tau}_0 = \check{1}$, $\check{\tau}_1$, $\check{\tau}_3$, $\check{\tau}_3$ и $\hat{\sigma}_0 = \hat{1}$, $\hat{\sigma}_x$, $\hat{\sigma}_y$, $\hat{\sigma}_z$ матрицы Паули в частично-дырочном и спиновом пространствах, соответственно.

Матричную гриновскую функцию в частично-дырочном пространстве \check{g} можно параметризовать следующим образом:

$$\check{g} = \begin{pmatrix} \hat{g}, & \hat{f} \\ -\hat{f}^c, & -\hat{g}^c \end{pmatrix}, \quad (3.252)$$

с условием нормировки $\check{g}^2 = \check{\tau}_0$. Компоненты \check{g} не являются независимыми. Связь между ними удобно выразить через операцию \sim -сопряжения [8], которая в используемом нами представлении имеет вид $\tilde{q}(\mathbf{R}, i\omega_n) = -q^*(\mathbf{R}, i\omega_n)$. Если определить $\hat{g} = g_s + \mathbf{g}_t \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}$, $\hat{f} = f_s + \mathbf{f}_t \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}$, тогда $\hat{g}^c = -\tilde{g}_s + \tilde{\mathbf{g}}_t \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}$, $\hat{f}^c = \tilde{f}_s - \tilde{\mathbf{f}}_t \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}$. f_s и \mathbf{f}_t описывают синглетные и триплетные корреляции, соответственно, g_s и \mathbf{g}_t независимую от спина и спиновую

части нормальной гриновской функции.

Сверхпроводящий параметр порядка имеет вид:

$$\check{\Delta} = \begin{pmatrix} 0, & \Delta \\ -\Delta^*, & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.253)$$

Далее мы пренебрегаем пространственными изменениями сверхпроводящего параметра порядка в берегах из-за обратного эффекта близости, т.е. считаем $|\Delta(x)| = const$.

Обобщенный матричный ток \check{J}_k и вращательный момент \check{T} , входящие в уравнение (3.251), имеют вид [270]:

$$\begin{aligned} \check{J}_k &= -D\check{g}\check{\nabla}_k\check{g} + \frac{D\epsilon_{kja}}{4} \left[\theta \left\{ \check{\nabla}_j\check{g}, \hat{\sigma}_a \right\} \check{g} + i\kappa \left[\check{g}\check{\nabla}_j\check{g}, \hat{\sigma}_a \right] \check{g}, \check{g} \right], \\ \check{T} &= -\frac{D\theta}{4}\epsilon_{kja} \left[\check{g}\check{\nabla}_k\check{g}\check{\nabla}_j\check{g}, \hat{\sigma}_a \right] + \frac{iD\kappa}{4}\epsilon_{kja} \left[\check{\nabla}_k\check{g}\check{\nabla}_j\check{g}, \hat{\sigma}_a \right]. \end{aligned} \quad (3.254)$$

ϵ_{kja} тензор Леви-Чивитты. D коэффициент диффузии.

Векторный потенциал $\mathbf{A}(x)$ входит в уравнения (3.251) и (3.254) в калибровочно-инвариантном виде через ковариантную производную

$$\check{\nabla}_k\check{M} = \nabla_k\check{M} + i \left[\frac{\mathbf{p}_s}{2}\check{\tau}_3, \check{M} \right]. \quad (3.255)$$

Здесь мы уже сделали калибровочное преобразование $\check{g} \rightarrow \exp(im\varphi\check{\tau}_3/2)\check{g}\exp(-im\varphi\check{\tau}_3/2)$, т.ч. фаза параметра порядка $\varphi(x)$ и векторный потенциал $\mathbf{A}(x)$ объединяются в импульс конденсата $\mathbf{p}_s = m\nabla\varphi - \frac{2e}{c}\mathbf{A}$.

Спин-холловский угол θ , коэффициент переключения спинового тока κ и время спин-орбитального рассеяния τ_{so} считаются отличными от нуля только в сверхпроводнике. Мы считаем $\tau_{so} \gg 1/T_c$ в конечных ответах, пока не оговорено обратное. Обменное поле \mathbf{h} не равно нулю только в ферромагнитном слое $0 < x < d_F$. Лондоновская глубина проникновения предполагается наибольшим масштабом длины в системе $\lambda_L \gg (\xi_{(S,F)}, d_F)$, т.е. велика по сравнению со сверхпроводящими длинами когерентности $\xi_S = \sqrt{\frac{D_S}{2\pi T_c}}$, $\xi_F = \sqrt{\frac{D_F}{h}}$ и шириной ферромагнетика.

Уравнение (3.251) следует дополнить граничными условиями. Если считать S/F границы полностью прозрачными, то граничные условия представляют собой непрерывность гриновской функции $\check{g}(x)$ и матричного тока \check{J}_x на границе [438]:

$$\check{g}_S = \check{g}_F, \quad \check{J}_{xS} = \check{J}_{xF}. \quad (3.256)$$

в этом случае для простоты положим $D_S = D_F = D$, $\nu_{0S} = \nu_{0F} = \nu_0$, где $\nu_{0(S,F)}$ плотности состояний на уровне Ферми в нормальном состоянии сверхпроводника и ферромагнетике, соответственно.

Для случая туннельных S/F границ мы используем модифицированное граничное условие Куприянова-Лукичева, которое было предложено в [269]:

$$\begin{aligned}\mathbf{n} \cdot \check{\mathbf{J}} &= \frac{D_F}{2R_b\sigma_F} [\check{g}_S, \check{g}_F], \\ \frac{\sigma_S}{D_S} \check{J}_{xS} &= \frac{\sigma_F}{D_F} \check{J}_{xF}.\end{aligned}\tag{3.257}$$

$\mathbf{n} = (\pm 1, 0, 0)$ единичный вектор нормали к S/F границы, $\check{\mathbf{J}} = (\check{J}_x, \check{J}_y, \check{J}_z)$. R_b сопротивление S/F границы на единицу площади поверхности, σ_S и σ_F проводимости сверхпроводящей и ферромагнитной областей. На внешней поверхности S/F бислюа $x = d_F$ граничное условие имеет вид $\check{J}_{xF} = 0$.

LRT в S/F гибридах. Сначала обсудим качественную физику генерации LRTs в S/F гибридах с примесным SOC. Ключевыми для этого эффекта параметрами являются спин-холловский угол θ и коэффициент переключения спинового тока κ . В присутствии ненулевого импульса конденсата \mathbf{p}_s каждый из них генерирует LRTs по своему собственному физическому механизму, которые физически различны.

Спин-холловский угол отвечает за аналог хорошо известного спинового эффекта Холла [439] в сверхпроводящих системах. А именно, было показано [269], что при $\theta \neq 0$ ненулевой импульс конденсата индуцирует триплетные компоненты конденсата на краях сверхпроводящей полоски конечной ширины. Векторная структура триплетной волновой функции куперовской пары определяется нормалью к краям полоски \mathbf{n} и импульсом конденсата \mathbf{p}_s как $\mathbf{f}_t \propto \mathbf{p}_s \times \mathbf{n}$. Для рассматриваемого нами случая роль краев играет S/F граница. После входа в ферромагнитную область триплетные пары чувствуют обменное поле ферромагнетика \mathbf{h} . Выберем ось квантования спина вдоль \mathbf{h} . Тогда, если \mathbf{h} сонаправлено с $\mathbf{p}_s \times \mathbf{n}$, единственная ненулевая компонента $\mathbf{f}_t = f_t \mathbf{e}_z$ направлена вдоль оси z . Т.е. триплетные корреляции состоят из пар с противоположными спинами, которые затухают в ферромагнетике на масштабе магнитной длины когерентности ξ_F [79]. Как уже упоминалось ранее, это очень короткая длина порядка нескольких нанометров в обычных ферромагнетиках типа *Fe* или пермаллоя. В то же время, если \mathbf{h} имеет ненулевую компоненту, перпендикулярную $\mathbf{p}_s \times \mathbf{n}$ [что означает, что работает только p_{sz} компонента импульса конденсата], вектор триплетных корреляций \mathbf{f}_t больше не сонаправлен с осью z и имеет перпендикулярную ей компоненту, которая описывает пары с равными спинами. Такие пары далеко проникают в ферромагнетик [80] и затухают на масштабе нормальной длины когерентности $\propto \sqrt{D_F/2\pi T_c}$, которая имеет порядок величины от десятков до сотни нанометров в зависимости от материала. Таким образом, соответствующий выбор направления импульса конденсата позволяет сделать триплетны пары, которые генерируются через сверхпроводящий спиновый эффект Холла, слабозатухающими в ферромагнетике.

Второй механизм генерации LRTs реализуется через коэффициент переключения

спинового тока κ . Он совершенно другой. В отличие от предыдущего механизма, в отсутствие обменного поля в системе триплетные пары по этому механизму не генерируются. Это утверждение подтверждается дальше прямыми вычислениями. При наличии обменного поля LRTs индуцируются в две стадии. Сначала на S/F границе генерируются короткоживущие триплеты с противоположными спинами через механизм обычной синглет-триплетной конверсии [79]. Затем спин этих пар, которые имеют ненулевой импульс из-за движения конденсата вдоль границы, частично поворачивается через spin current swapping mechanism [441]. Для того, чтобы создать LRT пары через этот механизм, т.е. чтобы индуцировать компоненту \mathbf{f}_t , перпендикулярную $\mathbf{h} = h\mathbf{e}_z$, импульс конденсата опять должен иметь ненулевую компоненту вдоль направления z .

Далее рассмотрим несколько конкретных примеров S/F гибридов, в которых LRTs генерируются через эти механизмы.

S/F бислои с абсолютно прозрачными границами. Рассмотрим S/F бислой, изображенный на рис. 3.37(а). Линеаризуем уравнение Узаделя (3.251) по отношению к аномальной функции Грина, считая, что мы находимся в режиме $T \rightarrow T_c$, $\Delta \rightarrow 0$. Тогда гриновская функция имеет вид $\check{g} = \check{\tau}_3 \text{sgn } \omega_n + \check{f}$. Можно видеть, что вращательный момент \check{T} в уравнении (3.254) имеет второй порядок по отношению к \hat{f} , \hat{f}^c , поэтому он не входит в линеаризованное уравнение Узаделя. Члены $\epsilon_{kja} \tilde{\nabla}_k \check{g} \tilde{\nabla}_j \check{g} \propto \epsilon_{kja} \tilde{\nabla}_k \check{f} \tilde{\nabla}_j \check{f}$ в $\tilde{\nabla}_k \check{J}_k$ также второго порядка по аномальной гриновской функции и поэтому опущены. Член $D\epsilon_{kja} \tilde{\nabla}_k \tilde{\nabla}_j \check{g} \propto De|\text{rot } \mathbf{A}|/c \propto h(\xi_F p_s)(\xi_F/\lambda_L) \ll h$ в ферромагнетике или $\propto T_c(\xi_S p_s)(\xi_S/\lambda_L) \ll T_c$ в сверхпроводнике. Поэтому ими мы также пренебрегаем. В результате в сверхпроводящей области получаем следующее линеаризованное уравнение Узаделя для $\hat{f} = f_s + \mathbf{f}_t \cdot \hat{\sigma}$:

$$\begin{cases} |\omega_n| f_s + i\Delta - \frac{D}{2} (f_s'' - p_s^2 f_s) = 0, \\ |\omega_n| \mathbf{f}_t - \frac{D}{2} (\mathbf{f}_t'' - p_s^2 \mathbf{f}_t) = -\frac{1}{2\tau_{so}} \mathbf{f}_t. \end{cases} \quad (3.258)$$

Здесь $p_s^2 = p_{sy}^2 + p_{sz}^2$. Импульс конденсата изменяется на масштабах, которые определяются лондоновской глубиной проникновения λ_L . Она является самым большим масштабом длины в системе. Поэтому мы можем рассматривать импульс конденсата в сверхпроводящих берегах в локальном приближении, т.е. считать константой. Его пространственная зависимость может быть существенна в ферромагнитной области, например в джозефсоновской структуре, см. ниже. Здесь мы предполагаем $p_s \xi_S \ll 1$, что позволяет рассматривать только линейные по p_s члены и пренебрегать всеми орбитальными эффектами. При $x \leq 0$ решение уравнений (3.258) имеет вид:

$$\begin{aligned} f_s(x) &= -\frac{i\Delta}{|\omega_n|} + \left(\frac{i\Delta}{|\omega_n|} + f_{s0} \right) e^{\lambda_{S_s} x}, \\ \mathbf{f}_t(x) &= \mathbf{f}_{t0} e^{\lambda_{S_t} x}, \end{aligned} \quad (3.259)$$

где $f_{s0} \equiv f_s(x=0)$ и $\mathbf{f}_{t0} = (f_{x0}, f_{y0}, f_{z0})^T \equiv \mathbf{f}_t(x=0)$ значения синглетной и триплетной аномальных гриновских функций на S/F границе, $\lambda_{Ss} = \sqrt{\frac{2|\omega_n|}{D} + p_s^2} \approx \sqrt{\frac{2|\omega_n|}{D}}$, $\lambda_{St} = \sqrt{\frac{2|\omega_n|}{D} + p_s^2 + \frac{1}{D\tau_{so}}} \approx \sqrt{\frac{2|\omega_n|}{D} + \frac{1}{D\tau_{so}}}$.

В ферромагнитном слое получаем:

$$\begin{cases} |\omega_n|f_s + i \operatorname{sgn} \omega_n (\mathbf{h} \cdot \mathbf{f}_t) - \frac{D}{2} f_s'' = 0, \\ |\omega_n| \mathbf{f}_t + i \operatorname{sgn} \omega_n \mathbf{h} f_s - \frac{D}{2} \mathbf{f}_t'' = 0. \end{cases} \quad (3.260)$$

При $x < 0 \leq d_F$ решение уравнений (3.260) имеет вид:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} f_s \\ f_z \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{f_{s0}+f_{z0}}{2} \\ \frac{f_{s0}+f_{z0}}{2} \end{pmatrix} \frac{\cosh[\lambda_{F+}(x-d_F)]}{\cosh[\lambda_{F+}d_F]} + \begin{pmatrix} \frac{f_{s0}-f_{z0}}{2} \\ -\frac{f_{s0}-f_{z0}}{2} \end{pmatrix} \frac{\cosh[\lambda_{F-}(x-d_F)]}{\cosh[\lambda_{F-}d_F]}, \\ \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} f_{x0} \\ f_{y0} \end{pmatrix} \frac{\cosh[\lambda_{FL}(x-d_F)]}{\cosh[\lambda_{FL}d_F]}. \end{aligned} \quad (3.261)$$

Здесь $\lambda_{FL} = \sqrt{\frac{2|\omega_n|}{D}}$, $\lambda_{F\pm} = \sqrt{\frac{2(|\omega_n| \pm i h \operatorname{sgn} \omega_n)}{D}} \approx (1 \pm i \operatorname{sgn} \omega_n) \sqrt{\frac{h}{D}}$ as $\xi_F = \sqrt{\frac{D}{h}} \ll \xi_S$. Граничные условия $\check{g}(x=-0) = \check{g}(x=+0)$ и $\check{J}_x(x=d_F) = 0$ в выражениях (3.261) уже учтены.

Используя второе граничное условие в уравнении (3.256), получаем значения синглетной и триплетной аномальных гриновских функций на S/F границе. Общие выражения достаточно громоздки и поэтому здесь не приводятся. Однако при физически разумном предположении $\tau_{so} \gg 1/T_c$ возможно упрощенное аналитическое рассмотрение. В этом случае $\lambda_{Ss} = \lambda_{St} = \lambda_{FL} = \lambda_s$. Мы также предполагаем $d_F \gg (\xi_F, \xi_S)$, что дает $\tanh \lambda_{(F\pm, FL)} d_F \approx 1$. До первого порядка по θ , κ и до первого порядка по T_c/h получаем:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} f_{s0} \\ f_{z0} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} f_{s0} \\ f_{z0} \end{pmatrix}^{(0)} + \begin{pmatrix} f_{s0} \\ f_{z0} \end{pmatrix}^{(1)}, \\ \begin{pmatrix} f_{s0} \\ f_{z0} \end{pmatrix}^{(0)} &= -\frac{\Delta}{|\omega_n|} \frac{i \lambda_s \xi_F}{Z} \begin{pmatrix} 1 + \lambda_s \xi_F \\ -i \operatorname{sgn} \omega_n \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} f_{s0} \\ f_{z0} \end{pmatrix}^{(1)} &= \frac{\theta p_{sy} \xi_F}{Z} \hat{K} \begin{pmatrix} f_{s0} \\ f_{z0} \end{pmatrix}^{(0)}, \end{aligned} \quad (3.262)$$

где $Z = 1 + (1 + \lambda_s \xi_F)^2$ и $\hat{K} = \operatorname{diag}\{2, -\lambda_s \xi_F(2 + \lambda_s \xi_F)\}$. Верхние индексы (0) и (1) обозначают члены нулевого и первого порядка по отношению к $\theta p_s \xi_S$ и $\kappa p_s \xi_S$. f_{x0} и f_{y0}

являются величинами первого порядка по этим параметрам и имеют вид:

$$\begin{pmatrix} f_{x0} \\ f_{y0} \end{pmatrix} = \frac{\Delta}{|\omega_n|} \frac{i \operatorname{sgn} \omega_n p_{sz} \xi_F}{2Z} \begin{pmatrix} \kappa \\ i\theta(1 + \lambda_s \xi_F) \end{pmatrix}. \quad (3.263)$$

Из уравнения (3.263) видим, что f_x и f_y индуцируются движением конденсата. Более того, в генерации этих компонент (которые и представляют собой LRTs) играет роль только p_{sz} компонента импульса конденсата, что уже качественно обсуждалось выше. В соответствии с уравнением (3.261) эти корреляции затухают на масштабе λ_s^{-1} , который велик по сравнению с масштабом $[\operatorname{Re} \lambda_{F\pm}]^{-1}$ затухания короткоживущих корреляций (SRTs).

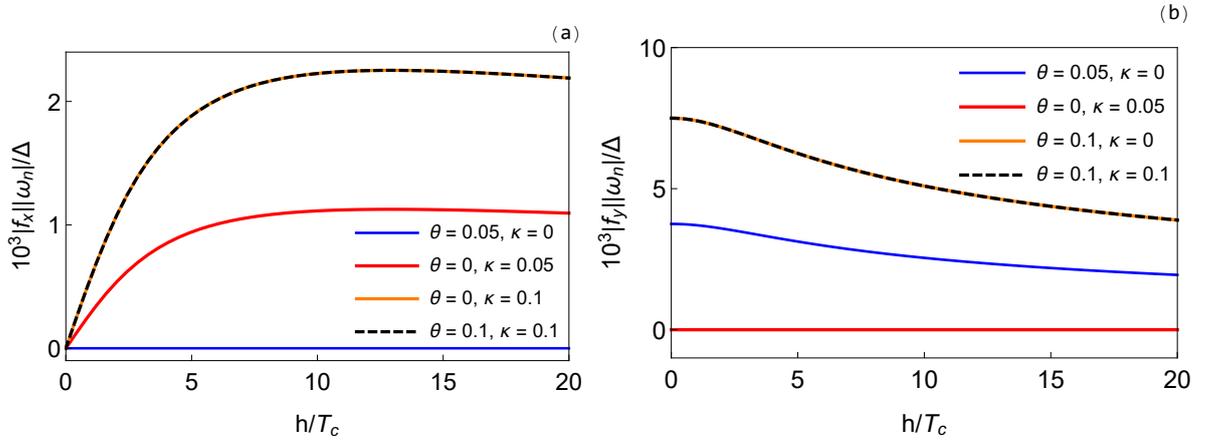


Рис. 3.38: LRTs $|f_x(h)|$ (a) и $|f_y(h)|$ (b) как функции обменного поля. Для обеих панелей пунктирная черная и сплошная оранжевая линии совпадают. Параметры системы $D_S = D_F$, $\omega_n = \pi T_c$, $p_{sy} \xi_S = 0$, $p_{sz} \xi_S = 0.3$.

Поведение LRTs в зависимости от h (при произвольных значениях параметра h/T_c) показано на рис. 3.38. Уравнение (3.263) описывает на этом рисунке поведение в пределе $h/T_c \gg 1$. Данные, представленные на рис. 3.38, подтверждают физическую картину генерации LRTs, описанную выше. В самом деле, при $\theta \neq 0$, $\kappa = 0$ триплетные корреляции не исчезают при $h \rightarrow 0$. Можно показать, что при $h = 0$:

$$\mathbf{f}_{t0} = \frac{\operatorname{sgn} \omega_n \Delta \theta}{4|\omega_n| \lambda_s} [\mathbf{n} \times \mathbf{p}_s]. \quad (3.264)$$

Эти индуцированные движением конденсата триплетные корреляции в отсутствие обменного поля уже рассматривались в литературе [269] и физически трактуются как сверхпроводящий аналог спинового эффекта Холла. $f_y \propto p_{sz}$ компонента триплетных корреляций в уравнении (3.264) является слабозатухающей в ферромагнетике. В случае $\theta = 0$, $\kappa \neq 0$ $f_{x,y}$ исчезает при $h \rightarrow 0$, таким образом подтверждая наше качественное утверждение о том, что механизм генерации LRT через κ требует, чтобы в системе уже были короткоживущие триплетные пары, которые появились в результате синглет-

триплетной конверсии на S/F границе. Из рис. 3.38 также видно, что θ не влияет на f_x компоненту длинного триплета, а κ не вносит вклада в f_y во всем диапазоне значений h , а не только в пределе $h/T_c \gg 1$, как это следует из уравнения (3.263).

За пределами линейного приближения по отношению к $p_s \xi_S$ существует оптимальное значение импульса конденсата, отвечающее максимальной амплитуде слабозатухающих триплетных корреляций, т.к. амплитуда LRTs ограничена сверху эффектами орбитального распаривания $\propto p_s^2$, которыми мы пренебрегали в рамках линейного рассмотрения.

Джозефсоновский S/F/S контакт с абсолютно прозрачными границами. Теперь рассмотрим джозефсоновский S/F/S контакт, изображенный на рис. 3.37(b), который состоит из s -волновых сверхпроводящих берегов $x \leq 0$ и $x \geq d_F$ с внутренним спин-орбитальным взаимодействием и ферромагнитной слабой связи $0 < x < d_F$ с обменным полем $\mathbf{h} = (0, 0, h)$. Предполагается, что $d_F \gg \xi_F$. Параметры берегов θ , κ , $|\Delta|$, τ_{so} такие же, как и для бислоя. Также предполагается, что между берегами есть разность фаз φ , т.е. $\Delta(x \leq 0) = |\Delta|e^{i\varphi/2}$, $\Delta(x \geq d_F) = |\Delta|e^{-i\varphi/2}$. S/F границы полностью прозрачны, поэтому граничные условия на них имеют вид $\check{J}_x(x = d_F - 0) = \check{J}_x(x = d_F + 0)$ и $\check{g}(x = d_F - 0) = \check{g}(x = d_F + 0)$ вместо $\check{J}_x(x = d_F) = 0$. Внешнее магнитное поле опять лежит в zy -плоскости $\mathbf{A} = (0, A_y(x), A_z(x))$, $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A} = -\hat{\mathbf{e}}_y \partial_x A_z(x) + \hat{\mathbf{e}}_z \partial_x A_y(x)$.

При условии $d_F \gg \xi_F$ джозефсоновский ток переносится только LRT. SRT f_s и f_{tz} , которые генерируются на S/F границах, не перекрываются и поэтому совпадают с результатом предыдущего рассмотрения для бислоя с подстановкой соответствующего значения $\Delta(x)$. Мы также учитываем, что импульс конденсата, который генерируется сверхпроводником в ответ на приложенное внешнее поле, имеет противоположные направления в сверхпроводящих берегах. Тогда для LRT в F получаем следующий ответ:

$$\begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = \frac{i|\Delta|p_{sz}\xi_F e^{-\lambda_s d_F/2}}{\omega_n Z} \cos\left[\frac{\varphi}{2} + i\lambda_s(x - \frac{d_F}{2})\right] \begin{pmatrix} \kappa \\ i\theta(1 + \lambda_s \xi_F) \end{pmatrix} \quad (3.265)$$

Теперь мы можем вычислить джозефсоновский ток:

$$\begin{aligned} j_x(\varphi) &= i \frac{\sigma \pi T_c}{e} \sum_{\omega > 0} \left[\tilde{f}_x \partial_x f_x + \tilde{f}_y \partial_x f_y - \text{c. c.} \right] = \\ &= -\frac{4\sigma}{e} \frac{|\Delta|^2 \kappa^2 + \theta^2 \left(1 + \frac{\xi_F}{\xi_S}\right)^2}{\pi T_c \left[1 + \left(1 + \frac{\xi_F}{\xi_S}\right)^2\right]^2} \frac{(\xi_F p_{sz})^2}{4\xi_S} e^{-d_F/\xi_S} \sin \varphi. \end{aligned} \quad (3.266)$$

Здесь $\sigma = 2e^2 \nu_0 D$ проводимость ферромагнетика. В нижней строке уравнения (3.266) учтена только первая мацубаровская частота. В пределе $\frac{h}{T_c} \gg 1$ выражение (3.266)

упрощается:

$$\begin{aligned}
j_x(\varphi) &= -\frac{\sigma |\Delta|^2}{e \pi T_c} e^{-d_F/\xi_S} (\kappa^2 + \theta^2) \frac{(p_{sz} \xi_F)^2}{4\xi_S} \sin \varphi = \\
&= -\frac{j_{c0}}{16} (\kappa^2 + \theta^2) (p_{sz} \xi_S)^2 \frac{\xi_F^2}{\xi_S^2} \sin \varphi = -j_c \sin \varphi.
\end{aligned} \tag{3.267}$$

Здесь $j_{c0} = \frac{4\sigma |\Delta|^2}{e \pi T_c} e^{-d_F/\xi_S} \frac{1}{\xi_S}$ плотность критического тока соответствующего S/N/S контакта с теми же параметрами границ и проводимостью [147]. Для оценки амплитуды критического тока мы берем типичные параметры S/F/S контакта [149]: площадь контакта $S \sim 50 \mu m \times 50 \mu m$, проводимость $\sigma \sim (50 \mu\Omega cm)^{-1}$, длина слабой связи $d_F \sim 5\xi_F$, коэффициент диффузии $D \sim 10 cm^2/s$, обменное поле ферромагнетика $h \sim 500 K$, so $\xi_F \sim 3 nm$, типичное значение параметра порядка $|\Delta| \sim 1 K$ (режим $T \rightarrow T_c$), критическая температура $T_c \sim 10 K$, т.ч. $\xi_S \sim 30 nm$, спин холловский угол $\theta \sim 0.1 - 0.001$ [394, 433, 434, 440], коэффициент переключения спинового тока $\kappa \sim 0.1 - 0.001$ [441]. Используя эти данные, получаем $\frac{I_c}{I_{c0}} \sim 10^{-10} - 10^{-6}$ для $p_{sz} \xi_S \sim 0.3$ и $I_c = j_c S$. Для $I_{c0} \sim 10^0 A$ приходим к оценке $I_c \sim 10^{-10} - 10^{-6} A$, что вполне достижимо в современных экспериментах. Если учесть конечную прозрачность реальных джозефсоновских контактов, то по порядку величины получим те же значения. Это обобщение обсуждается ниже. Стоит заметить, что эта оценка критических токов меньше полученной для S/F/S структуры с LRTs, которые генерируются SOC типа Рапшбы, обменным полем и движением конденсата [68, 442] и обсуждались в предыдущих подразделах. Причина состоит в том, что типичные значения $\alpha_R \sim 0.1 - 1$ [311, 415, 416] больше, чем θ и κ .

В нашем случае контакт находится в π -состоянии независимо от его ширины $d_F \gg \xi_F$. Аналогичный сдвиг на π фазы основного состояния джозефсоновского контакта, в котором джозефсоновская связь реализуется через LRT, обсуждался в литературе [149]. Наша оценка для амплитуды критического тока имеет тот же порядок величины, что и для S/F/S контактов с LRT, которые генерируются магнитной неоднородностью [149].

Чтобы продемонстрировать зависимость критического тока (3.266) от внешнего магнитного поля \mathbf{B} , необходимо вычислить импульс конденсата \mathbf{p}_s как функцию \mathbf{B} . При условии $\lambda_L \gg \xi_S$ можно пренебречь пространственным изменением импульса конденсата в берегах, что дает $p_{sz} = \frac{2e\lambda_L}{c} B_{0y}$. Если ввести угол α между осью $\hat{\mathbf{e}}_z$ и магнитным полем, т.е. $\mathbf{B} = \hat{\mathbf{e}}_y B_0 \sin \alpha + \hat{\mathbf{e}}_z B_0 \cos \alpha$, то $p_{sz} = \frac{2e\lambda_L}{c} B_0 \sin \alpha$ и $p_s = \frac{2e\lambda_L}{c} B_0$. Из уравнения (3.266) видно, что $I_c \sim p_{sz}^2$ достигает максимального значения при $\alpha = \pi/2$. Зависимость критического тока $\frac{|I_c|}{I_{c0}} (\alpha = \pi/2)$ от абсолютного значения внешнего поля B_0 показана на рис. 3.39. Здесь учтено обычное изменение фазы вдоль контакта $\sin \phi/\phi$, $\phi = 2\pi\Phi/\Phi_0$, $\Phi = (2\lambda_L + d_F)LB_0$, $\Phi_0 = \frac{\pi c}{e}$, что дает интерференционную картину. При малых полях ток возрастает $\propto B^2$. При больших полях осциллирующий критический ток имеет линейную по полю огибающую. Этот рост ограничивается сверху эффектом орбитального распаривания и проникновением вихрей в контакт. Это происходит, когда

импульс конденсата на S/F границе достигает критического значения $p_s \xi_S \sim 1$, что дает $\frac{B_{c1}}{H_{c2}} \sim \frac{\xi_S^2}{\lambda_L^2} \sim 0.01$ для $\lambda_L = 10\xi_S$.

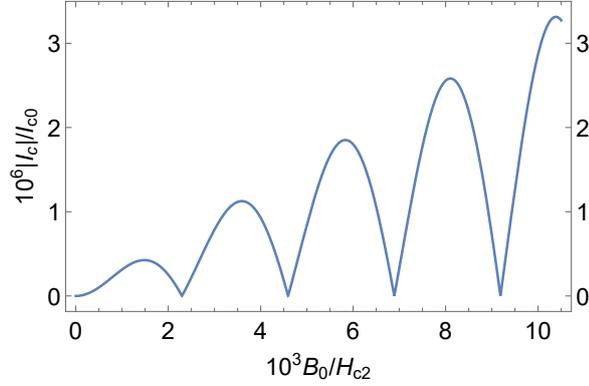


Рис. 3.39: Зависимость критического тока $|I_c|$ от B_0 для $\mathbf{B} \perp \mathbf{h}$. Параметры $\theta = \kappa = 0.1$, $h = 50T_c$, $d_F = 5\xi_F$, $L = 10\xi_S$, $\lambda_L = 10\xi_S$.

Джозефсоновский S/F/S контакт с низкопрозрачными границами. Теперь рассмотрим противоположный случай низкой прозрачности S/F границ. Конечность прозрачности границ учитывается через модифицированные граничные условия Куприянова-Лукичева [269]:

$$\frac{\sigma_S}{D_S} \check{J}_{SL} = \frac{\sigma_F}{D_F} \check{J}_{FL}, \quad \frac{\sigma_S}{D_S} \check{J}_{SR} = \frac{\sigma_F}{D_F} \check{J}_{FR}; \quad (3.268)$$

$$\check{J}_{FL} = \frac{D_F}{2R_b \sigma_F} [\check{g}_{SL}, \check{g}_{FL}], \quad (3.269)$$

$$\check{J}_{FR} = -\frac{D_F}{2R_b \sigma_F} [\check{g}_{SR}, \check{g}_{FR}].$$

Мы считаем $\sigma_S \gg \sigma_F$, где σ_S проводимость сверхпроводящих берегов. При этом условии можно пренебречь обратным эффектом близости в сверхпроводящих берегах. Граничное условие (3.268) сводится к $\check{J}_{SL,R} = 0$, что отвечает приближению непрозрачной границы сверхпроводника. Подставляя аномальную гриновскую функцию в сверхпроводнике (3.259) в линеаризованную версию этого уравнения, получим, что аномальная гриновская функция левого сверхпроводящего берега с точностью до первого порядка по θ и κ имеет вид:

$$f_{SL} = \begin{pmatrix} f_{SLs} \\ f_{SLx} \\ f_{SLy} \\ f_{SLz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{i|\Delta|e^{i\varphi/2}}{|\omega_n|} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{|\Delta|e^{i\varphi/2} \theta \operatorname{sgn} \omega_n}{|\omega_n| \lambda_{Ss}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -p_{sz} \\ p_{sy} \end{pmatrix} e^{\lambda_{Ss} x}, \quad \text{for } x \leq 0. \quad (3.270)$$

Здесь мы считаем $\tau_{so} \gg 1/T_c$, что дает $\lambda_{St} = \lambda_{Ss}$. Для правого берега вычисления

аналогичны. Замечая, что $p_{sL}(z,y) = -p_{sR}(z,y)$, получим

$$f_{SR} = \begin{pmatrix} f_{SRs} \\ f_{SRx} \\ f_{SRy} \\ f_{SRz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{i|\Delta|e^{-i\varphi/2}}{|\omega_n|} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{|\Delta|e^{-i\varphi/2} \theta \operatorname{sgn} \omega_n}{|\omega_n| \lambda_{Ss}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -p_{sz} \\ p_{sy} \end{pmatrix} e^{-\lambda_{Ss}(x-d_F)}, \text{ for } x \geq d_F. \quad (3.271)$$

Уравнения (3.270) и (3.271) стоит обсудить. Они не содержат κ . Это еще раз иллюстрирует тот факт, что κ само по себе не индуцирует триплеты, по крайней мере в рамках рассматриваемого приближения. Триплеты генерируются параметром θ . Мы сейчас интересуемся только LRT, которая в рассматриваемом случае, когда $\mathbf{h} = h\mathbf{e}_z$, описывается только f_y . Используя в области слабой связи уравнение (3.260) и линеаризованную версию граничных условий (3.269), куда подставляются гриновские функции сверхпроводника из уравнений (3.270) и (3.271), получим

$$f_y = C \times \left[(f_{SRy} + f_{SLy}e^{\lambda_{FL}d_F})e^{-\lambda_{FL}x} + (f_{SLy} + f_{SRy}e^{\lambda_{FL}d_F})e^{\lambda_{FL}(x-d_F)} \right]. \quad (3.272)$$

Уравнение (3.272) получено с точностью до первого порядка по параметру $\gamma\xi_{FL}$, где $\gamma = [R_b\sigma_F]^{-1}$ отвечает за прозрачность S/F границы, которая предполагается низкой, а $\xi_{FL} = \sqrt{D_F/(2\pi T_c)}$. $C = \gamma/(2\lambda_{FL} \sinh \lambda_{FL}d_F)$.

Теперь мы можем вычислить джозефсоновский ток:

$$\begin{aligned} j_x(\varphi) &= i \frac{\sigma_F \pi T_c}{e} \sum_{\omega > 0} \left[\tilde{f}_y \partial_x f_y - \text{c. c.} \right] = \\ &= -\frac{4\sigma_F}{e} \frac{|\Delta|^2}{\pi T_c} \frac{1}{2 \sinh \frac{d_F}{\xi_{FL}}} \xi_{FL} (\gamma \theta p_{sz} \xi_S)^2 \sin \varphi. \end{aligned} \quad (3.273)$$

Опять, в ответе, который приведен в нижней строке этого уравнения, учитывалась только первая мадубаровская частота. Для короткого контакта $\lambda_{FL}d_F \ll 1$ уравнение (3.273) принимает вид:

$$j_x(\varphi) = - \left\{ \frac{4\sigma_F}{e} \frac{|\Delta|^2}{\pi T_c} \frac{1}{d_F} \right\} \frac{(\gamma \xi_{FL})^2 (\theta p_{sz} \xi_S)^2}{2} \sin \varphi = -j_c \sin \varphi. \quad (3.274)$$

Взяв численные значения, приведенные выше и дополнительно предполагая $\xi_{FL} \approx \xi_S \approx 30 \text{ nm}$ и $\gamma\xi_{FL} \sim 0.2$ [149,442], находим $I_c = j_c S \sim 10^{-10} - 10^{-6} \text{ A}$. Здесь мы сталкиваемся с ситуацией, когда критические токи для контакта с идеальными границами и с туннельными границами имеют одинаковый порядок величины. Это можно объяснить так. Основным источником LRTs являются синглетные корреляции вблизи границ сверхпроводника. Для систем с прозрачными границами обратный эффект близости в сверхпроводящих берегах не мал. В результате синглетные корреляции вблизи границ подавле-

ны, что дает множитель ξ_F/ξ_S в LRT (3.263) для системы с прозрачными границами. Однако в туннельном пределе синглетные корреляции вблизи границ практически не чувствуют ферромагнитный слой. Поэтому они имеют максимально возможное значение и интенсивность конверсии синглетных корреляций в LRTs определяется только прозрачностью, давая множитель $(\gamma\xi_{FL})$ в уравнении (3.272). Таким образом, отличие высокопрозрачного и низкопрозрачного случая происходит из двух этих факторов, которые в реальных контактах вполне могут быть одного порядка величины.

3.4.4. Контролируемое сверхтоком $0 - \pi$ переключение джозефсоновских переходов

Применения π -шифтеров фазы представляет особенный интерес для сверхпроводящей и квантовой электроники [13, 443, 444], что уже было продемонстрировано включением джозефсоновских S/F/S контактов в сверхпроводящие логические схемы и кубиты. В настоящее время ведутся активные исследования новых принципов и возможностей переключения между 0 и π основными состояниями системы. В литературе есть различные предложения способов внешнего контроля $0 - \pi$ переходов в джозефсоновских контактах. Среди них стоит отметить $0 - \pi$ переходы, индуцированные температурой [12], $0 - \pi$ переходы по длине слабой связи [82, 115], $0 - \pi$ переходы, контролируемые изменением напряжения затвора [27, 89], а также не зависящим от спина [19–22, 88, 91–93] и зависящим от спина [94, 95] неравновесным распределением квазичастиц. Внешний контроль $0 - \pi$ перехода также был реализован в джозефсоновских контактах, содержащих спиновый вентиль [445], через манипулирование взаимной ориентацией ферромагнетиков. Также теоретически предложено осуществлять внешний контроль $0 - \pi$ перехода путем манипулирования ориентацией обменного поля ферромагнетика в S/F/S контактах с SOC [417, 446]. Кроме того, $0 - \pi$ переходы, которые управляются приложенным внешним полем, напряжением затвора или изменением длины слабой связи, были продемонстрированы в квантовых точках [90].

Во многих случаях джозефсоновский ток в S/F/S контактах через сильные ферромагнетики переносится только LRT компонентой сверхпроводящего конденсата, т.к. только она может проникать на большие расстояния вглубь ферромагнетика [8, 9, 80, 107, 149, 151, 155, 300, 301, 396, 408–410, 417, 446].

Как уже отмечалось выше, если LRT генерируется внешним магнитным полем, то соответствующий контакт находится в π -основном состоянии. Этот факт проистекает из соотношения $p_{szL} = -p_{szR}$ между направлениями импульса конденсата в сверхпроводящих берегах. Однако, сверхток вдоль S/F границ может быть вызван не только магнитным полем. Его можно приложить просто с помощью источника тока, см. рис. 3.40. В этом случае абсолютное значение и направление \mathbf{p}_s в каждом из берегов определяется приложенным током. В частности, возможно переключить систему между ситуациями

$p_{szL} = p_{szR}$ и $p_{szL} = -p_{szR}$ путем изменения направления сверхтока в одном из берегов. Переключение приводит к $0 - \pi$ переходу. Действительно, можно показать, что обобщение уравнения (3.266) на случай произвольных $\mathbf{p}_{sL(R)}$, которые не подчиняются условию $p_{szL} = -p_{szR}$, имеет вид:

$$j_x(\varphi) = \frac{4\sigma |\Delta|^2}{e \pi T_c} \frac{\left\{ \kappa^2 + \theta^2 \left(1 + \frac{\xi_F}{\xi_S} \right)^2 \right\}}{\left[1 + \left(1 + \frac{\xi_F}{\xi_S} \right)^2 \right]^2} \frac{\xi_F^2}{4\xi_S} e^{-d_F/\xi_S} [(\mathbf{n}_h \cdot \mathbf{p}_{sR})(\mathbf{n}_h \cdot \mathbf{p}_{sL})] \sin \varphi. \quad (3.275)$$

Здесь $\mathbf{n}_h = \mathbf{h}/h$. Для случая туннельных границ соответствующее обобщение уравнения (3.273) имеет вид:

$$j_x(\varphi) = \frac{4\sigma_F |\Delta|^2}{e \pi T_c} \frac{1}{2 \sinh \frac{d_F}{\xi_{FL}}} \xi_{FL} (\gamma \theta \xi_S)^2 [(\mathbf{n}_h \cdot \mathbf{p}_{sR})(\mathbf{n}_h \cdot \mathbf{p}_{sL})] \sin \varphi. \quad (3.276)$$

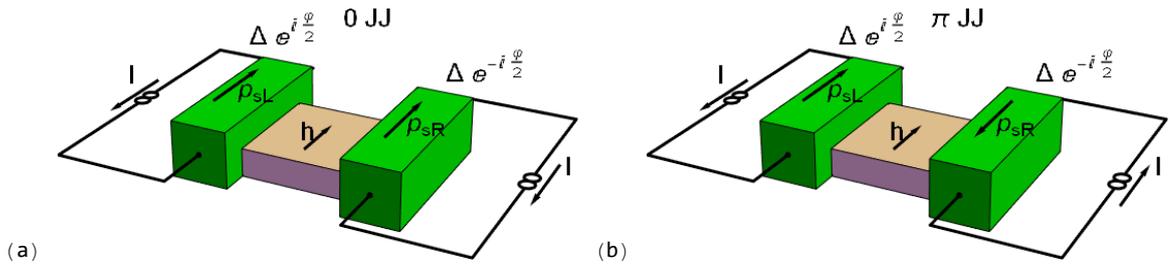


Рис. 3.40: Принцип $0 - \pi$ переключения путем изменения направления движения конденсата. Движение конденсата создается сверхтоком, приложенным в берегах вдоль S/F границ. Направление движения конденсата в каждом из берегов можно обратить, обращая направление приложенного сверхтока.

Видно, что знак критического тока контролируется произведением $[(\mathbf{n}_h \cdot \mathbf{p}_{sR})(\mathbf{n}_h \cdot \mathbf{p}_{sL})]$. Поэтому возможно переключать основное состояние контакта между 0 и π , изменяя направление сверхтока в берегах. В предложенной геометрии ширина S/F границы вдоль направления сверхтока предполагается достаточно малой для того, чтобы можно было пренебречь изменением фазы параметра порядка вдоль границы.

Рассмотренный эффект контролируемого $0 - \pi$ является достаточно общим и может быть реализован не только в джозефсоновских контактах с примесным SOC в берегах, но и контактах с SOC типа Рашбы на S/F границах. Поверхностное SOC типа Рашбы может быть как внутренней природы, так и происходить от дополнительных слоев, например Pt, на S/F границах. В этом случае обобщение выражения для джозефсонов-

ского тока на случай произвольных $\mathbf{p}_{sL(R)}$ имеет вид:

$$j_x(\varphi) = i \frac{\sigma_F \pi T_c}{e} \sum_{\omega > 0} \left[\tilde{f}_x \partial_x f_x - c.c. \right] = \frac{4\sigma_F}{e} \frac{|\Delta|^2}{\pi T_c} \frac{2(\tilde{\alpha}\gamma\xi_F)^2 \xi_{FL}}{\sinh \frac{d_F}{\xi_{FL}}} [(\mathbf{n}_h \cdot \mathbf{p}_{sR})(\mathbf{n}_h \cdot \mathbf{p}_{sL})] \sin \varphi. \quad (3.277)$$

Видно, что критический ток снова пропорционален произведению $[(\mathbf{n}_h \cdot \mathbf{p}_{sR})(\mathbf{n}_h \cdot \mathbf{p}_{sL})]$, что демонстрирует пригодность системы для реализации контролируемого $0 - \pi$ переключения.

Подведем краткие итоги данного раздела. Продемонстрирован общий физический механизм, который индуцирует нечетную по частоте s -волновую триплетную сверхпроводимость в однородных ферромагнетиках, находящихся в контакте со сверхпроводником, при создании в этом сверхпроводнике движения конденсата. Причиной эффекта является связь спина куперовской пары с ее орбитальным движением через SOC. Возникающая триплетная сверхпроводимость может быть как статической, так и динамической. Эффект может наблюдаться по характерным необычным зависимостям критического тока в перпендикулярном магнитном поле. Данный фундаментальный эффект может быть основой ряда спинтронных приложений, например, джозефсоновского транзистора, переключаемого переменным током или фотомагнитного элемента. Кроме того, на его основе можно реализовать контролируемый сверхтоком $0 - \pi$ переход. Таким образом, контролируемая сверхтоком триплетная сверхпроводимость является очень интересным физическим эффектом, который дает возможность полного внешнего контроля как над амплитудой критического тока джозефсоновского контакта, так и над его фазовым состоянием.

Итоги

В данной главе изучались особенности и физические следствия магнитоэлектрических эффектов в сверхпроводящих структурах с SOC. Для реализации этой цели построен ряд обобщений существующей квазиклассической теории. Кроме того, предсказан и изучен новый магнитоэлектрический эффект, не имеющий несверхпроводящего аналога. Основные результаты главы можно сформулировать следующим образом:

1. Получено обобщение квазиклассической теории, последовательно учитывающее поправки первого порядка по отношению спин-орбитального расщепления к энергии Ферми. На основе данной теории рассчитаны триплетные корреляции в некоторых сверхпроводящих гетероструктурах со спин-орбитальным взаимодействием и прямой магнитоэлектрический эффект в баллистических джозефсоновских контактах через металл со спин-орбитальным взаимодействием.

2. Построено обобщение квазиклассических уравнений для описания сверхпроводящих гетероструктур с топологическим изолятором на неравновесный случай и для описания сверхпроводимости, наведенной в поверхностном проводящем слое топологического изолятора эффектом близости с обычным сверхпроводником.

3. Для гетероструктур с топологическими изоляторами предсказан гигантский магнитоэлектрический эффект в плотности состояний и, как следствие, эффект управляемой сверхтоком спиновой фильтрации.

4. Предсказан эффект расщепления легкой оси ферромагнетика в джозефсоновских контактах с составной слабой связью, представляющей собой бислой ферромагнетик/топологический изолятор.

5. Предсказан дальнодействующий механизм парного взаимодействия магнитных моментов через фазу конденсата, основанный на обратном магнитоэлектрическом эффекте. Исследована конкретная реализация этого взаимодействия в системе связанных джозефсоновских контактов.

6. Предсказан эффект генерации слабозатухающих триплетных корреляций движущимся конденсатом. Выведены эффективные граничные условия к уравнениям Узалея, которые позволяют рассчитать эффект. Соответствующие триплетные корреляции рассчитаны в системах, где движение конденсата реализуется мейснеровскими токами, экранирующими внешнее магнитное поле, а также приложением переменного электрического поля. Рассчитан джозефсоновский ток через контакт, в котором слабозатухающие триплеты генерируются конденсатом. Предложены возможные постановки экспериментов для наблюдения эффекта. Предлагается использовать эффект для создания сверхпроводниковых транзисторов, фото-магнитных устройств и управляемых $0 - \pi$ переходов.

Глава 4.

Магнитоэлектрические эффекты в сверхпроводящих структурах, содержащих текстурированные магнетики

Известно, что в системе отсчета, связанной с локальным спиновым базисом, спиновая текстура математически эквивалентна спин-орбитальному взаимодействию некоторого типа. Поэтому гибриды со спин-текстурированными магнетиками проявляют очень богатую картину магнитоэлектрических эффектов. Данная глава посвящена исследованию магнитоэлектрических эффектов в сверхпроводящих структурах, содержащих текстурированные магнетики.

Магнитоэлектрические эффекты в несверхпроводящих структурах с текстурированными магнетиками.

Прямой магнитоэлектрический эффект, который хорошо изучен в материалах со спин-орбитальным взаимодействием, существует также и в текстурированных магнетиках, где индуцированная током спиновая поляризация электронов проводимости имеет вид:

$$\mathbf{S}_{\perp} = -\frac{b_{Jj}}{J_{sd}M^2}\mathbf{M} \times \partial_x \mathbf{M} + \frac{c_{Jj}}{J_{sd}M}\partial_x \mathbf{M}. \quad (4.1)$$

Эта поляризация как раз и генерирует хорошо известный вращательный момент [5], действующий на намагниченность со стороны электрического тока:

$$\mathbf{T} = J_{sd}\mathbf{M} \times \mathbf{S}_{\perp} = b_{Jj}\partial_x \mathbf{M} - \frac{c_{Jj}}{M}\mathbf{M} \times \partial_x \mathbf{M}, \quad (4.2)$$

где M намагниченность насыщения ферромагнетик, J_{sd} константа обменного взаимодействия между s -электронами проводимости и локализованными d -электронами, ответственными за магнетизм. \mathbf{S}_\perp означает компоненту индуцированной током поляризации, которая перпендикулярна направлению намагниченности, т.к. именно эта компонента приводит к возникновению вращательного момента.

В спин-текстурированных ферромагнетиках также имеет место и обратный магнитоэлектрический эффект. В этом случае он проявляет себя как электродвижущая сила, индуцированная динамикой намагниченности [165, 217–226]

$$E_i = \frac{\hbar}{2} \left[\mathbf{m}(\partial_t \mathbf{m} \times \nabla_i \mathbf{m}) + \beta(\partial_t \mathbf{m} \nabla_i \mathbf{m}) \right], \quad (4.3)$$

где $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$ единичный вектор в направлении намагниченности и β феноменологический параметр. Из-за возникновения этой ЭДС динамика намагниченности приводит к появлению в системе некоторого напряжения. Это напряжение может варьироваться в диапазоне от nV до μV [226] и в некоторых случаях может использоваться для детектирования динамики намагниченности [447].

Как уже обсуждалось в предыдущей главе, для сверхпроводящих структур со спин-орбитальным взаимодействием обратный магнитоэлектрический эффект проявляет себя как геликоидальное состояние в односвязных сверхпроводниках или аномальный сдвиг фазы основного состояния джозефсоновского контакта. Аналогичные эффекты имеют место также за счет спиновой текстуры, а не спин-орбитального взаимодействия. Геликоидальное состояние было предсказано и исследовано в работах [139, 478], где работа [139] это статья [P23] из списка публикаций автора по теме диссертации и ее результаты обсуждаются в данной главе. φ_0 -аномальный сдвиг фазы в джозефсоновских контактах с текстурированными магнетиками был предсказан в работах [106, 150, 353, 448–457, 478].

Физическая причина появления магнитоэлектрических эффектов в гетероструктурах с текстурированными магнетиками состоит в том, что взаимодействие спина электрона проводимости с магнитной текстурой может быть описано путем введения эффективного спин-орбитального взаимодействия. В общем случае локальное унитарное преобразование $\hat{U}(\mathbf{r}) = e^{i\hat{\sigma}\theta(\mathbf{r})/2}$ вращает спиновые оси, где $\mathbf{h} \parallel \mathbf{z}$. Оно параметризуется спиновым вектором $\boldsymbol{\theta} = \theta \mathbf{n}$, который определяется пространственной текстурой обменного поля $\mathbf{h}(\mathbf{r}) = \hat{R}(\boldsymbol{\theta}(\mathbf{r}))\mathbf{h}$, где \hat{R} координатно-зависимая матрица поворота и мы выбираем $\mathbf{h} = h\mathbf{z}$. Это преобразование генерирует спин-зависящий потенциал $\hat{\sigma}_a \{M_k^a, \hat{p}_k\}/2$ с калибровочным $SU(2)$ полем $M_k^a = -i\text{Tr}(\hat{\sigma}_a \hat{U}^\dagger \nabla_k \hat{U})/2m$. Это эффективное SOC приводит к возникновению спонтанного тока [37] в форме $j_k = \chi_k^a h^a \times \chi_k^a \propto M_k^a$, т.ч. $\mathbf{j} \propto h\chi_k^z$. Этот спонтанный ток не обращается в нуль при условии $M_k^z \neq 0$, которое физически означает некопланарность спиновой текстуры. На качественном уровне, некопланарность нужна для того, чтобы получить различные орбитальные состояния электронов

проводимости в магнитных текстурах $\pm \mathbf{h}(\mathbf{r})$, связанных преобразованием обращения времени $\mathbf{h} \rightarrow -\mathbf{h}$. В некопланарном случае этот знак невозможно компенсировать глобальным независимым от координат поворотом в спиновом пространстве. Минимальная некопланарная текстура состоит из трех магнитных моментов $\mathbf{m}_{1,2,3}$ с ненулевой спиновой киральностью $\chi = \mathbf{m}_1(\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_3)$. Как показано в работе P[21], уже наличие всего трех некопланарных магнитных примесей приводит к генерации спонтанного сверхтока и сверхпроводящих фазовых градиентов.

4.1. Прямой и обратный эффекты близости в джозефсоновских контактах с сильными текстурированными магнетиками

4.1.1. Обратный эффект близости: калибровочная теория аномального сдвига фазы

В теории конденсированного состояния есть много примеров построения эффективных калибровочных теорий для разных систем, включая спин-триплетный сверхтекучий ^3He [458], холодные атомы [459, 460] и магнитные материалы [219, 461]. В пространственно-неоднородных магнитных текстурах дополнительный спин-зависящий $U(1)$ калибровочный потенциал топологической природы влияет на движение электронов проводимости также, как и внешнее электромагнитное поле [219, 221, 226, 462, 463]. Он приводит к возникновению топологического эффекта Холла и эффективной электродинамики [461, 464], которые наблюдались в киральных магнетиках со скирмионными решетками [465–468].

Было предсказано, что геометрический поток, связанный со спин-зависящим калибровочным полем, должен приводить к генерации спонтанных спиновых и зарядовых токов в мезоскопических кольцах с пространственно-неоднородной текстурой зеемановского поля [469–472]. Но до сих пор эти эффекты не наблюдались. Экспериментальное наблюдение спонтанных токов в нормальных металлах достаточно затруднительно [473, 474], т.к. их величина мала и очень чувствительна к деталям потенциала беспорядка [475, 476].

В сверхпроводящем состоянии ситуация сильно отличается. Там нарушение $U(1)$ калибровочной симметрии приводит к возникновению эффекта Мейсснера, т.е. генерации спонтанных сверхтоков в ответ на внешнее магнитное поле. Однако в обычных сверхпроводниках конденсат спин-синглетных пар не чувствителен к вращению зеемановского поля. Поэтому эффекты, связанные с геометрическим спин-зависящим потоком не обнаруживаются в сверхпроводящих системах. В данном подразделе показано, что

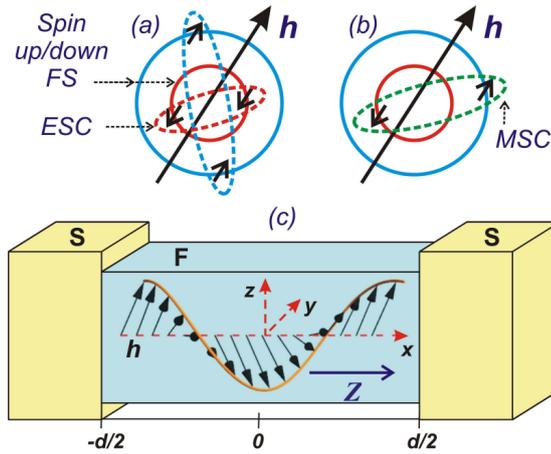


Рис. 4.1: (a,b) Схематичное изображение куперовских пар, которые формируются на расщепленных по спину поверхностях Ферми (FS). (a) Слабозатухающие триплетные корреляции электронов с одинаковым спином (ESC) между электронами, сидящими на поверхностях Ферми для спинов вверх и вниз. (b) Корреляции электронов с противоположными спинами (MSC), которые возникают между электронами с разных FS. (c) Джозефсоновский контакт через сильный ферромагнетик (F) с магнитной спиральной текстурой, производящей калибровочное поле $\mathbf{Z} \parallel \mathbf{x}$, которое генерирует спонтанные зарядовые токи между сверхпроводящими электродами (S).

сверхпроводящий конденсат может чувствовать спин-зависящие калибровочные поля в S/F гетероструктурах, состоящих из обычных синглетных сверхпроводников и сильных ферромагнетиков, в которых спиновые подзоны существенно расщеплены обменным полем. В таких системах взаимодействие сверхпроводящего и магнитного порядков приводит к генерации триплетных корреляций через эффект близости [80]. Особенный интерес представляют пары с проекциями спина $S_z = \pm 1$ в локальном базисе, который определяется направлением обменного поля \mathbf{h} . Они формируются электронами с равными спинами, которые находятся на одной и той же поверхности Ферми для спина вверх/вниз [см. рис. (4.1)(a)]. Естественно ожидать, что при адиабатическом повороте \mathbf{h} куперовские пары с $S_z = \pm 1$ приобретают геометрические фазы и генерируют спонтанные сверхтоки.

Здесь развит калибровочный формализм, который позволяет рассматривать сверхпроводящий эффект близости в гибридных системах, содержащих сильные текстурированные ферромагнетики. До сих пор вычисления эффекта близости и транспорта в S/F гибридах в основном были сконцентрированы на полностью поляризованных системах, так называемых полуметаллах [8, 448, 451, 452], или на противоположном случае слабо поляризованных систем [79, 80], где разницей между спиновыми подзонами полностью пренебрегают. Однако, большинство ферромагнетиков имеют обменное расщепление, промежуточное между этими двумя предельными случаями, величина которого порядка, но все же меньше энергии Ферми. В этом случае обе спиновые подзоны остаются

проводящими, но плотности состояний на поверхности Ферми, скорости Ферми и коэффициенты диффузии для них существенно различны и, соответственно, зависят от спина. Ранее квазиклассическая теория для сверхпроводящих гибридов с такими сильными ферромагнетиками формулировалась только для случая ферромагнетика с однородной спиновой поляризацией [106]. Для описания общего случая текстурированного ферромагнетика мы выходим за рамки этих ограничений и рассматриваем S/F структуры с произвольным сильным и пространственно-неоднородным обменным полем. Показано, что такие системы можно описывать в терминах адиабатического спинового калибровочного поля, которое действует на индуцированные эффектом близости триплетные куперовские пары.

Выведены квазиклассические уравнения, описывающие сверхпроводящие корреляции электронов, находящихся на поверхности Ферми для спина вверх/вниз в локальном спиновом базисе (см. схематичное изображение таких корреляций на рис. 4.1(а)). Показано, что эти корреляции взаимодействуют с спин-зависящим $U(1)$ калибровочным полем, которое может быть индуцировано магнитной текстурой или SOC. Фазы, приобретаемые парами электронов со спином вверх/вниз в ответ на это калибровочное поле, генерируют спонтанные спиновые и зарядовые токи через сильные ферромагнетики. Результаты данного подраздела получены в соавторстве с А.М. Бобковым и М.А. Силаевым и опубликованы в работе [P19] из списка публикаций автора по теме диссертации.

Калибровочные спиновые поля. Рассмотрим уравнение Горькова, написанное в локальном спиновом базисе, в присутствии спин-зависящих градиентных членов, обменного поля \mathbf{h} и внешнего векторного потенциала \mathbf{A} :

$$(\check{G}_0^{-1} + \mu - \check{\Sigma})\check{G} = \check{I}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (4.4)$$

$$\check{G}_0^{-1} = -\frac{(\hat{\mathbf{p}} - e\mathbf{A}\hat{\tau}_3)^2}{2m} - \hat{\sigma}_k\{M_{kj}, \hat{p}_j\} + (i\omega + \mathbf{h}\hat{\sigma})\hat{\tau}_3 \quad (4.5)$$

Здесь $\check{G} = \check{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ матричная гриновская функция (GF) в прямом произведении частично-дырочного и спинового пространств, $\{, \}$ антикоммутатор, μ химический потенциал, ω мацубаровская частота, m эффективная масса электрона, равная m_F в ферромагнетике и m_S в сверхпроводнике, e заряд электрона, $\hat{\mathbf{p}} = (\hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z)$ оператор импульса электрона. Собственная энергия $\check{\Sigma}$ включает в себя эффекты, связанные с рассеянием на беспорядке и недиагональный сверхпроводящий параметр порядка. Спин-зависящий член M_{kj} может происходить как из SOC, так и из калибровочного SU(2) поля

$$M_{kj} = \frac{\text{Tr}(\hat{\sigma}_k \hat{U}^\dagger \nabla_j \hat{U})}{2im} \quad (4.6)$$

которое возникает из унитарного спинового преобразования $\hat{U}(\mathbf{r}) = e^{i\sigma\theta(\mathbf{r})/2}$. Матри-

на преобразования параметризуется спиновым вектором $\boldsymbol{\theta}$, который определяется пространственной текстурой обменного поля $\mathbf{h}(\mathbf{r}) = \hat{R}(\boldsymbol{\theta}(\mathbf{r}))\mathbf{h}_0$, где \hat{R} пространственно-зависящая матрица поворота и мы выбираем $\mathbf{h}_0 = h_0\mathbf{z}$.

В общем случае большого обменного расщепления $h_0 \sim \mu$ спин-зависящее уравнение Горькова (4.4) достаточно сложно и, что более важно, для него невозможно развить квазиклассическую теорию. Этому препятствуют спин-синглетные корреляции электронов, находящихся на разных поверхностях Ферми [рис.(4.1)(b)], которые характеризуются пространственным масштабом порядка фермиевской длины волны $\lambda_F = \sqrt{2m/\mu}$. В присутствии примесей спин-синглетные корреляции затухают на коротких расстояниях порядка $\sqrt{\lambda_F l}$ от S/F границы, где l длина свободного пробега. Такие корреляции можно включить в эффективные граничные условия как источники корреляций с одинаковыми спинами (ESC). Корреляции с одинаковыми спинами распространяются в ферромагнетике на гораздо большие расстояния и могут рассматриваться в квазиклассике отдельно для каждой из поверхностей Ферми (со спином вверх и вниз).

Обобщенный квазиклассический подход. Чтобы написать квазиклассическое приближение, мы разделяем гриновскую функцию на части, отвечающие ESC корреляциям

$$\check{G}_{ES} = \begin{pmatrix} G_0 + G_z \hat{\sigma}_z & F_x \hat{\sigma}_x + F_y \hat{\sigma}_y \\ \tilde{F}_x \hat{\sigma}_x + \tilde{F}_y \hat{\sigma}_y & \tilde{G}_0 + \tilde{G}_z \hat{\sigma}_z \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

и отвечающие корреляциям электронов с противоположными спинами (MSC):

$$\check{G}_{MS} = \begin{pmatrix} G_x \hat{\sigma}_x + G_y \hat{\sigma}_y & F_0 + F_z \hat{\sigma}_z \\ \tilde{F}_0 + \tilde{F}_z \hat{\sigma}_z & \tilde{G}_x \hat{\sigma}_x + \tilde{G}_y \hat{\sigma}_y \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

Тогда из уравнений Горькова (4.4) можно увидеть, что амплитуда MSC (в глубине ферромагнетика) в общем случае пропорциональна амплитуде ESC умноженной на отношение величины калибровочного поля к амплитуде обменного поля $\check{G}_{MS} \propto (M_{ij}/h)\check{G}_{ES}$ и мала по отношению к ESC, если выполняется критерий адиабатичности $|M_{ij}/\lambda_F h| \ll 1$.

Пренебрегая маленькой MSC частью в уравнении (4.4), переходя обычным образом к сумме $\mathbf{R} = (\mathbf{r} + \mathbf{r}')/2$ и разности координат гриновской функции, учитывая медленную зависимость гриновской функции от \mathbf{R} и подставляя приближенное разложение для оператора импульса $\hat{p}^2 = p^2 - 2i\mathbf{p}\nabla$ (здесь \mathbf{p} отвечает Фурье преобразованию гриновской функции по разности координат), получим квазиклассическое уравнение для ESC части:

$$i\check{\mathbf{V}}\hat{\nabla}_{\mathbf{R}}\check{G}_{ES} + [i\omega\hat{\tau}_3 - M_{zj}\hat{\sigma}_z p_j - \check{\Sigma}, \check{G}_{ES}] = 0, \quad (4.9)$$

где $\hat{\nabla}_{\mathbf{R}} = \nabla_{\mathbf{R}} - ie\mathbf{A}[\tau_3, \cdot]$ и $\check{\mathbf{V}} = \mathbf{v}_+\check{\gamma}_+ + \mathbf{v}_-\check{\gamma}_-$. Здесь $v_{\pm} = \sqrt{2(\mu \pm h)/m}$ зависящие от спина скорости Ферми, которые определяются на каждой из расщепленных по спину и отвечающих спину $\sigma = \pm$ Ферми поверхностей по отдельности.

Мы вводим операторы, которые проецируют гриновскую функцию на состояния со спином вверх/вниз $\check{\gamma}_+ = \hat{\tau}_+\hat{\sigma}_+ + \hat{\tau}_-\hat{\sigma}_-$ и $\check{\gamma}_- = \hat{\tau}_+\hat{\sigma}_- + \hat{\tau}_-\hat{\sigma}_+$, соответственно, где $\hat{\tau}_\pm = (\hat{\tau}_x \pm i\hat{\tau}_y)/2$ и $\hat{\sigma}_\pm = (\hat{\sigma}_x \pm i\hat{\sigma}_y)/2$. Парные корреляции на каждой из Ферми-поверхностей даются соответствующими проекциями гриновской функции $\check{G}_{ES} = \check{G}_+ + \check{G}_-$, где $\check{G}_\pm = \check{\gamma}_\pm \check{G}_{ES}$. Такое разложение позволяет записать квазиклассическое уравнение отдельно для блоков спина вверх и вниз

$$i\mathbf{v}_\sigma \hat{\partial}_{\mathbf{R}} \hat{g}_\sigma + [i\omega \hat{\tau}_3 - \hat{\Sigma}_\sigma, \hat{g}_\sigma] = 0, \quad (4.10)$$

где ковариантный оператор имеет вид

$$\hat{\partial}_{\mathbf{R}} = \nabla_{\mathbf{R}} + i\sigma \mathbf{Z}[\hat{\tau}_3, \cdot] - ie\mathbf{A}[\hat{\tau}_3, \cdot] \quad (4.11)$$

$$\mathbf{Z} = (M_{zx}, M_{zy}, M_{zz})m_F. \quad (4.12)$$

Таким образом, получается, что уравнения Эйленбергера для корреляций электронов со спином вверх/вниз содержат дополнительное U(1) калибровочное поле \mathbf{Z} , которое добавляется к обычному электромагнитному векторному потенциалу \mathbf{A} с противоположными зарядами для куперовских пар со спином вверх/вниз. Это U(1) поле получается проецированием начального SU(2) поля $\hat{\sigma}_k M_{ki}$ на спин-триплетные состояния путем взятия диагональных элементов $\mathbf{Z} = -i(\hat{U}^{-1}\nabla\hat{U})_{11}$. Такая редукция означает, что мы пренебрегаем процессами переворота спина, индуцированными SU(2) потенциалом. На качественном уровне это эквивалентно адиабатическому приближению в одночастичных задачах, которое позволяет описать эволюцию квантовой системы в терминах связности Берри [477].

Квазиклассическое выражение для джозефсоновского тока имеет вид

$$\mathbf{j} = -i\pi T e \sum_{\sigma=\pm} \sum_{\omega} \nu_\sigma \langle \mathbf{v}_\sigma \hat{g}_\sigma \rangle \quad (4.13)$$

где ν_σ разрешенная по спину DOS и $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по расщепленной по спину поверхности Ферми.

Уравнение Узаделя. Благодаря коммутаторной структуре уравнения Эйленбергера (4.10)-(4.11) гриновская функция подчиняется условию нормировки $\hat{g}_\sigma^2 = 1$, что позволяет вывести уравнения Узаделя, которые описывают диффузный предел, релевантный для типичной экспериментальной ситуации.

Рассмотрим диффузную систему, для которой обратное время рассеяния на примесях для электронов на данной поверхности Ферми $\tau_\sigma^{-1} \gg \Delta$. Примесная собственно-энергетическая часть в борновском приближении имеет вид $\hat{\Sigma}_\sigma = \langle \hat{g}_\sigma \rangle / 2i\tau_\sigma$. В грязном

пределе из уравнения Эйленберга получаем

$$2\tau_\sigma(\mathbf{v}_\sigma \hat{\partial}_{\mathbf{R}}) \hat{g}_\sigma = -[\langle \hat{g}_\sigma \rangle, \hat{g}_\sigma] \quad (4.14)$$

Решение уравнения (4.14) можно записать в виде $\hat{g}_\sigma = \langle \hat{g}_\sigma \rangle + \hat{\mathbf{g}}_\sigma^a \frac{p_\sigma}{p_\sigma}$, где анизотропная часть решения $\hat{\mathbf{g}}_\sigma^a$ мала по сравнению с $\langle \hat{g}_\sigma \rangle$. Используя соотношение $\{\langle \hat{g}_\sigma \rangle, \hat{\mathbf{g}}_\sigma^a\} = 0$, которое следует из условия нормировки, получим:

$$\hat{\mathbf{g}}_\sigma^a = -\tau_\sigma \mathbf{v}_\sigma \langle \hat{g}_\sigma \rangle \hat{\partial}_{\mathbf{R}} \langle \hat{g}_\sigma \rangle \quad (4.15)$$

Подставляя гриновскую функцию как сумму изотропной и анизотропной частей в уравнение (4.10) и опуская угловые скобки, получим уравнение Узаделя:

$$D_\sigma \hat{\partial}_{\mathbf{R}} (\hat{g}_\sigma \hat{\partial}_{\mathbf{R}} \hat{g}_\sigma) - [\omega \hat{\tau}_3, \hat{g}_\sigma] = 0 \quad (4.16)$$

где D_σ зависящие от спина коэффициенты диффузии, которые в изотропном случае даются выражением $D_\sigma = \tau_\sigma v_\sigma^2/3$. Выражение для тока получается подстановкой выражения (4.15) в (4.13)

$$\mathbf{j} = i\pi T e \sum_{\sigma=\pm} \sum_{\omega} \nu_\sigma D_\sigma \hat{g}_\sigma \hat{\partial}_{\mathbf{R}} \hat{g}_\sigma \quad (4.17)$$

Граничные условия. Квазиклассическое уравнение (4.10) описывает слабозатухающие корреляции электронов с одинаковыми спинами (ESC). Они генерируются из быстро затухающих спин-триплетных корреляций электронов с противоположными спинами (MSC), которые в свою очередь рождаются из спин-синглетных корреляций, проникающих в сверхпроводник. Этот процесс происходит внутри тонкого слоя вблизи S/F границы и может быть описан через эффективные граничные условия. Чтобы вывести соответствующие граничные условия, рассмотрим простую микроскопическую модель границы с немагнитным потенциальным барьером. Предполагая, что $h\tau_\sigma \gg 1$, мы решаем точные уравнения Горькова (4.4) вблизи границы с точностью до первого порядка по SU(2) членам, которые обеспечивают конверсию MSC в ESC.

Рассмотрим S/F границу с нормалью $\mathbf{n} \parallel \mathbf{x}$ и \mathbf{n} направлен от S к F. Медленные компоненты аномальной гриновской функции в ферромагнетике, которые не содержат быстрых осцилляций от координаты центра масс $(x + x')/2$ имеют вид:

$$(\check{G}_{ES})_{21} \simeq \begin{pmatrix} 0 & \mathcal{F}_-^\dagger \\ \mathcal{F}_+^\dagger & 0 \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

$$\mathcal{F}_\sigma^\dagger(x, x') = e^{-i(p_{\sigma n} x - p_{\sigma n}^* x')} S_\sigma K_\sigma \quad (4.19)$$

где $p_{\sigma n} = n_x \sqrt{2m_F(\mu + \sigma h) - p_\parallel^2}$, $v_{\sigma n} = p_{\sigma n}/m_F$ и $S_\sigma = (M_{xi} + i\sigma M_{yi})n_i/h$ комбинация компонент SU(2) поля, которые генерируют ESC в ферромагнетике вблизи границы со

сверхпроводником. Здесь предполагается, что проведено усреднение по направлениям импульса в плоскости границы. В грязном пределе этого достаточно. Уравнение (4.19) справедливо для $\omega > 0$, а для $\omega < 0$ соответствующую амплитуду можно получить из симметричных соотношений, как это обсуждается ниже.

В общем случае амплитуда K_σ имеет достаточно сложный вид, но в туннельном пределе переходит в простое выражение

$$K_\sigma = -F_{bcs}^* \frac{\sigma v_{sn} p_{\bar{sn}}}{2V^2} \quad (4.20)$$

где $F_{bcs} = \Delta/\sqrt{\omega^2 + |\Delta|^2}$, $p_{sn} = \sqrt{2m_S\mu - p_{\parallel}^2}$ и $v_{sn} = p_{sn}/m_S$. Эти выражения справедливы также и для полуметалла с мнимым импульсом для одной из спиновых подзон $p_{n-} = in_x \sqrt{2m_F(h - \mu) + p_{\parallel}^2}$.

Если для компонент квазиклассической гриновской функции ввести обозначения $\hat{g}_\sigma = g_\sigma \hat{\tau}_z + f_\sigma \hat{\tau}_+ + \tilde{f}_\sigma \hat{\tau}_-$, то уравнение (4.19) дает следующие квазиклассические пропагаторы на S/F границе при $x = 0$:

$$\tilde{f}_{\sigma,in}(x = 0, \omega > 0) = 2i|v_{sn}|K_\sigma S_\sigma, \quad (4.21)$$

в то время как $\tilde{f}_{\sigma,out}(x = 0, \omega > 0) = 0$. Здесь $\tilde{f}_{\sigma,in(out)}$ отвечает идущей к границе (от границы) траектории с $(\mathbf{n}\mathbf{v}) < (>)0$.

Остальные гриновские функции можно получить из $\tilde{f}_\sigma(x = 0, \omega > 0, \mathbf{p})$ в соответствии со следующими симметричными соотношениями [96]: $\tilde{f}_\sigma(x = 0, \omega < 0, \mathbf{p}) = -\tilde{f}_\sigma(x = 0, \omega > 0, -\mathbf{p})$ и $f_\sigma(x = 0, \omega, \mathbf{p}) = \tilde{f}_\sigma^*(x = 0, -\omega, \mathbf{p})$. Нормальная компонента гриновской функции $g_{\sigma,in(out)} = -\tilde{g}_{\sigma,in(out)} = 1$ из-за условия нормировки. Уравнение (4.21) дает величину ESC, которая генерируется магнитной неоднородностью/SOC на F/S границе. Далее, чтобы найти значение ESC в области ферромагнетика, надо решать уравнение (4.10) с граничным условием (4.21).

Граничные условия к уравнениям Узаделя можно получить из (4.21). Как обычно, можно показать [126], что в области изотропизации около границы матричный ток

$$\left\langle \frac{v_{\sigma n}}{2v_\sigma} [\hat{g}_{\sigma,in}(x) - \hat{g}_{\sigma,out}(x)] \right\rangle_{v_{\sigma x} > 0} = \frac{2}{3} l_\sigma \langle \hat{g}_\sigma \rangle \hat{\partial}_{\mathbf{n}} \langle \hat{g}_\sigma \rangle, \quad (4.22)$$

где $\langle \dots \rangle_{v_{\sigma x} > 0}$ означает усреднение по части ферромагнитной поверхности Ферми, отвечающей $v_{\sigma x} > 0$ и действительным значениям $p_{\sigma n}$ и p_{sn} . $l_\sigma = v_\sigma \tau_\sigma$ длина свободного пробега и $\hat{\partial}_{\mathbf{n}} = \mathbf{n} \hat{\partial}_{\mathbf{R}}$. Граничное условие к уравнениям Узаделя получается если в левую часть (4.22) подставить значения $\hat{g}_{\sigma,in(out)}$, взятые при $x = 0$ из уравнения (4.21) и симметричных соотношений, обсуждавшихся выше:

$$\frac{2}{3} l_\sigma \langle \hat{g}_\sigma \rangle \hat{\partial}_{\mathbf{n}} \langle \hat{g}_\sigma \rangle = \kappa_\sigma^* S_{\bar{\sigma}} \hat{\tau}_+ - \kappa_\sigma S_\sigma \hat{\tau}_- \quad (4.23)$$

где $\kappa_\sigma = -i\langle K_\sigma v_{\sigma n}^2 / v_\sigma \rangle_{v_{\sigma x} > 0}$.

Аномальный джозефсоновский ток. Рассмотрим джозефсоновский эффект через сильный ферромагнетик со спиновой текстурой. Решая линеаризованное уравнение Узаделя (4.16) с граничным условием (4.23), получим ток-фазовое соотношение $I = I(\chi)$

$$I(\chi) = \sum_{\sigma=\pm} I_\sigma \sin(\chi + 2\sigma Z_x d) \quad (4.24)$$

$$\frac{eR_\sigma I_\sigma}{\pi} = -\frac{9}{4} \frac{S_\sigma S_{\bar{\sigma}}}{l_\sigma^2} \sum_{\omega > 0} \frac{T|\kappa_\sigma|^2}{\lambda_\sigma \sinh[\lambda_\sigma d]}, \quad (4.25)$$

где χ разность фаз между сверхпроводящими берегами, $R_\sigma = 1/(e^2 \nu_\sigma D_\sigma)$ разрешенное по спину удельное сопротивление ферромагнетика и $\lambda_\sigma = \sqrt{2|\omega|/D_\sigma}$.

В присутствии ненулевой компоненты спинового калибровочного поля $Z_x \neq 0$ и нарушенного спинового вырождения кинетических коэффициентов, т.е. $D_+ \neq D_-$ и $v_+ \neq v_-$, CPR (4.24) дает спонтанный ток при нулевой разности фаз, известный как аномальный эффект Джозефсона. Соответствующую разность фаз основного состояния χ_0 можно найти из условия нулевого тока $I(\chi = \chi_0) = 0$

$$\tan \chi_0 = \frac{I_- - I_+}{I_- + I_+} \tan(2Z_x d). \quad (4.26)$$

Аномальная разность фаз была получена в нескольких различных S/F/S системах [15, 106, 262, 282–287, 290, 353, 448, 449, 451, 453, 455]. Здесь продемонстрировано, что данный эффект не мал только для случая сильного ферромагнетика (или же сильного спин-орбитального взаимодействия, для которого расщепление геликоидальный подзон сравнимо с энергией Ферми, но этот случай в данной главе не рассматривается, он был рассмотрен в предыдущей главе). Если обменное поле ферромагнетика мало по сравнению с энергией Ферми и система рассматривается в квазиклассическом приближении, разница между I_- и I_+ пренебрежимо мала и аномальный эффект Джозефсона исчезает.

Спиновое калибровочное поле \mathbf{Z} создается, например, спиральной намагниченностью, схематично показанной на рис. 4.1. Для спирального магнетика аномальный эффект Джозефсона был позже получен в [478] в рамках подхода уравнений Боголюбова-де Женна. Недавно эффект близости в геликоидальных магнетиках наблюдался экспериментально [479, 480]. В этом случае магнитную текстуру можно описать выражением $\mathbf{h} = h(\cos \alpha, \sin \alpha \cos \theta, \sin \alpha \sin \theta)$, где угол α от координат не зависит, а $\theta = \theta(x)$. Спиновая матрица поворота задается как $\hat{U} = e^{-i\hat{\sigma}_x \theta/2} e^{-i\hat{\sigma}_z \alpha/2} e^{-i\hat{\sigma}_y \pi/4}$ и дает $Z_x = -\cos \alpha \partial_x \theta / 2m_F$. Поверхностный член, генерирующий ESC в уравнении (4.19) дается выражением $S_\sigma = i\sigma n_x \sin \alpha \partial_x \theta / (2m_F h)$.

Общая теория, развитая выше, также описывает эффект близости в однородном ферромагнетике с линейной по импульсу SOC [300, 301]. Для примера рассмотрим S/F/S контакт через квази-2D ферромагнетик в xz - плоскости с обменным полем $\mathbf{h} \parallel \mathbf{z}$. В случае SOC типа Рашбы в ферромагнитной области система характеризуется спин-зависящими полями $M_{zx} = -M_{xz} = -\alpha/2$, что дает

$$Z_x = -m_F\alpha/2; S_\sigma = 0 \quad (4.27)$$

в то время как SOC типа Дрессельхауса приводит к $M_{zz} = -M_{xx} = \beta/2$ и таким образом

$$Z_z = m_F\beta/2; S_\sigma = -n_x\beta/2h \quad (4.28)$$

В каждом из этих случаев джозефсоновский ток можно найти, подставляя эти поля в общие уравнения (4.24,4.25). Т.к. аномальный фазовый сдвиг основного состояния χ_0 определяется компонентой Z_x , параллельной джозефсоновскому току, для $\mathbf{h} \parallel \mathbf{z}$ получаем $\chi_0 \neq 0, \pi$ только для SOC типа Рашбы, но не Дрессельхауса. Это естественно, т.к. в общем случае для любого магнитоэлектрического эффекта спонтанный ток и намагниченность перпендикулярны друг другу для случая SOC Рашбы [37, 284, 315], но параллельны для случая SOC Дрессельхауса (при данном выборе кристаллических осей). Поэтому, чтобы получить аномальный ток для SOC Дрессельхауса в данной конфигурации надо иметь компоненту обменного поля, параллельную току.

Сравнивая уравнения (4.25) и (4.27,4.28) можно видеть, что в рассматриваемой геометрии SOC Дрессельхауса генерирует дальнедействующие ESC даже в случае однородного ферромагнетика (в то время как в общем случае можно подобрать геометрию, для которой и Рашба и Дрессельхаус SOC генерируют ESC [301]). Однако, их амплитуды определяются константой SOC, которая обычно мала в металлах. Хотя аномальный сдвиг фазы также определяется SOC, он может стать большим для достаточно длинного контакта, т.е. когда $|Z_x d| \geq 1$. Поэтому даже слабое SOC приводит к значительным фазовым сдвигам CPR, хотя амплитуда критического тока достаточно мала. Эту трудность можно преодолеть, принимая во внимание, что распределение намагниченности обычно неоднородно вблизи границы, что приводит к более эффективной генерации ESC. Для количественных оценок этого эффекта рассмотрим следующую модель поведения намагниченности вблизи S/F границы:

$$\mathbf{h} = h(\sin \theta(x), 0, \cos \theta(x)), U = e^{-i(\theta/2)\sigma_y}, \quad (4.29)$$

где $\theta(x) = -\theta_0(1 - (x + d/2)/\xi_\theta)$ для левой границы, $\theta(x) = \theta_0(1 - (d/2 - x)/\xi_\theta)$ для правой и $\theta(x) = 0$, если $|x \pm d/2| > \xi_\theta$. Мы предполагаем, что в рамках этой модели можно пренебречь поверхностным спин-орбитальным взаимодействием по сравнению

с магнитной неоднородностью. Тогда можно использовать граничные условия (4.23) с $S_\sigma = -i\sigma n_x \partial_x \theta / (2m_F h)$. Ответ для джозефсоновского тока через ферромагнетик получается из уравнения (4.24), где Z_x определяется ферромагнитной прослойкой с рашбавской спин-орбитой, т.е. формулой (4.27). Аномальный сдвиг фазы χ_0 определяется выражением (4.26).

Для маленьких обменных полей $h \ll \mu$ получаем, что аномальный сдвиг фазы определяется префактором $(I_+ - I_-)/(I_+ + I_-) \sim h/\mu$. Если дополнительно предположить (в общем случае это может быть и не так), что $Z_x d \ll 1$, тогда $\chi_0 \sim m_F (hd/\mu)\alpha$, что находится в согласии с результатом работы [284].

Итак, в данном подразделе развит обобщенный квазиклассический формализм для описания ESC в сильном ферромагнетике за счет магнитной текстуры или SOC. Показано, что в сильном ферромагнетике калибровочные спиновые поля, которые являются эффективным описанием спиновой текстуры ферромагнетика, приводят к генерации спонтанных сверхтоков, которые могут быть измерены через аномальный сдвиг фазы джозефсоновского контакта в широком классе S/F/S структур, релевантных для сверхпроводящей спинтроники.

4.1.2. Прямой эффект близости: спиновые вращательные моменты и динамика намагниченности

Общепринято, что снижение потерь энергии в результате выделения джоулева тепла является одним из основных приоритетов для развития электрически контролируемых типов магнитной памяти [481–484]. С момента проведения первых экспериментов по переносу вращательного момента (STT) [485, 486] много усилий было вложено в оптимизацию токов переключения, тепловой стабильности и туннельного магнитосопротивления магнитных туннельных контактов [483, 487, 488]. Тепловые эффекты играют важную роль и в управлении STT памятью другого типа - magnetic racetrack memory [489–491], которая основана на электрическом контроле движения доменных стенок (DW). Совершенствование этих спиновых устройств существенно зависит от конкуренции между тепловой стабильностью DWs и большими плотностями токов, которые требуются для того, чтобы преодолеть силу пиннинга [484, 492–498]. В качестве альтернативной платформы низкодиссипативного управления магнитной текстурой большой интерес также привлекает вызванное электрическим током движение скирмионов [461, 499, 500].

Применительно к энергосберегающим технологиям исследование и использование спиновых вращательных моментов, вызванных бездиссипативными сверхтоками, выглядит довольно перспективно. Для спин-текстурированных гибридных S/F структур существование спин-поляризованных сверхтоков довольно типично, где они переносятся дальнедействующей триплетной компонентой конденсата [80, 107].

В последние годы сделано довольно много работ, где изучаются спин-

поляризованные сверхтоки в различных S/F системах [8, 9]. Однако, вращательные моменты, вызванные сверхтоком, изучались теоретически только в нескольких модельных системах: в джозефсоновских контактах через однодоменные магнетики [284, 354, 421, 424, 501], двухслойные [502–504] и трехслойные [353] ферромагнитные слабые связи, а также в ферромагнитных спин-синглетных [505] и спин-триплетных сверхпроводниках [506]. Общее понимание картины взаимодействия сверхтока и спиновой текстуры отсутствовало, т.к. не было связи между вышеприведенными примерами и интересными с практической точки зрения системами - объемными неоднородными ферромагнетиками. Т.е. возможность движения сверхтоком доменных стенок и скирмионов в реальных ферромагнетиках была открытым вопросом в течение долгого времени, несмотря на большое внимание, прикованное к данной тематике.

Данный подраздел как раз и посвящен этому важному вопросу. Мы работаем в адиабатическом приближении, которое широко используется для описания кинетических процессов в металлических спин-текстурированных ферромагнетиках, включая вычисления проводимости [461] и спиновых вращательных моментов [507]. Мы переносим данный подход в область сверхпроводящих систем, чтобы описывать их транспортные свойства, которые определяются триплетными корреляциями пар с одинаковыми спинами. Мы выходим за рамки стандартной квазиклассической теории S/F гибридов [79, 80], которая позволяет описывать только слабые ферромагнетики с обменным полем много меньше энергии Ферми. Вместо этого мы используем развитую в предыдущем подразделе обобщенную квазиклассическую теорию, которая позволяет описывать эффект близости в сильных ферромагнетиках с обменным полем, сравнимым с энергией Ферми.

Мы показываем, что спин-поляризованный сверхток может индуцировать динамику намагниченности, которая описывается в рамках уравнения LLG

$$\dot{\mathbf{M}} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff} + \frac{\alpha}{M} \mathbf{M} \times \dot{\mathbf{M}}, \quad (4.30)$$

где $\gamma = 2\mu_B$ электронное гиромагнитное отношение. Второй член в правой части описывает затухание Гильберта. Сверхпроводящий спиновый ток \mathbf{J} может индуцировать спиновый вращательный момент двух типов, которые можно записать как поправку к эффективному полю $-\gamma \mathbf{M} \times \tilde{\mathbf{H}}_{eff} = \mathbf{N}_{st} + \mathbf{N}_{so}$. Первый член представляет собой адиабатический вращательный момент [495, 508, 509], а второй член \mathbf{N}_{so} это спин-орбитальный (SO) вращательный момент [387, 510]. Неадиабатический (antidamping) STT [494] сверхтоком не генерируется, т.к. он нарушает симметрию по отношению к обращению времени в уравнении LLG и может рассматриваться как поправка к затуханию Гильберта [511]. Т.е. неадиабатический STT связан с квазичастичным вкладом, который лежит за пределами данного рассмотрения. Результаты данного подраздела получены в соавторстве с А.М. Бобковым и М.А. Силаевым и опубликованы в работе [P20] из списка

публикаций автора по теме диссертации.

Спиновый вращательный момент, индуцированный сверхтоком. Для расчета спинового вращательного момента, вызванного сверхтоком, мы используем s-d модель с локализованной намагниченностью \mathbf{M} и намагниченностью электронов проводимости $\mathbf{M}_s = -2\mu_B \mathbf{s}$, где \mathbf{s} электронный спин и μ_B магнетон Бора. Динамика делокализованных спинов определяется уравнением LLG, которое содержит вращательный момент, созданный поляризацией электронов проводимости [512]

$$\dot{\mathbf{M}} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff} + \frac{\alpha}{M} \mathbf{M} \times \dot{\mathbf{M}} - J_{sd} \mathbf{M} \times \mathbf{M}_s. \quad (4.31)$$

Последний член в этом уравнении как раз и представляет собой этот вращательный момент и должен вычисляться из кинетического уравнения для электронов проводимости.

Кинетическая теория для электронов проводимости в металлах может быть сформулирована в терминах матричной гриновской функции $\check{G} = \check{G}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t_1, t_2)$, которая имеет следующую явную структуру в келдышевском пространстве $\check{G} = \begin{pmatrix} \check{G}^R & \check{G}^K \\ 0 & \check{G}^A \end{pmatrix}$.

В общем виде квантовое кинетическое уравнение имеет вид:

$$i\{\partial_t, \check{G}\}_t - [\hat{H}, \check{G}]_{t,r} = \check{I} \quad (4.32)$$

$$\hat{H}(t, \mathbf{r}) = -\frac{\hat{\Pi}_r^2}{2m_F} + (\hat{\sigma} \mathbf{h}(\mathbf{r}, t)) \hat{\tau}_3 - i(\hat{\sigma} \hat{B} \hat{\Pi}_r), \quad (4.33)$$

$$\check{I} = (\check{\Sigma} \circ \check{G} - \check{G} \circ \check{\Sigma})(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t_1, t_2). \quad (4.34)$$

Здесь мы определяем о-произведение как $(\hat{A} \circ \hat{B})(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} dt \hat{A}(t_1, t) \hat{B}(t, t_2)$. Коммутатор определяется как $[\hat{H}, \check{G}]_t = \hat{H}(t_1, \mathbf{r}_1) \check{G} - \check{G} \hat{H}(t_2, \mathbf{r}_2)$, $\hat{\Pi}_r = \nabla - ie\hat{\tau}_3 \mathbf{A}(\mathbf{r})$, $\hat{\sigma}_i$ и $\hat{\tau}_i$ матрицы Паули в спиновом и частично-дырочном пространствах, соответственно. Обменное поле определяется локализованными моментами $\mathbf{h} = -J_{sd} \mathbf{M} / 2\mu_B$. Последний член в уравнении (4.33) представляет собой линейное по импульсу SOC общего вида, определяемое тензорным коэффициентом \hat{B} . Интеграл столкновений в правой части уравнения (4.32) дается выражением 4.34). Собственная энергия $\check{\Sigma}$ включает в себя эффекты, связанные с рассеянием на беспорядке, а также недиагональные сверхпроводящие собственно-энергетические части.

Спиновая поляризация электронов проводимости \mathbf{s} , зарядовый \mathbf{j} и спиновый \mathbf{J}^i токи

даются выражениями

$$\mathbf{s}(\mathbf{r}, t) = -\frac{i}{8} \text{Tr}_4[\hat{\boldsymbol{\sigma}} \hat{\tau}_3 \hat{G}^K] |_{\mathbf{r}_{1,2}=\mathbf{r}, t_{1,2}=t}. \quad (4.35)$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \text{Tr}_4 \left[\frac{(\hat{\Pi}_{\mathbf{r}_1} - \hat{\Pi}_{\mathbf{r}_2})}{8m_F} \hat{\tau}_3 \check{G}^K \right] |_{\mathbf{r}_{1,2}=\mathbf{r}, t_{1,2}=t} \quad (4.36)$$

$$\mathbf{J}^k(\mathbf{r}, t) = \text{Tr}_4 \left[\frac{(\hat{\Pi}_{\mathbf{r}_1} - \hat{\Pi}_{\mathbf{r}_2})}{16m_F} \hat{\sigma}_k \check{G}^K \right] |_{\mathbf{r}_{1,2}=\mathbf{r}, t_{1,2}=t}. \quad (4.37)$$

Стратегия изучения динамики намагниченности заключается в совместном решении уравнения LLG (4.31) и кинетических уравнений (4.32)-(4.34), дополненных выражением для магнитного момента (4.35). Однако, в общем виде данная задача слишком сложна для анализа. Мы упрощаем кинетическое уравнение, используя обобщенное квазиклассическое приближение.

Кроме того, существенное упрощение теории может быть достигнуто в теории линейного отклика, когда динамику намагниченности можно считать медленной, т.ч. ее характерная частота мала по сравнению с энергией в спектре квазичастиц. В этом случае мы можем использовать квазистационарное уравнение для электронной намагниченности, которое получается из (4.32). Умножая его на $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ слева и беря след по спиновым переменным, получим:

$$-\partial_t \mathbf{s} + \nabla_j \mathbf{J}_j = \frac{J_{sd}}{\mu_B} (\mathbf{M} \times \mathbf{M}_s) + 2m_F (\mathbf{B}_j \times \mathbf{J}_j) + \frac{\text{Tr}_4[\hat{\boldsymbol{\sigma}} \check{I}^K]}{8}. \quad (4.38)$$

Здесь мы ввели вектор $\mathbf{B}_j = (B_{xj}, B_{yj}, B_{zj})$, который определяется j -ой координатной компонентой тензора \hat{B} и $\mathbf{J}_j = (J_j^x, J_j^y, J_j^z)$ это j -ая координатная компонента спинового тока (4.37). Тогда член, отвечающий за вращательный момент в уравнении LLG (4.31) можно найти, пренебрегая членами с временной производной в уравнении (4.38):

$$\frac{J_{sd}}{\mu_B} (\mathbf{M} \times \mathbf{M}_s) = \nabla_j \mathbf{J}_j - 2m_F (\mathbf{B}_j \times \mathbf{J}_j) - \frac{\text{Tr}_4[\hat{\boldsymbol{\sigma}} \check{I}^K]}{8}. \quad (4.39)$$

В этой работе мы интересуемся квазиравновесными спиновыми вращательными моментами, которые генерируются только сверхтоком, без учета вклада квазичастиц. Это означает, что нормальная компонента тока и электрическое поле отсутствуют. В общем случае, последний член с интегралом столкновения в уравнении (4.39) содержит вклады как от сверхпроводящего параметра порядка, так и от спин-орбитального рассеяния. В нашей модели делается ряд предположений, которые позволяют считать $\text{Tr}_4[\hat{\boldsymbol{\sigma}} \check{I}^K] = 0$. Во-первых, мы интересуемся спиновыми вращательными моментами, которые возникают в ферромагнитной слабой связи, где отсутствует сверхпроводящий параметр порядка. Во-вторых, обменное расщепление между спиновыми подзонами предполагается

большим, что подавляет переходы электронов между ними с переворотом спина. Ниже мы показываем, что в этом режиме первый член в правой части уравнения (4.39) генерирует адиабатический вращательный момент [507, 508], а второй член дает спин-орбитальный вращательный момент [387, 510]. Для того, чтобы найти эти вклады, мы вычисляем спиновый сверхток через пространственно неоднородный ферромагнетик.

Обобщенная квазиклассическая теория. Вывод обобщенного квазиклассического формализма для сильного неоднородного ферромагнетика был дан в предыдущем подразделе. Здесь мы только приведем его обобщение для описания неравновесных и явно зависящих от времени процессов. Гриновская функция в спиновой подзоне σ является матрицей 4×4 в прямом произведении частично-дырочного и келдышевского пространств. Она подчиняется следующему уравнению Эйленберга:

$$i\{\hat{\tau}_3 \partial_t, \hat{g}\}_t + i\mathbf{v}_\sigma \hat{\partial}_r \hat{g}_\sigma - [\hat{\Sigma}_\sigma, \hat{g}_\sigma]_t = 0, \quad (4.40)$$

$$\hat{\partial}_r = \nabla - ie[\mathbf{A}\hat{\tau}_3, \cdot]_t + i\sigma[\mathbf{Z}\hat{\tau}_3, \cdot]_t. \quad (4.41)$$

Спин-зависящее калибровочное поле определяется суперпозицией двух членов $\mathbf{Z} = \mathbf{Z}^m + \mathbf{Z}^{so}$, где $Z_i^m = -i\text{Tr}(\hat{\sigma}_z \hat{U}^\dagger \partial_i \hat{U})/2$ вклад спиновой текстуры, а член $Z_i^{so} = m_F(\mathbf{m}\mathbf{B}_i)$ (где $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M$) индуцируется SOC.

Выражения для зарядового \mathbf{j} и спиновых токов \mathbf{J}^k , где k спиновый индекс, имеют вид:

$$\mathbf{j}(t) = -\frac{\pi e}{4} \sum_{\sigma=\pm} \nu_\sigma \langle \mathbf{v}_\sigma \text{Tr}[\hat{\tau}_3 \hat{g}_\sigma^K(t, t)] \rangle, \quad (4.42)$$

и спиновый ток в локальном спиновом базисе

$$\tilde{\mathbf{J}}^z(t) = -\frac{\pi}{8} \sum_{\sigma=\pm} \sigma \nu_\sigma \langle \mathbf{v}_\sigma \text{Tr}[\hat{\tau}_3 \hat{g}_\sigma^K(t, t)] \rangle \quad (4.43)$$

Условие нормировки в рассматриваемом случае имеет вид $(\hat{g}_\sigma \circ \hat{g}_\sigma)(t_1, t_2) = \hat{\delta}(t_1 - t_2)$. В диффузном пределе гриновская функция подчиняется уравнению Узаделя:

$$\{\hat{\tau}_3 \partial_t, \hat{g}_\sigma\}_t - D_\sigma \hat{\partial}_r (\hat{g}_\sigma \circ \hat{\partial}_r \hat{g}_\sigma) = 0, \quad (4.44)$$

Зарядовый и спиновый ток в диффузном пределе имеют вид:

$$\mathbf{j} = \frac{\pi e}{4} \sum_{\sigma=\pm} \nu_\sigma D_\sigma \text{Tr}[\hat{\tau}_3 \hat{g}_\sigma \circ \hat{\partial}_r \hat{g}_\sigma] \quad (4.45)$$

$$\tilde{\mathbf{J}}^z = \frac{\pi}{8} \sum_{\sigma=\pm} \sigma \nu_\sigma D_\sigma \text{Tr}[\hat{\tau}_3 \hat{g}_\sigma \circ \hat{\partial}_r \hat{g}_\sigma] \quad (4.46)$$

Далее, условие нормировки позволяет параметризовать келдышевскую компоненту гриновской функции через функцию распределения $\hat{g}_\sigma^K = \hat{g}_\sigma^R \circ \hat{f}_\sigma - \hat{f}_\sigma \circ \hat{g}_\sigma^A$. Тогда, переходя

в смешанное представление $\hat{g}_\sigma(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{g}_\sigma(\varepsilon, t) e^{-i\varepsilon(t_1-t_2)} d\varepsilon/2\pi$, где $t = (t_1 + t_2)/2$, мы сохраняем только члены самого низкого порядка по временным производным.

В качестве иллюстрации вышеописанной процедуры можно получить из уравнения (4.45) электрический ток в нормальном состоянии $\mathbf{j} = e^2(\nu_+ D_+ - \nu_- D_-) \mathbf{E}_e$, который генерируется эффективным электрическим полем [219, 461] $\mathbf{E}_e = -\partial_t \mathbf{Z}$. Однако, в нашем рассмотрении мы пренебрегаем этими эффектами и учитываем только квазиравновесные вклады в токи

$$\mathbf{j} = \sum_{\sigma=\pm} \frac{e\nu_\sigma D_\sigma}{8} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon f_0 \text{Tr}(\hat{\tau}_3 \hat{\mathbf{J}}_\sigma^{RA}) \quad (4.47)$$

$$\tilde{\mathbf{J}}^z = \sum_{\sigma=\pm} \frac{\sigma\nu_\sigma D_\sigma}{16} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon f_0 \text{Tr}(\hat{\tau}_3 \hat{\mathbf{J}}_\sigma^{RA}), \quad (4.48)$$

где $\hat{\mathbf{J}}_\sigma^{RA} = \hat{g}_\sigma^R \hat{\partial}_r \hat{g}_\sigma^R - \hat{g}_\sigma^A \hat{\partial}_r \hat{g}_\sigma^A$ спектральный ток и $f_0(\varepsilon) = \tanh(\varepsilon/2T)$ равновесная функция распределения.

Индукцированный сверхтоком вращательный момент. В квазиравновесном режиме, когда производными по времени гриновской функции можно пренебречь, уравнения (4.40) или (4.44) дают сохранение спинового тока в локальном спиновом базисе $\nabla \cdot \tilde{\mathbf{J}}_z = 0$. Спиновый ток в лабораторной системе отсчета вычисляется как $\mathbf{J}^k = R_{kz} \tilde{\mathbf{J}}^z$, т.е. направление переносимого спина просто следует локальному направлению намагниченности

$$\mathbf{J}^k(\mathbf{r}) = m_k(\mathbf{r}) \tilde{\mathbf{J}}^z, \quad (4.49)$$

где $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M$. Он не сохраняется из-за того, что намагниченность d-электронов зависит от координат $\mathbf{m} = \mathbf{m}(\mathbf{r})$.

Подставляя (4.49) в (4.39) получим вращательный момент, который индуцируется сверхтоком в квазиравновесном режиме:

$$J_{sd} \mathbf{M}_s \times \mathbf{M} = \mathbf{N}_{st} + \mathbf{N}_{so}, \quad (4.50)$$

$$\mathbf{N}_{st} = 2\mu_B (\tilde{\mathbf{J}}^z \nabla) \mathbf{m}, \quad (4.51)$$

$$\mathbf{N}_{so} = 4\mu_B m_F (\mathbf{m} \times \mathbf{B}_j) \tilde{J}_j^z. \quad (4.52)$$

Здесь \mathbf{N}_{st} это вращательный момент, переносимый сверхтоком (СТТ), который в рассматриваемом нами приближении имеет только адиабатический вклад, а \mathbf{N}_{so} спин-орбитальный вращательный момент. Его конкретная структура зависит от типа спин-орбитального взаимодействия, которое присутствует в системе. Ниже мы показываем, что из-за когерентной природы спин-поляризованного сверхтока тот же самый результат может быть получен из рассмотрения энергии джозефсоновского контакта как функционала от намагниченности, вычисляя из него поправку к эффективному полю, действующему на намагниченность.

Индукцированный сверхтоком вращательный момент как поправка к эффективному полю. Выше мы вывели общие выражения (4.51,4.52) для сверхпроводящих спиновых вращательных моментов, стартуя с решения кинетического уравнения, рассматриваемого в адиабатическом пределе. Альтернативный подход к нахождению сверхпроводящих спиновых моментов базируется на описании динамики намагниченности в терминах феноменологического эффективного поля $\mathbf{H}_{eff} = -\delta F/\delta \mathbf{M}$, где $F = F(\mathbf{M})$ энергия системы как функционал от намагниченности. Уравнение LLG без диссипативных членов имеет вид

$$\dot{\mathbf{M}} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff}. \quad (4.53)$$

Этот подход не получится применить для вывода спиновых вращательных моментов в нормальном состоянии, где намагниченность электронов проводимости не является когерентной. В отличие от нормальных систем, в сверхпроводящем состоянии электроны находятся в макроскопическом когерентном состоянии. Поэтому полная энергия системы, записанная в терминах макроскопических переменных, описывает взаимодействие между спином конденсата и ферромагнитным параметром порядка.

Вышеприведенные аргументы дают основания полагать, что сверхпроводящие спиновые вращательные моменты (4.51) и (4.52) могут быть получены из энергетических соображений. Чтобы продемонстрировать это, рассмотрим джозефсоновский контакт через ферромагнитную слабую связь из текстурированного ферромагнетика. В общем случае эта задача сложна и требует проведения серьезных численных расчетов для каждой конкретной рассматриваемой системы. Однако, как показано в предыдущем подразделе, для случая сильных ферромагнетиков общие выражения для джозефсоновского спинового и зарядового токов для слабых связей, имеющих различную магнитную текстуру, можно получить, используя аппарат обобщенной квазиклассической теории.

Рассмотрим магнитную текстуру, намагниченность которой зависит только от одной пространственной координаты $\mathbf{M} = \mathbf{M}(x)$, находящуюся в области слабой связи длиной d между двумя границами со сверхпроводящими берегами при $x = \pm d/2$. Разность фаз сверхпроводящего параметра порядка между берегами χ . Ток-фазовое соотношение для такой системы было получено в предыдущем подразделе и дается суммой джозефсоновских токов, переносимых парами электронов с одинаковыми спинами вверх или вниз:

$$j(\chi) = \sum_{\sigma=\pm} j_{\sigma} \sin \left(\chi + 2\sigma \int_{-d/2}^{d/2} Z_x dx \right). \quad (4.54)$$

Амплитуды j_{σ} определяются граничными условиями на S/F границах и фактором перекрытия корреляций электронов с равными спинами, индуцированных сверхпроводящими берегами $j_{\sigma} \propto e^{-d/\xi_{N\sigma}}$, где $\xi_{N\sigma} = \sqrt{D_{\sigma}/T}$ зависящая от спина длина сверхпроводящей когерентности в нормальном металле. Другим характерным масштабом задачи является длина магнитной неоднородности. В случае доменной стенки это просто ее ширина

d_w . Если мы интересуемся движением доменной стенки (DW) и рассматриваем ситуацию, когда она локализована внутри слабой связи ($d_w < d$) но не непосредственно около S/F границ, амплитуда j_σ вообще не зависит от d_w . Но этот масштаб входит в джозефсоновский ток через эффективное калибровочное поле $\mathbf{Z} = -m_x(m_y \nabla m_z - m_z \nabla m_y)/2m_\perp^2$, где $m_\perp = \sqrt{m_y^2 + m_z^2}$. \mathbf{Z} это ключевой фактор, обеспечивающий возможность динамики DW в джозефсоновском контакте, как поясняется ниже. В более общем случае, когда доменная стенка широкая $d_w > d$ или локализована вблизи S/F границы, амплитуды j_σ также зависят от d_w и через граничные условия, но рассмотрение динамики доменной стенки, проводимое ниже, неприменимо в этом случае.

В локальном базисе спиновый ток $\tilde{J}^z \equiv \tilde{J}_x^z$ дается разницей токов пар со спинами вверх и вниз

$$\tilde{J}^z(\chi) = \frac{1}{2e} \sum_{\sigma=\pm} \sigma j_\sigma \sin \left(\chi + 2\sigma \int_{-d/2}^{d/2} Z_x dx \right). \quad (4.55)$$

Джозефсоновскую энергию можно получить обычным образом:

$$F_J = \text{const} - \frac{1}{2e} \sum_{\sigma=\pm} j_\sigma \cos \left(\chi + 2\sigma \int_{-d/2}^{d/2} Z_x dx \right). \quad (4.56)$$

Тогда ток-фазовое соотношение (4.54) связано с энергией как $j(\chi) = 2e(dF_J/d\chi)$. Вычислим $\tilde{\mathbf{H}}_{eff} = -\delta F_J/\delta \mathbf{M}$. Из уравнений (4.55,4.56) получим:

$$\frac{\partial F_J}{\partial \mathbf{M}} = \frac{2\tilde{J}_x^z}{M} \frac{\delta \int_{-d/2}^{d/2} Z_x dx}{\delta \mathbf{m}}. \quad (4.57)$$

Рассмотрим унитарную матрицу поворота вида $\hat{U} = \exp\{-i\sigma_x(\frac{\delta}{2} + \frac{\pi}{4})\} \exp\{-i\sigma_y(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4})\}$, который дает текстурную часть калибровочного поля (связанную с неоднородностью намагниченности) $\mathbf{Z}^m = -\cos\theta \nabla \delta/2$, где $m_x = \cos\theta$ и $\tan\theta = m_z/m_y$. Получаем $\nabla \delta = (m_y \nabla m_z - m_z \nabla m_y)/m_\perp^2$, где $m_\perp = \sqrt{m_y^2 + m_z^2}$. Тогда

$$\frac{\delta}{\delta m_x} \int_{-d/2}^{d/2} \mathbf{Z}^m dx = -\frac{\mathbf{x}}{2m_\perp^2} (m_y \nabla m_z - m_z \nabla m_y) \quad (4.58)$$

$$\frac{\delta}{\delta m_y} \int_{-d/2}^{d/2} \mathbf{Z}^m dx = -\frac{\mathbf{y}}{2m_\perp^2} m_z \nabla m_x \quad (4.59)$$

$$\frac{\delta}{\delta m_z} \int_{-d/2}^{d/2} \mathbf{Z}^m dx = \frac{\mathbf{z}}{2m_\perp^2} m_y \nabla m_x \quad (4.60)$$

Следовательно,

$$2 \left(\mathbf{M} \times \frac{\delta \int_{-d/2}^{d/2} Z_x dx}{M \delta \mathbf{m}} \right)_y = \frac{1}{m_{\perp}^2} \times \quad (4.61)$$

$$[m_z(m_z \nabla_x m_y - m_y \nabla_x m_z) - m_y m_x \nabla_x m_x] = \nabla_x m_y.$$

Рассматривая аналогично остальные компоненты и спин-орбитальную часть калибровочного поля, получим:

$$2 \left(\mathbf{M} \times \frac{\delta \int_{-d/2}^{d/2} Z_x^m dx}{M \delta \mathbf{m}} \right) = \nabla_x \mathbf{m} \quad (4.62)$$

$$2 \left(\mathbf{M} \times \frac{\delta \int_{-d/2}^{d/2} Z_x^{so} dx}{M \delta \mathbf{m}} \right) = -2m_F \mathbf{B}_x \times \mathbf{M} \quad (4.63)$$

Комбинируя эти вклады, получим полное выражение для вращательного момента:

$$\gamma \mathbf{M} \times \tilde{\mathbf{H}}_{eff} = 2\mu_B \tilde{J}^z (2m_F \mathbf{B}_x \times \mathbf{m} - \nabla_x \mathbf{m}) \quad (4.64)$$

Подстановка (4.64) в LLG дает ответ для вращательного момента, идентичный уравнениям (4.50,4.51,4.52).

Приведенное выше энергетическое рассмотрение показывает, что прямая связь между намагниченностью и сверхтоком существует даже в случае, когда спонтанный зарядовый ток отсутствует. Действительно, спонтанный сдвиг фазы в ток-фазовом соотношении (4.54) имеет вид $\tan \chi_0 = \tan \varphi (j_+ - j_-) / (j_+ + j_-)$, где $\varphi = 2 \int_{-d/2}^{d/2} Z_x dx$. Поэтому $\chi_0 = 0$ в пределе вырожденных спиновых подзон $j_+ = j_-$. В то же время джозефсоновский спиновый ток (4.55) и, следовательно, спиновый вращательный момент в уравнении (4.64) не обращаются в нуль. Этот результат обобщает предложенный ранее в литературе механизм спин-орбитального вращательного момента, индуцированного сверхтоком [284, 354], который следует из зависимости $\chi_0 = \chi_0(\mathbf{m})$. В нашем случае не только фазовый сдвиг, но и полный критический ток $j_c = \sqrt{j_+^2 + j_-^2 + 2j_+ j_- \cos(2\varphi)}$ в уравнении (4.54) зависит от намагниченности через $\varphi = \varphi(\mathbf{m})$. Это дает ненулевое эффективное поле даже в случае вырожденных спиновых подзон.

Индукцированная сверхтоком динамика магнитной текстуры. Первым важным следствием бездиссипативности индуцированных сверхтоком спиновых вращательных моментов является возможность реализации квазиравновесной динамики магнитной текстуры, которая вызвана исключительно адиабатическим STT, созданным сверхтоком. В отсутствие диссипации уравнение LLG (4.30) имеет решение в форме бегущей волны $\mathbf{m} = \mathbf{m}(x - ut)$ с постоянной скоростью $u = 2\mu_B \tilde{J}^z / M$, которая определяет

ся спиновым током. Для периодической магнитной структуры, например, магнитной спирали, это дает локальное вращение намагниченности с частотой $\omega \sim u/L$, где L период структуры. Однако, такие квазиравновесные решения не отвечают основному состоянию. Оно может быть достигнуто только в присутствии гильбертовского затухания, которое трансформирует магнитную текстуру таким образом, чтобы компенсировать эффективное поле от спин-поляризованного сверхтока. В какой-то момент система придет к стационарному состоянию, в котором $\mathbf{H}_{eff} = 0$. В присутствии диссипации та же самая величина u определяет характерную скорость движения доменной стенки под действием адиабатического STT в рассматриваемой системе. В принципе, вызванное сверхтоком движение доменных стенок в джозефсоновских контактах через сильный ферромагнетик может быть реализовано в различных системах с достаточно высокими плотностями критического тока. Высокие критические токи через сильные ферромагнетики обычно переносятся парами электронов с равными спинами, которые затухают вглубь ферромагнетика на масштабе $\xi_{N\sigma}$ [80]. Джозефсоновский ток, переносимый через сильный ферромагнетик триплетными парами с равными спинами экспериментально наблюдался в различных системах [408–410, 513, 514], которые являются перспективными элементами для бездиссипативной спинтроники. Здесь мы приводим оценку u для параметров наноструктур на основе полуметаллического CrO_2 [409]. Максимальная плотность джозефсоновского тока через нанопроволоку CrO_2 составляет $j_c \sim 10^9 \text{ A/m}^2$, что дает спиновый ток $\tilde{J}^z = j_c/(2e)$. Беря намагниченность насыщения $M = 4.75 \times 10^5 \text{ A/m}$ мы получаем скорость порядка $u = 1 \text{ m/s}$. Как показано ниже, в случае если в начальном состоянии в контакте есть DW, то основное состояние, модифицированное сверхтоком, может отвечать либо наличию искаженной DW в контакте, либо однородному состоянию, когда DW выталкивается из образца. Динамика начального состояния, содержащего DW, под действием сверхтока в присутствии гильбертовского затухания также рассматривается ниже.

Движение доменной стенки. Теперь исследуем индуцированную сверхтоком динамику магнитной текстуры ферромагнетика в форме DW. Рассматриваются случаи доменных стенок неелевского типа и head-to head.

Конкретная форма DW диктуется комбинацией энергии анизотропии и обменной энергии. Начнем с рассмотрения случая head-to-head DW. В этом случае соответствующая энергия имеет вид:

$$F = \frac{1}{2} \int d^3r [K_{\perp} m_y^2 - K m_x^2 + A_{ex} (\nabla_x \mathbf{m})^2], \quad (4.65)$$

где $K > 0$ и $K_{\perp} > 0$ константы анизотропии для легкой и тяжелой осей, соответственно. A_{ex} константа жесткости, описывающая неоднородную часть обменной энергии. Эффективное магнитное поле $\mathbf{H}_{eff} = (1/M)(K m_x \mathbf{x} - K_{\perp} m_y \mathbf{y} + A_{ex} \nabla_x^2 \mathbf{m})$. Удобно

параметризовать намагниченность двумя углами:

$$\mathbf{m} = (\cos \theta, \sin \theta \cos \delta, \sin \theta \sin \delta), \quad (4.66)$$

где в общем случае оба угла зависят от (x, t) . При отсутствии приложенного сверхтока равновесная форма стенки отвечает $\delta = \pi/2$ и

$$\cos \theta = \pm \tanh[(x - x_0)/d_w], \quad (4.67)$$

где $d_w = \sqrt{A_{ex}/K}$ ширина доменной стенки. Этот анзац описывает head-to-head DW, лежащую в плоскости xz . Tail-to-tail DW можно получить отсюда заменой $\theta \rightarrow \theta + \pi$.

Рассмотрим поведение head-to head DW под действием приложенного сверхтока в присутствии SOC, которое может содержать как вклад типа Рашбы $2m_F\mu_B\mathbf{B}_x/M = (0, -\beta_R, 0)$, так и вклад типа Дрессельхауса $2m_F\mu_B\mathbf{B}_x/M = (\beta_D, 0, 0)$.

Для начала проведем аналитическое рассмотрение в рамках Волкеровской процедуры [239], предполагая, что $\delta = \delta(t)$ и DW движется сохраняя свою форму, что описывается зависимостью от времени координаты центра стенки $x_0(t) = \int_0^t v(t')dt'$ в уравнении (4.67). Подставляя этот анзац в уравнение LLG, получим, что решение такого типа существует только в отсутствие SOC типа Рашбы $\beta_R = 0$. Мы предполагаем, что искажение стенки во время ее движения мало, т.е. $\delta = \pi/2 + \delta_1$, где $|\delta_1| \ll 1$. В этом случае, учитывая что $d_w \nabla_x \theta = \sin \theta$, получим

$$\partial_t \delta_1 = -\frac{\alpha v}{d_w} - 2\tilde{J}^z \beta_D \quad (4.68)$$

$$(1 + \alpha^2)v - u = \frac{\gamma d_w K_\perp \delta_1}{M} - 2d_w \tilde{J}^z \alpha \beta_D. \quad (4.69)$$

Уравнения (4.68) и (4.69) дают следующее уравнение для скорости стенки $v(t)$:

$$\partial_t v + \frac{\gamma \alpha K_\perp}{M(1 + \alpha^2)}v = -\frac{2d_w \gamma K_\perp \tilde{J}^z \beta_D}{M(1 + \alpha^2)}. \quad (4.70)$$

Учитывая начальное условие, которое получается из уравнения (4.69), $(1 + \alpha^2)v(t = 0) = u - 2d_w \alpha \beta_D \tilde{J}^z$, что следует из $\delta_1(t = 0) = 0$, получаем решение уравнения (4.70) в виде:

$$v(t) = \left[u + \frac{2d_w \tilde{J}^z \beta_D}{\alpha} \right] \frac{e^{-t/t_d}}{(1 + \alpha^2)} - \frac{2d_w \tilde{J}^z \beta_D}{\alpha}, \quad (4.71)$$

$$\delta(t) = \frac{\pi}{2} + \frac{t_d (1 - e^{-t/t_d})}{1 + \alpha^2} \left[\frac{u \alpha}{d_w} - 2\tilde{J}^z \beta_D \right], \quad (4.72)$$

где $t_d = (1 + \alpha^2)M/(\alpha \gamma K_\perp)$ характерный масштаб времени магнитной динамики. Ре-

шение для движущейся доменной стенки, которое выражается уравнениями (4.71,4.72), точно совпадает с решением для нормального ферромагнетика под действием адиабатического и неадиабатического вращательного моментов [240]. Но, тем не менее, есть важное физическое различие между рассмотренным здесь спин-орбитальным вращательным моментом и неадиабатическим вращательным моментом. Как видно из уравнения (4.52), спин-орбитальный вращательный момент эквивалентен вращательному моменту, который создается внешним магнитным полем $\gamma \mathbf{H} = -4\mu_B m_F \tilde{J}_j^z \mathbf{B}_j / M$. Следовательно, он двигает доменные стенки противоположных типов (+/- и -/+) в противоположных направлениях, в отличие от действия неадиабатического вращательного момента, который двигает все доменные стенки в одном и том же направлении. В то же время, из уравнений (4.68) и (4.69) следует, что вращательный момент, индуцируемый рашбовской спин-орбитой, эквивалентен полю, перпендикулярному намагниченности доменов, поэтому он не двигает стенку, а только искажает ее. Решение (4.71,4.72) справедливо только для малых электрических и, следовательно, спиновых токов, приложенных к системе. Если ток достаточно велик, условие $|\delta_1| \ll 1$ нарушается и уравнения (4.68) и (4.69) становятся несправедливыми. Ранее в литературе было показано [495], что в этом режиме для $\tilde{J}^z > \tilde{J}_{crit}$ доменная стенка может двигаться даже под действием только адиабатического вращательного момента.

Мы рассматриваем режим произвольных значений приложенных токов, численно решая уравнение (4.31) совместно с выражениями для вращательных моментов (4.50)-(4.52) и эффективным полем H_{eff} , которое определяется уравнением (4.65). Результаты, полученные для случая достаточно малых приложенных токов, когда наше аналитическое рассмотрение применимо, представлены на рис. 4.2. Этот рисунок демонстрирует смещение центра DW в зависимости от времени. Черная кривая отвечает случаю, когда спин-орбитальный вращательный момент отсутствует. Синяя и розовые кривые соответствуют случаю наличия SOC Рашбы $\beta_R \neq 0, \beta_D = 0$. Они показывают, что рашбовский вращательный момент действительно не двигает стенку данного типа, как уже упомянуто выше. Зеленая и красная кривые отвечают случаю ненулевого SOC типа Дрессельхауса. В согласии с нашим аналитическим рассмотрением численные расчеты дают что при $t \gg t_d$ DW движется с постоянной скоростью. Направление движения определяется знаком β_D или, другими словами, знаком эффективного магнитного поля. Возможна ситуация, когда доменная стенка изменит направление своего движения если адиабатический вращательный момент стремится сдвинуть ее в направлении противоположном тому, которое диктуется эффективным спин-орбитальным полем. Этот случай проиллюстрирован красной кривой на рис. (4.2).

Режим больших приложенных токов $\tilde{J}^z > \tilde{J}_{crit}$, когда DW может двигаться даже под действием адиабатического вращательного момента, показан на рис. 4.3. Мы получили, что значение \tilde{J}_{crit} достаточно близко к Kd_w . Поэтому критическая плотность

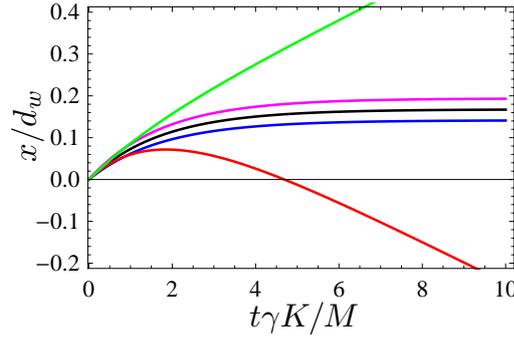


Рис. 4.2: Смещение DW как функция времени в режиме ниже порогового тока \tilde{J}_{crit} . $\tilde{\beta}_R = \tilde{\beta}_D = 0$ (черная кривая), $\tilde{\beta}_R = -0.05, \tilde{\beta}_D = 0$ (синяя), $\tilde{\beta}_R = 0.05, \tilde{\beta}_D = 0$ (розовая), $\tilde{\beta}_R = 0, \tilde{\beta}_D = -0.05$ (зеленая), $\tilde{\beta}_R = 0, \tilde{\beta}_D = 0.05$ (красная). Безразмерный параметр $\tilde{\beta}_{R,D} = \beta_{R,D}d_wM/\mu_B$. Остальные параметры $K_{\perp}/K = 3.0$, $\alpha = 0.2$ и $\tilde{J}^z = -0.1Kd_w$ для всех кривых.

электрического тока имеет порядок $eKd_w/\hbar \sim 10^{10}$ А/м². Это на порядок больше, чем достигнутые экспериментально значения плотности критических токов в джозефсоновских контактах через сильные ферромагнетики [409]. Опять, черная кривая на рис. 4.3 показывает смещение DW в отсутствии спин-орбитальных вращательных моментов. Начальная динамика DW при маленьких t совпадает с рис. 4.2, но при больших значениях t ситуация меняется, т.ч. в рассматриваемом режиме DW двигается, но ее скорость не остается постоянной. Рашбовский вращательный момент не оказывает какого-либо существенного влияния на движение доменной стенки, как и в случае малых приложенных токов. Но эффект спин-орбитального вращательного момента Дрессельхауса является существенным и, на первый взгляд, неожиданным. В самом деле, как видно из рис. 4.2, вращательный момент, который создается этим типом SOC, например, для $\beta_D < 0$, двигает DW в направлении $x > 0$. Но в надпороговом режиме по приложенному току он может только уменьшать среднюю скорость DW (зеленая кривая на рис. 4.3), т.е. движение под действием адиабатического вращательного момента и спин-орбитального вращательного момента одновременно нельзя рассматривать как сумму независимых движений, вызванных этими моментами. И, наоборот, спин-орбитальный вращательный момент при $\beta_D > 0$, который сам по себе стремится двигать доменную стенку в направлении $x < 0$, может слегка увеличить среднюю скорость DW, как это показывает красная кривая.

Влияние SOC Дрессельхауса на среднюю скорость доменной стенки более детально показано на рис. 4.4. Рис. 4.4(a) изображает смещение DW в зависимости от времени t для нескольких значений $\beta_D > 0$. Видно, что есть слабое увеличение средней скорости при $\beta_D > 0$, но более важный и существенный эффект состоит в том, что увеличение β_D приводит к уменьшению периода осцилляций скорости. Случай $\beta_D < 0$ показан на рис. 4.4(b), где можно видеть, что зависимость средней скорости DW от β_D немо-

нотона. В то время как при малых значениях $|\beta_D|$ средняя скорость действительно уменьшается по сравнению со случаем $\beta_D = 0$, при больших значениях $|\beta_D|$ скорость начинает возрастать и существенно превышает свое значение при $\beta_D = 0$.

Это поведение можно понять в рамках аналогии между спин-орбитальным вращательным моментом и вращательным моментом, который индуцируется магнитным полем. Для ситуации, когда доменные стенки движутся под действием вращательных моментов, созданных как током, так и полем одновременно, известно, что стационарное движение с $\dot{\delta} = 0$ возможно только в определенном диапазоне полей и токов [515]. Линии в (\tilde{J}^z, H) -плоскости, которые разделяют области стационарного движения и прецессионного движения $\dot{\delta} \neq 0$, называются волкеровскими линиями стабильности [515]. Верхняя граница режима стационарного движения в случае движения только под действием поля отвечает условию волкеровского предела [239]. Для рассматриваемой задачи увеличение абсолютного значения β_D при фиксированном токе эквивалентно увеличению приложенного поля при фиксированном токе. Когда при нулевом β_D система находится в прецессионном режиме, как на рис. 4.3, увеличение $|\beta_D|$ при $\beta_D < 0$ двигает систему к области стационарного движения, где скорость стенки выше. Таким образом, переход из прецессионного режима в стационарный режим на рис.4.2 и 4.3 аналогичен пересечению волкеровских линий стабильности.

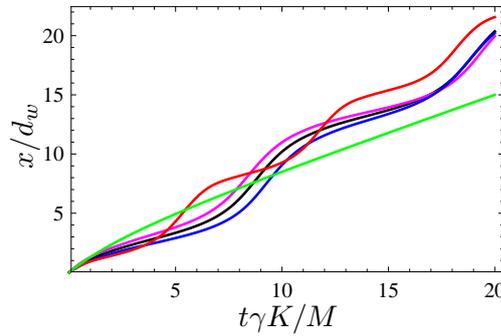


Рис. 4.3: Смещение DW как функция времени в режиме выше порогового тока $\tilde{J}^z > \tilde{J}_{crit}$. $\tilde{\beta}_R = \tilde{\beta}_D = 0$ (черная линия), $\tilde{\beta}_R = -0.05, \tilde{\beta}_D = 0$ (синяя), $\tilde{\beta}_R = 0.05, \tilde{\beta}_D = 0$ (розовая), $\tilde{\beta}_R = 0, \tilde{\beta}_D = -0.05$ (зеленая), $\tilde{\beta}_R = 0, \tilde{\beta}_D = 0.05$ (красная). Остальные параметры $K_{\perp}/K = 3.0$, $\alpha = 0.2$ и $\tilde{J}^z = -1.5Kd_w$ всех кривых.

Теперь рассмотрим доменную стенку неелевского типа. В этом случае комбинация энергии анизотропии и обменной энергии имеет вид:

$$F = \frac{1}{2} \int d^3r \left[K_{\perp} m_z^2 - K m_y^2 + A_{ex} (\nabla_x \mathbf{m})^2 \right]. \quad (4.73)$$

Удобно параметризовать намагниченность как:

$$\mathbf{m} = (\sin \theta \sin \delta, \cos \theta, \sin \theta \cos \delta). \quad (4.74)$$

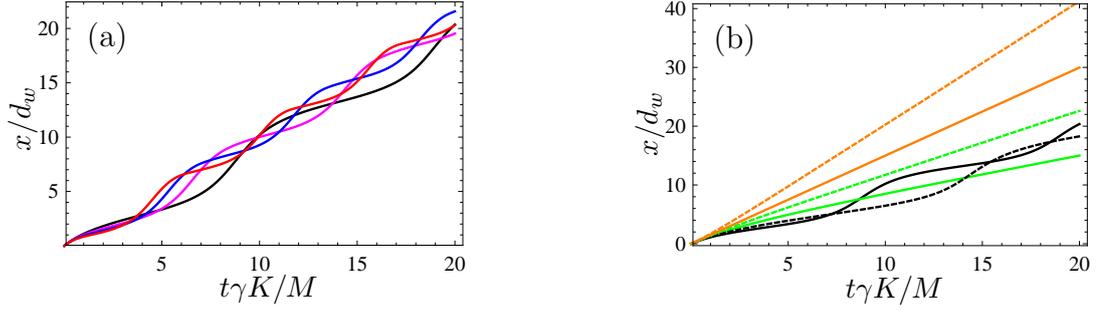


Рис. 4.4: Смещение DW как функция времени в режиме выше порогового тока \tilde{J}_{crit} для случая $\tilde{\beta}_R = 0$ и различных значений SOC Дрессельхауса. (a) $\tilde{\beta}_D = 0$ (черная линия), 0.025 (розовая), 0.05 (синяя), 0.075 (красная); (b) $\tilde{\beta}_D = 0$ (черная), -0.025 (черная пунктирная), -0.05 (зеленая), -0.075 (зеленая пунктирная), -0.1 (коричневая), -0.15 (пунктирная коричневая). Остальные параметры как на рис. 4.3.

При нулевом приложенном сверхтоке профиль равновесной намагниченности определяется уравнением (4.67) и $\delta = \pi/2$. Можно показать, что задача о движении неелевской DW в присутствии SOC типа Рашбы математически эквивалентна рассмотренной выше задаче о движении head-to-head DW в присутствии SOC типа Дрессельхауса с заменой $\beta_D \rightarrow -\beta_R$. Поэтому в данном случае как раз рашбовский вращательный момент играет роль индуцированного полем вращательного момента, который двигает стенку.

Проведенный выше анализ показывает, что динамика DW под действием приложенного сверхтока сильно зависит от (i) конкретного типа доменной стенки и (ii) конкретного типа SOC, которая индуцирует вращательный момент. Стационарное движение доменных стенок малыми сверхтоками возможно даже в отсутствии неадиабатического вращательного момента, если в системе присутствует спин-орбитальное взаимодействие.

Из-за присутствия гильбертовского затухания движение доменных стенок сверхтоком не является бездиссипативным процессом. На самом деле, движение DW генерирует напряжение на джозефсоновском контакте даже в режиме, когда величина электрического тока, пропускаемого через контакт, фиксирована и меньше чем критический джозефсоновский ток системы. Амплитуду этого напряжения V можно грубо оценить из соображений баланса скорости диссипации энергии в магнитной подсистеме из-за гильбертовского затухания и мощности, которая закачивается в контакт источником тока. Характерную скорость энергии диссипации можно оценить как $\dot{F} \sim \Delta F/t_d$, где ΔF разница между свободными энергиями равновесного состояния DW при нулевом токе и неравновесного состояния искаженной DW в присутствии тока. Наше квазиравновесное рассмотрение динамики DW строго справедливо только если eV мало по сравнению с характерным обратным временным масштабом задачи $\gamma K/M$. Для малень-

ких искажений DW ΔF можно получить следующим образом:

$$\Delta F = \frac{1}{2} \int d^3r [K_{\perp} \sin^2 \theta + A_{cx} (\nabla_x \theta)^2 \cos^2 \theta] \delta_1^2 \quad (4.75)$$

Подставляя равновесный профиль DW $\theta(x)$, который определяется уравнением (4.67), в (4.75), получим:

$$\Delta F = S_p d_w (K_{\perp} + K/3) \delta_1^2, \quad (4.76)$$

где S_p поперечное сечение ферромагнетика. Напряжение, генерируемое на ферромагнитном контакте, можно оценить как $V \sim \dot{F}/S_p j_c$, что дает

$$V \sim \frac{\gamma \delta_1^2 \alpha d_w K_{\perp} (K_{\perp} + K/3)}{j_c M \hbar}, \quad (4.77)$$

где мы предположили, что $\alpha \ll 1$.

Для оценок мы используем материальные параметры CrO_2 наноструктур [516], которые являются перспективными системами для бездиссипативной спинтроники [409]. Взяв для максимальной плотности джозефсоновского тока через нанопроволоку CrO_2 значение $j_c \sim 10^9 \text{ A/m}^2$, намагниченность насыщения $M = 4.75 \times 10^5 \text{ A/m}$, $d_w = 10^{-6} \text{ cm}$, $K = 1.43 \times 10^5 \text{ erg/cm}^3$ и $K_{\perp} = 3K$, получим $V \sim 0.1 \delta_1^2 [\text{mV}]$, где мы предполагаем типичное значение гильбертовского затухания $\alpha \sim 0.01$. Амплитуда угла искажения DW может варьироваться в широких пределах, например $\delta_1^2 \sim 10^{-4} - 10^{-3}$ для красной кривой на рис.4.2, $\delta_1^2 \sim 10^{-3}$ для зеленой кривой на рис.4.2 и $\delta_1^2 \sim 10^{-1}$ для пунктирной зеленой кривой на рис. 4.4(b). Оценки значений индуцированного напряжения V малы по сравнению с характерными сверхпроводящими масштабами $\sim 0.1 [\text{mV}]$ для Al сверхпроводников, поэтому наше приближение о квазиравновесности квазичастичного распределения в области слабой связи работает хорошо. Строгий расчет напряжения, которое появляется на джозефсоновском контакте, требует учета динамики сверхпроводящей фазы, индуцированной движением DW, в ток-фазовом соотношении. Такой расчет выходит за рамки данной задачи, но составляет предмет рассмотрения раздела **4.3**.

Кратко резюмируя результаты данного подраздела, можно отметить, что вычислены спиновые вращательные моменты, действующие на магнитную текстуру со стороны сверхпроводящих спин-поляризованных токов, протекающих через ферромагнитный материал. Рассмотрение проводится в адиабатическом приближении, которое мы переносим из области одноэлектронной динамики в область сверхпроводимости, где спиновая поляризация сверхтока реализуется триплетными парами. Динамика DW существенно зависит от типа и величины спин-орбитального взаимодействия. Полученные результаты показывают, что динамика доменных стенок под действием сверхтока

вполне может быть реализована в современных джозефсоновских контактах через сильные ферромагнетики.

4.2. Киральное трехчастичное взаимодействие спинов, переносимое конденсатом

Непрямые взаимодействия между локализованными магнитными моментами, переносимые электронами проводимости, активно изучаются со времен пионерских работ, предсказавших т.н. взаимодействие Рудермана-Киттеля-Касуи-Йошиды (РККИ) [364,517,518]. Большая часть научного интереса была сфокусирована на различных парных взаимодействиях [364,370,517,518] между спиновыми магнитными моментами $\mathbf{m}_{1,2}$, такими как обычный обмен $E = J_{ex}(\mathbf{m}_1 \cdot \mathbf{m}_2)$ или взаимодействие типа Дзялошинского-Мория (DM) [519–521] $E = \mathbf{D}_{12}(\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2)$, которое возникает в системах с нарушенной симметрией по отношению к инверсии. Все парные вклады в энергию взаимодействия инвариантны по отношению к глобальной инверсии намагниченности $E(\mathbf{m}) = E(-\mathbf{m})$. Эта симметрия приводит к фундаментальному вырождению между топологически различными магнитными конфигурациями, которые не могут быть переведены друг в друга глобальными спиновыми поворотами вокруг осей симметрии. Важным примером является вырождение между лево-(верхний знак) и правозавинченными (нижний знак) спиралями, которые описываются моделью

$$\mathbf{m}(x) = \pm \mathbf{x} \cos \alpha + \sin \alpha (\mathbf{y} \cos \theta + \mathbf{z} \sin \theta) \quad (4.78)$$

с $\theta(x) = qx$ и $\alpha = const$. Если считать, что в системе есть симметрия относительно спинового поворота вокруг оси x , то никакие из ранее известных взаимодействий не могут дать различные энергии магнитных текстур (4.78). Также интерес представляет система, в которой присутствует магнитный скирмион [461,500]. Такая система рассмотрена в работе [P21], но соответствующие результаты не включены в данную диссертацию, т.к. вклад автора диссертации в их получение не был определяющим.

Предлагаемое нами кирально-селективное взаимодействие снимает вырождение между топологически различными магнитными текстурами. Это взаимодействие появляется в присутствии движущегося сверхпроводящего конденсата, или, другими словами, токнесущих сверхпроводящих корреляций. Возможность такого взаимодействия можно понять из симметричных аргументов. Рассмотрим простейший пример трех магнитных моментов $\mathbf{m}_{1,2,3}$, локализованных в металле, который не содержит других магнитных моментов и в отсутствии магнитного поля. Энергетический вклад, пропорциональный спиновой киральности $E_{ch} = E_a \mathbf{m}_1 \cdot (\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_3)$, возможен только в случае, если скалярный префактор E_a изменяет знак при обращении времени \mathcal{T} . Т.к. мы пред-

полагаем, что в металле нет других магнитных моментов, такой скаляр $E_a \neq 0$ нельзя сконструировать в нормальном состоянии. Далее мы покажем это с помощью прямого расчета. Однако, нечетные относительно \mathcal{T} скаляры существуют в сверхпроводящем состоянии, когда конденсат движется с ненулевой скоростью $\mathbf{v}_s \neq 0$. Это нарушает симметрию по отношению к обращению времени и можно выбрать в качестве E_a проекцию сверхтекучей скорости на некоторую ось анизотропии, определяемую, например, пространственной конфигурацией магнитных моментов. Поэтому в сверхпроводящем состоянии с $\mathbf{v}_s \neq 0$ кирально-селективные тройные спиновые взаимодействия, вообще говоря, возможны. Как показывает наш расчет, кроме проекции \mathbf{v}_s , амплитуда E_a содержит префактор, который определяется расстоянием между моментами. В принципе, можно ожидать и в нормальных системах спиновые вращательные моменты, которые зависят от спиновой киральности и переносятся резистивными токами. Но это неравновесный эффект, который находится за рамками нашего рассмотрения.

Обсужденный выше механизм может быть важен для различных гибридных S/F систем, а также для взаимодействующих магнитных примесей в сверхпроводниках [372, 523–527] и магнитных атомов, помещенных на сверхпроводящую поверхность [528–539]. Такие системы сейчас активно изучаются в связи с топологическими квантовыми вычислениями и спинтронными приложениями, основанными на низкодиссипативном управлении магнитными текстурами. Результаты получены в соавторстве с А.М. Бобковым, Д.С. Рабиновичем и М.А. Силаевым и опубликованы в работе [P21] из списка публикаций автора по теме диссертации.

Простейший пример тройного спинового взаимодействия. Рассмотрим три магнитных примеси с моментами $\mathbf{m}_{1,2,3}$, которые находятся в точках $\mathbf{r}_l = (x_l, 0, 0)$ с $x_1 = 0$, $x_2 = d$, $x_3 = 2d$ вдоль оси x [рис. 4.5(a)]. Они описываются гамильтонианом $J\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_l)(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{m}_l)$, который дает вклад в свободную энергию системы $E = J\sum_l \mathbf{m}_l \cdot \mathbf{s}(\mathbf{r}_l)$, где $\mathbf{s}(\mathbf{r}_l) = (T/4)\sum_\omega \text{Tr}[\boldsymbol{\sigma}\hat{G}(\omega, \mathbf{r}_l, \mathbf{r}_l)]$ средняя плотность спина электронов проводимости в точке \mathbf{r}_l , выраженная через мацубаровскую гриновскую функцию $\hat{G}(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$, зависящую в общем случае от двух координат \mathbf{r} and \mathbf{r}' . Ненулевой вклад в E , содержащий тройное произведение $\mathbf{m}_{1,2,3}$, дается поправкой второго порядка по взаимодействию к гриновской функции $\hat{G}^{(2)}(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = J^2 \sum_{k \neq j} (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{m}_k)(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{m}_j)\hat{G}^{(0)}(\omega, \mathbf{r} - \mathbf{r}_k)\hat{G}^{(0)}(\omega, \mathbf{r}_k - \mathbf{r}_j)\hat{G}^{(0)}(\omega, \mathbf{r}_j - \mathbf{r}')$, где $\hat{G}^{(0)}(\omega, \mathbf{r})$ гриновская функция сверхпроводника без магнитных примесей, но учитывающая изменение спектра за счет скорости конденсата. Тогда необычный вклад в энергию взаимодействия, содержащий три магнитных момента имеет вид

$$E_{ch} = \frac{iJ^3}{4}T \sum_\omega \sum_{l \neq k \neq j} \mathbf{m}_l \cdot (\mathbf{m}_k \times \mathbf{m}_j) \times \text{Tr} \left[\hat{G}^{(0)}(\omega, \mathbf{r}_l - \mathbf{r}_k)\hat{G}^{(0)}(\omega, \mathbf{r}_k - \mathbf{r}_j)\hat{G}^{(0)}(\omega, \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_l) \right] \quad (4.79)$$

Это уравнение можно преобразовать к виду

$$E_{ch} = \mathbf{m}_1 \cdot (\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_3) \frac{iJ^3}{4} T \sum_{\omega} \text{Tr} [\quad (4.80)$$

$$\hat{G}^{(0)}(12)\hat{G}^{(0)}(23)\hat{G}^{(0)}(31) - \hat{G}^{(0)}(13)\hat{G}^{(0)}(32)\hat{G}^{(0)}(21) +$$

$$\hat{G}^{(0)}(23)\hat{G}^{(0)}(31)\hat{G}^{(0)}(12) - \hat{G}^{(0)}(21)\hat{G}^{(0)}(13)\hat{G}^{(0)}(32) +$$

$$\hat{G}^{(0)}(31)\hat{G}^{(0)}(12)\hat{G}^{(0)}(23) - \hat{G}^{(0)}(32)\hat{G}^{(0)}(21)\hat{G}^{(0)}(13)]$$

где мы обозначили $\hat{G}^{(0)}(kj) = \hat{G}^{(0)}(\omega, \mathbf{r}_k - \mathbf{r}_j)$. Это выражение можно упростить:

$$E_{ch}(d) = \frac{3iJ^3\chi}{4} T \quad (4.81)$$

$$\sum_{\omega} \text{Tr} [\hat{G}^{(0)}(\omega, -d)\hat{G}^{(0)}(\omega, -d)\hat{G}^{(0)}(\omega, 2d) -$$

$$\hat{G}^{(0)}(\omega, d)\hat{G}^{(0)}(\omega, d)\hat{G}^{(0)}(\omega, -2d)],$$

где $\chi = \mathbf{m}_1 \cdot (\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_3)$ скалярная спиновая киральность и $\hat{G}(\omega, x)$ мацубаровская гриновская функция, взятая вдоль оси x при $y = z = 0$. Ненулевое значение тройного взаимодействия $E_{ch} \neq 0$ появляется из-за наличия ненулевой скорости конденсата, которую мы считаем направленной вдоль оси x , т.е. $\mathbf{v}_s = v_s \mathbf{x}$. В импульсном представлении гриновской функции частота приобретает доплеровский сдвиг $\tilde{\omega} = \omega + i(\mathbf{p}_F \mathbf{v}_s)$, где \mathbf{p}_F импульс Ферми. Мы раскладываем гриновскую функцию до первого порядка по доплеровскому сдвигу $\hat{G}^{(0)} = G_0^{(0)} + G_1^{(0)}$. В импульсном пространстве гриновская функция при $v_s = 0$ дается выражением $G_0^{(0)} = (\xi_p \tau_3 - i\omega \tau_0 + \Delta \tau_1) / (\xi_p^2 + \omega^2 + \Delta^2)$, где $\xi_p = v_F(p - p_F)$ и v_F скорость Ферми. Поправка первого порядка по скорости конденсата имеет вид $G_1^{(0)} = i(\mathbf{p}_F \mathbf{v}_s) dG_0^{(0)} / d\omega$. Далее мы вычисляем гриновскую функцию в координатном пространстве

$$\hat{G}_0^{(0)}(x) = \pi N_0 \frac{e^{-\Omega|x|/v_F}}{p_F|x|} [\tau_3 \cos(p_F x) + i\tau_3 \hat{g} \sin(p_F |x|)] \quad (4.82)$$

$$\hat{G}_1^{(0)}(x) = \frac{i\pi N_0}{p_F x} (v_s p_F) e^{-\Omega|x|/v_F} \cos(p_F x) \tau_3 \frac{d\hat{g}}{d\omega}, \quad (4.83)$$

где N_0 плотность состояний на уровне Ферми в нормальном состоянии, $\hat{g} = (\omega \tau_3 + \Delta \tau_1) / \Omega$, где $\Omega = \sqrt{\omega^2 + \Delta^2}$. Подставляя выражения (4.82), (4.83) в уравнение (4.81), получаем энергию тройного взаимодействия как функцию расстояния между спинами.

Разложение общего результата для тройного взаимодействия (4.81) до первого порядка по скорости конденсата имеет вид:

$$E_{ch}(d) = 3\chi p_F v_s \Delta^2 \frac{(\pi N_0 J)^3}{X^3} T \sum_{\omega} \frac{e^{-4d\Omega/v_F}}{\Omega^3}, \quad (4.84)$$

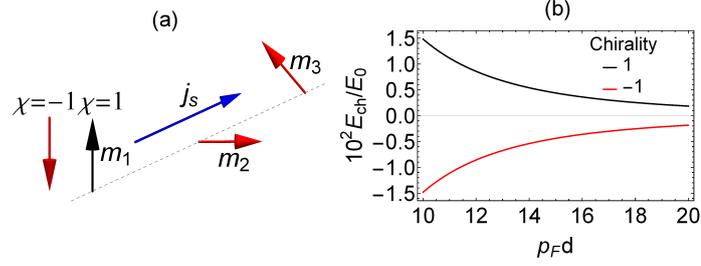


Рис. 4.5: (а) Система трех магнитных примесей в сверхпроводнике. (б) Кирально-селективный вклад в энергию взаимодействия $E_0 = p_F v_s (N_0 J)^3$.

где $X = p_F d$. Из уравнения (4.84) ясно, что тройное взаимодействие исчезает в нормальном состоянии $\Delta = 0$, как и должно быть в соответствии с общими симметричными аргументами. Теперь рассмотрим предельные случаи малых температур $T \ll \Delta$ и расстояний между примесями $\Delta d/v_F \ll 1$. Тогда можно проинтегрировать уравнение (4.84) по мацубаровской частоте, что приводит к

$$E_{ch}(d) = 3\chi p_F v_s \frac{\pi^2 (N_0 J)^3}{2X^3}. \quad (4.85)$$

Заметим, что мы получили результат, который не содержит фриделевских осцилляций на масштабах фермиевской длины волны. Это показывает, что тройное взаимодействие переносится исключительно куперовскими парами без участия одночастичных возбуждений.

Эта зависимость показана на рис. 4.5(b) красными и черными кривыми, которые отвечают противоположным киральностям $\chi = \pm 1$. Величина тройного взаимодействия много меньше чем обычное РККИ-взаимодействие, которое имеет амплитуду порядка $E_{ex} \approx E_F (N_0 J)^2 / (p_F d)^2$, где E_F энергия Ферми. Поэтому $E_{ch}/E_{ex} \sim N_0 J (v_s/v_F) (1/p_F d)$. Это отношение содержит три маленьких параметра, т.к. использованная нами теория возмущений справедлива при $N_0 J \ll 1$. Кроме того, скорость конденсата всегда много меньше, чем скорость Ферми $v_s \ll v_F$ и расстояние между спинами много больше фермиевской длины $p_F d > 1$. Однако, в отличие от обычного обменного взаимодействия энергия E_{ch} нарушает симметрию по отношению к $\chi = \pm 1$, поэтому даже если его амплитуда мала, это взаимодействие дает новый способ контроля магнитных текстур, таких как спирали и скирмионы.

Аномальная джозефсоновская энергия. Механизм взаимодействия (4.84, 4.85) фундаментально отличается от обменного и ДМ взаимодействий. Он может проявляться в различных системах, содержащих магнитные моменты и движущийся конденсат. Важным классом таких систем являются джозефсоновские контакты через текстурированные ферромагнетики. Аналогом скорости конденсата в таких системах является разность фаз между сверхпроводящими электродами. Поэтому можно ожидать, что для фик-

сированной разности фаз магнитные текстуры с противоположными киральностями будут иметь разные джозефсоновские энергии. В частности, обсуждаемый киральный вклад приводит к тому, что зависимость свободной энергии от разности фаз становится асимметричной, как это было показано в [353]. В качестве примера здесь рассмотрены левые и правые магнитные спирали (4.78).

В случае слабого эффекта близости, например, из-за низкой прозрачности барьера на S/F границе, ток-фазовое соотношение содержит только первую гармонику

$$j = j_o \sin \varphi + j_a \cos \varphi. \quad (4.86)$$

Здесь первый член представляет собой обычный синусоидальный вклад с амплитудой j_o . Второй, аномальный, член пропорционален спиновой киральности $j_a \propto \chi$, которую можно определить различными способами в зависимости от рассматриваемой системы.

Аномальный эффект Джозефсона (4.86) с $j_a \neq 0$ можно рассматривать как обратный магнитоэлектрический эффект, специфичный для сверхпроводящих систем, как уже отмечалось выше. Член с аномальным током в (4.86) можно переписать в форме $j = j_c \sin(\varphi - \varphi_0)$ с $j_c = \sqrt{j_o^2 + j_a^2}$ и $\tan \varphi_0 = -j_a/j_o$. Это приводит к появлению аномального вклада в джозефсоновскую энергию $\frac{2eE_J}{\hbar} = j_c[1 - \cos(\varphi - \varphi_0)]$:

$$\frac{2eE_J}{\hbar} = \sqrt{j_o^2 + j_a^2} - j_o \cos \varphi + j_a \sin \varphi. \quad (4.87)$$

Здесь последний член дает аномальный вклад и имеет разные знаки для текстур противоположной киральности. Ниже мы вычисляем амплитуды j_o , j_a в рамках квазиклассической теории сверхпроводимости для слабых ферромагнетиков, когда обменное расщепление значительно меньше энергии Ферми. Это условие выполняется, например, для соединений переходных металлов семейства MnSi, где обменное поле имеет порядок $h \sim 100$ meV, т.е. мало по сравнению с энергией Ферми ~ 1 eV [540, 541].

В ряде более ранних работ, которые рассматривали эффект Джозефсона через некопланарную текстуру, например, через магнитную спираль [152], вихрь [542] и скирмион [543] в слабых ферромагнетиках, которые описываются квазиклассической теорией Узаделя, аномального эффекта Джозефсона обнаружено не было. Общая причина этого состоит в наличии искусственной симметрии $j(\mathbf{m}) = j(-\mathbf{m})$, которая появляется в квазиклассических уравнениях [455]. Совместно с симметрией по отношению к обращению времени $j(\mathbf{m}, \varphi) = -j(-\mathbf{m}, -\varphi)$ она приводит к симметрии джозефсоновского тока относительно изменения знака фазы $j(\varphi) = -j(-\varphi)$, что запрещает аномальный ток. Чтобы избавиться от этой симметрии, мы делаем предположение, что на S/F границах присутствуют спин-фильтрующие барьеры, которые характеризуются безразмерным вектором поляризации \mathbf{P} . Такие барьеры могут возникать естественным образом, а могут быть введены в систему дополнительно. Их можно описать в

рамках эффективных граничных условий [8, 174]. В этом случае возможна ситуация $j(\mathbf{m}, \mathbf{P}) \neq j(-\mathbf{m}, -\mathbf{P})$, что позволяет нарушить симметрию джозефсоновского тока $j(\varphi) \neq -j(-\varphi)$ и, следовательно, реализовать аномальный эффект Джозефсона. Одновременно, это позволяет расширить класс спин-текстурированных некомпланарных материалов, в которых можно ожидать аномальный эффект Джозефсона. В качестве кандидатов можно рассматривать B20-семейство зонных кубических хелимагнетиков, MnSi, (Fe,Co)Si, и FeGe [544–546].

Мы рассматриваем эффект близости в S/F структуре в рамках линеаризованного уравнения Узаделя для квазиклассической гриновской функции, которая учитывает как синглетные, так и триплетные корреляции. Мы представляем аномальную гриновскую функцию в ферромагнитной области в виде $\hat{f} = f_0\hat{\sigma}_0 + f_x\hat{\sigma}_x + f_y\hat{\sigma}_y + f_z\hat{\sigma}_z$. В этом разложении первый член отвечает синглетной компоненте, а следующие три члена описывают триплетные компоненты. Здесь мы рассматриваем равновесную задачу, и поэтому работаем в мацубаровской технике, где ω - мацубаровская частота. Уравнения для компонент f_i имеют вид (для $\omega > 0$):

$$\begin{aligned} (D\nabla_x^2 - 2\omega)f_0 - 2i\mathbf{h} \cdot \mathbf{f} &= 0, \\ (D\nabla_x^2 - 2\omega)\mathbf{f} - 2if_0\mathbf{h} &= 0, \end{aligned} \quad (4.88)$$

где $\mathbf{f} = (f_x, f_y, f_z)$. Спин-фильтрующие барьеры на S/F границах описываются обобщенными граничными условиями Куприянова-Лукичева, которые включают в себя спин-поляризованное туннелирование через границу [31, 33, 105, 174]

$$\begin{aligned} (\gamma\partial_n + G_S)\mathbf{f} &= -iG_S(\mathbf{P} \times \mathbf{f}) \\ (\gamma\partial_n + G_S)f_0 &= \sqrt{1 - P^2}F_S, \end{aligned} \quad (4.89)$$

где $F_S = \Delta/\sqrt{|\Delta|^2 + \omega^2}$ и $G_S = \omega F_S/\Delta$ аномальная и нормальная гриновские функции в сверхпроводящей области, $\partial_n = \mp\nabla_x$ отвечает левой и правой границам, при $x = 0$ и $x = d$, соответственно. D коэффициент диффузии, $\mathbf{h} \parallel \mathbf{m}$ обменное поле, параллельное направлению намагниченности.

Ток дается выражением

$$\frac{ej}{2\pi T\sigma_n} = \sum_{\omega>0} \text{Im}(f_0^*\nabla f_0 - f_t^*\nabla f_t) \quad (4.90)$$

Простейшая S/F/S система, в которой возможен аномальный эффект Джозефсона, состоит из спин-фильтрующего барьера с поляризацией \mathbf{P} и двух слабых ферромагнетиков с непараллельными намагниченностями $\mathbf{m}_{1,2}$. Было показано [455, 547], что аномальный ток в таких системах имеет вид $j_{an} = \chi I_{an} \cos \varphi$, где киральность определяется как $\chi = \mathbf{P} \cdot (\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2)$. Соответствующий член в джозефсоновской энергии принимает

вид

$$E_{ch} = \frac{\hbar}{2e} I_{an} \sin \varphi \mathbf{P} \cdot (\mathbf{m}_1 \times \mathbf{m}_2) \quad (4.91)$$

Для такой простейшей трехслойной структуры при условии фиксированной разности фаз энергия (4.91) задает знак χ в основном состоянии.

Введение спин-фильтрующего барьера с поляризацией \mathbf{P} не является единственным способом нарушить симметрию $j(-\mathbf{m}) = j(\mathbf{m})$ в трехслойной джозефсоновской структуре, и, следовательно, получить аномальный джозефсоновский ток. Существует ряд работ, где аномальный вклад в джозефсоновский ток в S/F/S контактах с трехслойной магнитной слабой связью был получен в рамках других моделей [106, 150, 353, 448, 449, 451, 452, 455]. Здесь мы воспроизводим этот известный результат в модели с двумя слабыми разориентированными ферромагнетиками и спин-фильтрующим барьером по причине того, что это лежит в русле нашего основного рассмотрения спин-текстурированных магнетиков, к которому мы перейдем ниже. В более сложных структурах выражение для аномальной джозефсоновской энергии может быть сложнее, но, тем не менее, оно должно быть нечетной функцией магнитного момента и содержать первую степень сверхпроводящей разности фаз или сверхпроводящей скорости для того, чтобы восстановить инвариантность по отношению к обращению времени. Такие необычные вклады в энергию приводят к снятию вырождения между топологически различными спиновыми текстурами.

Магнитная спираль. Рассмотрим магнитную текстуру в форме спирали (4.78). Схема соответствующего джозефсоновского контакта представлена на рис. 4.6(a,b). Также на S/F границах предполагается наличие спин-фильтрующих барьеров с поляризациями \mathbf{P}_l и \mathbf{P}_r на левой ($x = 0$) и правой ($x = d$) границах, соответственно. Мы показываем, что киральное спиновое взаимодействие, описываемое последним членом в уравнении (4.87), выбирает определенную киральность магнитной конфигурации, т.е. первого члена в уравнении (4.78). Это эквивалентно изменению знака θ или направления закрутки намагниченности, которое определяется знаком градиента $\theta' \equiv \nabla_x \theta$.

В общем случае однородные уравнения (4.88) имеют решения двух типов, которые представляют собой короткодействующие и дальнедействующие моды с характерными масштабами $\xi_h = \sqrt{D/2\hbar}$ и $\xi_\omega = \sqrt{D/2|\omega|}$, соответственно. Здесь и далее мы предполагаем, что ξ_h это самый короткий масштаб длины в рассматриваемой задаче, т.ч. пространственные зависимости обменного поля и геометрические факторы характеризуются масштабами $\gg \xi_h$. При этом условии короткодействующие решения уравнений (4.88) имеют вид $\mathbf{f}_t = \mathbf{m} f_{sr}$, где \mathbf{m} локальное направление намагниченности (и обмен-

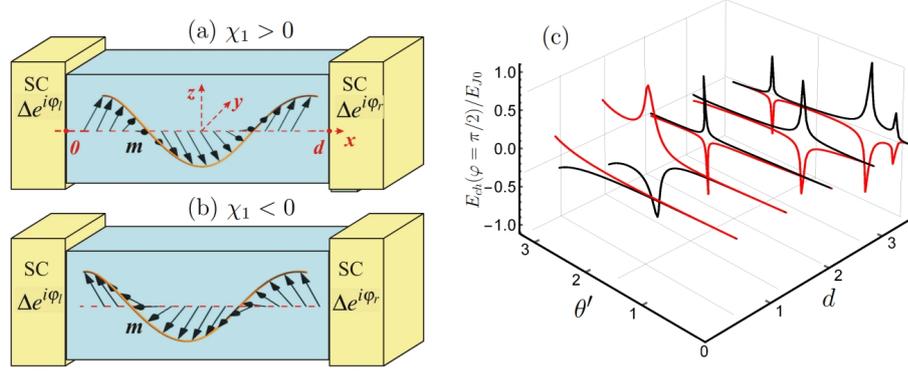


Рис. 4.6: (a,b) Джозефсоновские контакты через левую и правую спирали, описываемые киральностями $\chi_1 > 0$ и $\chi_1 < 0$, соответственно. Предполагается, что поляризация поверхностного барьера \mathbf{P} сонаправлена с локальной намагниченностью $\mathbf{P}_l \parallel \mathbf{m}(x=0)$ и $\mathbf{P}_r \parallel \mathbf{m}(x=d)$. (c) Киральный вклад $E_{ch}(\varphi = \pi/2)/E_{J0}$ в джозефсоновскую энергию контакта через магнитную спираль. Черная и красная линии отвечают разным киральностям $\text{sgn}\chi_1 = \pm 1$. Численные параметры $P = 0.5$, $\alpha = \pi/4$, $\gamma = 1$, $h = 40$.

ного поля), и на левой границе находим

$$f_0(x) = X_1 e^{-\lambda x} + X_2 e^{-\lambda^* x} \quad (4.92)$$

$$f_{sr}(x) = X_1 e^{-\lambda x} - X_2 e^{-\lambda^* x}, \quad (4.93)$$

где $\lambda = k_h e^{i\pi/4}$, $k_h = \xi_h^{-1}$ и коэффициенты $X_{1,2}$ определяются граничными условиями.

Структуру дальнедействующих мод нельзя определить аналитически для произвольной текстуры намагниченности. Здесь рассматривается конкретный случай магнитной спирали (4.78). Две дальнедействующие моды даются суперпозицией

$$\mathbf{f}_{lr} = f_\theta \mathbf{n}_\theta + f_\alpha \mathbf{n}_\alpha \quad (4.94)$$

в терминах двух ортогональных векторов

$$\mathbf{n}_\theta = -\partial_\theta \mathbf{m} \quad (4.95)$$

$$\mathbf{n}_\alpha = -(\partial_x \mathbf{n}_\theta \cdot \partial_\alpha \mathbf{m}) \partial_\alpha \mathbf{m}, \quad (4.96)$$

которые также ортогональны \mathbf{m} . Физическая причина, которая объясняет существование двух дальнедействующих мод - это некомпланарная магнитная текстура, которая генерирует два независимых векторных поля \mathbf{n}_α и \mathbf{n}_θ , ортогональные локальной намагниченности.

Из векторов \mathbf{n}_α , \mathbf{n}_θ в комбинации с нормированным обменным полем \mathbf{m} и поляризацией спин-фильтрующего барьера \mathbf{P} можно написать три различные спиновые ки-

ральности

$$\chi_1 = \mathbf{P} \cdot (\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{n}_\theta) \quad (4.97)$$

$$\chi_2 = \mathbf{P} \cdot (\mathbf{m} \times \mathbf{n}_\theta) \quad (4.98)$$

$$\chi_3 = \mathbf{P} \cdot (\mathbf{m} \times \mathbf{n}_\alpha) \quad (4.99)$$

Заметим, что χ_1 качественно отличается от $\chi_{2,3}$. В то время как $\chi_{2,3}$ требуют разориентировки между локальным обменным полем и поляризацией границы, $\chi_1 \neq 0$ даже если $\mathbf{P} \parallel \mathbf{m}$ на интерфейсе. Поэтому $\chi_{2,3}$ ассоциируются с внешней "поверхностной" киральностью структуры, а $\chi_1 = (\mathbf{P}\mathbf{m})\chi_{in}$, где $\chi_{in} = \mathbf{m} \cdot (\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{n}_\theta)$ это внутренняя киральность магнитной текстуры. Следовательно, χ_1 - величина, которая определяет аномальный эффект Джозефсона в случае, когда и поляризация спин-фильтрующего барьера и магнитная текстура происходят из одного и того же обменного поля.

Чтобы найти амплитуды f_α и f_θ , мы проектируем уравнение Узаделя (4.88) на ортогональные векторы \mathbf{n}_θ и \mathbf{n}_α и получаем

$$\begin{aligned} (\nabla^2 - \theta'^2 - k_\omega^2)f_\theta + 2(\theta' \cos \alpha)^2 \nabla f_\alpha &= 0 \\ (\nabla^2 - \cos^2 \alpha \theta'^2 - k_\omega^2)f_\alpha - 2\nabla f_\theta &= 0, \end{aligned}$$

где введено обозначение $k_\omega = \sqrt{2|\omega|/D}$. Поэтому $f_{\alpha,\theta} \propto e^{\zeta x}$, где ζ определяется уравнением

$$(\zeta^2 - k_\omega^2 - \theta'^2)(\zeta^2 - k_\omega^2 - \theta'^2 \cos^2 \alpha) + (2 \cos \alpha \theta' \zeta)^2 = 0, \quad (4.100)$$

которое в пределе $\theta' \gg k_\omega$ сводится к полученному в [152]

$$\zeta^4 - \zeta^2 \theta'^2 (1 - 3 \cos^2 \alpha) + \cos^2 \alpha \theta'^4 = 0. \quad (4.101)$$

Сначала найдем коэффициенты в решении (4.92)-(4.93) для короткодействующих мод. Это можно сделать, проектируя граничные условия на направление \mathbf{m} :

$$\left(\partial_n + \frac{G_s}{\gamma} \right) f_{sr} + \theta' \sin^2 \alpha f_\theta = \frac{iG_s}{\gamma} [\chi_2 f_\theta + \chi_3 f_\alpha] \quad (4.102)$$

$$\left(\partial_n + \frac{G_s}{\gamma} \right) f_0 = \frac{\sqrt{1 - P^2}}{\gamma} F_S, \quad (4.103)$$

где киральности $\chi_{2,3}$ даются уравнениями (4.98,4.99).

Как уже указывалось, $\theta' \ll k_h$. Далее мы также предполагаем $G_s/\gamma \ll k_h$. В этом

случае коэффициенты имеют вид

$$X_1 = \sqrt{1 - P^2} F_{Sl} / (2\gamma\lambda) \quad (4.104)$$

$$X_2 = \sqrt{1 - P^2} F_{Sl} / (2\gamma\lambda^*) \quad (4.105)$$

Здесь мы рассматриваем S/F границу при $x = 0$, а противоположная граница при $x = d$ описывается заменой $x \rightarrow d - x$ и $F_{Sl} \rightarrow F_{Sr}$.

Граничные условия, которые дают связь между дальнедействующими и короткодействующими модами, получаются непосредственно из (4.89) и имеют вид

$$\sin^2\alpha(\partial_n + \frac{G_s}{\gamma})f_\theta = (\pm\theta' \sin^2\alpha - \frac{iG_s}{\gamma}\chi_2)f_{sr} \mp Af_\alpha \quad (4.106)$$

$$\frac{1}{4}\theta'^2 \sin^2 2\alpha(\partial_n + \frac{G_s}{\gamma})f_\alpha = \pm Af_\theta - \frac{iG_s}{\gamma}\chi_3 f_{sr} \quad (4.107)$$

$$A = -\frac{1}{4}\theta'^2(\sin 2\alpha)^2 \pm i\gamma^{-1}\chi_1 G_s, \quad (4.108)$$

где верхний и нижний знаки отвечают S/F границам при $x = 0$ и $x = d$, соответственно. При написании уравнений (4.106)-(4.107) было учтено, что короткодействующие моды также имеют компоненты $f_{\theta, sr}$ и $f_{\alpha, sr}$ вдоль направлений \mathbf{n}_θ и \mathbf{n}_α . Они малы по параметру θ'/k_h по отношению к компонентам, описываемым уравнениями (4.92) и (4.93), но их пространственные производные следует учитывать в уравнениях (4.106)-(4.107). Они могут быть получены путем интегрирования уравнения Узаделя по пространственной области $0 < x < x^*$ вблизи границы, где $\xi_h \ll x^* \ll \xi_N$. Эта процедура дает $\partial_x f_{\theta, sr} = 2\theta' f_{sr}$. Короткодействующая триpletная амплитуда определяется из уравнения (4.93) и имеет вид $f_{sr} = i\gamma^{-1}\sqrt{1 - P^2} F_S \text{Im}\lambda^{-1}$, где $F_S = e^{\mp i\varphi/2} \Delta / \sqrt{\Delta^2 + \omega^2}$ аномальная функция Грина в левом (правом) электроде.

Чтобы упростить аналитические вычисления, рассмотрим случай, когда расстояние между сверхпроводящими электродами больше чем длина затухания дальнедействующих решений $\zeta_k d > 1$. Тогда дальнедействующие решения, которые генерируются на левой границе $x = 0$ имеют вид

$$f_\theta = f_{sr}(C_1 e^{-\zeta_1 x} + C_2 e^{-\zeta_2 x}) \quad (4.109)$$

$$f_\alpha = f_{sr}(a_1 C_1 e^{-\zeta_1 x} + a_2 C_2 e^{-\zeta_2 x}), \quad (4.110)$$

где $a_k = (\zeta_k^2 - \theta'^2 - k_\omega^2) / (2\theta'^2 (\cos \alpha)^2 \zeta_k)$. Дальнедействующие решения, которые генерируются при $x = d$, получаются из уравнений (4.109)-(4.110) заменой $a_k \rightarrow -a_k$ и $x \rightarrow d - x$.

Коэффициенты $C_{1,2}$ находятся из граничных условий (4.106)-(4.107) и имеют вид:

$$C_1 = \frac{1}{Z} \left\{ \left[-A + \frac{1}{4} \theta'^2 \sin^2 2\alpha \left(\zeta_2 + \frac{G_s}{\gamma} \right) a_2 \right] \left[\pm \theta' \sin^2 \alpha - i \frac{G_s}{\gamma} \chi_2 \right] \pm i \frac{G_s}{\gamma} \chi_3 \left[\sin^2 \alpha \left(\zeta_2 + \frac{G_s}{\gamma} \right) + a_2 A \right] \right\}$$

$$Z = (a_2 - a_1) \left[A^2 + \theta'^2 \sin^4 \alpha \cos^2 \alpha \left(\zeta_1 + \frac{G_s}{\gamma} \right) \left(\zeta_2 + \frac{G_s}{\gamma} \right) \right] + A \sin^2 \alpha (\zeta_2 - \zeta_1) [a_1 a_2 \theta'^2 \cos^2 \alpha + 1], \quad (4.111)$$

выражение для C_2 получается заменой $a_1 \leftrightarrow a_2$, $\zeta_1 \leftrightarrow \zeta_2$ и A дается выражением (4.108).

Теперь наша цель состоит в том, чтобы найти ток-фазовое соотношение. Его можно получить аналитически для случая длинного контакта $d > \xi_\omega$ и "медленной" магнитной спирали $\theta' \ll k_\omega$. Это означает, что намагниченность спирали мало поворачивается на масштабе ξ_N . В случае $d > \xi_N$ в середине слабой связи ток переносится дальнедействующими модами, и мы можем переписать уравнение (4.90) в виде

$$\frac{ej}{2\pi T \sigma_n} = -\sin^2 \alpha \sum_{\omega > 0} \text{Im} \left[f_\theta^* \partial_x f_\theta + \theta'^2 \cos^2 \alpha (f_\alpha^* \partial_x f_\alpha + 2f_\theta^* f_\alpha) \right] \quad (4.112)$$

Далее рассмотрим предел "медленной" магнитной спирали $\theta' \ll k_\omega$. В этом случае $\zeta_1 = \zeta_2^* = k_\omega + i\theta' \cos \alpha$ и уравнение (4.112) можно записать как

$$\frac{ej}{2\pi T \sigma_n} = 2 \sin^2 \alpha \sum_{\omega > 0} \text{Im} \left[e^{-\zeta_1 d} (C_{1l} C_{2r}^* e^{-i\varphi} - C_{1r} C_{2l}^* e^{i\varphi}) \times \{ \zeta_1 - \theta'^2 \cos^2 \alpha (a_1^2 \zeta_1 + 2a_1) \} \right] |f_{sr}|^2, \quad (4.113)$$

где $C_{1(2)l}$ и $C_{1(2)r}$ определяются уравнением (4.111) при $x = 0$ и $x = d$, соответственно.

В результате получается ток-фазовое соотношение, которое имеет форму уравнения (4.86), где аномальный ток j_a дается суммой трех вкладов $j_a = j_{ex} + j_{in} + j_{mix}$. Эти три вклада определяются различными киральностями

$$j_{in} \propto (\chi_{1l} + \chi_{1r}) \quad (4.114)$$

$$j_{ex} \propto (\mathbf{P}_l \mathbf{m}_l + \mathbf{P}_r \mathbf{m}_r) \frac{(\chi_{2l} \chi_{3r} - \chi_{3l} \chi_{2r})}{\theta' \cos \alpha} \quad (4.115)$$

$$j_{mix} \propto (\chi_{1l} + \chi_{1r}) \left[\chi_{2l} \chi_{2r} + \frac{\chi_{3l} \chi_{3r}}{\theta'^2 \cos^2 \alpha} \right] \quad (4.116)$$

где χ_{il} и χ_{ir} значения киральностей (4.97)-(4.99), вычисленные на левой и правой S/F границах и $\mathbf{m}_l = \mathbf{m}(0)$, $\mathbf{m}_r = \mathbf{m}(d)$.

Амплитуды обычного джозефсоновского тока j_o , а также аномальных вкладов да-

ются выражениями

$$\frac{ej_{in}}{4\pi T\sigma_n} = (\chi_{1l} + \chi_{1r}) \frac{\theta' \sin(\theta' d \cos\alpha)}{\cos\alpha} \sum_{\omega>0} \left(\frac{G_s}{\gamma}\right) \frac{k_\omega \tilde{k}_\omega}{K} e^{-k_\omega d} |f_{sr}|^2 \quad (4.117)$$

$$\frac{ej_{ex}}{4\pi T\sigma_n} = (\mathbf{P}_l \mathbf{m}_l + \mathbf{P}_r \mathbf{m}_r) (\chi_{2l} \chi_{3r} - \chi_{3l} \chi_{2r}) \frac{\cos(\theta' d \cos\alpha)}{\theta' \cos\alpha \sin^2\alpha} \sum_{\omega>0} \left(\frac{G_s}{\gamma}\right)^3 \frac{k_\omega \tilde{k}_\omega}{K} e^{-k_\omega d} |f_{sr}|^2 \quad (4.118)$$

$$\frac{ej_{mix}}{4\pi T\sigma_n} = -(\chi_{1l} + \chi_{1r}) \left[\chi_{2l} \chi_{2r} + \frac{\chi_{3l} \chi_{3r}}{\theta'^2 \cos^2\alpha} \right] \frac{\sin(\theta' d \cos\alpha)}{\theta' \cos\alpha \sin^4\alpha} \sum_{\omega>0} \left(\frac{G_s}{\gamma}\right)^3 \frac{k_\omega \tilde{k}_\omega}{K} e^{-k_\omega d} |f_{sr}|^2 \quad (4.119)$$

$$\begin{aligned} \frac{ej_o}{4\pi T\sigma_n} &= \sum_{\omega>0} \frac{k_\omega}{K} e^{-k_\omega d} |f_{sr}|^2 \frac{\tilde{k}_\omega^2 + \left(\frac{G_s}{\gamma}\right)^2 (\mathbf{P}_l \mathbf{m}_l) (\mathbf{P}_r \mathbf{m}_r)}{\sin^2\alpha} \times \\ &\left[\cos[\theta' d \cos\alpha] \left\{ \sin^4\alpha \theta'^2 - \left(\frac{G_s}{\gamma}\right)^2 \left(\chi_{2l} \chi_{2r} + \frac{\chi_{3l} \chi_{3r}}{\theta'^2 \cos^2\alpha} \right) \right\} + \right. \\ &\left. \left(\frac{G_s}{\gamma}\right)^2 \frac{\sin[\theta' d \cos\alpha]}{\theta' \cos\alpha} (\chi_{2r} \chi_{3l} - \chi_{2l} \chi_{3r}) \right]. \end{aligned} \quad (4.120)$$

где $K = \left[(\tilde{k}_\omega^2 - (G_s \mathbf{P}_l \mathbf{m}_l / \gamma)^2) \right] \left[(\tilde{k}_\omega^2 - (G_s \mathbf{P}_r \mathbf{m}_r / \gamma)^2) \right]$ и $\tilde{k}_\omega = k_\omega + G_s / \gamma$. Далее рассмотрим различные физические случаи.

Однородный ферромагнетик. Поверхностная киральность. Сначала рассмотрим предел однородного ферромагнетика $\theta' = 0$. В этом случае $\chi_1 = 0$, т.к. она полностью определяется внутренней киральностью ферромагнитной текстуры. Но χ_2 и $(\chi_3 / \theta' \cos\alpha)$ могут быть отличными от нуля за счет некопланарности \mathbf{m} и поверхностных поляризации \mathbf{P}_l и \mathbf{P}_r . Можно получить из уравнений (4.115), (4.116), что в этом случае единственный ненулевой вклад в аномальный ток $j_a \sim (\mathbf{P}_l \mathbf{m} + \mathbf{P}_r \mathbf{m}) [\mathbf{m} \cdot (\mathbf{P}_l \times \mathbf{P}_r)]$. Поэтому для получения ненулевого аномального тока требуется не только взаимная киральность $\mathbf{m} \cdot (\mathbf{P}_l \times \mathbf{P}_r)$, но и отличие от нуля скалярного произведения $\mathbf{P}_{l,r} \mathbf{m}$. Этот результат был получен ранее в работе [455]. Причина состоит в том, что для слабого ферромагнетика с $h \ll \varepsilon_F$ фактор поверхностной киральности $\mathbf{m} \cdot (\mathbf{P}_l \times \mathbf{P}_r)$ не достаточен для нарушения симметрии $j(\mathbf{m}) = j(-\mathbf{m})$, которая присутствует в квазиклассических уравнениях.

Общий случай. Когда все киральности отличны от нуля $\chi_{1,2,3} \neq 0$, все три члена вносят вклад в аномальный ток. Однако, в пределе $\xi_\omega \theta' \ll 1$ можно пренебречь j_{in} , т.ч. $j_a = j_{ex} + j_{mix}$. В общем случае j_{ex} является четной функцией θ' , поэтому этот вклад не зависит от внутренней киральности текстуры и контролируется поверхностной киральностью. С другой стороны, j_{mix} имеет разные знаки для противоположных киральностей спирали. Основная роль ненулевых χ_2 и χ_3 для этого вклада состоит в том, чтобы генерировать дальнедействующие триплетные пары из-за неколлинеарности внутренней и поверхностной намагниченностей на границе.

Внутренняя киральность. В случае, когда $\theta' \neq 0$, но $\mathbf{m}_{l,r} \parallel \mathbf{P}_{l,r}$, только внутренняя киральность (4.97) отлична от нуля и дается выражением $\chi_1 = P\mathbf{m}(\mathbf{n}_\alpha \times \mathbf{n}_\theta)$. Тогда единственным ненулевым вкладом в аномальный ток является j_{in} , который имеет вид

$$\frac{ej_{in}}{2\pi T\sigma_n} = \frac{8\Delta^2 P(1-P^2) \sin[\theta'd \cos\alpha] \theta'^2 \sin^2\alpha}{k_h^2} \sum_{\omega>0} \left(\frac{G_s}{\gamma}\right)^3 \frac{k_\omega \tilde{k}_\omega^{-k_\omega d}}{\omega^2 \left[\tilde{k}_\omega^2 - \left(PG_s/\gamma\right)^2 \right]^2} \quad (4.121)$$

Ответ приобретает особенно простой вид для $T \rightarrow T_c$ и в туннельном пределе $\gamma k_\omega \gg 1$:

$$\frac{j_{in}}{j_o} = 2P \frac{\xi_N}{\gamma} \tan[\theta'd \cos\alpha], \quad (4.122)$$

где $\xi_N = \sqrt{D/2\pi T_c}$. Видно, что в этом случае аномальный ток является нечетной функцией $\theta' \cos\alpha$. Поэтому он определяется внутренней киральностью текстуры. В более общем случае ток определяется величиной $(\chi_{1l} + \chi_{1r})$, которая представляет собой комбинацию внутренней киральности текстуры и проекции поверхностной поляризации на направление локальной намагниченности $(\mathbf{P}_l \mathbf{m}_l + \mathbf{P}_r \mathbf{m}_r)$.

В том же пределе амплитуда обычного джозефсоновского тока (4.120) приводится к виду

$$\frac{ej_o}{\sigma_n} = \frac{2\Delta^2}{\pi T_c} (1-P^2) e^{-\frac{d}{\xi_N}} \frac{\xi_h^2 \xi_N \theta'^2 \sin^2\alpha \cos[\theta'd \cos\alpha]}{\gamma^2} \quad (4.123)$$

Из-за присутствия аномального тока состояние с $\varphi = 0$ или $\varphi = \pi$ не является основным состоянием системы. Разность фаз в основном состоянии определяется условием $j = 0$ и имеет вид $\tan \chi_0 = -j_a/j_o$. В пределе $\theta' \ll k_\omega$, $\gamma k_\omega \gg 1$ и $T \rightarrow T_c$ аномальный сдвиг фазы имеет простой вид:

$$\tan \varphi_0 = -\frac{2P\xi_N}{\gamma} \tan(\theta'd \cos\alpha). \quad (4.124)$$

Отсюда видно, что аномальный сдвиг фазы наиболее выражен для прозрачных контактов. Он отличен от нуля только для некопланарной магнитной спирали $\alpha \neq \pi/2$ и отсутствует, если граница раздела не обладает спин-фильтрующими свойствами, т.е. $P = 0$. Именно по этой причине в более ранних работах по джозефсоновским контактам через магнитную спираль аномальный сдвиг фазы отсутствовал [152].

Далее мы продолжаем рассматривать случай только внутренней киральности $\chi_1 \neq 0$, $\chi_2 = \chi_3 = 0$. Наша цель состоит в том, чтобы численно исследовать области параметров, которые не покрываются аналитическим расчетом. Все энергии измеряются в единицах T_c , а все длины в единицах ξ_N . Поэтому θ' измеряется в единицах ξ_N^{-1} . Точки измеряются в единицах $(\Delta^2/16\pi T_c)(\sigma_n/e\xi_N)$. Типичные значения j_a/j_o очень малы.

Поэтому значения аномальной разности фаз в основном состоянии джозефсоновского контакта также малы. Исключение составляют области параметров вблизи $0-\pi$ переходов, где значение j_o стремится к нулю и, следовательно, величина аномальной фазы основного состояния может принимать произвольные значения между 0 и π .

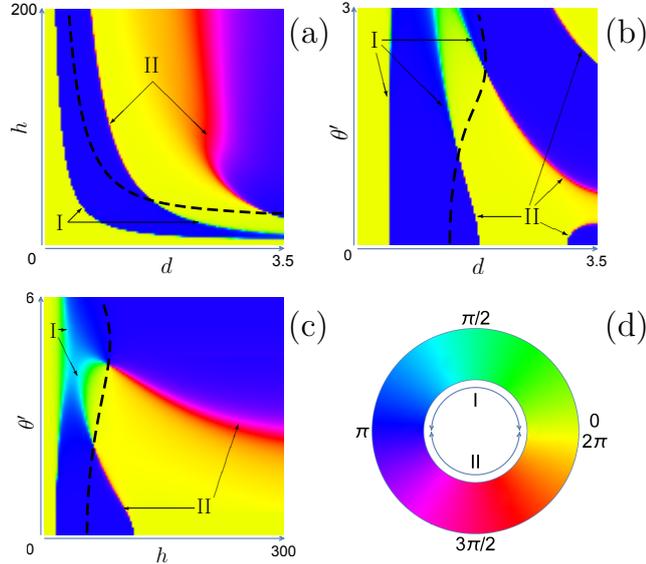


Рис. 4.7: (а) 2D-карта фазы основного состояния в (d, h) -плоскости. Черная пунктирная линия отвечает $j_a = 0$, $\theta' = 1$, (b) 2D-карта фазы основного состояния в (d, θ') -плоскости, $h = 40$; (с) 2D-карта фазы основного состояния в (h, θ') -плоскости, $d = 1$. Остальные параметры системы $P = 0.5$, $\alpha = \pi/4$, $\gamma = 1$ для панелей (а)-(с). (d) Цветовая кодировка к панелям (а-с).

Чтобы исследовать основное состояние контакта более детально, на рис. 4.7 мы приводим 2D-карты, где цветом закодированы значения фазы основного состояния φ_0 . Рис. 4.7(a) представляет фазовую диаграмму в (d, h) -плоскости. Цветовая кодировка фазы поясняется на рис. 4.7(d). Можно видеть области 0 -состояния (желтым) и области π -состояния (синим). Также между ними видны области промежуточной фазы.

Наиболее интересным фактом, который можно извлечь из этих карт, является наличие двух топологически неэквивалентных типов $0-\pi$ переходов в системе. Видно, что переходы между 0 и π состояниями отличаются направлением обхода единичной окружности, см. рис. 4.7(d). Зелено-голубые области (границы между желтыми 0 -областями и синими π -областями) отвечают переходам через промежуточную фазу $\pi/2$ и называются переходами I-ого типа. Красные границы соответствуют переходам через промежуточную фазу $3\pi/2$ и называются переходами II-ого типа. Тип перехода определяется знаком j_a . Все фазовые диаграммы на рис. 4.7 построены для $\chi_1 > 0$. Для противоположной киральности тип перехода меняется везде на этих фазовых диаграммах. Это утверждение также справедливо и в случае более общей, чем $\cos \varphi$, зависимости аномального тока от разности фаз φ .

Тип перехода можно изменить и при фиксированной киральности из-за знакопеременной зависимости j_a от параметров контакта: h , $|\theta'$ и d . Это видно из рис. 4.7(a), где черная пунктирная линия отвечает $j_a = 0$ и пересечения этой линии с линиями $0 - \pi$ переходов $j_o = 0$ дают точки, где тип перехода изменяется.

Рис. 4.7(b) и 4.7(c) представляют собой аналогичные цветные карты разности фаз основного состояния φ_0 в плоскостях (d, θ') и (h, θ') , соответственно. Вместе с рис. 4.7(a) они дают полную картину распределения разности фаз основного состояния и типов переходов в рассматриваемой системе.

Как следует из уравнения (4.87), аномальный вклад в джозефсоновскую энергию можно выразить через аномальный ток как $E_{ch} = (\hbar/2e)j_a \sin \varphi$. Рис. 4.6(c) показывает аномальный вклад $E_{ch}(\varphi = \pi/2)/E_{J0}$, где $E_{J0} = (\hbar/2e)\sqrt{j_o^2 + j_a^2}$, как функцию $|\theta'|$ для различных d . Черные и красные линии отвечают разным киральностям $\text{sgn}\chi_1 = \pm 1$. Таким образом, этот рисунок иллюстрирует на конкретном примере магнитной спирали наше утверждение о том, что киральный вклад в джозефсоновскую энергию снимает энергетическое вырождение между текстурами противоположных киральностей.

Кроме фундаментального значения предложенный механизм спинового взаимодействия может иметь некоторые практические применения. Во-первых, можно использовать аномальный эффект Джозефсона для быстрого детектирования динамики намагниченности [229], и в частности, скирмионов, движущихся вдоль ферромагнитной полоски в gasetrack типу геометрии [489, 500]. Обратный эффект можно использовать для генерации динамики с помощью сверхтока.

Рассмотренные примеры демонстрируют, что тройное спиновое взаимодействие снимает вырождение магнитных текстур с противоположными киральностями. В общем случае такое взаимодействие возникает в некомпланарных магнитных текстурах. Поэтому оно совершенно отличается от ситуации в тонких магнитных пленках [548–550], где энергетически более выгодными становятся неелевские доменные стенки с левым или правым разворотом намагниченности в плоскости, который фиксируется комбинацией магнитостатического и DM вкладов в энергию. В отличие от рассмотренных здесь некопланарных текстур, плоским текстурам невозможно приписать киральность, определяемую как смешанное произведение $\mathbf{m}_1 \cdot (\mathbf{m}_2 \times \mathbf{m}_3)$. Из-за отсутствия этого кирального инварианта плоские текстуры с левым и правым разворотом намагниченности остаются вырожденными по отношению к глобальной инверсии намагниченности.

Подводя итоги раздела, можно сказать, что здесь предложен спиновый механизм взаимодействия, фундаментально отличный от обсуждавшихся ранее. Это непрямое обменное взаимодействие, переносимое движущимся сверхпроводящим конденсатом, которое может возникать как в сверхпроводниках с магнитными примесями, так и в гибридных S/F структурах с текстурированными магнетиками и индуцированными эффектом близости сверхпроводящими корреляциями.

4.3. Резистивное состояние S/F/S контакта в присутствии динамики намагниченности

Возможность поддержания бездиссипативным электрических токов считается определяющим свойством сверхпроводящего состояния. Однако эта концепция была пересмотрена после открытия сверхпроводников второго типа, которые могут находиться в смешанном состоянии, характеризующемся присутствием вихрей Абрикосова, индуцированных магнитным полем [551]. В общем случае, смешанное состояние является резистивным, т.к. в отсутствие потенциала пиннинга сверхпроводящие вихри начинают двигаться под действием приложенного тока [552]. В таком режиме движение вихрей генерирует электрическое поле, которое приводит к конечному сопротивлению и омическим потерям [553, 554].

В данном разделе предсказан еще один фундаментальный механизм, который может перевести сверхпроводящую систему в резистивное состояние, в идеальном случае для произвольно малого приложенного тока. А именно, показано, что в S/F гибридных системах динамика намагниченности, которая генерируется сверхтоком, с необходимостью индуцирует электрическое поле и потери энергии, в какой-то степени аналогично движению абрикосовских вихрей в сверхпроводниках второго рода. Однако, между этими фундаментальными эффектами нет полной аналогии. В случае гибридной S/F системы генерация электрического поля вызвана динамикой намагниченности и потери энергии происходят в магнитной подсистеме через механизм гильбертовского затухания. Результаты получены совместно с А.М. Бобковым, Д.С. Рабиновичем и М.А. Силаевым и опубликованы в работе [P22] из списка публикаций автора по теме диссертации.

Схема рассматриваемой системы представлена на рис. 4.8(а). Ее магнитная часть состоит из ферромагнитной полоски и концептуально близка по конфигурации к racetrack memogu на базе доменных стенок [489, 490]. Положение доменных стенок в полоске можно контролировать при помощи нормального тока j_N , который прикладывается вдоль полоски. Кроме того, в системе есть два сверхпроводящих электрода, которые формируют на ферромагнитной полоске джозефсоновский контакт. Джозефсоновский ток в такой геометрии уже был измерен через полуметаллический ферромагнетик CrO_2 [409] для расстояний между сверхпроводящими электродами, много больших типичного размера доменных стенок порядка 20 нм. В такой системе джозефсоновский ток переносится спин-триплетными куперовскими парами [452], которые набирают фазу Берри [456], распространяясь через некомпланарную спиновую текстуру или в присутствии SOC. Они создают вращательный момент, действующий на текстуру [356]. Поэтому, когда доменная стенка локализована внутри области слабой связи джозефсоновского контакта, ее можно двигать джозефсоновским током j , приложенным между сверхпроводящими

берегами.

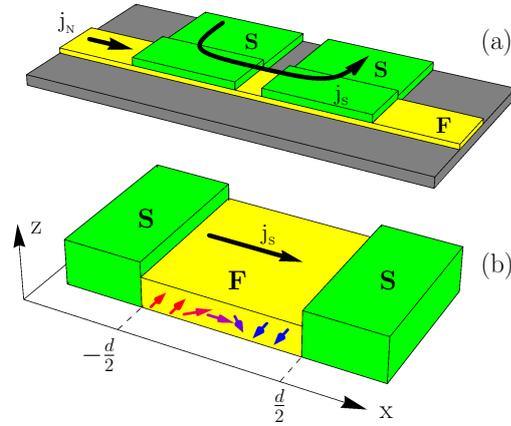


Рис. 4.8: (а) Схема рассматриваемой системы. Сверхпроводящие электроды, формирующие джозефсоновский контакт, лежат на ферромагнитной полоске. Положение доменных стенок в полоске можно контролировать нормальным током j_N . (б) Упрощенная модель области джозефсоновского контакта. В области слабой связи присутствует доменная стенка неелевского типа. Джозефсоновский ток течет в направлении оси x .

Обратный к возникновению вращательного момента эффект состоит в появлении в локальном спиновом базисе калибровочного векторного потенциала из-за SOC [300, 555–561] или некопланарности текстуры. Он индуцирует аномальный сдвиг фазы и в случае, когда намагниченность зависит от времени, также генерирует и электродвижущую силу [562–564]. Эта ситуация является фокусом нашей работы. Электродвижущая сила должна компенсироваться напряжением, которое индуцируется на контакте. Это напряжение как раз и поддерживает движение доменной стенки, компенсируя диссипацию энергии, возникающую из-за гильбертовского затухания, за счет работы источника тока, как показано ниже.

Модель. На рис. 4.8(b) изображена упрощенная модель области джозефсоновского S/F/S контакта, которую мы рассматриваем в наших расчетах. Мы предполагаем, что внутри слабой связи есть доменная стенка неелевского типа. Также предполагается, что в области слабой связи из-за структурного или внутреннего нарушения симметрии по отношению к инверсии присутствует рашбовская SOC. Джозефсоновский ток течет в ферромагнетике вдоль оси x и генерирует вращательный момент, действующий на доменную стенку [356] и состоящий из адиабатического вклада и спин-орбитального вклада. При этих условиях стенка движется беспороговым образом, т.е. начиная с самых малых токов, если в системе отсутствует пиннинг на дефектах. Мы пренебрегаем неадиабатическим вращательным моментом [494], предполагая, что большая часть напряжения падает на границах и квазичастичное неравновесие в области слабой связи мало.

В рассматриваемом S/F/S контакте связанная динамика намагниченности \mathbf{M} и джо-

зефсоновской разности фаз φ определяется системой уравнений:

$$j = j_c \sin(\varphi - \varphi_0\{\mathbf{M}\}) + \frac{\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_0\{\mathbf{M}\}}{2eRS}. \quad (4.125)$$

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff} + \frac{\alpha}{M} \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + \mathbf{T}, \quad (4.126)$$

Уравнение (4.125) представляет собой неравновесное ток-фазовое соотношение, обобщающее резистивно-шунтированную (RSJ) модель. Оно написано в калибровочно-инвариантной форме, включающей аномальный сдвиг фазы [15–17, 106, 150, 180, 281, 283–293, 296, 353, 448–451, 453–457, 478] $\varphi_0\{\mathbf{M}\}$, который определяется SOC и магнитной текстурой. Для сильных ферромагнетиков только спин-триплетные пары с одинаковыми спинами могут проникать в F. Тогда транспорт можно вычислять в локальном спиновом базисе для расщепленных поверхностей Ферми для спина вверх и вниз по отдельности с эффективным U(1) спин-зависящим калибровочным полем \mathbf{Z} , что дает [456]

$$\varphi_0\{\mathbf{M}\} = -2 \int_{-d/2}^{d/2} Z_x(x, t) dx. \quad (4.127)$$

где $\mathbf{Z} = \mathbf{Z}^m + \mathbf{Z}^{so}$. Здесь $Z_i^m = -i \text{Tr}(\hat{\sigma}_z \hat{U}^\dagger \partial_i \hat{U})/2$ вклад, индуцированный магнитной текстурой, где $\hat{U}(\mathbf{r}, t)$ унитарная 2×2 матрица, которая поворачивает спиновую ось квантования z к локальному направлению обменного поля.

Член $Z_j^{so} = (M_i B_{ij})/M$ появляется из-за SOC, где B_{ij} постоянный тензорный коэффициент, описывающий линейное по импульсу спин-орбитальное взаимодействие общего вида $\hat{H}_{so} = \sigma_i B_{ij} p_j/m$. Здесь мы предполагаем, что \hat{H}_{so} имеет рашбовский вид $\hat{H}_{so} = (B_R/m)(\sigma_x p_y - \sigma_y p_x)$. \mathbf{Z}^m отличен от нуля только для некопланарных магнитных структур и в нашем случае $\mathbf{Z}^m = 0$. Стоит упомянуть, что если обменное поле лежит в плоскости, как показано на рис. 4.8(b), то в такой геометрии рашбовское SOC само по себе не генерирует длинные триплеты на S/F границах. Поэтому, для того, чтобы создать их, следует добавить к системе дополнительные спин-активные слои на S/F границах. Это вопрос широко исследовался в литературе [80, 155, 452] и здесь не обсуждается. Электродвижущая сила может также возникать из-за некопланарности движущейся доменной стенки или в присутствии неадиабатического вращательного момента [219, 221–225]. Однако, для случая рашбовского SOC и неелевской доменной стенки, представленной на рис. 4.8(b), движущаяся доменная стенка остается компланарной.

Мы также предполагаем, что S/F границы являются низкопрозрачными. В этом случае ток-фазовое соотношение для джозефсоновского тока представляет собой сумму

токов спиновых подзон со спином вверх и вниз, каждый из которых синусоидален [456]: $j_s = \sum_{\sigma=\pm 1} j_{c\sigma} \sin(\varphi - \sigma\varphi_0)$, где аномальный сдвиг фазы в каждой из подзон имеет вид (4.127).

Уравнение (4.125) довольно общее и применимо к широкому классу джозефсоновских систем, проявляющих аномальный сдвиг фазы. Его также можно вывести в рамках определенных микроскопических моделей. Здесь мы приведем вывод для случая слабой связи из сильного ферромагнетика. Он описывается гриновской функцией \hat{g}_σ , которая определяется на поверхностях Ферми для спина вверх и вниз по отдельности и является матрицей 4×4 в частично-дырочном и келдышевском пространствах, но скаляром в спиновом пространстве. В локальном спиновом базисе она подчиняется следующему уравнению Узаделя [356, 456]

$$-iD_\sigma \hat{\partial}_R (\hat{g}_\sigma \otimes \hat{\partial}_R \hat{g}_\sigma) + [\varepsilon \hat{\tau}_3, \hat{g}_\sigma]_\otimes = 0, \quad (4.128)$$

где τ_i матрицы Паули в пространстве частица-дырка, \otimes -произведение определяется как $\hat{A}(\varepsilon, t) \otimes \hat{B}(\varepsilon, t) = \exp[(i/2)(\partial_{\varepsilon_A} \partial_{t_B} - \partial_{\varepsilon_B} \partial_{t_A})] \hat{A}(\varepsilon, t) \hat{B}(\varepsilon, t)$. Оператор $\hat{\partial}_R$ означает ковариантную производную $\hat{\partial}_R = \partial_R + i\sigma[Z\tau_3, \dots]_\otimes$ с $[\hat{A}, \hat{B}]_\otimes = \hat{A} \otimes \hat{B} - \hat{B} \otimes \hat{A}$. \mathbf{Z} представляет собой U(1) калибровочный потенциал, который добавляется к обычному электромагнитному векторному потенциалу \mathbf{A} с противоположными эффективными зарядами для электронов на поверхностях Ферми вверх и вниз [456].

Общее выражение для электрического тока внутри сильного ферромагнетика можно записать как сумму по двум спиновым подзонам [356]:

$$j = \frac{e}{8} \sum_{\sigma} \nu_{\sigma} D_{\sigma} \text{Tr}_2 \int [\tau_3 \hat{g}_{\sigma} \otimes \hat{\partial}_x \hat{g}_{\sigma}]^K d\varepsilon, \quad (4.129)$$

где ν_{σ} и D_{σ} плотность состояний на уровне Ферми и коэффициент диффузии для данной спиновой подзоны. $[\dots]^K$ означает келдышевскую компоненту соответствующей матрицы.

В общем случае ток является суммой сверхтока и нормального тока, переносимого квазичастицами. Здесь мы рассматриваем высокотемпературный предел $\Delta(T) \ll T_c$ и будем работать в рамках теории линейного отклика. Будем сохранять только ведущие порядки в выражениях для сверхтока и нормального тока. Это означает, что сверхток вычисляется с равновесной функцией распределения, пренебрегая неравновесными поправками, а нормальный ток вычисляется в линейном порядке по напряжению V и для $\Delta \rightarrow 0$. Таким образом, при вычислении тока мы пренебрегаем членами порядка $(\Delta^2/T_c^2)(eV/T_c)$. Сверхток в рамках этого приближения вычислялся в работе [456] и выражается первым членом уравнения (4.125). Сейчас мы интересуемся только выражением для нормального тока в присутствии эффективного электрического поля,

индуцированного SOC в области слабой связи контакта. При $\Delta \rightarrow 0$ $\hat{g}_\sigma^{R,A} = \pm\tau_3$ и $\hat{g}_\sigma^K = 2\tau_3\hat{\varphi}_\sigma$, где $\hat{\varphi}_\sigma = \varphi_\sigma^e(1 + \tau_3)/2 + \varphi_\sigma^h(1 - \tau_3)/2$ функция распределения квазичастиц для данной спиновой подзоны. Уравнение (4.129) упрощается следующим образом:

$$j = \frac{e}{2} \sum_{\sigma} \nu_{\sigma} D_{\sigma} \int \hat{\partial}_x \varphi_{\sigma}^e d\varepsilon. \quad (4.130)$$

$$\begin{aligned} \hat{\partial}_x \varphi_{\sigma}^e &\approx \partial_x \varphi_{\sigma} - \frac{\sigma}{2} (\partial_{\varepsilon_1} \partial_{t_2} - \partial_{\varepsilon_2} \partial_{t_1}) \times \\ &\left[Z_x^{so}(t_1) \varphi_{\sigma}(\varepsilon_2) - Z_x^{so}(t_2) \varphi_{\sigma}(\varepsilon_1) \right] \Big|_{\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon; t_1=t_2=t} = \partial_x \varphi_{\sigma}^e + \sigma \partial_{\varepsilon} \varphi_{\sigma}^e \dot{Z}_x^{so} \end{aligned} \quad (4.131)$$

Предполагая, что неравновесное распределение квазичастиц в области слабой связи может быть описано Ферми-функцией с пространственно-зависящим электрическим потенциалом $\varphi_{\sigma} = \tanh[(\varepsilon - eV_{\sigma}(x))/2T]$, уравнение (4.131) можно переписать как:

$$\hat{\partial}_x \varphi_{\sigma}^e \approx \partial_{\varepsilon} \varphi_{\sigma}^e (-e \partial_x V_{\sigma} + \sigma \dot{Z}_x^{so}). \quad (4.132)$$

Подставляя уравнение (4.132) в (4.130), получаем

$$j = -e \sum_{\sigma} \nu_{\sigma} D_{\sigma} (e \partial_x V_{\sigma} - \sigma \dot{Z}_x^{so}). \quad (4.133)$$

Предполагая, что ферромагнетик является полуметаллом, т.е. плотность состояний на поверхности Ферми отлична от нуля только для одной из спиновых подзон, из уравнения (4.133) получим, что градиент потенциала в области слабой связи имеет вид:

$$e \partial_x V = -\frac{j}{e\nu D} + \dot{Z}_x^{so}. \quad (4.134)$$

Положим электрический потенциал в левом электроде равным нулю $V_L = 0$. Тогда электрический потенциал правого электрода

$$V_R = V_{L,b} + V_{int} + V_{R,b}, \quad (4.135)$$

где $V_{L(R),b} = -jR_{L(R)}$ скачок потенциала на левой (правой) S/F границе и $V_{int} = \int_{-d/2}^{d/2} \partial_x V dx$ разность потенциалов, приобретаемая внутри слабой связи.

Подставляя выражение (4.134) в (4.135), получим:

$$j = \frac{-(V_R - V_L) + (1/e) \int_{-d/2}^{d/2} \dot{Z}_x^{so} dx}{R}, \quad (4.136)$$

где введено общее нормальное сопротивление контакта $R = R_L + R_R + d/(e^2\nu D)$.

Вспоминая, что $V_L - V_R = \dot{\varphi}/2e$ и $\dot{\varphi}_0 = -2 \int_{-d/2}^{d/2} \dot{Z}_x^{so} dx$, наконец получим

$$j_n = \frac{\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_0}{2eR}. \quad (4.137)$$

В отличие от предыдущих калибровочно неинвариантных формулировок [354, 357], уравнение (4.125) учитывает и нормальные магнитоэлектрические (спингальванические) эффекты при $j_c = 0$, такие как электродвижущая сила и электрические токи, которые генерируются в ферромагнетике из-за временной зависимости фазы Берри [219, 221–224, 461, 467]. Аналогичное уравнение также справедливо для более общего случая несинусоидальной зависимости ток-фазового соотношения.

Вызванная спин-поляризованным сверхтоком динамика намагниченности описывается уравнением LLG (4.126). Последний член в этом уравнении представляет собой индуцированный током вращательный момент $\mathbf{T} = (\gamma/M)(\mathbf{J}_s \nabla) \mathbf{M} + (2\gamma/M)(\mathbf{M} \times \mathbf{B}_j) J_{s,j}$. Первый член здесь - это адиабатический вращательный момент, вызванный спиновым током \mathbf{J}_s . Второй член - это спин-орбитальный вращательный момент, который определяется спиновым вектором $\mathbf{B}_j = (B_{xj}, B_{yj}, B_{zj})$, отвечающим j -ой пространственной компоненте тензора SOC B_{ij} . Ниже мы предполагаем $R_\uparrow \ll R_\downarrow$ и для простоты пренебрегаем вкладом в ток электронов со спином вниз. В этом случае $\mathbf{J}_s \approx \mathbf{j}/2e$. Стоит отметить, что в общем случае \mathbf{J}_s представляет собой разницу между джозефсоновскими токами, переносимыми электронами из спиновых подзон со спином вверх и вниз [356] и не может быть выражен через поляризацию проводимости ферромагнетика P : $J_s \neq Pj/2e$.

Движение доменной стенки. Удобно параметризовать намагниченность как $\mathbf{M} = M(\sin \theta \sin \delta, \cos \theta, \sin \theta \cos \delta)$, где оба угла зависят от (x, t) . При нулевом приложенном токе равновесная форма стенки дается $\delta = \pi/2$ и

$$\cos \theta = -\tanh[(x - x_0)\pi/d_W], \quad (4.138)$$

где $d_W = \pi\sqrt{A_{ex}/K}$ ширина доменной стенки. $K > 0$ и $K_\perp > 0$ константы анизотропии для легкой и тяжелой осей, соответственно, а A_{ex} константа обменной жесткости. Эффективное магнитное поле $\mathbf{H}_{eff} = (1/M^2)(KM_y \mathbf{y} - K_\perp M_z \mathbf{z} + A_{ex} \partial_x^2 \mathbf{M})$.

Для работы со спин-орбитальным вращательным моментом удобно определить безразмерную константу спин-орбитального взаимодействия $\beta = -2B_R d_W/\pi$. Для маленьких приложенных токов $j \ll d_W M e / (\pi t_d \mu_B |\alpha - \beta|)$ доменная стенка движется как компланарный объект, для которого $\theta(x, t)$ определяется уравнением (4.138) с $x_0(t) = \int_{t_0}^t v(t') dt'$ и $\delta \equiv \delta(t)$. Найдем точное решение для $v(t)$, следующее из уравнения

(4.126), для случая, когда электрический ток включается при $t = 0$. Подставляя $\cos \theta$ в виде (4.138) и $\delta = \delta_0 + \Delta\delta(t)$, где $\delta_0 = \pi/2$ для неелевской доменной стенки, в уравнение (4.126), предполагая $\Delta\delta \ll 1$ и сохраняя только члены первого порядка по этому параметру, после некоторой алгебры получаем следующее выражение для $v(t)$:

$$v(t) = \exp(-t/t_d) \int_{-0}^t \exp(t'/t_d) \left(-u(t') \frac{\beta}{\alpha t_d} + u'(t') \frac{1 - \alpha\beta}{1 + \alpha^2} \right) dt', \quad (4.139)$$

где $t_d = (1 + \alpha^2)M/\alpha\gamma K_\perp$ и $u(t) = \gamma j(t)/2eM$. Уравнение (4.139) справедливо для произвольной зависимости $j(t)$, если ток включается при $t = 0$.

Если при $t = 0$ включается постоянный ток $j(t) = j\theta(t)$, тогда из уравнения (4.139) можно получить, что при $t > 0$

$$v(t) = \frac{e^{-t/t_d} u}{1 + \alpha^2} \left(1 + \frac{\beta}{\alpha} \right) - \frac{\beta u}{\alpha}. \quad (4.140)$$

Скорость доменной стенки при $t > 0$ экспоненциально стремится к стационарному значению v_{st} , которое определяется уравнением

$$v_{st} = -u\beta/\alpha, \quad (4.141)$$

где $u = \gamma J_s/M$.

Для случая прямоугольного импульса тока $j(t) = j\theta(t)\theta(T - t)$ скорость доменной стенки имеет вид:

$$v(t) = -\exp(-t/t_d)\theta(t) \frac{\gamma j}{2eM} \left[\frac{\alpha + \beta}{\alpha(1 + \alpha^2)} \times \right. \\ \left. \times \left(\exp(T/t_d)\theta(t - T) - 1 \right) + \frac{\beta}{\alpha} \exp(t/t_d)\theta(T - t) \right] \quad (4.142)$$

Напряжение, индуцированное прямоугольным импульсом тока. Получив зависимость $v(t)$, можно найти аномальный сдвиг фазы как функцию времени. В рассматриваемом случае неелевской доменной стенки и SOC типа Рашбы $Z_x^{so} = (\pi\beta M_y)/(2d_W M)$, уравнение (4.127) дает аномальный сдвиг фазы:

$$\varphi_0(t) \approx -2\pi\beta x_0(t)/d_W. \quad (4.143)$$

Наше рассмотрение строго применимо, если $|d/2 \pm x_0| \gg d_W$, т.е. если доменная стенка находится не слишком близко к S/F границе. Из уравнения (4.143)

$$\varphi_0(t) \approx -2\pi\beta/d_W \int_0^t v(t') dt'. \quad (4.144)$$

Решая уравнение 4.125) с $j(t) = j\theta(t)\theta(T - t)$ и $\varphi_0(t)$, которое определяется уравнениями (4.144) и (4.142), получаем:

$$\dot{\varphi}(t) = \frac{\Omega(\frac{j^2}{j_c^2} - 1)\theta(T - t)}{\frac{j}{j_c} - \cos(\Omega t \sqrt{(j/j_c)^2 - 1} + \arctan \sqrt{(j/j_c)^2 - 1})} - \frac{2\Omega D \exp(-\Omega t)\theta(t - T)}{1 + D^2 \exp(-2\Omega t)} - \frac{2\pi\beta v(t)}{d_W}, \quad (4.145)$$

где $D = (j_c/j) \exp(\Omega T)(1 - \sqrt{(j/j_c)^2 - 1} \times \cot(\Omega T \sqrt{(j/j_c)^2 - 1}/2 + \arctan \sqrt{(j/j_c)^2 - 1}))$, $\Omega = t_J^{-1} = 2eRI_c$. При $j < j_c \sqrt{(j/j_c)^2 - 1} \rightarrow i\sqrt{1 - (j/j_c)^2}$. $V(t)$ описывается уравнением (4.145) и представлено на рис. 4.9.

Резистивное состояние. Приложим к джозефсоновскому контакту постоянный джозефсоновский ток $I = jS$ (S площадь контакта) и рассмотрим стационарное движение доменной стенки через контакт с постоянной скоростью, определяемой уравнением (4.141). В этом случае уравнение (4.125) можно легко решить и усредненное по времени напряжение, которое индуцируется на контакте, имеет вид:

$$\overline{V(t)} = RS\sqrt{j^2 - j_c^2} + \frac{\pi\beta^2 u}{e\alpha d_W}, \quad (4.146)$$

где первый член представляет собой хорошо известное джозефсоновское напряжение, которое появляется при $j > j_c$. Второй член V_M отличен от нуля как при $j > j_c$, так и при $j < j_c$ и отражает тот факт, что джозефсоновский контакт всегда находится в резистивном состоянии, если доменная стенка движется под действием тока. Соответствующие IV- характеристики контакта показаны на рис. 4.9. В принципе, в точечных джозефсоновских контактах или джозефсоновских контактах малой площади с большим сопротивлением шунтирующая емкость или индуктивность тоже может привести к конечному наклону IV- характеристики ниже критического тока [565–567]. В то же время, экспериментально реализованные контакты через металлические ферромагнетики [409, 568] практически не демонстрируют заметных наклонов этой ветви. Однако, даже если конечный наклон из-за взаимодействия с окружением присутствует на вольт-амперной характеристике, его можно легко отличить экспериментально от эффекта, рассмотренного в данном разделе, путем сравнения IV- характеристики контакта в присутствии доменной стенки и без нее.

Для численных оценок V_M мы берем $\alpha = 0.01$, $d_W = 60nm$, $u \approx 1m/s$, что отвечает максимальной плотности джозефсоновского тока [409] через CrO_2 нанопроволоку $j_c \sim 10^9 \text{ A/m}^2$. Безразмерная константа SOC β может изменяться в широких пределах. Имея в виду, что экспериментально наши предсказания можно реализовать, например, для гибридных слабых связей, состоящих из бислоев ферромагнетик/тяжелый металл, $\beta = 1 - 10$ считая, что SOC $\alpha_R = B_R/m$ варьируется на поверхностях тяжелых металлов от

3×10^{-11} до $3 \times 10^{-10} eVm$ [311]. Тогда получаем $V_M|_{j=j_c}$ до $10^{-5} - 10^{-3}V$.

Сопrotивление контакта при $j < j_c$, вызванное движением доменной стенки, дается выражением

$$R_{DW} = \left(\frac{\partial V}{\partial I} \right)_{I < I_c} = \frac{\pi \gamma \beta^2 \hbar}{2e^2 S \alpha d_W M}, \quad (4.147)$$

Интересно, что в соответствии с (4.147) R_{DW} на единицу площади не зависит от параметров джозефсоновского контакта, таких как j_c и R , а определяется только характеристиками магнитной подсистемы. Это становится естественным, если учесть, что в этом случае работа, совершенная источником тока, в точности равна потерям энергии из-за гильбертовского затухания. Действительно, мощность диссипации из-за гильбертовского затухания можно вычислить как [569]

$$P_G = \frac{\alpha}{\gamma M} \int dx \left(\frac{dM}{dt} \right)^2 \quad (4.148)$$

Для стационарного движения доменной стенки, которое описывается уравнением (4.138) с $\dot{x}_0 = v_{st}$, получаем $P_G = j(\pi u \beta^2 / e \alpha d_W)$, что точно равняется мощности jV , производимой источником.

В режиме $j < j_c$ нормальный ток через джозефсоновский контакт равен нулю несмотря на ненулевое напряжение на контакте. Это прямо следует из уравнения (4.125), т.к. при $j < j_c$ его решение имеет вид $\dot{\varphi}(t) = \dot{\varphi}_0(t)$. Эквивалентная схема контакта представлена на вставке в рис. 4.9. Напряжение на контакте компенсирует электродвижущую силу, которая появляется из-за магнитной динамики и описывается эффективным электрическим полем $(\hbar/e)\dot{Z}^{so}$.

Если внутри контакта есть n доменных стенок, то в рассмотренных выше условиях сопротивление R_{DW} , которое выражается уравнением (4.147), умножается на n . Если джозефсоновский контакт находится под действием переменного напряжения или тока с частотой ω , то зависимость $V(I)$ имеет горизонтальные участки при $V_k = k\omega/2e$, которые известны как ступени Шапиро [570, 571]. Если в контакте есть движущаяся доменная стенка, то ступени Шапиро приобретают ненулевой наклон, который определяется уравнением (4.147). Причина этого состоит в том, что в этом случае осцилляционная частота определяется как $\overline{\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_0}$ и больше не совпадает с $2eV$. А ступени Шапиро возникают как раз при совпадении осцилляционной частоты джозефсоновского тока с целыми кратными внешней частоты. IV -характеристика, на которой продемонстрированы наклонные ступени Шапиро, показана на вставке в рис. 4.9.

В реальных системах время движения доменной стенки через контакт ограничено конечностью его длины: $t_{DW} \approx d/v_{st} = (\alpha/\beta)(d/u)$. Поэтому напряжение следует усреднять по $t < t_{DW}$. Хотя экспериментальные данные по движению доменных стенок в

джозефсоновских контактах пока не существуют в литературе, для оценок мы берем $d = 0.5 \times 10^{-6}$ м и $u \approx 1$ м/с. Тогда $t_{DW} \geq 0.5(\alpha/\beta) \times 10^{-6}$ с. Для других экспериментов, в которых джозефсоновский ток также переносился триплетными парами электронов с равными спинами, было получено [408, 410], что это время может быть на несколько порядков величины больше из-за много меньших значений плотности критического тока.

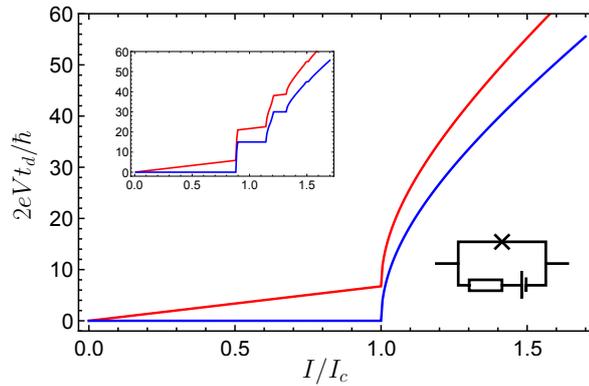


Рис. 4.9: IV-характеристики SFS контакта с доменной стенкой в покое (синяя кривая) и движущейся доменной стенкой (красная). $\beta = 1$, $\alpha = 0.1$, $eKd_W/(\pi j_c) = 5$, $t_d = 40t_J$, где $t_J = 1/2eRI_c$. Верхняя левая вставка: ступеньки Шапиро для $I(t) = I + 0.3I_c \cos \omega t$, $\omega = 15t_d^{-1}$. Единицы на осях те же, что и на главном графике. Правая нижняя вставка: эквивалентная схема контакта.

IV-характеристика, представленная на рис. 4.9, была получена в предположении стационарного движения доменной стенки. В реальности, $V(t)$ создается $\dot{\varphi}_0 \sim v(t)$. Для ступенчатого включения электрического тока $V(t)$ экспоненциально насыщается за характерное время t_d , за исключением коротких джозефсоновских импульсов (см. ниже). Поэтому, чтобы измерить сопротивление, которое выражается уравнением (4.147), важно, чтобы соблюдалось условие $t_{DW} > t_d$. Для оценок t_d мы используем материальные параметры CrO_2 наноструктур [409, 516]. Беря намагниченность насыщения $M = 4.75 \times 10^5$ А/м, $K = 1.43 \times 10^5$ эрг/см³ и $K_{\perp} = 4\pi M^2$, $\alpha = 0.01$, получаем $t_d \approx 10^{-9}$ с. Следовательно, отношение $t_{DW}/t_d > 1/\beta$ и для не очень больших значений константы SOC $\beta \lesssim 1$ условие $t_{DW} > t_d$ является реалистичным.

На практике движение доменной стенки может быть индуцировано импульсами тока большой величины. Для коротких импульсов $j(t) = j\theta(t)\theta(T - t)$ с $T < t_{DW}$, доменная стенка не выходит из области контакта за время импульса. Точное выражение для скорости доменной стенки $v(t)$ определяется уравнением (4.142). Результирующий сигнал напряжения состоит из двух частей различной физической природы. Первая часть представляет собой чисто джозефсоновский отклик с характерным временем $t_J = 1/2eRI_c$, а вторая часть имеет магнитное происхождение и характерное время t_d и отсутствует, если в контакте нет движущейся стенки. Беря для оценок t_J материальные параметры CrO_2 наноструктур $j_c \sim 10^9$ А/м², $R \sim 0.3 - 1.5 \Omega$, $S = 7.5 \times 10^{-14}$ м²,

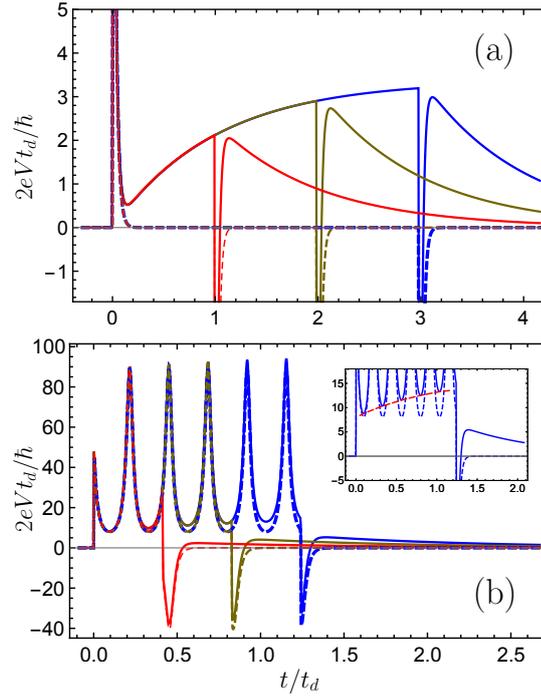


Рис. 4.10: $V(t)$ для прямоугольных импульсов тока. Разные кривые отвечают разным периодам импульса T . Для всех панелей сплошные линии соответствуют $\beta = 1$ (аномальный сдвиг фазы из-за движения доменной стенки отличен от нуля), а пунктирные линии отвечают $\beta = 0$ (аномальный сдвиг фазы равен нулю). (a) $j = 0.5j_c$, $T = 3t_d$ (синие линии), $T = 2t_d$ (желтые), $T = t_d$ (красные); (b) $j = 1.2j_c$, $T = 1.25t_d$ (синие), $T = 0.83t_d$ (желтые), $T = 0.42t_d$ (красные). Вставка: $j = 1.2j_c$, $T = 1.25t_d$ (часть основного графика в большем масштабе). Для всех кривых $\alpha = 0.1$, $eKd_W/(\pi j_c) = 5$, $t_d = 40t_J$.

получаем $t_J = 0.3 \times 10^{-11} - 1.5 \times 10^{-11}$ с. В соответствии с этой оценкой $t_J \ll t_d$. Тогда сигнал, связанный с джозефсоновским напряжением, должен затухать значительно быстрее, чем сигнал, индуцированный движением доменной стенки.

Результирующее напряжение для $j < j_c$ представлено на рис. 4.10а. В этом режиме типичные кривые $V(t)$ состоят из начального резкого импульса джозефсоновского напряжения, затухающего на масштабе $t \sim t_J$, конечного резкого импульса той же природы и постепенного роста и падения напряжения чисто магнитного происхождения, которое имеет вид $V(t) = -\pi\beta v(t)/ed_W$. За время t_d сигнал насыщается до напряжения, которое определяется скоростью стационарного движения доменной стенки. В отсутствие доменной стенки напряжение между начальным и конечным джозефсоновскими импульсами отсутствует, как показано пунктирными кривыми на рис. 4.10(а).

Режим $j > j_c$ характеризуется джозефсоновскими осцилляциями напряжения во время всего импульса, как видно из рис. 4.10(б). Тем не менее, постепенный рост напряжения из-за движения доменной стенки тоже присутствует. Он приводит к увеличению разницы между минимумами сплошных и пунктирных кривых, что показано красной

линией на вставке.

Подводя итоги раздела, можно сказать, что мы обобщили резистивно-шунтированную модель для описания нового резистивного состояния, которое создается динамикой намагниченности в области слабой связи джозефсоновского контакта. Используя это уравнение мы показали, что в присутствии динамики намагниченности джозефсоновский контакт находится в резистивном состоянии даже при $j < j_c$. В этом режиме контакт может быть использован для детектирования динамики намагниченности.

4.4. Прямой и обратный магнитоэлектрический эффект в бислойных структурах сверхпроводник/текстурированный магнетик

Как уже обсуждалось выше, магнитоэлектрические эффекты из-за спин-орбитального взаимодействия активно изучаются. Они вызывают большой интерес в том числе и в связи с спинтронными приложениями, например, устройствами энергонезависимой магнитной памяти [387, 510, 572–575].

В сверхпроводящих системах, как опять же обсуждалось выше, магнитоэлектрические эффекты имеют специфику. Прямой магнитоэлектрический эффект по-прежнему состоит в генерации спиновой поляризации под действием протекающего сверхтока. От своего нормального аналога он отличается главным образом бездиссипативностью. В литературе этот эффект обсуждался для сверхпроводящих систем в присутствии спин-орбитального взаимодействия [37, 180, 265, 266, 269, 315, 395]. Обратный магнитоэлектрический эффект также рассматривался для систем со спин-орбитальным взаимодействием. Для односвязных сверхпроводников он имеет вид фазово-неоднородного (геликоидального) состояния [59–64] или реализуется в форме спонтанного тока [232, 274–276, 295].

Используя аналогию между внутренним SOC и SU(2) калибровочным полем [561], которое индуцируется пространственными вращениями намагниченности в ферромагнетике, естественно ожидать что равновесные магнитоэлектрические эффекты должны существовать также и в S/F структурах со спин-текстурированными ферромагнетиками. Однако, в отличие от сверхпроводящих систем с SOC, прямой магнитоэлектрический эффект в S/F гибридах с спин-синглетным спариванием не обсуждался в предыдущих работах. И это несмотря на то, что возможность генерации спин-триплетных пар в спин-текстурированных S/F системах [80, 107] и при одновременном наличии однородного обменного поля и SOC [300, 301, 576] хорошо известна и обсуждалось большое количество будущих приложений спин-триплетных пар в спинтронике и сверхпрово-

дующей электронике [8, 9].

Причина этого несоответствия кроется в ограничениях квазиклассического подхода, который широко использовался для описания таких систем. Он пренебрегает различием Ферми скоростей и плотностей состояний на поверхности Ферми для электронов со спинами вверх и вниз. Хотя это приближение во многих задачах хорошо работает для рассмотрения слабых ферромагнитных сплавов, оно пропускает аномальный эффект Джозефсона [455] и, как мы покажем ниже, прямой и обратный магнитоэлектрические эффекты в односвязных сверхпроводниках.

Чтобы преодолеть ограничения квазиклассической теории, мы рассматриваем ее минимальное обобщение для бислойной системы, состоящей из тонкой сверхпроводящей пленки, отделенной туннельным барьером от сильного спин-текстурированного ферромагнетика. В рамках этой теории получается, что в рассматриваемой системе есть как прямой, так и обратный магнитоэлектрический эффекты. Второй реализуется в форме фазово-неоднородного основного сверхпроводящего состояния и может быть использован для электрического детектирования доменной стенки и ее киральности. Первый приводит к генерации спиновой поляризации в сверхпроводящей пленке, которая неколлинеарна локальному обменному полю и создает вращательный момент, действующий на спиновую текстуру ферромагнетика.

Равновесные вращательные моменты, создаваемые сверхтоком, раньше обсуждались в джозефсоновских контактах через однодоменные магнетики [284, 354, 421, 424, 501], слоистые структуры [353, 502–504], в ферромагнитных [505] и спин-триплетных сверхпроводниках [506]. Индуцированное сверхтоком движение доменной стенки в джозефсоновском контакте через сильный ферромагнетик было рассмотрено в работе [356].

В данном разделе мы анализируем этот эффект для S/F бислоев с синглетными сверхпроводниками и показываем его связь с прямым магнитоэлектрическим эффектом. Обнаружено, что индуцированная током спиновая поляризация в сверхпроводящей пленке имеет компоненту, перпендикулярную локальной намагниченности ферромагнетика. Поэтому она создает вращательный момент, действующий на ферромагнитную текстуру $\mathbf{M}(\mathbf{r})$. Этот вращательный момент имеет два вклада. Первый аналогичен обычному адиабатическому переносу вращательного момента (STT) в нормальных [495, 508, 509, 577] и сверхпроводящих системах [356]. Второй вклад тесно связан с локальной киральностью магнитной текстуры и не является аналогом ни адиабатического STT, ни неадиабатического вращательного момента [494]. Результаты получены в соавторстве с Д.С. Рабиновичем, А.М. Бобковым и М.А. Силаевым и опубликованы в работе [P23] из списка публикаций автора по теме диссертации.

Обобщенное уравнение Узаделя. Мы рассматриваем тонкую (толщина d вдоль оси z много меньше, чем сверхпроводящая длина когерентности) сверхпроводящую пленку в контакте с ферромагнетиком. Схемы различных конфигураций системы, рассмот-

ренные в данном разделе, показаны на рис. 4.11. Ось z направлена перпендикулярно плоскости пленки и ниже мы вводим обозначение $\mathbf{r} = (x, y)$ для 2D координатного вектора в плоскости пленки.

В литературе считается общепринятым, что если толщина сверхпроводящей пленки d меньше, чем сверхпроводящая длина когерентности ξ_S , то магнитный эффект близости, т.е. обменное влияние ферромагнетика с намагниченностью $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ на S пленку, в уравнениях Эйленберга или Узаделя может быть описан эффективным обменным полем $\mathbf{h}_{eff}(\mathbf{r}) \propto \mathbf{M}(\mathbf{r})$. Это справедливо как для металлических [85, 107], так и для изоляторных [190, 191] ферромагнетиков. Эффективное обменное поле обратно пропорционально d и зависит от настоящего обменного поля ферромагнетика, толщины ферромагнитной пленки и прозрачности S/F границы [8, 85, 104, 107, 190]. Для сверхпроводящих пленок из ферромагнитного изолятора EuS экспериментально наблюдались значения обменной энергии $h_{eff} \lesssim \Delta$ [133, 578, 579].

Вообще говоря, магнитный эффект близости не сводится только к появлению эффективного поля. Есть и дополнительные вклады, влияние которых примерно эквивалентно действию магнитных примесей [8, 104], и в линеаризованном рассматриваемом здесь пределе может быть включено в распаривающий фактор Γ , см. ниже.

Следовательно мы рассматриваем уравнение Узаделя в форме

$$-iD\nabla(\check{g}\nabla\check{g}) + [\check{\Lambda} - \check{\Delta}(\mathbf{r}), \check{g}] = 0, \quad (4.149)$$

где $\check{g} \equiv \check{g}(\mathbf{r}, \omega)$ усредненная по импульсу квазиклассическая гриновская функция, D коэффициент диффузии и ω мадубаровская частота. Матричный параметр порядка $\check{\Delta}(\mathbf{r}) = \Delta(\mathbf{r})\hat{\tau}_+ - \Delta^*(\mathbf{r})\hat{\tau}_-$ с $\hat{\tau}_{\pm} = (\hat{\tau}_x \pm i\hat{\tau}_y)/2$ и диагональный спин-зависящий потенциал дается выражением

$$\check{\Lambda} = \check{\Lambda}_0 \equiv \hat{\tau}_z[i\omega + \hat{\sigma}\mathbf{h}_{eff}(\mathbf{r})]. \quad (4.150)$$

$\hat{\sigma}_i$ и $\hat{\tau}_i$ матрицы Паули в спиновом и частично-дырочном пространстве, соответственно.

Хотя уравнение (4.149) описывает формирование спин-триплетных сверхпроводящих корреляций в пространственно-неоднородном поле $\mathbf{h}_{eff}(\mathbf{r})$, оно полностью упускает магнитоэлектрические эффекты, что можно понять, используя следующий аргумент. В общем случае сверхток \mathbf{j} , протекающий в системе, является функцией эффективного обменного поля $\mathbf{h}_{eff} \propto \mathbf{M}$ и градиента сверхпроводящей фазы $\nabla\varphi(\mathbf{r})$. Симметрия по отношению к обращению времени диктует $\mathbf{j}(\nabla\varphi, \mathbf{M}) = -\mathbf{j}(-\nabla\varphi, -\mathbf{M})$. В [455] было показано, что для системы, описываемой уравнением (4.149), существует также и дополнительная квазиклассическая симметрия $\mathbf{j}(\mathbf{M}) = \mathbf{j}(-\mathbf{M})$. Комбинируя ее с симметрией по отношению к обращению времени, получим $\mathbf{j}(\nabla\varphi) = -\mathbf{j}(-\nabla\varphi)$. Следовательно, при $\nabla\varphi = 0$ аномальный сверхток и фазово-неоднородное основное состояние невозможны.

Чтобы магнитоэлектрические эффекты были возможны, в системе должно одновременно выполняться два условия: (i) намагниченность \mathbf{M} должна быть некопланарной и (ii) намагниченность ферромагнетика должна рассматриваться за пределами квазиклассического приближения (4.149) для того, чтобы нарушить квазиклассическую симметрию $\mathbf{j}(\mathbf{M}) = \mathbf{j}(-\mathbf{M})$ [455].

Ниже мы показываем, что минимальным необходимым обобщением уравнения Узеделя, которое позволяет описывать магнитоэлектрические эффекты, является включение спин-зависящего распаривающего члена, который модифицирует диагональный потенциал в уравнении (4.149)

$$\check{\Lambda} = \check{\Lambda}_0 + i\Gamma \text{sgn}\omega(\hat{\tau}_z + \mathbf{P}\hat{\sigma}) \quad (4.151)$$

Тогда эффективное 2D уравнение Узеделя выглядит следующим образом

$$-D\partial_r(\check{g}\partial_r\check{g}) + \left[(\omega + \text{sgn}\omega\Gamma)\hat{\tau}_z - i\mathbf{h}_{eff}\hat{\sigma}\hat{\tau}_z + \text{sgn}\omega\Gamma\mathbf{P}\hat{\sigma} + i\check{\Delta}(\mathbf{r}), \check{g} \right] = 0, \quad (4.152)$$

где $\partial_r = (\partial_x, \partial_y)$.

Качественно последний член в уравнении (4.151) описывает подавление сверхпроводимости в пленке из-за спин-зависящего туннелирования электронов, составляющих куперовские пары, в ферромагнетик, а Γ это эффективный параметр распаривания. Поляризация \mathbf{P} описывает эффективность и ось квантования спинового фильтра, действующего на электроны во время туннелирования между сверхпроводником и прилегающим слоем, ферромагнитным или нормальным. Именно эта поляризация \mathbf{P} позволяет нарушить симметрию $\mathbf{j}(\mathbf{M}) = \mathbf{j}(-\mathbf{M})$. Причина состоит в том, что для получения $\mathbf{P} \neq 0$ надо рассматривать обменное поле спин-фильтрующего слоя (сделанного из сильного ферромагнитного металла или ферромагнитного изолятора) за пределами квазиклассического приближения или, другими словами, учесть отличие между импульсами электронов со спинами вверх и вниз внутри этого слоя.

Если эффективное обменное поле и спин-фильтрующее туннелирование индуцируются одним и тем же ферромагнетиком [рис. 4.11(a)], то направление \mathbf{P} совпадает с направлением эффективного обменного поля $\mathbf{P} \parallel \mathbf{h}_{eff}$, хотя в принципе они могут отличаться, например, из-за короткомасштабной магнитной неоднородности на интерфейсе. Условие $\mathbf{h}_{eff} \nparallel \mathbf{P}$ можно также реализовать в гибридной системе, изображенной на рис. 4.11(b), где слабый ферромагнетик, наводящий \mathbf{h}_{eff} и спин-фильтрующий слой пространственно разделены сверхпроводящей пленкой.

Ниже на примере двух различных моделей S/F бислоев с спин-фильтрующим интерфейсом мы проясняем физическую природу спин-фильтрующего члена в уравнении (4.151). Первый пример, представленный на рис. 4.11(a), это бислой, состоящий из тонкой сверхпроводящей пленки с толщиной меньше ξ_S и сильного ферромагнетика.

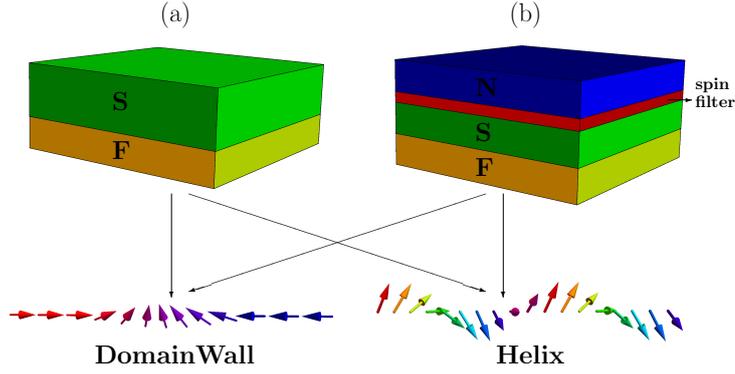


Рис. 4.11: Схема рассматриваемой системы. Левый рисунок представляет собой возможную реализацию S/F бислоя, состоящего из сверхпроводящей пленки и сильного ферромагнетика. Правый рисунок - возможная реализация S/F бислоя со слабым ферромагнетиком и спин-фильтрующим слоем. Спин-фильтрующий интерфейс и слабый ферромагнетик разделены сверхпроводящей пленкой чтобы направления их намагниченностей могли не зависеть друг от друга. Внизу рисунка изображены рассматриваемые магнитные текстуры.

Граница сверхпроводника с вакуумом при $z = d$ описывается граничными условиями $\check{g}\partial_z\check{g}|_{z=d} = 0$. S/F граница находится при $z = 0$ и имеет низкую прозрачность. Эта граница может быть описана общими граничными условиями, содержащими угол спинового смешивания и коэффициент спиновой фильтрации [8, 104, 191]. С точностью до первого порядка по отношению к углу спинового смешивания $\delta\phi_n$, вероятности прохождения T_n и поляризации коэффициента прохождения P_n , отвечающим n -ому проводящему каналу, эти граничные условия имеют вид:

$$\check{g}\partial_z\check{g}|_{z=0} = [\hat{\Gamma}\check{g}_F\hat{\Gamma}^\dagger, \check{g}] - i\frac{G_\phi}{2\sigma_S}[(\mathbf{m}\hat{\sigma})\hat{\tau}_z, \check{g}], \quad (4.153)$$

где $\hat{\Gamma} = u\hat{\tau}_z + t(\hat{\sigma}\mathbf{h})/h$. Спин-зависящие коэффициенты туннелирования определяются как $u^2 + t^2 = G_T/2\sigma_S$ и $2ut = G_{MR}/2\sigma_S$, где σ_S проводимость S пленки в нормальном состоянии, $G_T = G_q \sum_n T_n$ кондактанс контакта, $G_{MR} = G_q \sum_n T_n P_n$ отвечает за разность кондактансов контакта для электронов со спинами вверх вниз и $G_\phi = G_q \sum_n \delta\phi_n$ суммарный угол спинового смешивания контакта, возникающий из-за того, что электроны с разными спинами приобретают разные фазы при отражении от границы. Здесь $G_q = e^2/h$ квант кондактанса и сумма берется по всем проводящим каналам. Заметим, что как показано в [8], член с углом спинового смешивания в уравнении (4.153) в общем случае характеризуется осью квантования, которая не коллинеарна с осью спин-фильтрующего члена $\mathbf{m} \nparallel \mathbf{h}$. Для низкопрозрачных S/F границ мы можем пренебречь эффектом близости в ферромагнетике и использовать $\check{g}_F = \text{sgn}\omega\hat{\tau}_z$ в уравнении (4.153). Это предположение является корректным при условии $G_T \ll \sigma_S/\xi_S$, где $\xi_S = \sqrt{D/2\pi T_c}$ длина когерентности в S области и T_c критическая температура сверхпроводника. При

этих условиях толщина F в данной модели может быть произвольной.

Уравнение Узаделя в сверхпроводящей пленке имеет вид:

$$-D\nabla(\check{g}\nabla\check{g}) + [\omega\hat{\tau}_z + i\check{\Delta}(\mathbf{r}), \check{g}] = 0, \quad (4.154)$$

Благодаря условию $d < \xi_S$ мы можем считать \check{g} не зависящей от координаты в z -направлении в области сверхпроводящей пленки. Следовательно, интегрируя уравнение (4.154) от $z = 0$ до $z = d$ и используя уравнение (4.153), получим эффективное уравнение Узаделя (4.152) с $\Gamma = D(t^2 + u^2)$, поляризацией $\mathbf{P} = 2Duth/(h\Gamma)$ и эффективным обменным полем, которое определяется углом смешивания $\mathbf{h}_{eff} = mDG_\phi/2\sigma_S$. Можно видеть, что в общем случае $\mathbf{h}_{eff} \nparallel \mathbf{P}$ из-за неколлинерности осей спинового смешивания и спиновой поляризации [8]. В более общем случае, если прозрачность S/F границы не мала, эффект близости в ферромагнетике может быть существенным и в этом случае эффективные параметры Γ , \mathbf{h}_{eff} и P могут начать зависеть от энергии квазичастиц. Однако, даже в этом случае P -член нарушает симметрию $\mathbf{j}(\mathbf{M}) = \mathbf{j}(-\mathbf{M})$ и приводит к появлению магнитоэлектрических эффектов. То же самое обобщенное уравнение Узаделя (4.152) для системы, изображенной на рис. 4.11(a), можно получить, используя менее общую, но полностью микроскопическую модель в рамках подхода туннельного гамильтониана. Соответствующее вычисление приведено в работе [P23].

Далее мы рассматриваем вторую модельную систему, которая изображена на рис. 4.11(b). Система включает в себя синглетный сверхпроводник при $d > z > d_F$ и слабый ферромагнетик при $d_F > z > 0$ с обменным полем $h \ll \varepsilon_F$, где ε_F энергия Ферми. Оба слоя тоньше соответствующих длин когерентности $d_S < \xi_S$ и $d_F < \sqrt{D/h}$. Предполагая, что S/F полностью прозрачная, мы следуем подходу, предложенному в [107] и рассматриваем весь S/F бислоем как эффективный ферромагнитный сверхпроводник с параметром порядка $\Delta_{eff} = (d_S/d)\Delta$ и обменным полем $\mathbf{h}_{eff} = (d_F/d)\mathbf{h}$. в этом случае бислоем описывается стандартным уравнением Узаделя:

$$\nabla(D\check{g}\nabla\check{g}) = [\omega\hat{\tau}_z - i\mathbf{h}_{eff}(\mathbf{r})\hat{\sigma}\hat{\tau}_z + i\check{\Delta}_{eff}(\mathbf{r}), \check{g}], \quad (4.155)$$

В принципе, можно учесть, что коэффициенты диффузии здесь различны для F и S слоев $D(z < d_F) = D_F$ и $D(z > d_F) = D_S$. Но это не приводит к качественным изменениям. Уравнение (4.155) надо дополнить граничными условиями при $z = 0$ и $z = d$. На непрозрачной границе F слоя с вакуумом $z = 0$ оно имеет вид $\check{g}\partial_z\check{g}|_{z=0} = 0$. Граница при $z = d$ формируется спин-фильтрующим барьером между сверхпроводником и нормальным металлом и характеризуется разными туннельными кондактансами для электронов со спинами вверх и вниз. Она описывается граничным условием (4.153) с $G_\phi = 0$. Такая модель спин-фильтрующей границы широко использовалась в работах по S/F/S контактам [174, 455, 457] и транспортным эффектам в сверхпроводниках с

зеemanовским полем [38]

$$\check{g}\partial_z\check{g}\Big|_{z=d} = -[\hat{\Gamma}\check{g}_N\hat{\Gamma}^\dagger, \check{g}], \quad (4.156)$$

где матрица $\hat{\Gamma}$ определена в уравнении (4.153). Предполагая, что граница при $z = d$ имеет низкую прозрачность, пренебрежем эффектом близости в нормальном металле при $z > d$. Тогда толщина этого слоя может быть любой и гриновская функция в нем имеет вид $\check{g}_N = \text{sgn}\omega\hat{\tau}_z$. Интегрируя уравнение (4.155) от $z = 0$ до $z = d$ с граничными условиями (4.156), снова приходим к уравнению (4.152). В этом случае коэффициент диффузии также определяется эффективным, усредненным по толщине бислоя значением $D = (D_S d_S + D_F d_F)/d$.

Получив обобщенное уравнение Узаделя (4.152) на основе трех различных моделей, мы делаем вывод, что оно является достаточно общим результатом, который позволяет описывать взаимодействие сверхпроводимости с неоднородной магнитной текстурой.

Фазово-неоднородное основное состояние в S/F бислоях, содержащих спиновые текстуры. Здесь мы рассматриваем обратный магнитоэлектрический эффект в S/F бислое с текстурированным ферромагнетиком. Сначала проводится общее рассмотрение, которое верно для любой текстуры, зависящей только от одной пространственной координаты x , а потом мы фокусируемся на двух конкретных примерах: магнитной спирали и доменной стенке типа head-to-head.

Намагниченность параметризуется как

$$\mathbf{h} = h(\cos\theta, \sin\theta \cos\delta, \sin\theta \sin\delta), \quad (4.157)$$

где в общем случае оба угла зависят от координаты x .

Сделаем в уравнении (4.152) спиновое калибровочное преобразование так, чтобы работать в системе отсчета, где ось квантования сонаправлена с локальным направлением намагниченности: $\check{g} = U\check{g}_l U^\dagger$ с $U^\dagger \mathbf{h}_{eff}(\mathbf{r})\hat{\sigma}U = h_{eff}\hat{\sigma}_z$. Тогда из (4.152) получим:

$$-D\hat{\partial}_r(\check{g}_l\hat{\partial}_r\check{g}_l) + \left[(\omega + \text{sgn}\omega\Gamma)\hat{\tau}_z - ih_{eff}\hat{\sigma}_z\hat{\tau}_z + \text{sgn}\omega\Gamma\tilde{\mathbf{P}}\hat{\sigma} + i\check{\Delta}(\mathbf{r}), \check{g}_l \right] = 0, \quad (4.158)$$

где $\hat{\partial}_r = \partial_r + i[M_k^S\hat{\sigma}_k m_S, \dots]$ калибровочно-ковариантная производная с $M_{kj}^S = \text{Tr}[\hat{\sigma}_k U^\dagger \partial_j U]/2im_S$ и $\tilde{\mathbf{P}}\hat{\sigma} = U^\dagger \mathbf{P}\hat{\sigma}U$ член, отвечающий за поляризацию интерфейса в локальном спиновом базисе. В общем случае $\tilde{\mathbf{P}}$ зависит от координаты x даже если \mathbf{P} не зависит от координат.

Оператор спинового поворота имеет вид

$$\hat{U} = e^{-i\hat{\sigma}_x\delta/2} e^{-i\hat{\sigma}_z\theta/2} e^{-i\hat{\sigma}_y\pi/4}. \quad (4.159)$$

В рассматриваемом случае, когда магнитная текстура зависит только от координаты

x , калибровочное поле можно записать следующим образом:

$$M_{kx}^S \hat{\sigma}_k m_S = \mathbf{a} \hat{\boldsymbol{\sigma}}, \quad (4.160)$$

где $\mathbf{a} = \frac{1}{2}(\partial_x \theta, (\partial_x \delta) \sin \theta, -(\partial_x \delta) \cos \theta)$ вектор в спиновом пространстве. Остальные компоненты спинового калибровочного поля M_{ky}^S и M_{kz}^S равны нулю.

Сначала предположим, что \mathbf{P} сонаправлен с \mathbf{h} и решим эффективное уравнение Узаделя (4.158) в S пленке. Для простоты рассмотрим линейризованную версию этого уравнения, справедливую вблизи критической температуры. Линейризованное уравнение Узаделя для аномальной гриновской функции $\hat{f}_l = f_0 \hat{\sigma}_0 + \mathbf{f} \hat{\boldsymbol{\sigma}}$ имеет вид [мы рассматриваем $\omega > 0$, для $\omega < 0$ решение может быть получено из соотношений $f_0(\omega) = f_0(-\omega)$, $\mathbf{f}(\omega) = -\mathbf{f}(-\omega)$]:

$$-\frac{D}{2} \partial_x^2 \mathbf{f} + (\omega + \Gamma + 2Da^2) \mathbf{f} + 2D[\mathbf{a} \times \partial_x \mathbf{f}] + \quad (4.161)$$

$$D[\partial_x \mathbf{a} \times \mathbf{f}] + i\Gamma P[\mathbf{e}_z \times \mathbf{f}] - 2D(\mathbf{a} \mathbf{f}) \mathbf{a} - ih_{eff} f_0 \mathbf{e}_z = 0,$$

$$-\frac{D}{2} \partial_x^2 f_0 + (\omega + \Gamma) f_0 - ih_{eff} f_z - i\Delta = 0. \quad (4.162)$$

Общее выражение для электрического тока имеет вид:

$$j_x = \frac{i\pi T}{2e\rho_N} \sum_{\omega>0} \left\{ \text{Tr}_2 [\hat{f}_l \partial_x \hat{f}_l - \hat{f}_l \partial_x \hat{f}_l] + 8(\mathbf{f} \times \tilde{\mathbf{f}}) \mathbf{a} \right\}, \quad (4.163)$$

где $\rho_N = 1/(2e^2 N_F D)$ удельное сопротивление сверхпроводящей пленки в нормальном состоянии.

Электрический ток можно представить как сумму обычного j_o и аномального j_a вкладов. Они даются первым и вторым членом в фигурных скобках в уравнении (4.163), соответственно. Аномальный вклад определяется как ток в отсутствие градиента фазы $j_a = j(\partial_x \varphi = 0)$. Далее наша цель состоит в том, чтобы найти аномальный ток, т.е. решить уравнения (4.161)-(4.162) при $\partial_x \varphi = 0$. Мы решаем эти уравнения в приближении медленного пространственного изменения магнитной текстуры с характерным пространственным масштабом $d_W \gg \xi_S$. В главном порядке по параметрам ξ_S/d_W и $\Gamma P/(\omega + \Gamma)$ решение имеет вид:

$$f_0 = \frac{i\Delta(\omega + \Gamma)}{(\omega + \Gamma)^2 + h_{eff}^2}, \quad (4.164)$$

$$f_z = \frac{-\Delta h_{eff}}{(\omega + \Gamma)^2 + h_{eff}^2}, \quad (4.165)$$

$$f_{x,y} = -\frac{Df_z}{(\omega + \Gamma)} \left[\pm \partial_x a_{y,x} - 2a_z a_{x,y} - \frac{i\Gamma P}{(\omega + \Gamma)} (\partial_x a_{x,y} \pm 2a_z a_{y,x}) \right]. \quad (4.166)$$

Аномальные функции \tilde{f}_i можно получить из соответствующих выражений для f_i с подстановкой $\Delta \rightarrow -\Delta$, $P \rightarrow -P$ и $\varphi \rightarrow -\varphi$. Из уравнения (4.166) видно, что $f_{x,y}$ являются величинами второго порядка по $\xi_S/d_W \equiv \sqrt{D/2\pi T}/d_W$. Компоненты $f_{0,z}$ также содержат вклады второго порядка по ξ_S/d_W , но они не дают вклада в аномальный ток j_a .

Подставляя выражения (4.164)-(4.166) в уравнение (4.163), получим следующие результаты для обычного и аномального токов:

$$j_a(x) = -\frac{8\pi T D \Gamma P}{e\rho_N} \sum_{\omega>0} \frac{f_z^2}{(\omega + \Gamma)^2} \left[(\partial_x \mathbf{a} \times \mathbf{a})_z + 2a_z (a_x^2 + a_y^2) \right] \quad (4.167)$$

$$j_o = -\frac{2\pi T}{e\rho_N} \sum_{\omega>0} [f_0^2 + f_z^2] \partial_x \varphi_0 \quad (4.168)$$

Основное состояние системы определяется условием равенства нулю полного электрического тока $j_o + j_a = 0$. Используя уравнения (4.167), (4.168), получаем, что основным является состояние системы с градиентом фазы

$$\partial_x \varphi_0 = \frac{j_a e \rho_N}{2\pi T \sum_{\omega>0} [f_0^2 + f_z^2]}. \quad (4.169)$$

Магнитная спираль. Теперь рассмотрим специальный случай магнитной текстуры в форме спирали. В этом случае $d\theta/dx = 0$ и $d\delta/dx = 2\pi\kappa/L$, где L пространственный период спирали и $\kappa = \pm 1$ определяет ее киральность.

$$\partial_x \varphi_0 = 8\pi^3 \cos \theta \sin^2 \theta \frac{\kappa D \Gamma P}{L^3} \left(\frac{\sum_{\omega>0} f_z^2 / (\omega + \Gamma)^2}{\sum_{\omega>0} [f_0^2 + f_z^2]} \right) \quad (4.170)$$

Можно видеть, что в этом случае основное состояние сверхпроводника является геликоидальным, т.е. это состояние с нулевым электрическим током и постоянным градиентом фазы $\nabla \varphi = \partial_x \varphi_0 \mathbf{e}_x$. Ранее геликоидальное состояние уже предсказывалось для сверхпроводящих систем с внутренним спин-орбитальным взаимодействием и однородным зеемановским полем [59–64]. Здесь мы показываем, что это состояние также может реализовываться и в S/F спин-текстурированных бислоях без внутреннего спин-орбитального взаимодействия. Важно отметить, что геликоидальное состояние может появиться только для конических ферромагнетиков, где намагниченность некомпланарна. В случае спирального ферромагнетика с $\theta = \pi/2$ аномальный градиент фазы равен нулю, как это видно из (4.170). Действительно, для сверхпроводника в присутствии спирального обменного поля в литературе было исследовано точное решение [580] и было предсказано только однородное сверхпроводящее состояние. Также стоит отметить,

что хотя это состояние довольно похоже на состояние Ларкина-Овчинникова-Фулде-Феррела (LOFF) [77, 78], но есть очень важное отличие. В LOFF-состоянии направление градиента фазы не фиксируется обменным полем. В геликоидальном состоянии направление градиента фазы жестко связано с текстурой обменного поля. Поэтому такой магнитоэлектрический эффект интересен с точки зрения управления магнитной динамикой.

Вводя ортогональные векторы ($\hat{\mathbf{h}} \equiv \mathbf{h}/h$):

$$\mathbf{n}_\delta = -\partial_\delta \hat{\mathbf{h}} / \sin \theta \quad (4.171)$$

$$\mathbf{n}_\theta = -(\partial_x \mathbf{n}_\delta \partial_\theta \hat{\mathbf{h}}) \partial_\theta \hat{\mathbf{h}}, \quad (4.172)$$

которые также ортогональны \mathbf{h} , можно переписать уравнение(4.170) в виде:

$$\partial_x \varphi_0 = 4\pi^2 \chi_{int} P \sin^2 \theta \frac{D\Gamma}{L^2} \left(\frac{\sum_{\omega>0} f_z^2 / (\omega + \Gamma)^2}{\sum_{\omega>0} [f_0^2 + f_z^2]} \right), \quad (4.173)$$

где $\chi_{int} = \hat{\mathbf{h}}(\mathbf{n}_\theta \times \mathbf{n}_\delta) = (2\pi\kappa/L) \cos \theta$ это инвариант, описывающий внутреннюю киральность спирали. $P\chi_{int}$ представляет собой тот же самый киральный инвариант, который был введен в разделе 4.2 для описания аномального джозефсоновского эффекта в S/F/S контактах через спиральный ферромагнетик. Это показывает универсальность киральной природы обратного магнитоэлектрического эффекта в сверхпроводящих гибридных системах с текстурированными ферромагнетиками.

Уравнения (4.170) и (4.173) описывают геликоидальное состояние в пределе медленных спиралей $\xi_S/L \ll 1$. Зависимость $\partial_x \varphi_0$ от обратного периода спирали в более общем случае произвольных L (которые все же превышают атомные масштабы) представлена на рис. 4.12. Видно, что максимальные значения градиента фазы достигаются для спиралей с периодом $L \sim 2\pi\xi_S$. Немонотонность зависимости $\partial_x \varphi_0(L^{-1})$ можно объяснить следующим образом. При $L^{-1} \rightarrow 0$ величина эффективной спин-орбитальной связи a стремится к нулю. В этом случае аномальный ток при нулевом градиенте фазы исчезает, как видно из уравнения (4.163). По этой причине градиент фазы основного состояния также обращается в нуль. В противоположном пределе $\xi_S/L \gg 1$ намагниченность спирали осциллирует в (y, z) -плоскости слишком быстро и усредняется до нулевого значения на пространственном масштабе $\sim \xi_S$. Сверхпроводник не может реагировать на масштабах много меньше ξ_S и, следовательно, аномальные гриновские функции ведут себя также, как и в однородном обменном поле, направленном вдоль оси x . В этом случае обменное поле компланарно и поэтому магнитоэлектрические эффекты должны исчезать.

Рис. 4.12(b) также показывает, что чем сильнее спин-зависящая часть распариваю-

щего параметра $P\Gamma$, тем больше градиент фазы геликоидального состояния. На самом деле, зависимость $\partial_x\varphi_0(\Gamma)$ немонотонная и $|\partial_x\varphi_0|$ сильно подавляется при $\Gamma > T_c$. Но эта часть кривой $\partial_x\varphi_0(\Gamma)$ не приводится на рисунке, т.к. сверхпроводимость и сама по себе сильно подавляется при таких больших значениях распаривающего параметра. Геликоидальное состояние в сверхпроводниках со спиральной намагниченностью было также получено независимо в рамках неквазиклассических уравнений Горькова в работе [478].

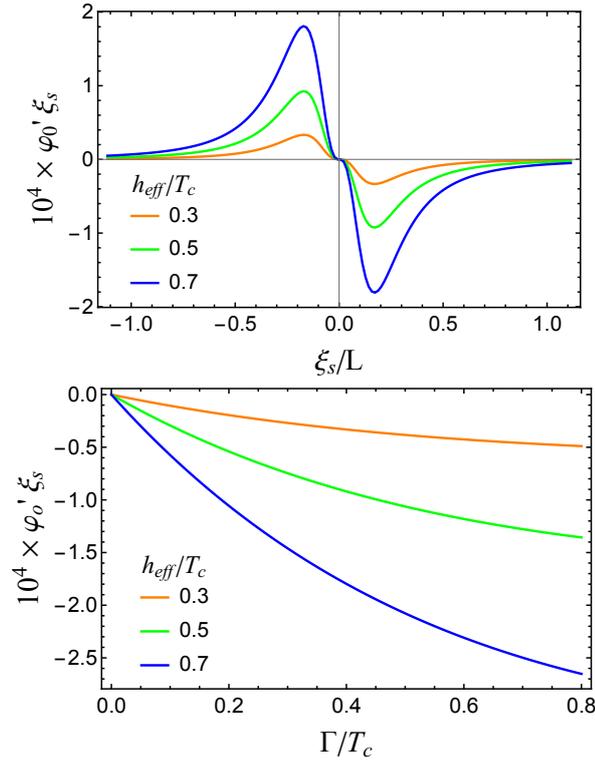


Рис. 4.12: (a) $\partial_x\varphi_0$ как функция обратного периода спирали L^{-1} для разных h_{eff} . $\Gamma = 0.4T_c$. (b) $\partial_x\varphi_0$ как функция Γ для разных h_{eff} . $2\pi\xi_s/L = 1$. Для обеих панелей $P = 0.5$, $\theta = \pi/3$.

Доменная стенка. Далее рассмотрим случай доменной стенки. Предыдущее рассмотрение в рамках квазиклассической теории не обнаружило спонтанной разности фаз [581]. Для определенности будем рассматривать доменную стенку типа head-to-head с $\theta(x) \rightarrow 0, \pi$ при $x \rightarrow \mp\infty$. Если стенка компланарная, что эквивалентно условию $\partial_x\delta = 0$, то $j_a = 0$, как можно видеть из уравнения (4.167) и определения вектора \mathbf{a} . В этом случае магнитоэлектрические эффекты отсутствуют и основное состояние сверхпроводника является однородным с постоянной в пространстве фазой.

Если доменная стенка характеризуется некомпланарным распределением намагниченности, т.е. $\partial_x\delta \neq 0$, то $j_a \neq 0$ и между любыми точками x_1 и x_2 сверхпроводника в основном состоянии существует разность фаз, которая вычисляется как $\int_{x_1}^{x_2} \partial_x\varphi_0(x)dx$, где $\partial_x\varphi_0$ определяется уравнением (4.169). Очевидно, что эта разность фаз равна нулю далеко от доменной стенки, но конечна, если доменная стенка локализована в области

между x_1 и x_2 . Некомпланарность стенки может быть вызвана различными причинами. Например, она может быть индуцирована сверхтоком, который двигает стенку, или она может возникать из-за наличия контакта между сверхпроводником и ферромагнетиком, т.к. в этом случае энергетически более выгодно исказить первоначальную спиновую текстуру намагниченности чтобы минимизировать поля рассеяния, проникающие в сверхпроводник. В любом из описанных случаев получающийся в результате профиль намагниченности и возникающая разность фаз основного состояния могут быть вычислены, но эта задача находится за рамками данной диссертационной работы. Здесь рассматривается случай внешней некомпланарности в системе и показывается, что в этом случае индуцированная разность фаз основного состояния тоже управляется киральным инвариантом.

Простейшая модель системы, в которой имеет место внешний (т.е. не вызванный внутренней магнитной текстурой ферромагнетика) киральный инвариант, показана на рис. 4.11(b). Предполагается, что доменная стенка компланарная, но поляризация \mathbf{P} спин-фильтрующей границы не полностью сонаправлена с намагниченностью ферромагнетика.

Чтобы в рассматриваемом случае внешней киральности получить ненулевой аномальный ток j_a , достаточно вычислять аномальную гриновскую в нулевом порядке по параметру ξ_S/d_W . Тогда линеаризованные уравнения для аномальной гриновской функции имеют вид:

$$\frac{D}{2}\partial_x^2 \mathbf{f} - (\omega + \Gamma)\mathbf{f} + ih_{eff}f_0\mathbf{e}_z - i\Gamma[\tilde{\mathbf{P}} \times \mathbf{f}] = 0, \quad (4.174)$$

$$\frac{D}{2}\partial_x^2 f_0 - (\omega + \Gamma)f_0 + ih_{eff}f_z + i\Delta = 0. \quad (4.175)$$

Решение этих уравнений с точностью до первого порядка по $|\tilde{\mathbf{P}}(x)|\Gamma/(\omega + \Gamma)$ можно записать в компактной форме:

$$\mathbf{f}_\perp = \frac{-i\Gamma f_z}{(\omega + \Gamma)}[\tilde{\mathbf{P}} \times \mathbf{e}_z], \quad (4.176)$$

где $\mathbf{f}_\perp = (f_x, f_y, 0)$ компонента триплетной аномальной гриновской функции \mathbf{f} в плоскости, перпендикулярной локальной оси квантования. Компоненты f_z и f_0 выражаются уравнениями (4.165) и (4.164), соответственно.

Для компланарной доменной стенки $\mathbf{a} = (1/2)(d\theta/dx)\mathbf{e}_x$ и аномальный ток принимает вид

$$j_a(x) = \frac{4\pi T\Gamma}{e\rho_N} \sum_{\omega>0} \frac{f_z^2}{\omega + \Gamma} (\mathbf{P}[\partial_x \hat{\mathbf{h}} \times \hat{\mathbf{h}}]). \quad (4.177)$$

Соответствующий градиент фазы основного состояния можно найти из уравнения

(4.169). Полную разность фаз, которая набирается в сверхпроводнике из-за наличия доменной стенки, можно найти как $\Delta\varphi_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \partial_x \varphi_0 dx$, и она имеет вид:

$$\Delta\varphi_0 = 2\pi\Gamma|P_{\perp}|\chi_{ex} \frac{\sum_{\omega>0} f_z^2/(\omega + \Gamma)}{\sum_{\omega>0} [f_0^2 + f_z^2]}, \quad (4.178)$$

где $\chi_{ex} = \text{sgn} [\mathbf{P}(\partial_x \hat{\mathbf{h}} \times \hat{\mathbf{h}})]$, P_{\perp} компонента вектора поляризации \mathbf{P} , перпендикулярная плоскости доменной стенки. Видим, что эта разность фаз контролируется внешним киральным инвариантом χ_{ex} , который отличен от нуля в случае, когда поляризация \mathbf{P} спин-фильтрующей границы имеет компоненту, перпендикулярную плоскости стенки.

Уравнение (4.178) дает разность фаз основного состояния сверхпроводника на доменной стенке в пределе широкой стенки $d_W \gg \xi_S$. За рамками этого приближения наше аналитическое рассмотрение неприменимо, но результат численного расчета представлен на рис. 4.13. Видно, что максимальная разность фаз приобретает на широких стенках с $d_W \gg \xi_S$, когда $\Delta\varphi_0$ стремится к аналитическому ответу (4.178).

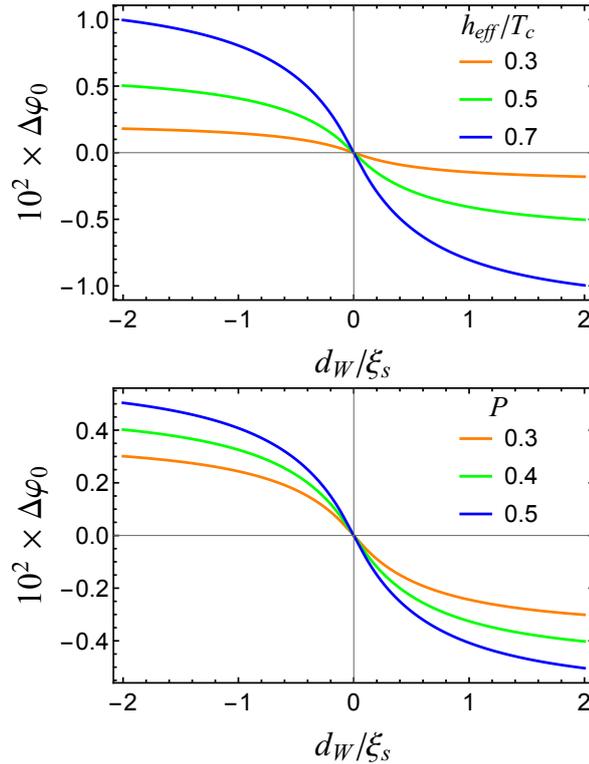


Рис. 4.13: Разность фаз, приобретаемая сверхпроводником на доменной стенке в случае внешней киральности как функция d_W^{-1} . (а) Разные кривые отвечают разным h_{eff} , $P = 0.5$. (б) Разные кривые отвечают разным P , $h_{eff} = 0.5T_c$. Для обеих панелей $\Gamma = 0.4T_c$.

В принципе, векторный потенциал рассеянных полей, создаваемых стенкой, также может давать вклад в аномальный ток. Однако этот вклад зависит от y -координаты

и должен обратиться в нуль после усреднения по ней. Поэтому усредненная по y -координате разность фаз по-прежнему дается магнитоэлектрическим эффектом, даже если учесть рассеянные поля.

Разность фаз, возникающая в сверхпроводнике из-за магнитоэлектрического эффекта, обеспечивает связь между магнитной текстурой и фазой конденсата. В частности, это дает метод электрического детектирования зависящих от времени текстур (например, движущихся доменных стенок или других магнитных дефектов) через соотношение $V = (\hbar/2e)\partial_t\Delta\varphi$. Интересно, что такое детектирование позволяет определить не только скорость дефекта, но и его киральность.

Прямой магнитоэлектрический эффект в S/F бислоях и связанный с ним вращательный момент. Теперь рассмотрим прямой магнитоэлектрический эффект в S/F бислоях, т.е. генерацию равновесной спиновой поляризации в ответ на сверхток. Мы покажем, что индуцированная спиновая поляризация имеет компоненту, перпендикулярную намагниченности ферромагнетика и поэтому создает вращательный момент, действующий на ферромагнитную текстуру $\mathbf{M}(\mathbf{r})$. После этого мы исследуем этот вращательный момент.

Наша первая цель состоит в том, чтобы найти индуцированную сверхтоком поляризацию в сверхпроводнике $\mathbf{m} = -2\mu_B\mathbf{s}$, где \mathbf{s} спин электрона. В терминах линеаризованной квазиклассической гриновской функции в фиксированном спиновом базисе ее можно вычислить следующим образом:

$$\mathbf{m} = \frac{-i\pi\mu_B N_F T}{2} \sum_{\omega>0} \text{Tr}_2 \left[\hat{\sigma} (\hat{f}\hat{f} + \hat{f}\hat{f}) \right]. \quad (4.179)$$

Если определить вектора α^i для $i = x, y, z$ в спиновом пространстве как $\alpha^i \hat{\sigma} = U^\dagger \hat{\sigma}_i U$, тогда в терминах квазиклассической гриновской функции в локальном спиновом базисе уравнение (4.179) принимает вид:

$$\mathbf{m}_i = -2i\pi\mu_B N_F T \sum_{\omega>0} \alpha^i (f_0 \tilde{\mathbf{f}} + \tilde{f}_0 \mathbf{f}). \quad (4.180)$$

Чтобы вычислить индуцированную электронную намагниченность согласно уравнению (4.180), нам надо найти аномальную гриновскую функцию в локальном спиновом базисе до первого порядка по величине приложенного сверхтока или, другими словами, до первого порядка по градиенту сверхпроводящей фазы $\partial_x\varphi$. Линеаризованное уравнение Узаделя, верное для произвольного направления поляризации спин-фильтрующей

границы, имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{D}{2}\partial_x^2 \mathbf{f} - (\omega + \Gamma + 2Da^2)\mathbf{f} - D\left([\partial_x \mathbf{a} \times \mathbf{f}] + 2[\mathbf{a} \times \partial_x \mathbf{f}]\right) - \\ i\Gamma[\tilde{\mathbf{P}} \times \mathbf{f}] + 2D(\mathbf{a}\mathbf{f})\mathbf{a} = -ih_{eff}f_0\mathbf{e}_z, \end{aligned} \quad (4.181)$$

$$\frac{D}{2}\partial_x^2 f_0 + ih_{eff}f_z + i\Delta(x) = (\omega + \Gamma)f_0. \quad (4.182)$$

Предполагая, что $\Delta(x) = \Delta e^{i\varphi(x)}$ и делая преобразование $\hat{f} = \hat{f}_h e^{i\varphi(x)}$, с точностью до первого порядка по $\partial_x \varphi$ и до первого порядка по ξ_S/d_W уравнения (4.181)-(4.182) принимают вид:

$$\frac{D}{2}\partial_x^2 \mathbf{f}_h - (\omega + \Gamma)\mathbf{f}_h - 2iD\partial_x \varphi[\mathbf{a} \times \mathbf{f}_h] - i\Gamma[\tilde{\mathbf{P}} \times \mathbf{f}_h] = -ih_{eff}f_{h0}\mathbf{e}_z, \quad (4.183)$$

$$\frac{D}{2}\partial_x^2 f_{h0} - (\omega + \Gamma)f_{h0} + i\Delta = -ih_{eff}f_{hz} \quad (4.184)$$

Решение этих уравнений с точностью до первого порядка по $P\Gamma/(\omega + \Gamma)$ имеет вид:

$$f_{hz} = f_z \left(1 + \frac{4D\partial_x \varphi \Gamma}{(\omega + \Gamma)^2 + h_{eff}^2} \mathbf{a}_\perp \tilde{\mathbf{P}}_\perp\right), \quad (4.185)$$

$$f_{h0} = f_0 + \frac{ih_{eff}}{(\omega + \Gamma)} \frac{4D\partial_x \varphi \Gamma f_z}{(\omega + \Gamma)^2 + h_{eff}^2} \mathbf{a}_\perp \tilde{\mathbf{P}}_\perp, \quad (4.186)$$

$$\mathbf{f}_{h\perp} = \mathbf{f}_\perp - \frac{2i\partial_x \varphi D[\mathbf{a} \times \mathbf{e}_z]f_z}{\omega + \Gamma} - \frac{2\partial_x \varphi D\Gamma f_z}{(\omega + \Gamma)^2} [a_z \tilde{\mathbf{P}}_\perp + \tilde{P}_z \mathbf{a}_\perp], \quad (4.187)$$

где f_z , f_0 и \mathbf{f}_\perp определяются уравнениями (4.165), (4.164) и (4.176), соответственно. $\tilde{\mathbf{P}}_\perp$ - компонента вектора $\tilde{\mathbf{P}}$, перпендикулярная локальному направлению намагниченности ферромагнетика. \mathbf{a}_\perp определяется аналогичным образом. Аномальная гриновская функция \hat{f}_h может быть получена из уравнений (4.185)-(4.187) с помощью подстановки $\Delta \rightarrow -\Delta$, $P \rightarrow -P$ и $\partial_x \varphi \rightarrow -\partial_x \varphi$.

Подставляя аномальные гриновские функции в уравнение(4.180), получим следующий результат для индуцированной сверхтоком электронной намагниченности:

$$\begin{aligned} \mathbf{m} = 4\pi\mu_B N_F T D \partial_x \varphi \sum_{\omega > 0} \frac{f_z}{(\omega + \Gamma)[(\omega + \Gamma)^2 + h_{eff}^2]} \times \\ \Gamma \Delta \left\{ (\partial_x \hat{\mathbf{h}} \times \hat{\mathbf{h}})(\mathbf{P}\hat{\mathbf{h}}) - \delta' \cos \theta \tilde{\mathbf{P}}_\perp \right\}. \end{aligned} \quad (4.188)$$

Здесь выписана только компонента электронной намагниченности, которая перпендикулярна локальному направлению намагниченности ферромагнетика $\hat{\mathbf{h}}$, т.к. именно эта компонента создает вращательный момент \mathbf{N} , действующий на намагниченность фер-

ромагнетика. Вращательный момент можно вычислить как

$$\mathbf{N} = 2h\beta(\hat{\mathbf{h}} \times \mathbf{m}), \quad (4.189)$$

где β безразмерный феноменологический коэффициент, величина которого зависит от конкретной микроскопической модели, описывающей обменное взаимодействие между электронами проводимости сверхпроводника и намагниченностью ферромагнетика. Подставляя \mathbf{m} из (4.188) в выражение для вращательного момента, получим:

$$\mathbf{N} = b_j \partial_x \hat{\mathbf{h}} + c_j \chi_{int}(\tilde{\mathbf{P}}_{\perp} \times \hat{\mathbf{h}}), \quad (4.190)$$

$$c_j = \pi \mu_B N_F T D \partial_x \varphi \sum_{\omega > 0} \frac{8\beta h \Gamma \Delta f_z}{(\omega + \Gamma)[(\omega + \Gamma)^2 + h_{eff}^2]}, \quad (4.191)$$

$$b_j = c_j(\mathbf{P}\hat{\mathbf{h}}), \quad (4.192)$$

Здесь χ_{int} локальная внутренняя киральность магнитной текстуры, определенная также, как и для магнитной спирали:

$$\chi_{int} = \delta' \cos \theta = \hat{\mathbf{h}}(\mathbf{n}_{\theta} \times \mathbf{n}_{\delta}), \quad (4.193)$$

с \mathbf{n}_{δ} и \mathbf{n}_{θ} , которые определяются уравнениями (4.171)-(4.172). Выражение для коэффициента c_j (4.191) в терминах сверхтока, текущего по сверхпроводнику:

$$c_j = -2\beta\Gamma\Delta\mu_B h j \times \sum_{\omega > 0} \frac{f_z}{(\omega + \Gamma)[(\omega + \Gamma)^2 + h_{eff}^2]} \Big/ \sum_{\omega > 0} (f_{h0}^2 + f_{hz}^2), \quad (4.194)$$

где в главном порядке по параметру ξ_S/d_W мы пренебрегаем аномальным током j_a .

Первый член в уравнении (4.190) представляет собой адиабатический вращательный момент. Обычно адиабатический вращательный момент определяется переносом углового момента от токнесущих электронов к намагниченности ферромагнетика. Поэтому коэффициент b_j пропорционален не только электрическому току j , но также и степени спиновой поляризации. В нашем случае микроскопическое происхождение адиабатического вращательного момента несколько отличается. Сначала рассмотрим случай, когда \mathbf{P} сонаправлен с намагниченностью ферромагнетика. Тогда $\tilde{\mathbf{P}}_{\perp} = 0$ и адиабатический вращательный момент является единственным вкладом во вращательный момент, действующий на намагниченность ферромагнетика. Можно показать, что в данном случае спиновый ток, текущий через систему, обращается в нуль с рассматриваемой точностью. Поэтому электрический ток не является спин-поляризованным и вращательный момент не связан с производной спинового тока, т.е. с переносом спинового момента от электронов проводимости к намагниченности ферромагнетика. Механизм появления вращательного момента связан с тем, что протекающий сверхток генерирует спиновое

расщепление плотности состояний в сверхпроводнике.

Если \mathbf{P} не полностью сонаправлен с намагниченностью ферромагнетика, то появляется еще и другая часть вращательного момента, которая выражается вторым членом уравнения (4.190). В общем случае этот вклад имеет компоненты как вдоль направления $\partial_x \hat{\mathbf{h}}$, так и вдоль перпендикулярного ему направления $\hat{\mathbf{h}} \times \partial_x \hat{\mathbf{h}}$. Но его нельзя включить ни в адиабатический, ни в неадиабатический вращательный момент, т.к. он пропорционален внутренней киральности структуры χ_{int} и, следовательно, исчезает для компланарных магнитных текстур.

Подведем итоги раздела. Исследованы прямой и обратный магнитоэлектрический эффект в тонкопленочных S/F бислоях со спин-текстурированными ферромагнетиками. Для описания магнитоэлектрических эффектов в таких системах сформулировано обобщенное уравнение Узаделя. Обратный магнитоэлектрический эффект приводит к формированию фазово-неоднородного основного сверхпроводящего состояния. Его можно использовать для электрического детектирования движения магнитных дефектов. Прямой магнитоэлектрический эффект приводит к появлению индуцированной сверхтоком спиновой поляризации электронов в сверхпроводнике. Она создает вращательный момент, действующий на намагниченность ферромагнетика. Этот момент с рассмотренной точностью состоит из двух вкладов. Первый аналогичен обычному адиабатическому вращательному моменту, а второй связан с локальной киральностью магнитной текстуры.

Итоги

Целью данной главы было изучение специфических для сверхпроводящего состояния магнитоэлектрических эффектов в S/F гетероструктурах с неоднородной намагниченностью. Основные результаты главы можно сформулировать следующим образом:

1. Построена теория прямого и обратного магнитоэлектрического эффекта в джозефсоновских контактах через сильный ферромагнетик. Показано, что джозефсоновский ток способен индуцировать динамику намагниченности ферромагнетика в области слабой связи, но при этом контакт переходит в особое резистивное состояние даже при токах меньше критического. Это состояние характеризуется отсутствием наличием напряжения на контакте, но отсутствием нормального тока через контакт и, соответственно, джоулевых потерь в нем. А работа, совершаемая источником тока, идет на компенсацию гильбертовского затухания в магнитной подсистеме. Данное напряжение индуцируется магнитной динамикой через обратный магнитоэлектрический эффект и может служить для электрического детектирования динамики намагниченности.

2. Показано, что сверхток индуцирует новый тип кирального взаимодействия между магнитными моментами. Оно является трехчастичным. Симметрия энергии взаимодей-

ствия по отношению к обращению времени обеспечивается тем, что константа взаимодействия является нечетной функцией сверхтока. Исследованы конкретные реализации эффекта в системе магнитных примесей, помещенных в сверхпроводящую матрицу и в джозефсоновском контакте через некомпланарные магнитные структуры.

3. Построена теория прямого и обратного магнитоэлектрического эффекта в тонкопленочных гибридах сверхпроводник/неоднородный ферромагнетик. Сформулированы обобщенные квазиклассические уравнения с учетом членов, ответственных за магнитоэлектрические эффекты. На основе развитой теории исследовано геликоидальное состояние в бислоях со спиральным ферромагнетиком и состояние со спонтанной разностью фаз в бислоях с доменной стенкой. Рассчитаны вращательные моменты, действующие со стороны сверхтока, текущего по сверхпроводящей части, на намагниченность. Аналитический расчет применим для случая, когда характерный размер магнитной неоднородности превышает сверхпроводящую длину когерентности.

Заключение

В диссертации решалась задача исследования фундаментальных особенностей спиновых явлений в сверхпроводниковых структурах в присутствии зеемановского поля различной физической природы и спин-орбитального взаимодействия, а также поиска эффектов, имеющих потенциальный интерес для прикладной сверхпроводящей спинтроники. Первые две главы работы посвящены изучению неравновесных спиновых явлений в сверхпроводниковых структурах в присутствии зеемановского поля. Итоги выполненной работы состоят в следующем:

- 1) Изучено сверхпроводящее состояние в тонких пленках в присутствии зеемановского поля в неравновесных условиях. Показано, что спиновый разбаланс перестраивает структуру сверхпроводящих пар и тем самым может восстановить сверхпроводимость, подавленную зеемановским полем. В итоге, в неравновесных условиях при создании спинового разбаланса сверхпроводимость может существовать существенно выше парамагнитного предела сверхпроводимости.
- 2) Исследовано влияние различных неравновесных мод на джозефсоновский ток в контактах сверхпроводник/ферромагнетик/сверхпроводник. Показано, что создание симметричного зарядово-нейтрального энергетического неравновесия или спинового разбаланса может контролируемым образом резко повысить длину затухания триплетных корреляций в ферромагнетик. В свою очередь, это приводит к резкому усилению джозефсоновского тока через контакт. Создание спинового разбаланса позволяет получить управляемый $0 - \pi$ переход при достаточно сильном по сравнению с T_c обменном поле ферромагнетика. В случае слабого обменного поля порядка T_c для получения управляемых $0 - \pi$ переходов достаточно создания энергетического (спин-нейтрального и зарядового-нейтрального) неравновесия. Переход между 0 и π состояниями происходит за счет контролируемого заселения различных областей знакопеременной токунесущей плотности состояний. Таким образом, электрическая инжекция из нормальных и ферромагнитных материалов является перспективным методом локального управления состоянием джозефсоновского перехода.

Продемонстрировано, что сверхпроводники с зеемановским расщеплением плот-

ности состояний с высокой эффективностью конвертируют тепло в спин, и таким образом, являются прекрасной базой для спиновой калоритроники. В области спиновой калоритроники сделано следующее:

- 3) Построена теория слабозатухающего спинового разбаланса в сверхпроводнике. Результаты теории находятся в хорошем качественном согласии с экспериментальными данными.
- 4) Изучено влияние термоиндуцированного спинового разбаланса на сверхпроводящее состояние в зеемановском поле. Предсказаны эффекты термоиндуцированного подавления и усиления сверхпроводимости.
- 5) Построена теория термоиндуцированного движения магнитных доменных границ в тонкопленочных бислойных структурах сверхпроводник/ферромагнетик и сверхпроводник/антиферромагнетик. Предсказано, что эффективность данного механизма, основанного на гигантском термоспиновом эффекте, т.е. скорость движения, которую можно достигнуть при заданной разнице температур, должна сильно превышает этот показатель для термоиндуцированного движения, достигнутый в существующих экспериментальных работах по несверхпроводящим структурам.

Сверхпроводящие мезоскопические гибридные структуры открывают широкие возможности конструирования систем, в которых проявляется квантовая и спиновая физика, не характерная для отдельных материалов. Введение в систему спин-орбитальных материалов и текстурированных магнетиков позволяет реализовать богатую палитру магнитоэлектрических эффектов, многие из которых возможны только в сверхпроводящем состоянии, и, в частности, обеспечивают связь между намагниченностью и фазой конденсата, макроскопический квантовый характер которой вносит принципиально новую физику в механизмы магнитного взаимодействия и контроля намагниченности. Третья и четвертая главы диссертационной работы ставили своей целью развитие области магнитоэлектрических эффектов в сверхпроводящих гетероструктурах. Итогом этого исследования стало получение следующих результатов:

- 1) Получено обобщение квазиклассической теории, последовательно учитывающее поправки первого порядка по отношению спин-орбитального расщепления к энергии Ферми. На основе данной теории рассчитаны триpletные корреляции в некоторых сверхпроводящих гетероструктурах со спин-орбитальным взаимодействием и прямой магнитоэлектрический эффект в баллистических джозефсоновских контактах через металл со спин-орбитальным взаимодействием.
- 2) Построено обобщение квазиклассических уравнений для описания сверхпроводящих гетероструктур с топологическим изолятором на неравновесный случай и

для описания сверхпроводимости, наведенной в поверхностном проводящем слое топологического изолятора эффектом близости с обычным сверхпроводником. В рамках построенной теории продемонстрирована возможность контролируемого инжекцией аномального сдвига фазы в джозефсоновских S/F-3D TI/S контактах.

- 3) Для гетероструктур с топологическими изоляторами предсказан гигантский магнитноэлектрический эффект в плотности состояний и, как следствие, эффект управляемой сверхтоком спиновой фильтрации.
- 4) Предсказан эффект расщепления легкой оси ферромагнетика в джозефсоновских контактах с составной слабой связью, представляющей собой бислой ферромагнетик/топологический изолятор.
- 5) Предсказан дальнедействующий механизм парного взаимодействия магнитных моментов через фазу конденсата, основанный на обратном магнитноэлектрическом эффекте. Исследована конкретная реализация этого взаимодействия в системе связанных джозефсоновских контактов.
- 6) Предсказан эффект генерации слабозатухающих триплетных корреляций движущимся конденсатом. Соответствующие триплетные корреляции рассчитаны в системах, где движение конденсата реализуется мейснеровскими токами, экранирующими внешнее магнитное поле, а также приложением переменного электрического поля. Рассчитан джозефсоновский ток через контакт, в котором слабозатухающие триплеты генерируются конденсатом. Предложены возможные постановки экспериментов для наблюдения эффекта. Предлагается использовать эффект для создания сверхпроводниковых транзисторов, фото-магнитных устройств и управляемых $0 - \pi$ переходов.
- 7) Построена теория прямого и обратного магнитноэлектрического эффекта в тонкопленочных гибридах сверхпроводник/неоднородный ферромагнетик. Сформулированы обобщенные квазиклассические уравнения с учетом членов, ответственных за магнитноэлектрические эффекты. На основе развитой теории исследовано геликоидальное состояние в бислоях со спиральным ферромагнетиком и состояние со спонтанной разностью фаз в бислоях с доменной стенкой. Рассчитаны вращательные моменты, действующие со стороны сверхтока, текущего по сверхпроводящей части, на намагниченность.
- 8) Построена теория прямого и обратного магнитноэлектрического эффекта в джозефсоновских контактах через сильный ферромагнетик. Показано, что джозефсоновский ток способен индуцировать динамику намагниченности ферромагнетика

в области слабой связи, но при этом контакт переходит в особое резистивное состояние даже при токах меньше критического. Это состояние характеризуется наличием напряжения на контакте, но отсутствием нормального тока через контакт и, соответственно, джоулевых потерь в нем. А работа, совершаемая источником тока, идет на компенсацию гильбертовского затухания в магнитной подсистеме. Данное напряжение индуцируется магнитной динамикой через обратный магнитоэлектрический эффект и может служить для электрического детектирования динамики намагниченности.

- 9) Показано, что сверхток индуцирует новый тип кирального взаимодействия между магнитными моментами. Оно является трехчастичным. Симметрия энергии взаимодействия по отношению к обращению времени обеспечивается тем, что константа взаимодействия является нечетной функцией сверхтока. Исследованы конкретные реализации эффекта в системе магнитных примесей, помещенных в сверхпроводящую матрицу и в джозефсоновском контакте через некомпланарные магнитные структуры.

На взгляд автора, результаты диссертационной работы свидетельствуют о том, что хорошо известные свойства сверхпроводящего состояния - бездиссипативность, макроскопический характер фазы конденсата и щель в плотности состояний на поверхности Ферми, в сочетании с широкими возможностями конструирования различных типов спин-орбитальной связи и сосуществования сверхпроводимости и магнетизма в гетероструктурах позволяют реализовать и исследовать богатую новую физику. Это, в свою очередь, делает сверхпроводящие гетероструктуры перспективной платформой для низкодиссипативной спинтроники.

Список публикаций по теме диссертации

- [P1] I.V. Bobkova and A.M. Bobkov, Recovering the superconducting state via spin accumulation above the pair breaking magnetic field of superconducting/ferromagnet multilayers, *Phys. Rev. B* **84**, 140508(R) (2011).
- [P2] I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, Recovering of superconductivity in S/F bilayers under spin-dependent nonequilibrium quasiparticle distribution, *Pis'ma v ZhETF*, **101**, 442 (2015) [*JETP Lett.* **101**, 407 (2015)].
- [P3] T. E. Golikova, M. J. Wolf, D Beckmann, G. A. Penzyakov, I. E. Batov, I. V. Bobkova, A. M. Bobkov and V. V. Ryazanov, Controllable supercurrent in mesoscopic superconductor-normal metal-ferromagnet crosslike Josephson structures, *Supercond. Sci. Technol.* **34**, 095001 (2021).
- [P4] I.V. Bobkova and A.M. Bobkov, Triplet contribution to the Josephson current in the nonequilibrium superconductor/ferromagnet/superconductor junction, *Phys. Rev. B* **82**, 024515 (2010).
- [P5] I.V. Bobkova and A.M. Bobkov, Long-range proximity effect for opposite-spin pairs in superconductor-ferromagnet heterostructures under nonequilibrium quasiparticle distribution, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 197002 (2012).
- [P6] I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, Long-range spin imbalance in mesoscopic superconductors under Zeeman splitting, *Pis'ma v ZhETF*, **101**, 124 (2015) [*JETP Lett.* **101**, 118 (2015)].
- [P7] I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, Injection of nonequilibrium quasiparticles into Zeeman-split superconductors: A way to create long-range spin imbalance, *Phys. Rev. B* **93**, 024513 (2016).
- [P8] I. V. Bobkova and A. M. Bobkov, Thermospin effects in superconducting heterostructure, *Phys. Rev. B* **96**, 104515 (2017).

- [P9] I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, and Wolfgang Belzig, Thermally induced spin-transfer torques in superconductor/ferromagnet bilayers, *Phys. Rev. B* **103**, L020503 (2021).
- [P10] G. A. Bobkov, I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, and Akashdeep Kamra, Thermally induced spin torque and domain-wall motion in superconductor/antiferromagnetic-insulator bilayers, *Phys. Rev. B* **103**, 094506 (2021).
- [P11] I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, Quasiclassical theory of magnetoelectric effects in superconducting heterostructures in the presence of spin-orbit coupling, *Phys. Rev. B* **95**, 184518 (2017).
- [P12] I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, Alexander A. Zyuzin, and Mohammad Alidoust, Magnetoelectrics in disordered topological insulator Josephson junction *Phys. Rev. B* **94**, 134506 (2016).
- [P13] I. V. Bobkova and A. M. Bobkov, Electrically controllable spin filtering based on superconducting helical states, *Phys. Rev. B* **96**, 224505 (2017).
- [P14] M. Nashaat, I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, Yu. M. Shukrinov, I. R. Rahmonov, and K. Sengupta, Electrical control of magnetization in superconductor/ferromagnet/superconductor junctions on a three-dimensional topological insulator, *Phys. Rev. B* **100**, 054506 (2019).
- [P15] G. A. Bobkov, I. V. Bobkova, and A. M. Bobkov, Long-range interaction of magnetic moments in a coupled system of superconductor-ferromagnet-superconductor Josephson junctions with anomalous ground-state phase shift, *Phys. Rev. B* **105**, 024513 (2022).
- [P16] M. A. Silaev, I. V. Bobkova, and A. M. Bobkov, Odd triplet superconductivity induced by a moving condensate, *Phys. Rev. B* **102**, 100507(R) (2020).
- [P17] I.V. Bobkova, A.M. Bobkov, and M.A. Silaev, Dynamic Spin-Triplet Order Induced by Alternating Electric Fields in Superconductor-Ferromagnet-Superconductor Josephson Junctions, *Phys. Rev. Lett.* **127**, 147701 (2021).
- [P18] A. A. Mazanik and I. V. Bobkova, Supercurrent-induced long-range triplet correlations and controllable Josephson effect in superconductor/ferromagnet hybrids with extrinsic spin-orbit coupling, *Phys. Rev. B* **105**, 144502 (2022).
- [P19] I.V. Bobkova, A.M. Bobkov, and M.A. Silaev Gauge theory of the long-range proximity effect and spontaneous currents in superconducting heterostructures with strong ferromagnet, *Phys. Rev. B* **96**, 094506 (2017).

- [P20] I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, and M. A. Silaev, Spin torques and magnetic texture dynamics driven by the supercurrent in superconductor/ferromagnet structure, *Phys. Rev. B* **98**, 014521 (2018).
- [P21] D.S. Rabinovich, I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, and M. A. Silaev, Chirality selective spin interactions mediated by the moving superconducting condensate, *Phys. Rev. B* **98**, 184511 (2018).
- [P22] D.S. Rabinovich, I.V. Bobkova, A.M. Bobkov, and M.A. Silaev, Resistive State of Superconductor-Ferromagnet-Superconductor Josephson Junctions in the Presence of Moving Domain Wall, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 207001 (2019).
- [P23] D. S. Rabinovich, I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, and M. A. Silaev, Magnetoelectric effects in superconductor/ferromagnet bilayers, *Phys. Rev. B* **99**, 214501 (2019).
- [P24] I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, and M. A. Silaev, Magnetoelectric effects in Josephson junctions (Topical Review), *J. Phys.: Condens. Matter* **34** 353001 (2022).

Список литературы

- [1] Nanomagnetism and spintronics, edited by Teruya Shinjo, Second Edition, Elsevier, 2014.
- [2] Y. Xu, D.D. Awschalom, and J. Nitta, Handbook of Spintronics, Springer (2016).
- [3] S. Bandyopadhyay, M. Cahay, "Introduction to Spintronics", Second Edition, CRC Press, 2016
- [4] I. Zutic, J. Fabian, and S. Das Sarma, "Spintronics: Fundamentals and applications Rev. Mod. Phys. **76**, 323 (2004).
- [5] "Hand book of spin transport and magnetism ed. by E.Y. Tsymbal and I.Zutic, CRC Press, 2012.
- [6] G. E. W. Bauer, E. Saitoh and B. J. van Wees, Spin caloritronics, Nature Mat. **11**, 391 (2012).
- [7] A. V. Chumak, V. I. Vasyuchka, A. A. Serga and B. Hillebrands, Magnon spintronics, Nature Phys. **11**, 453 (2015).
- [8] M. Eschrig, Spin-polarized supercurrents for spintronics: a review of current progress, Rep. Prog. Phys. **78** 104501 (2015).
- [9] J. Linder and J. Robinson, Superconducting spintronics, Nature Physics **11** 307 (2015).
- [10] L. N. Bulaevskii, V.V. Kuzii, and A. A. Sobyenin, JETP Lett. **25**, 290 (1977).
- [11] A. I. Buzdin, L. N. Bulaevskii, S. V. Panyukov, JETP Lett. **35**, 178 (1982).
- [12] V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. Yu. Rusanov, A. V. Veretennikov, A. A. Golubov, and J. Aarts, Coupling of Two Superconductors through a Ferromagnet: Evidence for a Junction. Phys. Rev. Lett. **86**, 2427 (2001).
- [13] A. K. Feofanov et. al., Implementation of superconductor/ferromagnet/ superconductor π -shifters in superconducting digital and quantum circuits, Nature Physics **6**, 593 (2010).

- [14] W. Mayer et. al., Gate controlled anomalous phase shift in Al/InAs Josephson junctions, *Nature Communications* **11**, 212 (2020).
- [15] D. B. Szombati, et. al., Josephson φ_0 -junction in nanowire quantum dots, *Nature Physics* **12**, 568 (2016).
- [16] A. Assouline et. al., Spin-orbit induced phase-shift in Bi₂Se₃ Josephson junctions, *Nature Communications* **10**, 126 (2019).
- [17] A. Murani et. al., Ballistic edge states in bismuth nanowires revealed by SQUID interferometry, *Nature Communications* **8**, 15941 (2017).
- [18] T. Clark, R. Prance, and A. Grassie, Feasibility of hybrid Josephson field effect transistors, *Journal of Applied Physics* **51**, 2736 (1980).
- [19] A. Volkov, New Phenomena in Josephson SINIS Junctions, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4730 (1995).
- [20] A. Morpurgo, T. Klapwijk, and B. Van Wees, Hot electron tunable supercurrent, *Applied Physics Letters* **72**, 966 (1998).
- [21] J. Baselmans, A. Morpurgo, B. Van Wees, and T. Klapwijk, Reversing the direction of the supercurrent in a controllable Josephson junction, *Nature* **397**, 43 (1999).
- [22] J. Huang, F. Pierre, T. T. Heikkila, F. K. Wilhelm, and N. O. Birge, Observation of a controllable π -junction in a 3-terminal Josephson device, *Physical Review B* **66**, 020507 (2002).
- [23] F. Paolucci, F. Vischi, G. De Simoni, C. Guarcello, P. Solinas, and F. Giazotto, Field-Effect Controllable Metallic Josephson Interferometer, *Nano Letters* **19**, 6263 (2019).
- [24] G. De Simoni, F. Paolucci, P. Solinas, E. Strambini, and F. Giazotto, Metallic supercurrent field-effect transistor, *Nature nanotechnology* **13**, 802 (2018).
- [25] Y.-J. Doh, J. A. van Dam, A. L. Roest, E. P. Bakkers, L. P. Kouwenhoven, and S. De Franceschi, Tunable supercurrent through semiconductor nanowires, *Science* **309**, 272 (2005).
- [26] S. Abay, D. Persson, H. Nilsson, F. Wu, H. Xu, M. Fogelstrom, V. Shumeiko, and P. Delsing, Charge transport in InAs nanowire Josephson junctions, *Physical Review B* **89**, 214508 (2014).
- [27] J. A. Van Dam, Y. V. Nazarov, E. P. Bakkers, S. De Franceschi, and L. P. Kouwenhoven, Supercurrent reversal in quantum dots, *Nature* **442**, 667 (2006).

- [28] K. K. Likharev and V. K. Semenov, RSFQ logic/memory family: a new Josephson-junction technology for sub-terahertz-clock-frequency digital systems, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* **1**, 3 (1991).
- [29] T. W. Larsen, K. D. Petersson, F. Kuemmeth, T. S. Jespersen, P. Krogstrup, J. Nygard, and C. M. Marcus, Semiconductor-Nanowire-Based Superconducting Qubit, *Physical Review Letters* **115**, 127001 (2015).
- [30] L. Casparis, T. Larsen, M. Olsen, F. Kuemmeth, P. Krogstrup, J. Nygaard, K. Petersson, and C. Marcus, Gateon Benchmarking and Two-Qubit Operations, *Physical Review Letters* **116**, 150505 (2016).
- [31] P. Machon, M. Eschrig, and W. Belzig, Nonlocal Thermoelectric Effects and Nonlocal Onsager relations in a Three-Terminal Proximity-Coupled Superconductor-Ferromagnet Device, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 047002 (2013).
- [32] A. Ozaeta, P. Virtanen, F. S. Bergeret, and T. T. Heikkila, Predicted Very Large Thermoelectric Effect in Ferromagnet-Superconductor Junctions in the Presence of a Spin-Splitting Magnetic Field, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 057001 (2014).
- [33] P. Machon, M. Eschrig, and W. Belzig, Giant thermoelectric effects in a proximity-coupled superconductor-ferromagnet device, *New Journal of Physics* **16**, 073002 (2014).
- [34] S. Kolenda, M. J. Wolf, and D. Beckmann, Observation of Thermoelectric Currents in High-Field Superconductor-Ferromagnet Tunnel Junctions, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 097001 (2016).
- [35] S. Kolenda, C. Surgers, G. Fischer, and D. Beckmann, Thermoelectric effects in superconductor-ferromagnet tunnel junctions on europium sulfide, *Phys. Rev. B* **95**, 224505 (2017).
- [36] S. Kolenda, P. Machon, D. Beckmann, and W. Belzig, Nonlinear thermoelectric effects in high-field superconductor-ferromagnet tunnel junctions, *Beilstein J. Nanotechnol.* **7**, 1579 (2016).
- [37] I. V. Bobkova and A. M. Bobkov, Thermospin effects in superconducting heterostructures, *Phys. Rev. B* **96**, 104515 (2017).
- [38] F. S. Bergeret, M. Silaev, P. Virtanen, and T. T. Heikkila, Colloquium: Nonequilibrium effects in superconductors with a spin-splitting field, *Rev. Mod. Phys.* **90**, 041001 (2018); T. T. Heikkila, M. Silaev, P. Virtanen, and F. S. Bergeret, Thermal, electric and spin transport in superconductor/ferromagnetic-insulator structures, *Progress in Surface Science* **94**, 100540 (2019).

- [39] I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, and Wolfgang Belzig, Thermally induced spin-transfer torques in superconductor/ferromagnet bilayers, *Phys. Rev. B* **103**, L020503 (2021).
- [40] G. A. Bobkov, I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, and Akashdeep Kamra, Thermally induced spin torque and domain-wall motion in superconductor/antiferromagnetic-insulator bilayers, *Phys. Rev. B* **103**, 094506 (2021).
- [41] M. Dyakonov and V. Perel, Possibility of Orienting Electron Spins with Current, *JETP Lett.* **13**, 467 (1971).
- [42] M. Dyakonov and V. Perel, Current-induced spin orientation of electrons in semiconductors, *Phys. Lett. A* **35**, 459 (1971).
- [43] J.-N. Chazalviel, Spin-dependent Hall effect in semiconductors, *Phys. Rev. B* **11**, 3918 (1975).
- [44] J. E. Hirsch, Spin Hall Effect, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1834 (1999).
- [45] E.G. Mishchenko, A.V. Shytov, and B.I. Halperin, Spin Current and Polarization in Impure Two-Dimensional Electron Systems with Spin-Orbit Coupling, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 226602 (2004).
- [46] Y. K. Kato, R. C. Myers, A. C. Gossard, and D. D. Awschalom, Current-Induced Spin Polarization in Strained Semiconductors, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 176601 (2004).
- [47] Y. K. Kato, R. C. Myers, A. C. Gossard, and D. D. Awschalom, Observation of the Spin Hall Effect in Semiconductors, *Science* **306**, 1910 (2004).
- [48] J. Wunderlich, B. Kaestner, J. Sinova, and T. Jungwirth, Experimental Observation of the Spin-Hall Effect in a Two-Dimensional Spin-Orbit Coupled Semiconductor System, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 047204 (2005).
- [49] R. Raimondi, C. Gorini, P. Schwab, and M. Dzierzawa, Quasiclassical approach to the spin Hall effect in the two-dimensional electron gas, *Phys. Rev. B* **74**, 035340 (2006).
- [50] S. O. Valenzuela and M. Tinkham, Direct electronic measurement of the spin Hall effect, *Nature* **442**, 176 (2006).
- [51] M. Morota, Y. Niimi, K. Ohnishi, D. H. Wei, T. Tanaka, H. Kontani, T. Kimura, and Y. Otani, Indication of intrinsic spin Hall effect in $4d$ and $5d$ transition metals *Phys. Rev. B* **83**, 174405 (2011).
- [52] M. Isasa, E. Villamor, L. E. Hueso, M. Gradhand, and F. Casanova, Temperature dependence of spin diffusion length and spin Hall angle in Au and Pt, *Phys. Rev. B* **91**, 024402 (2015).

- [53] A. Aronov and Y. Lyanda-Geller, Nuclear electric resonance and orientation of carrier spins by an electric field, JETP Lett. **50**, 431 (1989).
- [54] V. Edelstein, Spin polarization of conduction electrons induced by electric current in two-dimensional asymmetric electron systems, Sol. State Comm. **73**, 233 (1990).
- [55] 18 A.Y. Silov, P.A. Blajnov, J.H. Wolter, R. Hey, K.H. Ploog, and N.S. Averkiev, Current-induced spin polarization at a single heterojunction, Appl. Phys. Lett. **85**, 5929 (2004).
- [56] K. Shen, G. Vignale, and R. Raimondi, Microscopic Theory of the Inverse Edelstein Effect, Phys. Rev. Lett. **112**, 096601 (2014).
- [57] S. Ganichev, E. Ivchenko, V. Bel'ov, S. Tarasenko, M. Sollinger, D. Weiss, W. Wegscheider, and W. Prettl, Spin-galvanic effect, Nature **417**, 153 (2002).
- [58] 21 J.C. Rojas Sanchez, L. Vila, G. Desfonds, S. Gambarelli, J.P. Attane, J.M. De Teresa, C. Magen, and A. Fert, Spin-to-charge conversion using Rashba coupling at the interface between non-magnetic materials, Nature Communications **4**, 2944 (2013).
- [59] V.M. Edelstein, Characteristics of the cooper pairing in two-dimensional noncentrosymmetric electron systems, Sov. Phys. JETP **68**, 1244 (1989).
- [60] V. Barzykin and Lev P. Gor'kov, Inhomogeneous stripe phase revisited for surface superconductivity, Phys. Rev. Lett. **89**, 227002 (2002).
- [61] K. V. Samokhin, Magnetic properties of superconductors with strong spin-orbit coupling, Phys. Rev. B **70**, 104521 (2004).
- [62] R. P. Kaur, D. F. Agterberg, and M. Sigrist, Helical vortex phase in the noncentrosymmetric $CePt_3Si$, Phys. Rev. Lett. **94**, 137002 (2005).
- [63] O. Dimitrova and M. V. Feigel'man, Theory of a twodimensional superconductor with broken inversion symmetry, Phys. Rev. B **76**, 014522 (2007).
- [64] M. Houzet and J. S. Meyer, Quasiclassical theory of disordered rashba superconductors, Phys. Rev. B **92**, 014509 (2015).
- [65] I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, and M. A. Silaev, Magnetoelectric effects in Josephson junctions (Topical Review), J. Phys.: Condens. Matter **34**, 353001 (2022).
- [66] Yu. M. Shukrinov, Anomalous Josephson effect, Phys.-Usp. **65**, 317 (2022).
- [67] M. A. Silaev, I. V. Bobkova, and A. M. Bobkov, Odd triplet superconductivity induced by a moving condensate, Phys. Rev. B **102**, 100507(R) (2020).

- [68] I.V. Bobkova, A.M. Bobkov, and M.A. Silaev, Dynamic Spin-Triplet Order Induced by Alternating Electric Fields in Superconductor-Ferromagnet-Superconductor Josephson Junctions, *Phys. Rev. Lett.* **127**, 147701 (2021).
- [69] A. A. Mazanik and I. V. Bobkova, Supercurrent-induced long-range triplet correlations and controllable Josephson effect in superconductor/ferromagnet hybrids with extrinsic spin-orbit coupling, *Phys. Rev. B* **105**, 144502 (2022)
- [70] L. R. Tagirov, Low-Field Superconducting Spin Switch Based on a Superconductor/Ferromagnet Multilayer, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2058 (1999).
- [71] P. V. Leksin, N. N. Garif'yanov, I. A. Garifullin, J. Schumann, V. Kataev, O. G. Schmidt, and B. Buchner, Manifestation of New Interference Effects in a Superconductor-Ferromagnet Spin Valve, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 067005 (2011).
- [72] Li, B. *et al.* Superconducting Spin Switch with Infinite Magnetoresistance Induced by an Internal Exchange Field, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 097001 (2013).
- [73] Y. Zhu, A. Pal, M. G. Blamire, and Z. H. Barber, Superconducting exchange coupling between ferromagnets, *Nat. Mater.* **16**, 195 (2017).
- [74] Zh. Devizorova, S. V. Mironov, A. S. Mel'nikov, A. Buzdin, Electromagnetic proximity effect controlled by spin-triplet correlations in superconducting spin-valve structures, *Phys. Rev. B* **99**, 104519 (2019).
- [75] S. Mironov, A. S. Mel'nikov, and A. Buzdin, Electromagnetic proximity effect in planar superconductor-ferromagnet structures, *Appl. Phys. Lett.* **113**, 022601 (2018).
- [76] G. A. Bobkov, I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, Long-range interaction of magnetic moments in a coupled system of S/F/S Josephson junctions with anomalous ground state phase shift, *Phys. Rev. B* **105**, 024513 (2022).
- [77] A.I. Larkin and Yu.N. Ovchinnikov, Nonuniform state of superconductors, *Sov. Phys. JETP* **20**, 762 (1965) [*Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **47**, 1136 (1964)].
- [78] P. Fulde and R.A. Ferrel, Superconductivity in a Strong Spin-Exchange Field, *Phys. Rev.* **135**, A550 (1964).
- [79] A. I. Buzdin, Proximity effects in superconductor-ferromagnet heterostructures, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 935 (2005).
- [80] F. S. Bergeret, A. F. Volkov, K. B. Efetov, Odd triplet superconductivity and related phenomena in superconductor-ferromagnet structures, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 1321 (2005).

- [81] T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, X. Grison, Inhomogeneous superconductivity induced in a ferromagnet by proximity effect, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 304 (2001).
- [82] V. A. Oboznov, V. V. Bol'ginov, A. K. Feofanov, V. V. Ryazanov, and A. I. Buzdin, Thickness Dependence of the Josephson Ground States of Superconductor-Ferromagnet-Superconductor Junctions, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 197003 (2006).
- [83] S. M. Frolov, M. J. A. Stoutimore, T. A. Crane, D. J. Van Harlingen, V. A. Oboznov, V. V. Ryazanov, A. Ruosi, C. Granata, and M. Russo, Imaging spontaneous currents in superconducting arrays of π -junctions, *Nature Physics* **4**, 32 (2008).
- [84] I.V. Bobkova and A.M. Bobkov, Recovering the superconducting state via spin accumulation above the pair breaking magnetic field of superconducting/ferromagnet multilayers, *Phys. Rev. B* **84**, 140508(R) (2011).
- [85] I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, Recovering of superconductivity in S/F bilayers under spin-dependent nonequilibrium quasiparticle distribution, *Pis'ma v ZhETF*, 101, 442 (2015) [*JETP Lett.* 101, 407 (2015)].
- [86] Jabir Ali Ouassou, Tom Doekle Vethaak, and Jacob Linder, Voltage-induced thin-film superconductivity in high magnetic fields, *Phys. Rev. B* **98**, 144509 (2018).
- [87] I.V. Bobkova and A.M. Bobkov, Long-range proximity effect for opposite-spin pairs in superconductor-ferromagnet heterostructures under nonequilibrium quasiparticle distribution, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 197002 (2012).
- [88] T. E. Golikova, M. J. Wolf, D Beckmann, G. A. Penzyakov, I. E. Batov, I. V. Bobkova, A. M. Bobkov and V. V. Ryazanov, Controllable supercurrent in mesoscopic superconductor-normal metal-ferromagnet crosslike Josephson structures, *Supercond. Sci. Technol.* **34**, 095001 (2021).
- [89] H. I. Jorgensen, T. Novotny, K. Grove-Rasmussen, K. Flensberg, and P. Lindelof, Critical Current $0 - \pi$ Transition in Designed Josephson Quantum Dot Junctions, *Nano letters* **7**, 2441 (2007).
- [90] C. T. Ke, C. M. Moehle, F. K. de Vries, C. Thomas, S. Metti, C. R. Guinn, R. Kallaher, M. Lodari, G. Scappucci, T. Wang, et al., Ballistic superconductivity and tunable π -junctions in InSb quantum wells, *Nature communications* **10**, 3764 (2019).
- [91] S.-K. Yip, Magnetic-field effect on the supercurrent of an SNS junction, *Phys. Rev. B* **62**, R6127 (2000).
- [92] T. T. Heikkila, F. K. Wilhelm, and G. Schon, Non-equilibrium supercurrent through mesoscopic ferromagnetic weak links, *Europhysics Letters (EPL)* **51**, 434 (2000).

- [93] [27] F. K. Wilhelm, G. Schön, and A. D. Zaikin, Mesoscopic Superconducting–Normal Metal–Superconducting Transistor, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1682 (1998).
- [94] I. V. Bobkova and A. M. Bobkov, Triplet contribution to the Josephson current in the nonequilibrium superconductor/ferromagnet/superconductor junction, *Phys. Rev. B* **82**, 024515 (2010).
- [95] A. M. Bobkov and I. V. Bobkova, Influence of spin-dependent quasiparticle distribution on the Josephson current through a ferromagnetic weak link, *Phys. Rev. B* **84**, 054533 (2011).
- [96] J.W. Serene and D. Rainer, The quasiclassical approach to superfluid ^3He , **101**, 221 (1983).
- [97] J. Rammer and H. Smith, Quantum field-theoretical methods in transport theory of metals, *Rev. Mod. Phys.* **58**, 323 (1986).
- [98] K. D. Usadel, Generalized Diffusion Equation for Superconducting Alloys, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 507 (1970).
- [99] G.Sarma, On the influence of a uniform exchange field acting on the spins of the conduction electrons in a superconductor, *J. Phys. Chem. Solids* **24**, 1029 (1963).
- [100] A. M. Clogston, Upper Limit for the Critical Field in Hard Superconductors, *Phys. Rev. Lett.* **9**, 266 (1962).
- [101] R.J. Soulen *et al.*, Measuring the spin polarization of a metal with a superconducting point contact, *Science* **282**, 85 (1998).
- [102] Y. Ji *et al.*, Determination of the Spin Polarization of Half-Metallic CrO_2 by Point Contact Andreev Reflection, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5585 (2001).
- [103] J.-H. Park *et al.*, Direct evidence for a half-metallic ferromagnet, *Nature (London)* **392**, 794 (1998).
- [104] A. Cottet, D. Huertas-Hernando, W. Belzig, and Y. V. Nazarov, *Phys. Rev. B* **80**, 184511 (2009).
- [105] M. Eschrig, A. Cottet, W. Belzig, and J. Linder, *New Journal of Physics* **17**, 083037 (2015).
- [106] R. Grein *et al.*, Spin-Dependent Cooper Pair Phase and Pure Spin Supercurrents in Strongly Polarized Ferromagnets, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 227005 (2009).

- [107] F.S. Bergeret, A.F. Volkov, and K.B. Efetov, Enhancement of the Josephson Current by an Exchange Field in Superconductor-Ferromagnet Structures, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3140 (2001).
- [108] S. Takahashi *et al.*, Spin Imbalance and Magnetoresistance in Ferromagnet/Superconductor/Ferromagnet Double Tunnel Junctions, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3911 (1999).
- [109] V.A. Vas'ko *et al.*, Critical Current Suppression in a Superconductor by Injection of Spin-Polarized Carriers from a Ferromagnet, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1134 (1997).
- [110] Z.W. Dong *et al.*, Spin-polarized quasiparticle injection devices using $Au/YBa_2Cu_3O_7/LaAlO_3/Nd_{0.7}Sr_{0.3}MnO_3$ heterostructures, *Appl. Phys. Lett.* **71**, 1718 (1997).
- [111] A. Moor, A.F. Volkov and K.B. Efetov, Inhomogeneous state in nonequilibrium superconductor/normal-metal tunnel structures: A Larkin-Ovchinnikov-Fulde-Ferrell-like phase for nonmagnetic systems, *Phys. Rev. B* **80**, 054516 (2009).
- [112] I. V. Bobkova and A. M. Bobkov, In-plane Fulde-Ferrel-Larkin-Ovchinnikov instability in a superconductor-normal metal bilayer system under nonequilibrium quasiparticle distribution, *Phys. Rev. B* **88**, 174502 (2013).
- [113] A.A. Abrikosov and L.P. Gor'kov, Contribution to the theory of superconducting alloys with paramagnetic impurities, *Sov. Phys. JETP* **12**, 1243 (1961).
- [114] A. I. Buzdin, B. Bujicic, and M. Yu. Kupriyanov, Superconductor-ferromagnet structures, *Sov. Phys. JETP* **74**, 124 (1992) [*Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **101**, 231 (1992)].
- [115] T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, F. Genet, B. Stephanidis, R. Boursier, Josephson Junction through a Thin Ferromagnetic Layer: Negative Coupling, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 137007 (2002).
- [116] Y. Blum, A. Tsukernik, M. Karpovski, and A. Palevski, Oscillations of the Superconducting Critical Current in Nb-Cu-Ni-Cu-Nb Junctions, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 187004 (2002).
- [117] W. Guichard, M. Aprili, O. Bourgeois, T. Kontos, J. Lesueur, and P. Gandit, Phase Sensitive Experiments in Ferromagnetic-Based Josephson Junctions, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 167001 (2003).
- [118] A.S. Sidorenko, V.I. Zdravkov, J. Kehrle, R. Morari, G. Obermeier, S. Gsell, M. Schreck, C. Müller, M.Yu. Kupriyanov, V.V. Ryazanov, S. Horn, L.R. Tagirov, R. Tidecks, Quasi-one-dimensional Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov-like state in

- Nb/Cu_{0.41}Ni_{0.59}* bilayers, JETP Lett. **90**, 139 (2009) [Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **90**, 149 (2009)].
- [119] E. A. Demler, G. B. Arnold, M. R. Beasley, Superconducting proximity effects in magnetic metals, Phys. Rev. B **55**, 15174 (1997).
- [120] C. Strunk, C. Surgers, U. Paschen, and H. v. Lohneysen, Superconductivity in layered Nb/Gd films, Phys. Rev. B **49**, 4053 (1994).
- [121] J.S. Jiang, D. Davidovic, Daniel H. Reich, and C.L. Chien, Oscillatory Superconducting Transition Temperature in Nb/Gd Multilayers, Phys. Rev. Lett. **74**, 314 (1995).
- [122] Th. Muhge, N. N. Garifyanov, Yu. V. Goryunov, G. G. Khaliullin, L. R. Tagirov, K. Westerholt, I. A. Garifullin, and H. Zabel, Possible Origin for Oscillatory Superconducting Transition Temperature in Superconductor/Ferromagnet Multilayers, Phys. Rev. Lett. **77**, 1857 (1996).
- [123] L. V. Mercaldo, C. Attanasio, C. Coccorese, L. Maritato, S. L. Prischepa, and M. Salvato, Superconducting-critical-temperature oscillations in Nb/CuMn multilayers, Phys. Rev. B **53**, 14040 (1996).
- [124] V. Zdravkov, A. Sidorenko, G. Obermeier, S. Gsell, M. Schreck, C. Muller, S. Horn, R. Tidecks, and L. R. Tagirov, Reentrant Superconductivity in *Nb/Cu_{1-x}Ni_x* Bilayers, Phys. Rev. Lett. **97**, 057004 (2006).
- [125] V.I. Zdravkov, J. Kehrle, G. Obermeier, S. Gsell, M. Schreck, C. Müller, H. A. Krug von Nidda, J. Lindner, J. Moosburger-Will, E. Nold, R. Morari, V.V. Ryazanov, A.S. Sidorenko, S. Horn, R. Tidecks, and L.R. Tagirov, Reentrant superconductivity in superconductor/ferromagnetic-alloy bilayers, Phys. Rev. B **82**, 054517 (2010).
- [126] M.Yu. Kuprianov and V.F. Lukichev, Influence of boundary transparency on the critical current of "dirty"SS'S structures, Sov. Phys. JETP **67**, 1163 (1988).
- [127] M. G. Khusainov and Yu. N. Proshin, Possibility of periodically reentrant superconductivity in ferromagnet/superconductor layered structures, Phys. Rev. B **56**, R14283 (1997); Erratum: Phys. Rev. B **62**, 6832 (2000).
- [128] L. R. Tagirov, Proximity effect and superconducting transition temperature in superconductor/ferromagnet sandwiches, Physica C **307**, 145 (1998).
- [129] Ya. V. Fominov, N. M. Chtchelkatchev, and A. A. Golubov, Nonmonotonic critical temperature in superconductor/ferromagnet bilayers, Phys. Rev. B **66**, 014507 (2002).

- [130] B. P. Vodopyanov and L. R. Tagirov, Oscillations of superconducting transition temperature in strong ferromagnet-superconductor bilayers, *Pis'ma v ZhETF* **78**, 1043 (2003) [*JETP Letters* **78**, 555 (2003)].
- [131] F. Hubler, M.J. Wolf, D. Beckmann, and H.v. Lohneysen, Long-Range Spin-Polarized Quasiparticle Transport in Mesoscopic Al Superconductors with a Zeeman Splitting, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 207001 (2012).
- [132] M.J. Wolf, F. Hubler, S. Kolenda, H.v. Lohneysen, and D. Beckmann, Spin injection from a normal metal into a mesoscopic superconductor, *Phys. Rev. B* **87**, 024517 (2013).
- [133] M.J. Wolf, C. Surgers, G. Fisher, and D. Beckmann, Spin-polarized quasiparticle transport in exchange-split superconducting aluminum on europium sulfide, *Phys. Rev. B* **90**, 144509 (2014).
- [134] S. Tollis, First-order phase transitions in ferromagnetic/superconducting/ferromagnetic trilayers, *Phys. Rev. B* **69**, 104532 (2004).
- [135] T. Yu. Karminskaya, A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, and A. S. Sidorenko, Josephson effect in superconductor/ferromagnet structures with a complex weak-link region, *Phys. Rev. B* **81**, 214518 (2010).
- [136] F. J. Jedema, M. S. Nijboer, A. T. Filip, and B. J. van Wees, Spin injection and spin accumulation in all-metal mesoscopic spin valves, *Phys. Rev. B* **67**, 085319 (2003).
- [137] T. Kimura, T. Sato, and Y. Otani, Temperature Evolution of Spin Relaxation in a NiFe/Cu Lateral Spin Valve, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 066602 (2008).
- [138] E.I. Rashba, Diffusion theory of spin injection through resistive contacts, *Eur. Phys. J. B* **29**, 513 (2002).
- [139] D. S. Rabinovich, I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, and M. A. Silaev, Magnetoelectric effects in superconductor/ferromagnet bilayers, *Phys. Rev. B* **99**, 214501 (2019).
- [140] M. Stokmaier, G. Goll, D. Weissenberger, C. Sürgers, and H. v. Löhneysen, Size Dependence of Current Spin Polarization through Superconductor/Ferromagnet Nanocontacts, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 147005 (2008)
- [141] J. Bass, W. P. Pratt Jr., Spin-diffusion lengths in metals and alloys, and spin-flipping at metal/metal interfaces: an experimentalist's critical review, *J. Phys. Condens. Matter* **19**, 183207 (2007).
- [142] Yu.V. Nazarov, *Superlattices Microstruct.* **25**, 1221 (1999).

- [143] F.J. Jedema, H.B. Heershe, A.T. Filip, J.J.A. Baselmans, and B.J. van Wees, Electrical detection of spin precession in a metallic mesoscopic spin valve, *Nature* **416**, 713 (2002).
- [144] S.-K. Yip, Energy-resolved supercurrent between two superconductors, *Phys. Rev. B* **58**, 5803 (1998).
- [145] T.T. Heikkilä, J. Särkkä, and F.K. Wilhelm, Supercurrent-carrying density of states in diffusive mesoscopic Josephson weak links, *Phys. Rev. B* **66**, 184513 (2002).
- [146] M.S. Crosser, J. Huang, F. Pierre, P. Virtanen, T.T. Heikkilä, F.K. Wilhelm, and N.O. Birge, Nonequilibrium transport in mesoscopic multi-terminal SNS Josephson junctions, *Phys. Rev. B* **77**, 014528 (2008).
- [147] A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, and E. Il'ichev, The current-phase relation in Josephson junctions, *Rev. Mod. Phys.* **76**, 411 (2004).
- [148] A. F. Volkov and K. B. Efetov, Odd triplet superconductivity in a superconductor/ferromagnet structure with a narrow domain wall, *Phys. Rev. B* **78**, 024519 (2008).
- [149] Ya. V. Fominov, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, Josephson effect due to the long-range odd-frequency triplet superconductivity in S/F/S junctions with Néel domain walls *Phys. Rev. B* **75**, 104509 (2007).
- [150] Y. Asano, Y. Sawa, Y. Tanaka, and A. A. Golubov, Odd-frequency pairs and Josephson current through a strong ferromagnet, *Phys. Rev. B* **76**, 224525 (2007).
- [151] M. Eschrig, J. Kopu, J. C. Cuevas, and G. Schön, Theory of Half-Metal/Superconductor Heterostructures, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 137003 (2003).
- [152] A.F. Volkov, A. Anishchanka, and K.B. Efetov, Odd triplet superconductivity in a superconductor/ferromagnet system with a spiral magnetic structure, *Phys. Rev. B* **73**, 104412 (2006).
- [153] T. Champel, T. Löfwander, and M. Eschrig, $0 - \pi$ Transitions in a Superconductor/Chiral Ferromagnet/Superconductor Junction Induced by a Homogeneous Cycloidal Spiral, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 077003 (2008).
- [154] M. Alidoust, J. Linder, G. Rashedi, T. Yokoyama, and A. Sudbo, Spin-polarized Josephson current in superconductor/ferromagnet/superconductor junctions with inhomogeneous magnetization, *Phys. Rev. B* **81**, 014512 (2010).
- [155] M. Houzet and A.I. Buzdin, Long range triplet Josephson effect through a ferromagnetic trilayer, *Phys. Rev. B* **76**, 060504(R) (2007).

- [156] A.F. Volkov and K.B. Efetov, Odd spin-triplet superconductivity in a multilayered superconductor-ferromagnet Josephson junction, *Phys. Rev. B* **81**, 144522 (2010).
- [157] H. Pothier, S. Gueron, N.O. Birge, D. Esteve, and M.H. Devoret, Energy Distribution Function of Quasiparticles in Mesoscopic Wires, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3490 (1997).
- [158] A. Slachter, F. L. Bakker, J. P. Adam, and B. J. van Wees, Thermally driven spin injection from a ferromagnet into a non-magnetic metal. *Nature Phys.* **6**, 879–882 (2010).
- [159] K. Uchida, S. Takahashi, K. Harii, J. Ieda, W. Koshibae, K. Ando, S. Maekawa, and E. Saitoh Observation of the spin Seebeck effect, *Nature* **455**, 778 (2008).
- [160] C.H.L. Quay, D. Chevallier, C. Bena, M. Aprili, Spin imbalance and spin-charge separation in a mesoscopic superconductor, *Nature Phys.* **9**, 84 (2013).
- [161] N. Poli, J.P. Morten, M. Urech, A. Brataas, D.B. Haviland, and V. Korenivski, Spin Injection and Relaxation in a Mesoscopic Superconductor, *Phys.Rev. Lett.* **100**, 136601 (2008).
- [162] H.L. Zhao and S. Hershfield, Tunneling, relaxation of spin-polarized quasiparticles, and spin-charge separation in superconductors, *Phys. Rev. B* **52**, 3632 (1995).
- [163] J.P. Morten, A. Brataas, and W. Belzig, Spin transport in diffusive superconductors, *Phys. Rev. B* **70**, 212508 (2004).
- [164] J.P. Morten, A. Brataas, and W. Belzig, Spin transport and magnetoresistance in ferromagnet/superconductor/ferromagnet spin valves, *Phys. Rev. B* **72**, 014510 (2005).
- [165] H. Yang, S.-H. Yang, S. Takahashi, S. Maekawa, and S.S.P. Parkin, Extremely long quasiparticle spin lifetimes in superconducting aluminium using MgO tunnel spin injectors, *Nature Mater.* **9**, 586 (2010).
- [166] M. Silaev, P. Virtanen, F.S. Bergeret, T.T. Heikkila, Long-Range Spin Accumulation from Heat Injection in Mesoscopic Superconductors with Zeeman Splitting, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 167002 (2015).
- [167] T. Krishtop, M. Houzet, J. S. Meyer, Nonequilibrium spin transport in Zeeman-split superconductors, *Phys. Rev. B* **91**, 121407(R) (2015).
- [168] N.B. Kopnin, Y.M. Galperin, J. Bergli, and V.M. Vinokur, Nonequilibrium electrons in tunnel structures under high-voltage injection, *Phys. Rev. B* **80**, 134502 (2009).
- [169] A. Moor, A.F. Volkov, and K.B. Efetov, Inhomogeneous state in nonequilibrium superconductor/normal-metal tunnel structures: A Larkin-Ovchinnikov-Fulde-Ferrell-like phase for nonmagnetic systems, *Phys. Rev. B* **80**, 054516 (2009).

- [170] J. Beyer Nielsen, C. J. Pethick, J. Rammer, and H. Smith, Pair breaking and charge relaxation in superconductors, *J. Low Temp. Phys.* **46**, 565 (1982).
- [171] J. Linder and A. Sudbo, Spin-flip scattering and nonideal interfaces in dirty ferromagnet/superconductor junctions, *Phys. Rev. B* **76**, 214508 (2007).
- [172] J. Linder, T. Yokoyama, and A. Sudbo, Role of interface transparency and spin-dependent scattering in diffusive ferromagnet/superconductor heterostructures, *Phys. Rev. B* **77**, 174514 (2008).
- [173] W. Belzig, F.K. Wilhelm, C. Bruder, G. Schon, A.D.Zaikin, Quasiclassical Green's function approach to mesoscopic superconductivity, *Superlattices and Microstructures*, **25**, 1251 (1999).
- [174] F. S. Bergeret, A. Verso, and A. F. Volkov, Electronic transport through ferromagnetic and superconducting junctions with spin-filter tunneling barriers, *Phys. Rev. B* **86**, 214516 (2012).
- [175] O. V. Dimitrova, V. E. Kravtsov, Infrared catastrophe in two-quasiparticle collision integral, *JETP Letters* **86**, 670 (2008).
- [176] B.L. Altshuler and A.G. Aronov, in *Electron-Electron Interactions in Disordered Systems*, Ed. by A. L. Efros and M. Pollak (Elsevier, New York, 1985).
- [177] G.M. Eliashberg, Inelastic electron collisions and nonequilibrium stationary states in superconductors, *Sov. Phys. JETP* **34**, 668 (1972).
- [178] N.B. Kopnin *Theory of Nonequilibrium Superconductivity*, Oxford University Press, 2001.
- [179] P. Virtanen, T.T. Heikkila, and F.S. Bergeret, *Phys. Rev. B* **93**, 014512 (2016).
- [180] I.V. Bobkova and A.M. Bobkov, Injection of nonequilibrium quasiparticles into Zeeman-split superconductors: A way to create long-range spin imbalance, *Phys. Rev. B* **93**, 024513 (2016).
- [181] I.V. Bobkova and A.M. Bobkov, Bistable state in superconductor/ferromagnet heterostructures, *Phys. Rev. B* **89**, 224501 (2014).
- [182] K. Maki, Gapless superconductivity. In: Parks R.D. (ed.) *Superconductivity*, Ch. **18**, p. 1035, Marcel Decker (1969).
- [183] G. M. Eliashberg, Film Superconductivity Stimulated by a High-frequency Field, *JETP Lett.* **11**, 114 (1970).

- [184] M. Johnson and R.H. Silsbee, Interfacial charge-spin coupling: Injection and detection of spin magnetization in metals, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 1790 (1985).
- [185] C.H.L. Quay, C. Dutreix, D. Chevallier, C. Bena, M. Aprili, Frequency-domain measurement of the spin-imbalance lifetime in superconductors, *Phys. Rev. B* **93**, 220501 (2016).
- [186] S. U. Jen and L. Berger, Thermal domain drag effect in amorphous ferromagnetic materials. II. Experiments, *J. Appl. Phys.* **59**, 1285 (1986).
- [187] W. Jiang, P. Upadhyaya, Y. Fan, J. Zhao, M. Wang, Li-Te Chang, M. Lang, K. L. Wong, M. Lewis, Y.-T. Lin, J. Tang, S. Cherepov, X. Zhou, Y. Tserkovnyak, R. N. Schwartz, and K. L. Wang, Direct Imaging of Thermally Driven Domain Wall Motion in Magnetic Insulators, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 177202 (2013).
- [188] L. N. Bulaevskii, A. I. Buzdin, and S. V. Panjukov, The oscillation dependence of the critical current on the exchange field of ferromagnetic metals (F) in Josephson junction S-F-S, *Solid State Commun.* **44**, 539 (1982).
- [189] W. Belzig, A. Brataas, Y. Nazarov, and G. Bauer, Spin accumulation and Andreev reflection in a mesoscopic ferromagnetic wire, *Phys. Rev. B* **62**, 9726 (2000).
- [190] T. Tokuyasu, J. A. Sauls, and D. Rainer, Proximity effect of a ferromagnetic insulator in contact with a superconductor, *Phys. Rev. B* **38**, 8823 (1988).
- [191] A. Millis, D. Rainer, and J. A. Sauls, Quasiclassical theory of superconductivity near magnetically active interfaces, *Phys. Rev. B* **38**, 4504 (1988).
- [192] A. Kamra, A. Rezaei, and W. Belzig, Spin Splitting Induced in a Superconductor by an Antiferromagnetic Insulator, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 247702 (2018).
- [193] X. Hao, J. S. Moodera, and R. Meservey, Spin-filter effect of ferromagnetic europium sulfide tunnel barriers, *Phys. Rev. B* **42**, 8235 (1990).
- [194] J. S. Moodera, X. Hao, G. A. Gibson, and R. Meservey, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 637 (1988).
- [195] P. M. Tedrow, J. E. Tkaczyk, and A. Kumar, Spin-Polarized Electron Tunneling Study of an Artificially Layered Superconductor with Internal Magnetic Field: EuO-Al, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 1746 (1986).
- [196] E. Strambini, V. N. Golovach, G. De Simoni, J. S. Moodera, F. S. Bergeret, and F. Giazotto, Revealing the magnetic proximity effect in EuS/Al bilayers through superconducting tunneling spectroscopy, *Phys. Rev. Materials*, **1**, 054402 (2017).

- [197] W. Zhang, M. E. Bowden, and K. M. Krishnan, Competing effects of magnetocrystalline anisotropy and exchange bias in epitaxial Fe/IrMn bilayers, *Applied Physics Letters* **98**, 092503 (2011).
- [198] P. Kappenberger, S. Martin, Y. Pellmont, H. J. Hug, J. B. Kortright, O. Hellwig, and E. E. Fullerton, Direct Imaging and Determination of the Uncompensated Spin Density in Exchange-Biased CoO/CoPt Multilayers *Phys. Rev. Lett.* **91**, 267202 (2003).
- [199] L. C. Sampaio, A. Mougin, J. Ferré, P. Georges, A. Brun, H. Bernas, S. Poppe, T. Mewes, J. Fassbender, and B. Hillebrands, Probing interface magnetism in the FeMn/NiFe exchange bias system using magnetic second-harmonic generation, *EPL (Europhysics Letters)* **63**, 819 (2003).
- [200] J. Camarero, J. Miguel, J. B. Goedkoop, J. Vogel, F. Romanens, S. Pizzini, F. Garcia, J. Sort, B. Dieny, and N. B. Brookes, Magnetization reversal, asymmetry, and role of uncompensated spins in perpendicular exchange coupled systems, *Applied Physics Letters* **89**, 232507 (2006).
- [201] S. Roy, M. R. Fitzsimmons, S. Park, M. Dorn, O. Petravic, I. V. Roshchin, Z.-P. Li, X. Batlle, R. Morales, A. Misra, X. Zhang, K. Chesnel, J. B. Kortright, S. K. Sinha, and I. K. Schuller, Depth Profile of Uncompensated Spins in an Exchange Bias System, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 047201 (2005).
- [202] V. K. Valev, M. Gruyters, A. Kirilyuk, and T. Rasing, Direct Observation of Exchange Bias Related Uncompensated Spins at the CoO/Cu Interface, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 067206 (2006).
- [203] H. Ohldag, A. Scholl, F. Nolting, E. Arenholz, S. Maat, A. T. Young, M. Carey, and J. Stöhr, Correlation between Exchange Bias and Pinned Interfacial Spins, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 017203 (2003).
- [204] P. Blomqvist, K. M. Krishnan, S. Srinath, and S. G. E. te Velthuis, Magnetization processes in exchange-biased MnPd/Fe bilayers studied by polarized neutron reflectivity, *Journal of Applied Physics* **96**, 6523 (2004).
- [205] C. Mathieu, M. Bauer, B. Hillebrands, J. Fassbender, G. Güntherodt, R. Jungblut, J. Kohlhepp, and A. Reinders, Brillouin light scattering investigations of exchange biased (110)-oriented NiFe/FeMn bilayers, *Journal of Applied Physics* **83**, 2863 (1998).
- [206] K. D. Belashchenko, Equilibrium Magnetization at the Boundary of a Magnetoelectric Antiferromagnet, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 147204 (2010).
- [207] M. A. Lund, K. Everschor-Sitte, and K. M. D. Hals, Large surface magnetization in noncentrosymmetric antiferromagnets, *Phys. Rev. B* **102**, 180412(R) (2020).

- [208] Kai Chen and Shufeng Zhang, “Spin pumping in the presence of spin-orbit coupling,” *Phys. Rev. Lett.* **114**, 126602 (2015).
- [209] A. Kamra, R. E. Troncoso, W. Belzig, and A. Brataas, Gilbert damping phenomenology for two-sublattice magnets, *Phys. Rev. B* **98**, 184402 (2018).
- [210] H. Y. Yuan, Q. Liu, K. Xia, Z. Yuan, and X. R. Wang, Proper dissipative torques in antiferromagnetic dynamics, *EPL (Europhysics Letters)* **126**, 67006 (2019).
- [211] G. S. D. Beach, C. Nistor, C. Knutson, M. Tsoi and J. L. Erskine, Dynamics of field-driven domain-wall propagation in ferromagnetic nanowires, *Nat. Mater.* **4**, 741 (2005).
- [212] G. S. D. Beach, C. Knutson, C. Nistor, M. Tsoi, and J. L. Erskine, Nonlinear Domain-Wall Velocity Enhancement by Spin-Polarized Electric Current, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 057203 (2006).
- [213] J. Mendil, M. Trassin, Q. Bu, J. Schaab, M. Baumgartner, C. Murer, P. T.Dao, J. Vijayakumar, D. Bracher, C. Bouillet, C. A. F. Vaz, M. Fiebig, and P. Gambardella, Magnetic properties and domain structure of ultrathin yttrium iron garnet/Pt bilayers, *Phys. Rev. Mat.* **3**, 034403 (2019).
- [214] M. Eschrig, Distribution functions in nonequilibrium theory of superconductivity and Andreev spectroscopy in unconventional superconductors, *Phys. Rev. B* **61**, 9061 (2000).
- [215] M. Eschrig, Scattering problem in nonequilibrium quasiclassical theory of metals and superconductors: General boundary conditions and applications, *Phys. Rev. B* **80**, 134511 (2009).
- [216] E. Zhao, T. Lofwander, and J.A. Sauls, Nonequilibrium superconductivity near spin-active interfaces, *Phys. Rev. B* **70**, 134510 (2004).
- [217] A. Stern, Berry’s phase, motive forces, and mesoscopic conductivity, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1022 (1992).
- [218] M. Stone, Magnus force on skyrmions in ferromagnets and quantum Hall systems, *Phys. Rev. B* **53**, 16573 (1996).
- [219] G. E. Volovik, Linear momentum in ferromagnets, *J. Phys. C* **20**, L83 (1987).
- [220] L. Berger, Possible existence of a Josephson effect in ferromagnets, *Phys. Rev. B* **33**, 1572 (1986).
- [221] S.E. Barnes and S. Maekawa, Generalization of Faraday’s Law to Include Nonconservative Spin Forces, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 246601 (2007).

- [222] R. A. Duine, Spin pumping by a field-driven domain wall, *Phys. Rev. B* **77**, 014409 (2008).
- [223] W. M. Saslow, Spin pumping of current in non-uniform conducting magnets, *Phys. Rev. B* **76**, 184434 (2007).
- [224] Y. Tserkovnyak and M. Mecklenburg, Electron transport driven by nonequilibrium magnetic textures, *Phys. Rev. B* **77**, 134407 (2008).
- [225] S. Zhang and S. S.-L. Zhang, Generalization of the Landau-Lifshitz-Gilbert Equation for Conducting Ferromagnets, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 086601 (2009).
- [226] S. A. Yang, G. S. D. Beach, C. Knutson, Di Xiao, Q. Niu, M. Tsoi, and J. L. Erskine, Universal Electromotive Force Induced by Domain Wall Motion, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 067201 (2009).
- [227] S. A. Yang, G. S. D. Beach, C. Knutson, Di Xiao, Z. Zhang, M. Tsoi, Q. Niu, A. H. MacDonald, and J. L. Erskine, Topological electromotive force from domainwall dynamics in a ferromagnet, *Phys. Rev. B* **82**, 054410 (2007).
- [228] D.S. Rabinovich, I.V. Bobkova, A.M. Bobkov, and M.A. Silaev, Resistive state of SFS Josephson junctions in the presence of moving domain walls, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 207001 (2019).
- [229] D.S. Rabinovich, I.V. Bobkova, A.M. Bobkov, Electrical response of S-F-TI-S junctions on magnetic texture dynamics, *Phys. Rev. B* **101**, 054517 (2020).
- [230] Y. Yao, Qi Song, Y. Takamura, J. P. Cascales, W. Yuan, Y. Ma, Yu Yun, X. C. Xie, J. S. Moodera, and Wei Han, Probe of spin dynamics in superconducting NbN thin films via spin pumping, *Phys. Rev. B* **97**, 224414 (2018).
- [231] M. Umeda, Y. Shiomi, T. Kikkawa, T. Niizeki, J. Lustikova, S. Takahashi, and E. Saitoh, Spin-current coherence peak in superconductor/magnet junctions, *Appl. Phys. Lett.* **112**, 232601 (2018).
- [232] I. V. Bobkova, Yu. S. Barash, Effects of spin-orbit interaction on superconductor – ferromagnet heterostructures: spontaneous electric and spin surface currents, *Pisma v Zh. Eksper. Teoret. Fiz.* **80**, 563 (2004).
- [233] Z. Shomali, M. Zareyan, W. Belzig, Spin supercurrent in Josephson contacts with noncollinear ferromagnets, *New J. Phys.* **13**, 083033 (2011).
- [234] M. Alidoust, and K. Halterman, Spontaneous edge accumulation of spin currents in finite-size two-dimensional diffusive spin–orbit coupled SFS heterostructures, *New J. Phys.* **17**, 033001 (2015).

- [235] K. Halterman, O.T. Valls, and C.-T. Wu, Charge and spin currents in ferromagnetic Josephson junctions, *Phys. Rev. B* **92**, 174516 (2015).
- [236] S. Jacobsen, I. Kulagina, J. Linder, Controlling superconducting spin flow with spin-flip immunity using a single homogeneous ferromagnet, *Sci. Rep.* **6**, 23926 (2016).
- [237] F. Konschelle, I. V. Tokatly, F. S. Bergeret, Ballistic Josephson junctions in the presence of generic spin dependent fields, *Phys. Rev. B* **94**, 014515 (2016).
- [238] F. Aikebaier, P. Virtanen, and T. Heikkilä, Superconductivity near a magnetic domain wall, *Phys. Rev. B* **99**, 104504 (2019).
- [239] N. L. Schryer and L. R. Walker, The motion of 180° domain walls in uniform dc magnetic fields, *J. Appl. Phys.*, **45**, 5406 (1974).
- [240] Z. Li, J. He, and S. Zhang, Effects of spin current on ferromagnets, *J. Appl. Phys.* **99**, 08Q702 (2006).
- [241] E. G. Tveten, A. Qaiumzadeh, O. A. Tretiakov, and A. Brataas, Staggered dynamics in antiferromagnets by collective coordinates, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 127208 (2013).
- [242] E. V. Gomonay and V. M. Loktev, Spintronics of antiferromagnetic systems (review article), *Low Temperature Physics* **40**, 17–35 (2014).
- [243] O. A. Tretiakov, D. Clarke, Gia-Wei Chern, Ya. B. Bazaliy, and O. Tchernyshyov, Dynamics of domain walls in magnetic nanostrips, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 127204 (2008).
- [244] D. J. Clarke, O. A. Tretiakov, G.-W. Chern, Ya. B. Bazaliy, and O. Tchernyshyov, Dynamics of a vortex domain wall in a magnetic nanostrip: Application of the collective-coordinate approach, *Phys. Rev. B* **78**, 134412 (2008).
- [245] S. Manipatruni, D. E. Nikonov, Chia-Ching Lin, T. A. Gosavi, H. Liu, B. Prasad, Yen- Lin Huang, E. Bonturim, R. Ramesh, and Ian A. Young, Scalable energy-efficient magnetoelectric spin-orbit logic, *Nature* **565**, 35 (2019).
- [246] T.H. O'Dell, *The electrodynamics of magneto-electric media* (North-Holland, Amsterdam, 1970).
- [247] L.D. Landau and E.M. Lifshitz, *Electrodynamics of continuous media* (Second Revised Ed., Pergamon, Oxford, 1984).
- [248] M. Fiebig, Revival of the magnetoelectric effect, *Journal of Physics D: Applied Physics* **38**, R123–R152 (2005).

- [249] Manfred Fiebig, Thomas Lottermoser, Dennis Meier, and Morgan Trassin, The evolution of multiferroics, *Nature Reviews Materials* **1**, 16046 (2016).
- [250] Nicola A. Spaldin, Multiferroics: Past, present, and future, *MRS Bulletin* **42**, 385 (2017).
- [251] G. Dresselhaus, Spin-orbit coupling effects in zinc blende structures, *Phys. Rev.* **100**, 580–586 (1955).
- [252] E. Rashba, Properties of semiconductors with an extremum loop. I. cyclotron and combinational resonance in a magnetic field perpendicular to the plane of the loop, *Sov. Phys.-Solid State* **2**, 1109 (1960).
- [253] F.T. Vas'ko, Spin splitting in the spectrum of two-dimensional electrons due to the surface potential, *P. Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **30**, 574 (1979).
- [254] Y.A. Bychkov and E.I. Rashba, Properties of a 2d electron gas with lifted spectral degeneracy, *P. Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **39**, 66 (1984).
- [255] S. LaShell, B. A. McDougall, and E. Jensen, Spin splitting of an au(111) surface state band observed with angle resolved photoelectron spectroscopy, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3419–3422 (1996).
- [256] A. A. Burkov and D. G. Hawthorn, Spin and charge transport on the surface of a topological insulator, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 066802 (2010).
- [257] D. Culcer, E. H. Hwang, T. D. Stanescu, and S. Das Sarma, Two-dimensional surface charge transport in topological insulators, *Phys. Rev. B* **82**, 155457 (2010).
- [258] O. V. Yazyev, J. E. Moore, and S. G. Louie, Spin polarization and transport of surface states in the topological insulators Bi_2Se_3 and Bi_2Te_3 from first principles, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 266806 (2010).
- [259] C. H. Li, O. M. J. van 't Erve, J. T. Robinson, Y. Liu, L. Li, and B. T. Jonker, Electrical detection of charge-current-induced spin polarization due to spin-momentum locking in Bi_2Se_3 , *Nature Nanotech* **9**, 218 (2014).
- [260] C. H. Li, Y. Y. van 't Erve, O. M. J. Li, L. Li, and B. T. Jonker, Electrical detection of the helical spin texture in a p-type topological insulator Sb_2Te_3 . *Sci. Rep.* **6**, 29533 (2016).
- [261] Y. Shiomi, K. Nomura, Y. Kajiwara, K. Eto, M. No vak, Kouji Segawa, Yoichi Ando, and E. Saitoh, Spin-electricity conversion induced by spin injection into topological insulators,” *Phys. Rev. Lett.* **113**, 196601 (2014).

- [262] I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, Alexander A. Zyuzin, and Mohammad Alidoust, Magnetoelectrics in disordered topological insulator Josephson junctions, *Phys. Rev. B* **94**, 134506 (2016).
- [263] J.-C. Rojas-Sanchez, S. Oyarzun, Y. Fu, A. Marty, C. Vergnaud, S. Gambarelli, L. Vila, M. Jamet, Y. Ohtsubo, A. Taleb-Ibrahimi, P. Le Fevre, F. Bertran, N. Reyren, J.-M. George, and A. Fert, Spin to charge conversion at room temperature by spin pumping into a new type of topological insulator: In_2Te films, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 096602 (2016).
- [264] S. Zhang and A. Fert, Conversion between spin and charge currents with topological insulators, *Phys. Rev. B* **94**, 184423 (2016).
- [265] V. M. Edelstein, Magnetoelectric effect in polar superconductors, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2004 (1995).
- [266] V. M. Edelstein, Magnetoelectric effect in dirty superconductors with broken mirror symmetry, *Phys. Rev. B* **72**, 172501 (2005).
- [267] C. Sanz-Fernandez, Juan Borge, Ilya V. Tokatly, and F. Sebastian Bergeret, Nonlocal magnetoelectric effects in diffusive conductors with spatially inhomogeneous spin-orbit coupling, *Phys. Rev. B* **100**, 195406 (2019).
- [268] Stefan Ilic, Ilya V. Tokatly, and F. Sebastian Bergeret, Unified description of spin transport, weak antilocalization, and triplet superconductivity in systems with spin-orbit coupling, *Phys. Rev. B* **102**, 235430 (2020).
- [269] F. Sebastian Bergeret and Ilya V. Tokatly, Manifestation of extrinsic spin Hall effect in superconducting structures: Nondissipative magnetoelectric effects, *Phys. Rev. B* **94**, 180502 (2016).
- [270] P. Virtanen, F. S. Bergeret, and I. V. Tokatly, Magnetoelectric effects in superconductors due to spin-orbit scattering: Nonlinear σ -model description, *Phys. Rev. B* **104**, 064515 (2021).
- [271] I. V. Bobkova and A. M. Bobkov, Electrically controllable spin filtering based on superconducting helical states, *Phys. Rev. B* **96**, 224505 (2017).
- [272] Hao Meng, A. V. Samokhvalov, and A. I. Buzdin, “Nonuniform superconductivity and Josephson effect in a conical ferromagnet,” *Phys. Rev. B* **99**, 024503 (2019).
- [273] S. K. Yip, Two-dimensional superconductivity with strong spin-orbit interaction, *Phys. Rev. B* **65**, 144508 (2002).

- [274] S. S. Pershoguba, Kristofer Bjornson, Annica M. Black-Schaffer, and Alexander V. Balatsky, Currents induced by magnetic impurities in superconductors with spin-orbit coupling, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 116602 (2015).
- [275] A. G. Mal'shukov, Nonlocal effect of a varying in-space zeeman field on supercurrent and helix state in a spin-orbit-coupled s-wave superconductor, *Phys. Rev. B* **93**, 054511 (2016).
- [276] S. Mironov and A. Buzdin, Spontaneous currents in superconducting systems with strong spin-orbit coupling, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 077001 (2017).
- [277] A. G. Mal'shukov, Spontaneous generation of vortices by a nonuniform zeeman field in a two-dimensional rashba-coupled superconductor, *Phys. Rev. B* **102**, 144503 (2020).
- [278] A. G. Mal'shukov, Supercurrent vortices and majorana zero modes induced by an in-plane zeeman field on the surface of a three-dimensional topological insulator, *Phys. Rev. B* **101**, 134514 (2020).
- [279] S. Mironov, A. Mel'nikov, and A. Buzdin, Vanishing meissner effect as a hallmark of in-plane Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov instability in superconductor-ferromagnet layered systems, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 237002 (2012).
- [280] S. V. Mironov, D. Yu. Vodolazov, Y. Yerin, A. V. Samokhvalov, A. S. Mel'nikov, and A. Buzdin, Temperature controlled Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov instability in superconductor-ferromagnet hybrids, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 077002 (2018).
- [281] I. V. Krive, L. Y. Gorelik, R. I. Shekhter, and M. Jonson, Chiral symmetry breaking and the josephson current in a ballistic superconductor-quantum wire-superconductor junction, *Low Temperature Physics* **30**, 398 (2004).
- [282] K. N. Nesterov, Manuel Houzet, and Julia S. Meyer, Anomalous josephson effect in semiconducting nanowires as a signature of the topologically nontrivial phase, *Phys. Rev. B* **93**, 174502 (2016).
- [283] A. A. Reynoso, Gonzalo Usaj, C. A. Balseiro, D. Feinberg, and M. Avignon, Anomalous josephson current in junctions with spin polarizing quantum point contacts, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 107001 (2008).
- [284] A. Buzdin, Direct coupling between magnetism and superconducting current in the josephson 0 junction, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 107005 (2008).
- [285] A. Zazunov, R. Egger, T. Jonckheere, and T. Martin, Anomalous josephson current through a spin-orbit coupled quantum dot, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 147004 (2009).

- [286] Aldo Brunetti, Alex Zazunov, Arijit Kundu, and Reinhold Egger, Anomalous josephson current, incipient time-reversal symmetry breaking, and majorana bound states in interacting multilevel dots, *Phys. Rev. B* **88**, 144515 (2013).
- [287] Tomohiro Yokoyama, Mikio Eto, and Yuli V. Nazarov, Anomalous josephson effect induced by spin-orbit interaction and Zeeman effect in semiconductor nanowires, *Phys. Rev. B* **89**, 195407 (2014).
- [288] F. S. Bergeret, and I. V. Tokatly, Theory of diffusive josephson junctions in the presence of spin-orbit coupling, *EPL* **110**, 57005 (2015).
- [289] G. Campagnano, P Lucignano, D Giuliano, and A Tagliacozzo, Spin-orbit coupling and anomalous josephson effect in nanowires, *Journal of Physics: Condensed Matter* **27**, 205301 (2015).
- [290] F. Konschelle, I. V. Tokatly, and F. S. Bergeret, Theory of the spin-galvanic effect and the anomalous phase shift φ_0 in superconductors and josephson junctions with intrinsic spin-orbit coupling, *Phys. Rev. B* **92**, 125443 (2015).
- [291] D. Kuzmanovski, J. Linder, and A. Black-Schaffer, Quantum ground state control in superconductor-silicene structures: $0 - \pi$ transitions, φ_0 -junctions, and majorana bound states, *Phys. Rev. B* **94**, 180505 (2016).
- [292] A. G. Mal'shukov, Severin Sadjina, and Arne Brataas, Inverse spin hall effect in superconductor/normal-metal/superconductor Josephson junctions, *Phys. Rev. B* **81**, 060502 (2010).
- [293] Y. Tanaka, T. Yokoyama, and N. Nagaosa, Manipulation of the majorana fermion, andreev reflection, and Josephson current on topological insulators, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 107002 (2009).
- [294] J. Linder, Y. Tanaka, T. Yokoyama, A. Sudbo, and N. Nagaosa, Interplay between superconductivity and ferromagnetism on a topological insulator, *Phys. Rev. B* **81**, 184525 (2010).
- [295] F. Dolcini, M. Houzet, and J. S. Meyer, Topological josephson φ_0 junctions, *Phys. Rev. B* **92**, 035428 (2015).
- [296] A. Zyuzin, M. Alidoust, and D. Loss, Josephson junction through a disordered topological insulator with helical magnetization, *Phys. Rev. B* **93**, 214502 (2016).
- [297] Bo Lu, Keiji Yada, A. A. Golubov, and Yukio Tanaka, Anomalous josephson effect in d-wave superconductor junctions on a topological insulator surface, *Phys. Rev. B* **92**, 100503 (2015).

- [298] L.P. Gorkov and E.I. Rashba, Superconducting 2D System with Lifted Spin Degeneracy: Mixed Singlet-Triplet State, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 037004 (2001).
- [299] J. Alicea, Majorana fermions in a tunable semiconductor device, *Phys. Rev. B* **81**, 125318 (2010).
- [300] F.S. Bergeret and I.V. Tokatly, Singlet-Triplet Conversion and the Long-Range Proximity Effect in Superconductor-Ferromagnet Structures with Generic Spin Dependent Fields, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 117003 (2013).
- [301] F.S. Bergeret and I.V. Tokatly, Spin-orbit coupling as a source of long-range triplet proximity effect in superconductor-ferromagnet hybrid structures, *Phys. Rev. B* **89**, 134517 (2014).
- [302] V.M. Edelstein, Triplet superconductivity and magnetoelectric effect near the s-wave-superconductor – normal-metal interface caused by local breaking of mirror symmetry, *Phys. Rev. B* **67**, 020505 (2003).
- [303] Z.H. Yang, J.Wang, and K.S. Chan, Proximity effect in a superconductor/two-dimensional electron gas junction with Rashba spin-orbit coupling, *Supercond. Sci. Technol.* **22**, 055012 (2009).
- [304] C.R. Reeg, D.L. Maslov, Proximity-induced triplet superconductivity in Rashba materials, *Phys. Rev. B* **92**, 134512 (2015).
- [305] A.V. Zaitsev, Quasiclassical equations of the theory of superconductivity for contiguous metals and the properties of constricted microcontacts, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **86**, 1742 (1984).
- [306] G. Eilenberger, Transformation of Gorkov's equation for type II superconductors into transport-like equations, *Z. Phys.* **214**, 195 (1968).
- [307] A. I. Larkin and Yu. N. Ovchinnikov, Quasiclassical Method in the Theory of Superconductivity, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **55**, 2262 (1968).
- [308] M. Hoesch, M. Muntwiler, V.N. Petrov, M. Hengsberger, L. Patthey, M. Shi, M. Falub, T. Greber, and J. Osterwalder, Spin structure of the Shockley surface state on Au(111), *Phys. Rev. B* **69**, 241401(R) (2004).
- [309] Yu. M. Koroteev, G. Bihlmayer, J.E. Gayone, E.V. Chulkov, S. Blugel, P. M. Echenique, and Ph. Hofmann, Strong Spin-Orbit Splitting on Bi Surfaces, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 046403 (2004).

- [310] T. Nakagawa, O. Ohgami, Y. Saito, H. Okuyama, M. Nishijima, and T. Aruga, Transition between tetramer and monomer phases driven by vacancy configuration entropy on Bi/Ag(001), *Phys. Rev. B* **75**, 155409 (2007).
- [311] C.R. Ast, J. Henk, A. Ernst, L. Moreschini, M.C. Falub, D. Pacile, P. Bruno, K. Kern, and M. Grioni, Giant Spin Splitting through Surface Alloying, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 186807 (2007).
- [312] S. V. Eremeev, I.A. Nechaev, Yu.M. Koroteev, P.M. Echenique, and E.V. Chulkov, Ideal Two-Dimensional Electron Systems with a Giant Rashba-Type Spin Splitting in Real Materials: Surfaces of Bismuth Tellurohalides, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 246802 (2012).
- [313] Y. Tanaka, A. A. Golubov, S. Kashiwaya, and M. Ueda, Anomalous Josephson Effect between Even- and Odd-Frequency Superconductors, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 037005 (2007).
- [314] M. Eschrig, T. Lofwander, T. Champel, J. Cuevas, and G. Schon, Symmetries of Pairing Correlations in Superconductor–Ferromagnet Nanostructures, *J. Low. Temp. Phys.* **147**, 457 (2007).
- [315] A.G. Malshukov and C.S. Chu, Spin Hall effect in a Josephson contact, *Phys. Rev. B* **78**, 104503 (2008).
- [316] D.F. Agterberg and R.P. Kaur, *Phys. Rev.* **75**, 064511 (2007).
- [317] I. Sochnikov, L. Maier, C. A. Watson, J. R. Kirtley, C. Gould, G. Tkachov, E. M. Hankiewicz, C. Brune, H. Buhmann, Nonsinusoidal Current-Phase Relationship in Josephson Junctions from the 3D Topological Insulator HgTe, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 066801 (2015).
- [318] J. R. Williams, A. J. Bestwick, P. Gallagher, S. S. Hong, Y. Cui, A. S. Bleich, J. G. Analytis, I. R. Fisher, and D. Goldhaber-Gordon, Unconventional Josephson Effect in Hybrid Superconductor-Topological Insulator Devices, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 056803 (2012).
- [319] M. Veldhorst, M. Snelder, M. Hoek, T. Gang, V. K. Guduru, X. L. Wang, U. Zeitler, W. G. van der Wiel, A. A. Golubov, H. Hilgenkamp and A. Brinkman, Josephson supercurrent through a topological insulator surface state, *Nat. Mat.* **11**, 417 (2012).
- [320] J. B. Oostinga, L. Maier, P. Schuffelgen, D. Knott, C. Ames, C. Brune, G. Tkachov, H. Buhmann, and L. W. Molenkamp, Josephson Supercurrent through the Topological Surface States of Strained Bulk HgTe, *Phys. Rev. X* **3**, 021007 (2013).

- [321] S. Hart, H. Ren, T. Wagner, P. Leubner, M. Mhlbauer, C. Brne, H. Buhmann, L. W. Molenkamp and A. Yacoby, Induced superconductivity in the quantum spin Hall edge, *Nat. Phys.* **10**, 638 (2014).
- [322] S. Lee, X. Zhang, Y. Liang, S. Fackler, J. Yong, X. Wang, J. Paglione, R. L. Greene, I. Takeuchi, Observation of the Superconducting Proximity Effect in the Surface State of *SmB₆* Thin Films, *Phys. Rev. X* **6**, 031031 (2016).
- [323] H.G. Hugdal, J. Linder, S.H. Jacobsen, Quasiclassical theory for the superconducting proximity effect in Dirac materials, *Phys. Rev. B* **95**, 235403 (2017).
- [324] M. Johnson, Bipolar Spin Switch, *Science* **260**, 320 (1993).
- [325] F. J. Jedema, A. T. Filip, and B. J. van Wees, Electrical spin injection and accumulation at room temperature in an all-metal mesoscopic spin valve, *Nature* **410**, 345 (2001).
- [326] M. Urech, V. Korenivski, N. Poli, and D. B. Haviland, Direct demonstration of decoupling of spin and charge currents in nanostructures, *Nano Lett.* **6**, 871 (2006).
- [327] B. Huang, D. J. Monsma, and I. Appelbaum, Coherent Spin Transport through a 350 Micron Thick Silicon Wafer, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 177209 (2007).
- [328] B. T. Jonker, G. Kioseoglou, A. T. Hanbicki, C. H. Li, and P. E. Thompson, Electrical spin-injection into silicon from a ferromagnetic metal/tunnel barrier contact, *Nature Phys.* **3**, 542 (2007).
- [329] F. Giazotto, F. Taddei, R. Fazio, and F. Beltram, Ferromagnetic resonant tunneling diodes as spin polarimeters, *Appl. Phys. Lett.* **82**, 2449 (2003).
- [330] D. Huertas-Hernando, Yu. V. Nazarov, and W. Belzig, Absolute Spin-Valve Effect with Superconducting Proximity Structures, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 047003 (2002).
- [331] F. Giazotto and F. Taddei, Superconductors as spin sources for spintronics, *Phys. Rev. B* **77**, 132501 (2008).
- [332] L. Fu and C. L. Kane, Superconducting Proximity Effect and Majorana Fermions at the Surface of a Topological Insulator, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 096407 (2008).
- [333] T.D. Stanescu, J.D. Sau, R.M. Lutchyn, and S. Das Sarma, Proximity effect at the superconductor–topological insulator interface, *Phys. Rev. B* **81**, 241310(R) (2010).
- [334] A.C. Potter and P.A. Lee, Engineering a $p + ip$ superconductor: Comparison of topological insulator and Rashba spin-orbit-coupled materials *Phys. Rev. B* **83**, 184520 (2011).

- [335] G. Tkachov, Suppression of surface p -wave superconductivity in disordered topological insulators, Phys. Rev. B **87**, 245422 (2013).
- [336] R.M. Lutchyn, T.D. Stanescu, and S. Das Sarma, Momentum relaxation in a semiconductor proximity-coupled to a disordered s -wave superconductor: Effect of scattering on topological superconductivity, Phys. Rev. B **85**, 140513(R) (2012).
- [337] G. Tkachov and V.I. Falko, Magnetic field influence on the proximity effect in semiconductor-superconductor hybrid structures and their thermal conductance, Phys. Rev. B **69**, 092503 (2004).
- [338] G. Tkachov, Nonmetallic thermal transport in low-dimensional proximity structures with partially preserved time-reversal symmetry in a magnetic field, Physica C **417**, 127 (2005).
- [339] G. Fagas, G. Tkachov, A. Pfund, and K. Richter, Geometrical enhancement of the proximity effect in quantum wires with extended superconducting tunnel contacts, Phys. Rev. B **71**, 224510 (2005).
- [340] N.B. Kopnin and A.S. Melnikov, Proximity-induced superconductivity in two-dimensional electronic systems, Phys. Rev. B **84**, 064524 (2011).
- [341] T.D. Stanescu, R.M. Lutchyn, and S. Das Sarma, Majorana fermions in semiconductor nanowires, Phys. Rev. B **84**, 144522 (2011).
- [342] M. A. Rahimi, A. G. Moghaddam, C. Dykstra, M. Governale, and U. Zulicke, Unconventional superconductivity from magnetism in transition-metal dichalcogenides, Phys. Rev. B **95**, 104515 (2017).
- [343] A. J. Leggett, A theoretical description of the new phases of liquid ^3He , Rev. Mod. Phys. **47**, 331 (1975).
- [344] D. Vollhardt and P. Wolfe, The Superfluid Phases of ^3He , New York: Taylor and Francis (1990).
- [345] V. L. Berezinskii, New model of the anisotropic phase of superfluid He_3 , JETP Lett. **20**, 287 (1974).
- [346] A. Balatsky and E. Abrahams, New class of singlet superconductors which break the time reversal and parity, Phys. Rev. B **45**, 13125 (1992).
- [347] E. Abrahams, A. Balatsky, D. J. Scalapino, and J. R. Schrieffer, Properties of odd-gap superconductors, Phys. Rev. B **52**, 1271 (1995).

- [348] H. P. Dahal, E. Abrahams, D. Mozyrsky, Y. Tanaka, and A. V. Balatsky, Wave function for odd-frequency superconductors, *New J. Phys.* **11**, 065005 (2009).
- [349] J. Linder, A. V. Balatsky, Odd-frequency superconductivity, *Rev. Mod. Phys.* **91**, 45005 (2019).
- [350] P. Burset, Bo Lu, G. Tkachov, Y. Tanaka, E. M. Hankiewicz, and B. Trauzettel, Superconducting proximity effect in three-dimensional topological insulators in the presence of a magnetic field, *Phys. Rev. B* **92**, 205424 (2015).
- [351] A. M. Black-Schaffer and A. V. Balatsky, Odd-frequency superconducting pairing in topological insulators, *Phys. Rev. B* **86**, 144506 (2012).
- [352] A. S. Vasenko, A. A. Golubov, V. M. Silkin, and E. V. Chulkov, Unconventional pairing in three-dimensional topological insulators with warped surface state, *Pis'ma v ZhETF*, **105**, 489 (2017).
- [353] I. Kulagina and J. Linder, Spin supercurrent, magnetization dynamics, and φ -state in spin-textured Josephson junctions, *Phys. Rev. B* **90**, 054504 (2014).
- [354] F. Konschelle, A. Buzdin, Magnetic Moment Manipulation by a Josephson Current, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 017001 (2009).
- [355] V. Braude and Ya. M. Blanter, Triplet Josephson Effect with Magnetic Feedback in a Superconductor-Ferromagnet Heterostructure, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 207001 (2008).
- [356] I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, and M. A. Silaev, Spin torques and magnetic texture dynamics driven by the supercurrent in superconductor/ferromagnet structures, *Phys. Rev. B* **98**, 014521 (2018).
- [357] Yu. M. Shukrinov, I. R. Rahmonov, K. Sengupta, and A. Buzdin, Magnetization reversal by superconducting current in φ_0 Josephson junctions, *Appl. Phys. Lett.* **110**, 182407 (2017).
- [358] Yu. M. Shukrinov, A. Mazanik, I. R. Rahmonov, A. E. Botha, A. Buzdin, Re-orientation of the easy axis in φ_0 -junction, *Europhys. Lett.* **122**, 37001 (2018).
- [359] T. Yokoyama, J. Zang, and N. Nagaosa, Theoretical study of the dynamics of magnetization on the topological surface, *Phys. Rev. B* **81**, 241410(R) (2010).
- [360] T. Yokoyama, Current-induced magnetization reversal on the surface of a topological insulator, *Phys. Rev. B* **84**, 113407 (2011).

- [361] F. Mahfouzi, N. Nagaosa, and B. K. Nikolic, Spin-Orbit Coupling Induced Spin-Transfer Torque and Current Polarization in Topological-Insulator/Ferromagnet Vertical Heterostructures, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 166602 (2012).
- [362] J. Chen, M. B. A. Jalil, and S. G. Tan, Current-Induced Spin Torque on Magnetization Textures Coupled to the Topological Surface States of Three-Dimensional Topological Insulators, *Journal of the Phys. Soc. of Japan* **83**, 064710 (2014).
- [363] A. Yu. Rusanov, M. Hesselberth, and J. Aarts, A. I. Buzdin, Enhancement of the Superconducting Transition Temperature in Nb/Permalloy Bilayers by Controlling the Domain State of the Ferromagnet, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 057002 (2004).
- [364] M. A. Ruderman and C. Kittel, Indirect Exchange Coupling of Nuclear Magnetic Moments by Conduction Electrons, *Phys. Rev.* **96**, 99 (1954).
- [365] A. Di Bernardo, S. Komori, G. Livanas, G. Divitini, P. Gentile, M. Cuoco, and J. W. A. Robinson, Nodal superconducting exchange coupling, *Nature Materials* **18**, 1194 (2019).
- [366] A. Ghanbari, V. K. Rasinggard, and J. Linder, Self-consistent solution for the magnetic exchange interaction mediated by a superconductor, *Scientific Reports* **11**, 5028 (2021).
- [367] A. E. Koshelev, Helical structures in layered magnetic superconductors due to indirect exchange interactions mediated by interlayer tunneling, *Phys. Rev. B* **100**, 224503 (2019).
- [368] D. N. Aristov, S. V. Maleyev, and A. G. Yashenkin, RKKY interaction in layered superconductors with anisotropic pairing, *Zeitschrift fur Physik B Condensed Matter* **102**, 467 (1997).
- [369] P. De Gennes, Coupling between ferromagnets through a superconducting layer, *Physics Letters* **23**, 10 (1966).
- [370] P. W. Anderson and H. Suhl, Spin Alignment in the Superconducting State, *Phys. Rev.* **116**, 898 (1959).
- [371] V. M. Galitski and A. I. Larkin, Spin glass versus superconductivity, *Phys. Rev. B* **66**, 064526 (2002).
- [372] N. Y. Yao, L. I. Glazman, E. A. Demler, M. D. Lukin, and J. D. Sau, Enhanced Antiferromagnetic Exchange between Magnetic Impurities in a Superconducting Host, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 087202 (2014).

- [373] A. Heimes, D. Mendler, and P. Kotetes, Interplay of topological phases in magnetic adatom-chains on top of a Rashba superconducting surface, *New Journal of Physics* **17**, 023051 (2015).
- [374] A. A. Zyuzin and D. Loss, RKKY interaction on surfaces of topological insulators with superconducting proximity effect, *Phys. Rev. B* **90**, 125443 (2014).
- [375] W. Qin and Z. Zhang, Persistent Ferromagnetism and Topological Phase Transition at the Interface of a Superconductor and a Topological Insulator, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 266806 (2014).
- [376] A. G. Mal'shukov, Nonexponential long-range interaction of magnetic impurities in spin-orbit coupled superconductors, *Phys. Rev. B* **98**, 054504 (2018).
- [377] C.-Z. Chang, J. Zhang, M. Liu, Z. Zhang, X. Feng, K. Li, L.-L. Wang, X. Chen, X. Dai, Z. Fang, X.-L. Qi, S.-C. Zhang, Y. Wang, K. He, X.-C. Ma, and Q.-K. Xue, Thin Films of Magnetically Doped Topological Insulator with Carrier-Independent Long-Range Ferromagnetic Order, *Advanced Materials* **25**, 1065 (2013).
- [378] X. Kou, M. Lang, Y. Fan, Y. Jiang, T. Nie, J. Zhang, W. Jiang, Y. Wang, Y. Yao, L. He, and K. L. Wang, Interplay between Different Magnetisms in Cr-Doped Topological Insulators, *ACS Nano* **7**, 9205 (2013).
- [379] X. Kou, L. He, M. Lang, Y. Fan, K. Wong, Y. Jiang, T. Nie, W. Jiang, P. Upadhyaya, Z. Xing, Y. Wang, F. Xiu, R. N. Schwartz, and K. L. Wang, Manipulating Surface-Related Ferromagnetism in Modulation-Doped Topological Insulators, *Nano Letters* **13**, 4587 (2013).
- [380] C.-Z. Chang, W. Zhao, D. Y. Kim, H. Zhang, B. A. Assaf, D. Heiman, S.-C. Zhang, C. Liu, M. H. W. Chan, and J. S. Moodera, High-precision realization of robust quantum anomalous Hall state in a hard ferromagnetic topological insulator, *Nature Materials* **14**, 473 (2015).
- [381] Z. Jiang, F. Katmis, C. Tang, P. Wei, J. S. Moodera, and J. Shi, A comparative transport study of Bi_2Se_3 and Bi_2Se_3 /yttrium iron garnet, *Applied Physics Letters* **104**, 222409 (2014).
- [382] P. Wei, F. Katmis, B. A. Assaf, H. Steinberg, P. Jarillo-Herrero, D. Heiman, and J. S. Moodera, Exchange-Coupling-Induced Symmetry Breaking in Topological Insulators, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 186807 (2013).
- [383] Z. Jiang, C.-Z. Chang, C. Tang, P. Wei, J. S. Moodera, and J. Shi, Independent Tuning of Electronic Properties and Induced Ferromagnetism in Topological Insulators with Heterostructure Approach, *Nano Letters* **15**, 5835 (2015).

- [384] Z. Jiang, C.-Z. Chang, C. Tang, J.-G. Zheng, J. S. Moodera, and J. Shi, Structural and proximity-induced ferromagnetic properties of topological insulator-magnetic insulator heterostructures, *AIP Advances* **6**, 055809 (2016).
- [385] M. Nashaat, I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, Y. M. Shukrinov, I. R. Rahmonov, and K. Sengupta, Electrical control of magnetization in superconductor/ferromagnet/superconductor junctions on a three-dimensional topological insulator, *Phys. Rev. B* **100**, 054506 (2019).
- [386] C. Guarcello and F. Bergeret, Cryogenic Memory Element Based on an Anomalous Josephson Junction, *Phys. Rev. Applied* **13**, 034012 (2020).
- [387] I. Mihai Miron, G. Gaudin, S. Auffret, B. Rodmacq, A. Schuhl, S. Pizzini, J. Vogel, and P. Gambardella, Current-driven spin torque induced by the Rashba effect in a ferromagnetic metal layer, *Nature Materials* **9**, 230 (2010).
- [388] N. Satchell and N. O. Birge, Supercurrent in ferromagnetic Josephson junctions with heavy metal interlayers, *Phys. Rev. B* **97**, 214509 (2018).
- [389] N. Satchell, R. Loloee, and N. O. Birge, Supercurrent in ferromagnetic Josephson junctions with heavy-metal interlayers. II. Canted magnetization, *Phys. Rev. B* **99**, 174519 (2019).
- [390] K.-R. Jeon, X. Montiel, C. Ciccarelli, H. Kurebayashi, L. F. Cohen, S. Komori, M. G. Blamire, and J. W. Robinson, Tunable pure spin supercurrents and the demonstration of a superconducting spin-wave device, *Phys. Rev. X* **10**, 031020 (2020).
- [391] K.-R. Jeon, C. Ciccarelli, H. Kurebayashi, L. F. Cohen, S. Komori, J. W. Robinson, and M. G. Blamire, Abrikosov vortex nucleation and its detrimental effect on superconducting spin pumping in *Pt/Nb/Ni₈₀Fe₂₀/Nb/Pt* proximity structures, *Physical Review B* **99**, 144503 (2019).
- [392] K.-R. Jeon, C. Ciccarelli, H. Kurebayashi, L. F. Cohen, X. Montiel, M. Eschrig, S. Komori, J. W. A. Robinson, and M. G. Blamire, Exchange-field enhancement of superconducting spin pumping, *Phys. Rev. B* **99**, 024507 (2019).
- [393] K.-R. Jeon, C. Ciccarelli, H. Kurebayashi, L. F. Cohen, X. Montiel, M. Eschrig, T. Wagner, S. Komori, A. Srivastava, J. W. Robinson, and M. G. Blamire, Effect of Meissner Screening and Trapped Magnetic Flux on Magnetization Dynamics in Thick *Nb/Ni₈₀Fe₂₀/Nb* Trilayers, *Phys. Rev. Applied* **11**, 014061 (2019).
- [394] K.-R. Jeon, C. Ciccarelli, A. J. Ferguson, H. Kurebayashi, L. F. Cohen, X. Montiel, M. Eschrig, J. W. A. Robinson, and M. G. Blamire, Enhanced spin pumping into

- superconductors provides evidence for superconducting pure spin currents, *Nature Materials* **17**, 499 (2018).
- [395] I.V. Bobkova and A.M. Bobkov, Quasiclassical theory of magnetoelectric effects in superconducting heterostructures in the presence of spin-orbit coupling, *Physical Review B* **95**, 184518 (2017).
- [396] Z. Niu, A spin triplet supercurrent in half metal ferromagnet/superconductor junctions with the interfacial Rashba spin-orbit coupling, *Applied Physics Letters* **101**, 062601 (2012).
- [397] S. B. Chung, H.-J. Zhang, X.-L. Qi, and S.-C. Zhang, Topological superconducting phase and Majorana fermions in half-metal/superconductor heterostructures, *Physical Review B* **84**, 060510 (2011).
- [398] G. Tkachov, Magnetoelectric Andreev Effect due to Proximity-Induced Nonunitary Triplet Superconductivity in Helical Metals, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 016802 (2017).
- [399] S.-i. Hikino, Magnetization Reversal by Tuning Rashba Spin–Orbit Interaction and Josephson Phase in a Ferromagnetic Josephson Junction, *Journal of the Physical Society of Japan* **87**, 074707 (2018).
- [400] I. V. Tokatly, Usadel equation in the presence of intrinsic spin-orbit coupling: A unified theory of magnetoelectric effects in normal and superconducting systems, *Phys. Rev. B* **96**, 060502 (2017).
- [401] J. Robinson, A. Samokhvalov, and A. I. Buzdin, Chirality-controlled spontaneous currents in spin-orbit coupled superconducting rings, *Physical Review B* **99**, 180501 (2019).
- [402] X. Montiel and M. Eschrig, Generation of pure superconducting spin current in magnetic heterostructures via nonlocally induced magnetism due to Landau Fermi liquid effects, *Phys. Rev. B* **98**, 104513 (2018).
- [403] Э.И. Рашба, В.И. Шека, Симметрия энергетических зон в кристаллах типа вюрцита. II. Симметрия зон с учётом спиновых взаимодействий, *Физика тверд. тела*, **1(2)**, 162 (1959).
- [404] G. Bihlmayer, O. Rader, and R. Winkler, Focus on the Rashba effect, *New journal of physics* **17**, 050202 (2015).
- [405] G. Bihlmayer, Y. M. Koroteev, P. Echenique, E. Chulkov, and S. Blugel, The Rashba-effect at metallic surfaces, *Surface Science* **600**, 3888 (2006).

- [406] A. Manchon, H. C. Koo, J. Nitta, S. Frolov, and R. Duine, New perspectives for Rashba spin-orbit coupling, *Nature materials* **14**, 871 (2015).
- [407] F. Konschelle, I. V. Tokatly, and F. S. Bergeret, *Phys. Rev. B* **94**, 014515 (2016).
- [408] J. W. A. Robinson, J. D. S. Witt, and M. G. Blamire, Controlled Injection of Spin-Triplet Supercurrents into a Strong Ferromagnet, *Science* **329**, 59 (2010).
- [409] A. Singh, C. Jansen, K. Lahabi, and J. Aarts, High-Quality CrO_2 Nanowires for Dissipation-less Spintronics, *Physical Review X* **6**, 041012 (2016).
- [410] T. S. Khaire, M. A. Khasawneh, W. P. Pratt, Jr., and N. O. Birge, Observation of Spin-Triplet Superconductivity in Co-Based Josephson Junctions, *Physical Review Lett.* **104**, 137002 (2010).
- [411] A. Singh, S. Voltan, K. Lahabi, and J. Aarts, Colossal Proximity Effect in a Superconducting Triplet Spin Valve Based on the Half-Metallic Ferromagnet CrO_2 , *Physical Review X* **5**, 021019 (2015).
- [412] K. Lahabi, M. Amundsen, J. A. Ouassou, E. Beukers, M. Pleijster, J. Linder, P. Alkemade, and J. Aarts, Controlling supercurrents and their spatial distribution in ferromagnets, *Nature communications* **8**, 2056 (2017).
- [413] A. Iovan, T. Golod, and V. M. Krasnov, Controllable generation of a spin-triplet supercurrent in a Josephson spin valve, *Phys. Rev. B* **90**, 134514 (2014).
- [414] R. W. De Blois and W. De Sorbo, Surface Barrier in Type-II Superconductors, *Phys. Rev. Lett.* **12**, 499 (1964).
- [415] N. Banerjee, J. A. Ouassou, Y. Zhu, N. Stelmashenko, Controlling the superconducting transition by spin-orbit coupling, J. Linder, and M. G. Blamire, *Physical Review B* **97**, 184521 (2018).
- [416] S.-T. Lo, S.-W. Lin, Y.-T. Wang, S.-D. Lin, and C.-T. Liang, Spin-orbit-coupled superconductivity, *Scientific reports* **4**, 5438 (2014).
- [417] J. R. Eskilt, M. Amundsen, N. Banerjee, and J. Linder, Long-ranged triplet supercurrent in a single in-plane ferromagnet with spin-orbit coupled contacts to superconductors, *Phys. Rev. B* **100**, 224519 (2019).
- [418] H. Suominen, J. Danon, M. Kjaergaard, K. Flensberg, J. Shabani, C. Palmstrøm, F. Nichele, and C. Marcus, Anomalous Fraunhofer interference in epitaxial superconductor-semiconductor Josephson junctions, *Physical Review B* **95**, 035307 (2017).

- [419] M. Kemmler, M. Weides, M. Weiler, M. Opel, S. Goennenwein, A. Vasenko, A. A. Golubov, H. Kohlstedt, D. Koelle, R. Kleiner, *et al.*, Magnetic interference patterns in $0 - \pi$ superconductor/insulator/ferromagnet/superconductor Josephson junctions: Effects of asymmetry between 0 and π regions, *Physical Review B* **81**, 054522 (2010).
- [420] T. E. Golikova, F. Hubler, D. Beckmann, I. E. Batov, T. Y. Karminskaya, M. Y. Kupriyanov, A. A. Golubov, and V. V. Ryazanov, Double proximity effect in hybrid planar superconductor-(normal metal/ferromagnet)-superconductor structures, *Physical Review B* **86**, 064416 (2012).
- [421] J.-X. Zhu, Z. Nussinov, A. Shnirman, and A. V. Balatsky, Novel Spin Dynamics in a Josephson Junction, *Physical review letters* **92**, 107001 (2004).
- [422] M. Houzet, Ferromagnetic Josephson Junction with Precessing Magnetization, *Physical review letters* **101**, 057009 (2008).
- [423] A. F. Volkov and K. B. Efetov, Hybridization of Spin and Plasma Waves in Josephson Tunnel Junctions Containing a Ferromagnetic Layer, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 037003 (2009).
- [424] C. Holmqvist, S. Teber, and M. Fogelstrom, Nonequilibrium effects in a Josephson junction coupled to a precessing spin, *Phys. Rev. B* **83**, 104521 (2011).
- [425] T. Yokoyama and Y. Tserkovnyak, Tuning odd triplet superconductivity by spin pumping, *Physical Review B* **80**, 104416 (2009).
- [426] A. V. Balatsky, P. O. Sukhachov, and S. Bandyopadhyay, Quantum Pairing Time Orders, *Annalen der Physik* **532**, 1900529 (2020).
- [427] G. Aeppli, A. V. Balatsky, H. M. Rønnow, and N. A. Spaldin, Hidden, entangled and resonating order, *Nature Reviews Materials* **5**, 477 (2020).
- [428] L. Stojchevska, I. Vaskivskyi, T. Mertelj, P. Kusar, D. Svetin, S. Brazovskii, and D. Mihailovic, Ultrafast Switching to a Stable Hidden Quantum State in an Electronic Crystal, *Science* **344**, 177 (2014).
- [429] A. Ustinov and V. Kaplunenko, Rapid single-flux quantum logic using π -shifters, *Journal of Applied Physics* **94**, 5405 (2003).
- [430] A. Barone and G. Paterno, *Physics and applications of the Josephson effect* (Wiley, 1982).
- [431] E. Strambini, A. Iorio, O. Durante, R. Citro, C. Sanz-Fernandez, C. Guarcello, I. V. Tokatly, A. Braggio, M. Rocci, N. Ligato, V. Zannier, L. Sorba, F. S. Bergeret and F. Giazotto, A Josephson phase battery, *Nature Nanotechnology* **15**, 656 (2020).

- [432] K.-R. Jeon, C. Ciccarelli, H. Kurebayashi, J. Wunderlich, L. F. Cohen, S. Komori, J. W. A. Robinson, and M. G. Blamire, Spin-Pumping-Induced Inverse Spin Hall Effect in $Nb/Ni_{80}Fe_{20}$ Bilayers and its Strong Decay Across the Superconducting Transition Temperature *Physical Review Applied* **10**, 014029 (2018).
- [433] T. Wakamura, H. Akaike, Y. Omori, Y. Niimi, S. Takahashi, A. Fujimaki, S. Maekawa, and Y. Otani, Quasiparticle-mediated spin Hall effect in a superconductor, *Nature materials* **14**, 675 (2015).
- [434] T. Wang, W. Wang, Y. Xie, M. Warsi, J. Wu, Y. Chen, V. Lorenz, X. Fan, and J. Q. Xiao, Large spin Hall angle in vanadium film, *Scientific reports* **7**, 1 (2017).
- [435] Y. Niimi, M. Morota, D. H. Wei, C. Deranlot, M. Basletic, A. Hamzic, A. Fert, and Y. Otani, Extrinsic Spin Hall Effect Induced by Iridium Impurities in Copper, *Physical review letters* **106**, 126601 (2011).
- [436] R. Ramaswamy, Y. Wang, M. Elyasi, M. Motapothula, T. Venkatesan, X. Qiu, and H. Yang, Extrinsic Spin Hall Effect in $Cu_{1-x}Pt_x$, *Physical Review Applied* **8**, 024034 (2017).
- [437] C. Espedal, P. Lange, S. Sadjina, A. G. Malshukov, and A. Brataas, *Physical Review B* **95**, 054509 (2017).
- [438] C. Huang, I. V. Tokatly, and F. S. Bergeret, *Physical Review B* **98**, 144515 (2018).
- [439] J. Sinova, S. O. Valenzuela, J. Wunderlich, C. H. Back, and T. Jungwirth, Spin Hall effects, *Rev. Mod. Phys.* **87**, 1213 (2015).
- [440] A. Hoffmann, Spin Hall Effects in Metals, *IEEE transactions on magnetics* **49**, 5172 (2013).
- [441] M. B. Lifshits and M. I. Dyakonov, Swapping Spin Currents: Interchanging Spin and Flow Directions, *Physical review letters* **103**, 186601 (2009).
- [442] M. A. Silaev, I. V. Bobkova, and A. M. Bobkov, Odd triplet superconductivity induced by a moving condensate, *Physical Review B* **102**, 100507(R) (2020).
- [443] T. Yamashita, K. Tanikawa, S. Takahashi, and S. Maekawa, Superconducting π -Qubit with a Ferromagnetic Josephson Junction *Phys. Rev. Lett.* **95**, 097001 (2005).
- [444] A. V. Shcherbakova, K. G. Fedorov, K. V. Shulga, V. V. Ryazanov, V. V. Bolginov, V. A. Oboznov, S. V. Egorov, V. O. Shkolnikov, M. J. Wolf, D. Beckmann, and A. V. Ustinov, Fabrication and measurements of hybrid Nb/Al Josephson junctions and flux qubits with π -shifters, *Superconductor Science and Technology* **28**, 025009 (2015).

- [445] E. C. Gingrich, B. M. Niedzielski, J. A. Glick, Y. Wang, D. L. Miller, R. Loloee, W. P. Pratt Jr, and N. O. Birge, Controllable $0 - \pi$ Josephson junctions containing a ferromagnetic spin valve Nature Physics **12**, 564 (2016).
- [446] B. Bujnowski, R. Biele, and F. S. Bergeret, Switchable Josephson current in junctions with spin-orbit coupling, Phys. Rev. B **100**, 224518 (2019).
- [447] S. E. Barnes, J. Ieda, and S. Maekawa, Magnetic memory and current amplification devices using moving domain walls, Applied Physics Letters **89**, 122507 (2006).
- [448] V. Braude and Yu. V. Nazarov, Fully developed triplet proximity effect, Phys. Rev. Lett. **98**, 077003 (2007).
- [449] Jun-Feng Liu and K. S. Chan, Anomalous Josephson current through a ferromagnetic trilayer junction” Phys. Rev. B **82**, 184533 (2010).
- [450] M. Alidoust and J. Linder, ϕ -state and inverted Fraunhofer pattern in nonaligned Josephson junctions, Phys. Rev. B **87**, 060503 (2013).
- [451] S. Mironov and A. Buzdin, Triplet proximity effect in superconducting heterostructures with a half-metallic layer, Phys. Rev. B **92**, 184506 (2015).
- [452] M. Eschrig and T. Lofwander, Triplet supercurrents in clean and disordered half-metallic ferromagnets, Nature Physics **4**, 138 (2008).
- [453] Andreas Moor, Anatoly F. Volkov, and Konstantin B. Efetov, Chirality and spin transformation of triplet Cooper pairs upon interaction with singlet condensate, Phys. Rev. B **92**, 214510 (2015).
- [454] Andreas Moor, Anatoly F. Volkov, and Konstantin B. Efetov, Nematic versus ferromagnetic spin filtering of triplet Cooper pairs in superconducting spintronics, Phys. Rev. B **92**, 180506 (2015).
- [455] M. A. Silaev, I. V. Tokatly, and F. S. Bergeret, Anomalous current in diffusive ferromagnetic Josephson junctions, Phys. Rev. B **95**, 184508 (2017).
- [456] I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, and M. A. Silaev, Gauge theory of the long-range proximity effect and spontaneous currents in superconducting heterostructures with strong ferromagnets, Phys. Rev. B **96**, 094506 (2017).
- [457] D. S. Rabinovich, I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, and M. A. Silaev, Chirality selective spin interactions mediated by the moving superconducting condensate, Phys. Rev. B **98**, 184511 (2018).
- [458] G. Volovik, The Universe in a Helium Droplet (Oxford University press, 2003).

- [459] J. Dalibard, F. Gerbier, G. Juzelinas, and P. Ohberg, Colloquium: Artificial gauge potentials for neutral atoms, *Rev. Mod. Phys.* **83**, 1523 (2011).
- [460] N. Goldman, G. Juzelinas, P. Ohberg, and I. B. Spielman, Light-induced gauge fields for ultracold atoms, *Reports on Progress in Physics* **77**, 126401 (2014).
- [461] N. Nagaosa and Y. Tokura, Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions, *Nat. Nano.* **8**, 899 (2013).
- [462] Y. Aharonov and A. Stern, Origin of the geometric forces accompanying Berry's geometric potentials, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3593 (1992).
- [463] P. N. Hai, S. Ohya, M. Tanaka, S. E. Barnes, and S. Maekawa, Electromotive force and huge magnetoresistance in magnetic tunnel junctions, *Nature* **458**, 489 (2009).
- [464] P. Bruno, V. K. Dugaev, and M. Taillefumier, Topological Hall Effect and Berry Phase in Magnetic Nanostructures, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 096806 (2004).
- [465] A. Neubauer, C. Pfleiderer, B. Binz, A. Rosch, R. Ritz, P. G. Niklowitz, and P. Boni, Topological Hall Effect in the *A* Phase of MnSi, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 186602 (2009).
- [466] J. Zang, M. Mostovoy, J. H. Han, and N. Nagaosa, Dynamics of Skyrmion Crystals in Metallic Thin Films, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 136804 (2011).
- [467] T. Schulz, R. Ritz, A. Bauer, M. Halder, M. Wagner, C. Franz, C. Pfleiderer, K. Everschor, M. Garst, and A. Rosch, Emergent electrodynamics of skyrmions in a chiral magnet, *Nat. Phys.* **8**, 301 (2012).
- [468] D. Liang, J. P. DeGrave, M. J. Stolt, Y. Tokura, and S. Jin, Current-driven dynamics of skyrmions stabilized in MnSi nanowires revealed by topological Hall effect, *Nature Communications* **6**, 8217 (2015).
- [469] D. Loss, P. Goldbart, and A. V. Balatsky, Berry's phase and persistent charge and spin currents in textured mesoscopic rings, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1655 (1990).
- [470] D. Loss and P. M. Goldbart, Persistent currents from Berry's phase in mesoscopic systems, *Phys. Rev. B* **45**, 13544 (1992).
- [471] G. Tataru and H. Kohno, Permanent current from noncommutative spin algebra, *Phys. Rev. B* **67**, 113316 (2003).
- [472] G. Tataru and N. Garcia, Quantum Toys for Quantum Computing: Persistent Currents Controlled by the Spin Josephson Effect, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 076806 (2003).

- [473] L. P. Levy, G. Dolan, J. Dunsmuir, and H. Bouchiat, Magnetization of mesoscopic copper rings: Evidence for persistent currents, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2074 (1990).
- [474] A. C. Bleszynski-Jayich, W. E. Shanks, B. Peaudecerf, E. Ginossar, F. von Oppen, L. Glazman, and J. G. E. Harris, Persistent Currents in Normal Metal Rings, *Science* **326**, 272 (2009).
- [475] M. Buttiker, Y. Imry, and M. Y. Azbel, Quantum oscillations in one-dimensional normal-metal rings, *Phys. Rev. A* **30**, 1982 (1984).
- [476] H.-F. Cheung, E. K. Riedel, and Y. Gefen, Persistent Currents in Mesoscopic Rings and Cylinders, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 587 (1989).
- [477] K. Y. Bliokh and Y. P. Bliokh, Spin gauge fields: From Berry phase to topological spin transport and Hall effects, *Annals of Physics* **319**, 13 (2005)
- [478] H. Meng, A. V. Samokhvalov, and A. I. Buzdin, Nonuniform superconductivity and Josephson effect in a conical ferromagnet, *Phys. Rev. B* **99**, 024503 (2019).
- [479] A. Di Bernardo, S. Diesch, Y. Gu, J. Linder, G. Divitini, C. Ducati, E. Scheer, M. G. Blamire, and J. W. A. Robinson, Signature of magnetic-dependent gapless odd frequency states at superconductor/ferromagnet interfaces, *Nature Comm.* **6**, 8053 (2015).
- [480] N. Satchell, J. D. S. Witt, M. G. Flokstra, S. L. Lee, J. F. K. Cooper, C. J. Kinane, S. Langridge, and G. Burnell, Control of Superconductivity with a Single Ferromagnetic Layer in Niobium/Erbium Bilayers, *Phys. Rev. Applied* **7**, 044031 (2017).
- [481] A. Brataas, A. D. Kent, and H. Ohno, Current-induced torques in magnetic materials, *Nature Materials* **11**, 372 (2012).
- [482] N. Locatelli, V. Cros, and J. Grollier, Spin-torque building blocks, *Nature Materials* **13**, 11 (2014).
- [483] E. Chen, D. Apalkov, Z. Diao, A. Driskill-Smith, D. Druist, D. Lottis, V. Nikitin, X. Tang, S. Watts, S. Wang, S. A. Wolf, A. W. Ghosh, J. W. Lu, S. J. Poon, M. Stan, W. H. Butler, S. Gupta, C. K. A. Mewes, T. Mewes, and P. B. Visscher, Advances and Future Prospects of Spin-Transfer Torque Random Access Memory, *IEEE Transactions on Magnetics* **46**, 1873 (2010).
- [484] A. Yamaguchi, S. Nasu, H. Tanigawa, T. Ono, K. Miyake, K. Mibu, and T. Shinjo, Effect of Joule heating in current-driven domain wall motion, *Appl. Phys. Lett.* **86**, 012511 (2005).

- [485] J. A. Katine, F. J. Albert, R. A. Buhrman, E. B. Myers, and D. C. Ralph, Current-Driven Magnetization Reversal and Spin-Wave Excitations in Co/Cu/Co Pillars, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3149 (2000).
- [486] E. B. Myers, D. C. Ralph, J. A. Katine, R. N. Louie, and R. A. Buhrman, Current-Induced Switching of Domains in Magnetic Multilayer Devices, *Science* **285**, 867 (1999).
- [487] Y. Huai, F. Albert, P. Nguyen, M. Pakala, and T. Valet, Observation of spin-transfer switching in deep submicron-sized and low-resistance magnetic tunnel junctions, *Appl. Phys. Lett.* **84**, 3118 (2004).
- [488] W.-G. Wang, M. Li, S. Hageman, and C. L. Chien, Electric-field-assisted switching in magnetic tunnel junctions, *Nature Materials* **11**, 64 (2011).
- [489] S. S. P. Parkin, M. Hayashi, and L. Thomas, Magnetic Domain-Wall Racetrack Memory, *Science* **320**, 190 (2008).
- [490] M. Hayashi, L. Thomas, R. Moriya, C. Rettner, and S. S. P. Parkin, *Science* **320**, 209 (2008).
- [491] D. A. Allwood, *Science* **309**, 1688 (2005).
- [492] N. Vernier, D. A. Allwood, D. Atkinson, M. D. Cooke, and R. P. Cowburn, Domain wall propagation in magnetic nanowires by spin-polarized current injection, *Europhys. Lett.* **65**, 526 (2004).
- [493] A. Yamaguchi, T. Ono, S. Nasu, K. Miyake, K. Mibu, and T. Shinjo, Real-Space Observation of Current-Driven Domain Wall Motion in Submicron Magnetic Wires, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 077205 (2004).
- [494] S. Zhang and Z. Li, Roles of Nonequilibrium Conduction Electrons on the Magnetization Dynamics of Ferromagnets, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 127204 (2004).
- [495] G. Tatara and H. Kohno, Theory of Current-Driven Domain Wall Motion: Spin Transfer versus Momentum Transfer, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 086601 (2004).
- [496] A. Thiaville, Y. Nakatani, J. Miltat, and Y. Suzuki, Micromagnetic understanding of current-driven domain wall motion in patterned nanowires, *Europhys. Lett.* **69**, 990 (2005).
- [497] K. Obata and G. Tatara, Current-induced domain wall motion in Rashba spin-orbit system, *Phys. Rev. B* **77**, 214429 (2008).

- [498] I. M. Miron, T. Moore, H. Szambolics, L. D. BudaPrejbeanu, S. Auffret, B. Rodmacq, S. Pizzini, J. Vogel, M. Bonfim, A. Schuhl, and G. Gaudin, Fast current-induced domain-wall motion controlled by the Rashba effect, *Nature Materials* **10**, 419 (2011).
- [499] J. Iwasaki, M. Mochizuki, and N. Nagaosa, Universal current-velocity relation of skyrmion motion in chiral magnets, *Nature Communications* **4**, 1463 (2013).
- [500] A. Fert, V. Cros, and J. Sampaio, Skyrmions on the track, *Nat. Nano* **8**, 152 (2013).
- [501] Z. Nussinov, A. Shnirman, D. P. Arovas, A. V. Balatsky, and J. X. Zhu, Spin and spin-wave dynamics in Josephson junctions, *Phys. Rev. B* **71**, 214520 (2005).
- [502] X. Waintal and P. W. Brouwer, Magnetic exchange interaction induced by a Josephson current, *Phys. Rev. B* **65**, 054407 (2002).
- [503] J. Linder and T. Yokoyama, Supercurrent-induced magnetization dynamics in a Josephson junction with two misaligned ferromagnetic layers, *Phys. Rev. B* **83**, 012501 (2011).
- [504] K. Halterman and M. Alidoust, Josephson currents and spin-transfer torques in ballistic SFSFS nanojunctions, *Supercond. Sci. Technol.* **29**, 055007 (2016).
- [505] J. Linder, A. Brataas, Z. Shomali, and M. Zareyan, Spin-Transfer and Exchange Torques in Ferromagnetic Superconductors, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 237206 (2012).
- [506] R. Takashima, S. Fujimoto, and T. Yokoyama, Adiabatic and nonadiabatic spin torques induced by a spin-triplet supercurrent, *Phys. Rev. B* **96**, 121203 (2017).
- [507] L. Berger, Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current, *Phys. Rev. B* **54**, 9353 (1996).
- [508] J. C. Slonczewski, Current-driven excitation of magnetic multilayers, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* **159**, L1 (1996).
- [509] T. Koyama, D. Chiba, K. Ueda, K. Kondou, H. Tanigawa, S. Fukami, T. Suzuki, N. Ohshima, N. Ishiwata, Y. Nakatani, K. Kobayashi, and T. Ono, Observation of the intrinsic pinning of a magnetic domain wall in a ferromagnetic nanowire, *Nature Materials* **10**, 194 (2011).
- [510] P. Gambardella and I. M. Miron, Current-induced spin-orbit torques, *Philos Transact A Math Phys Eng Sci* **369**, 3175 (2011).
- [511] I. Garate, K. Gilmore, M. D. Stiles, and A. H. MacDonald, Nonadiabatic spin-transfer torque in real materials, *Phys. Rev. B* **79**, 104416 (2009).

- [512] I. Z. Evgeny Y. Tsymbal, *Handbook of Spin Transport and Magnetism* (CRC Press, 2016).
- [513] W. M. Martinez, W. P. Pratt Jr., and N. O. Birge, Amplitude Control of the Spin-Triplet Supercurrent in S/F/S Josephson Junctions, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 077001 (2016).
- [514] J. D. S. Witt, J. W. A. Robinson, and M. G. Blamire, Josephson junctions incorporating a conical magnetic holmium interlayer, *Phys. Rev. B* **85**, 184526 (2012).
- [515] A. Mougin, M. Cormier, J. P. Adam, P. J. Metaxas, and J. Ferre, Domain wall mobility, stability and Walker breakdown in magnetic nanowires, *Europhysics Letters* **78**, 57007 (2007).
- [516] X. Zou and G. Xiao, Magnetic domain configurations of epitaxial chromium dioxide (CrO₂) nanostructures, *Appl. Phys. Lett.* **91**, 113512 (2007).
- [517] T. Kasuya, A Theory of Metallic Ferro- and Antiferromagnetism on Zener's Model , *Progress of Theoretical Physics* **16**, 45 (1956).
- [518] K. Yosida, Magnetic Properties of Cu-Mn Alloys, *Phys. Rev.* **106**, 893 (1957).
- [519] T. Moriya, Anisotropic Superexchange Interaction and Weak Ferromagnetism, *Phys. Rev.* **120**, 91 (1960).
- [520] I. Dzyaloshinsky, A thermodynamic theory of "weak" ferromagnetism of antiferromagnetics Author links open overlay panel.I. Dzyaloshinsky, *Journal of Physics and Chemistry of Solids* **4**, 241 (1958).
- [521] A. Crpieux and C. Lacroix, Dzyaloshinsky–Moriya interactions induced by symmetry breaking at a surface, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* **182**, 341 (1998).
- [522] J. Han, *Skyrmions in Condensed Matter* , Springer Tracts in Modern Physics (Springer International Publishing, 2017).
- [523] L. U. H. Yu, Bound state in superconductors with paramagnetic impurities, *Acta Physica Sinica* **21**, 75 (1965).
- [524] H. Shiba, Classical Spins in Superconductors, *Progress of Theoretical Physics* **40**, 435 (1968).
- [525] A.I. Rusinov, Superconductivity near a Paramagnetic Impurity, *JETP* **9**, 85 (1969), [*ZhETF*, **56**, 2047, (1969)].

- [526] Y. V. Fominov, M. Houzet, and L. I. Glazman, Surface impedance of superconductors with weak magnetic impurities, *Phys. Rev. B* **84**, 224517 (2011).
- [527] A. V. Balatsky, I. Vekhter, and J.-X. Zhu, Impurity-induced states in conventional and unconventional superconductors, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 373 (2006).
- [528] I. Martin and A. F. Morpurgo, Majorana fermions in superconducting helical magnets, *Phys. Rev. B* **85**, 144505 (2012).
- [529] M. Kjaergaard, K. Wolms, and K. Flensberg, Majorana fermions in superconducting nanowires without spin-orbit coupling, *Phys. Rev. B* **85**, 020503 (2012).
- [530] T.-P. Choy, J. M. Edge, A. R. Akhmerov, and C. W. J. Beenakker, Majorana fermions emerging from magnetic nanoparticles on a superconductor without spin-orbit coupling, *Phys. Rev. B* **84**, 195442 (2011).
- [531] K. Poyhonen, A. Weststrom, J. Rontynen, and T. Ojanen, Majorana states in helical Shiba chains and ladders, *Phys. Rev. B* **89**, 115109 (2014).
- [532] M. M. Vazifeh and M. Franz, Self-Organized Topological State with Majorana Fermions *Phys. Rev. Lett.* **111**, 206802 (2013).
- [533] B. Braunecker and P. Simon, Interplay between Classical Magnetic Moments and Superconductivity in Quantum One-Dimensional Conductors: Toward a Self-Sustained Topological Majorana Phase, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 147202 (2013).
- [534] J. Klinovaja, P. Stano, A. Yazdani, and D. Loss, Topological Superconductivity and Majorana Fermions in RKKY Systems, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 186805 (2013).
- [535] S. Nakosai, Y. Tanaka, and N. Nagaosa, Two-dimensional p-wave superconducting states with magnetic moments on a conventional s-wave superconductor, *Phys. Rev. B* **88**, 180503 (2013).
- [536] S. Nadj-Perge, I. K. Drozdov, B. A. Bernevig, and A. Yazdani, Proposal for realizing Majorana fermions in chains of magnetic atoms on a superconductor, *Phys. Rev. B* **88**, 020407 (2013).
- [537] F. Pientka, L. I. Glazman, and F. von Oppen, Unconventional topological phase transitions in helical Shiba chains, *Phys. Rev. B* **89**, 180505 (2014).
- [538] F. Pientka, L. I. Glazman, and F. von Oppen, Topological superconducting phase in helical Shiba chains, *Phys. Rev. B* **88**, 155420 (2013).
- [539] A. Yazdani, B. A. Jones, C. P. Lutz, M. F. Crommie, and D. M. Eigler, Probing the Local Effects of Magnetic Impurities on Superconductivity, *Science* **275**, 1767 (1997).

- [540] M. Lee, Y. Onose, Y. Tokura, and N. P. Ong, Hidden constant in the anomalous Hall effect of high-purity magnet MnSi, *Phys. Rev. B* **75**, 172403 (2007).
- [541] F. Jonietz, S. Muhlbauer, C. Pfleiderer, A. Neubauer, W. Munzer, A. Bauer, T. Adams, R. Georgii, P. Bni, R. A. Duine, K. Everschor, M. Garst, and A. Rosch, Spin Transfer Torques in MnSi at Ultralow Current Densities, *Science* **330**, 1648 (2010).
- [542] M. S. Kalenkov, A. D. Zaikin, and V. T. Petrashov, Triplet Superconductivity in a Ferromagnetic Vortex, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 087003 (2011).
- [543] T. Yokoyama and J. Linder, Josephson effect through magnetic skyrmions, *Phys. Rev. B* **92**, 060503 (2015).
- [544] Y. Ishikawa, G. Shirane, J. A. Tarvin, and M. Kohgi, Magnetic excitations in the weak itinerant ferromagnet MnSi, *Phys. Rev. B* **16**, 4956 (1977).
- [545] C. Pfleiderer, S. R. Julian, and G. G. Lonzarich, Non-Fermi-liquid nature of the normal state of itinerant-electron ferromagnets, *Nature* **414**, 427 (2001).
- [546] M. Uchida, Y. Onose, Y. Matsui, and Y. Tokura, Real-space observation of helical spin order, *Science* **311**, 359 (2006).
- [547] M. A. Silaev, θ_0 -thermal Josephson junction, *Phys. Rev. B* **96**, 064519 (2017).
- [548] M. Heide, G. Bihlmayer, and S. Blugel, Dzyaloshinskii-Moriya interaction accounting for the orientation of magnetic domains in ultrathin films: Fe/W(110), *Phys. Rev. B* **78**, 140403 (2008).
- [549] A. Thiaville, S. Rohart, E. Jue, V. Cros, and A. Fert, Dynamics of Dzyaloshinskii domain walls in ultrathin magnetic films, *Europhys. Lett.* **100**, 57002 (2012).
- [550] S. Emori, U. Bauer, S.-M. Ahn, E. Martinez, and G. S. D. Beach, Current-driven dynamics of chiral ferromagnetic domain walls, *Nat. Mater.* **12**, 611 (2013).
- [551] A. A. Abrikosov, On the Magnetic properties of superconductors of the second group, *Soviet Phys. JETP* **6**, 1174 (1957) [*Zh. Eksperim. i Teoret. Fiz.* **32**, 1442 (1957)].
- [552] Y. B. Kim, C. F. Hempstead, and A. R. Strnad, Flux-Flow Resistance in Type-II Superconductors, *Phys. Rev.* **139**, A1163 (1965).
- [553] J. Bardeen and M. J. Stephen, Theory of the Motion of Vortices in Superconductors, *Phys. Rev.* **140**, A1197 (1965).
- [554] L. P. Gorkov and N. B. Kopnin, Vortex motion and resistivity of type-II superconductors in a magnetic field, *Soviet Physics Uspekhi* **18**, 496 (1975).

- [555] J. Frohlich and U. M. Studer, Gauge invariance and current algebra in nonrelativistic many-body theory, *Rev. Mod. Phys.* **65**, 733 (1993).
- [556] A. Rebei and O. Heinonen, Spin currents in the Rashba model in the presence of nonuniform fields, *Phys. Rev. B* **73**, 153306 (2006).
- [557] P.-Q. Jin, Y.-Q. Li, and F.-C. Zhang, $SU(2) \times U(1)$ unified theory for charge, orbit and spin currents, *J. Phys. A* **39**, 7115 (2006).
- [558] P.-Q. Jin and Y.-Q. Li, Generalized Kubo formula for spin transport: A theory of linear response to non-Abelian fields, *Phys. Rev. B* **74**, 085315 (2006).
- [559] B. A. Bernevig, J. Orenstein, and S.-C. Zhang, Exact $SU(2)$ Symmetry and Persistent Spin Helix in a Spin-Orbit Coupled System, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 236601 (2006).
- [560] N. Hatano, R. Shirasaki, and H. Nakamura, Non-Abelian gauge field theory of the spin-orbit interaction and a perfect spin filter, *Phys. Rev. A* **75**, 032107 (2007).
- [561] I. V. Tokatly, Equilibrium Spin Currents: Non-Abelian Gauge Invariance and Color Diamagnetism in Condensed Matter, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 106601 (2008).
- [562] K. W. Kim, J. H. Moon, K. J. Lee, and H. W. Lee, Prediction of Giant Spin Motive Force due to Rashba Spin-Orbit Coupling, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 217202 (2012).
- [563] G. Tatara, N. Nakabayashi, and K. J. Lee, Spin motive force induced by Rashba interaction in the strong s-d coupling regime, *Phys. Rev. B* **87**, 054403 (2013).
- [564] Y. Yamane, J. Ieda, and S. Maekawa, Spinmotive force with static and uniform magnetization induced by a time-varying electric field, *Phys. Rev. B* **88**, 014430 (2013).
- [565] W. C. Stewart, Current-Voltage Characteristics of Josephson Junctions, *Appl. Phys. Lett.* **12**, 277 (1968).
- [566] D. E. McCumber, Effect of ac Impedance on dc Voltage-Current Characteristics of Superconductor Weak-Link Junctions, *J. Appl. Phys.* **39**, 3113 (1968).
- [567] R. L. Kautz and John M. Martinis, Noise-affected I-V curves in small hysteretic Josephson junctions, *Phys. Rev. B* **42**, 9903 (1990).
- [568] T. Golod, O.M. Kapran, and V.M. Krasnov, Planar Superconductor-Ferromagnet-Superconductor Josephson Junctions as Scanning-Probe Sensors, *Phys. Rev. Applied* **11**, 014062 (2019).
- [569] Y. Tserkovnyak and C. H. Wong, Theory of spin magnetohydrodynamics, *Phys. Rev. B* **79**, 014402 (2009).

- [570] S. Shapiro, Josephson Currents in Superconducting Tunneling: The Effect of Microwaves and Other Observations, *Phys. Rev. Lett.* **11**, 80 (1963).
- [571] C. C. Grimes and S. Shapiro, Millimeter-Wave Mixing with Josephson Junctions, *Phys. Rev.* **169**, 397 (1968).
- [572] A. Manchon and S. Zhang, Theory of nonequilibrium intrinsic spin torque in a single nanomagnet, *Phys. Rev. B* **78**, 212405 (2008).
- [573] A. Manchon and S. Zhang, Theory of spin torque due to spin-orbit coupling, *Phys. Rev. B* **79**, 094422 (2009).
- [574] K. Garello, I. M. Miron, C. O. Avci, F. Freimuth, Y. Mokrousov, S. Blgel, S. Auffret, O. Boule, G. Gaudin, and P. Gambardella, Symmetry and magnitude of spin-orbit torques in ferromagnetic heterostructures, *Nature Nanotechnology* **8**, 587 (2013).
- [575] A. Chernyshov, M. Overby, X. Liu, J. K. Furdyna, Y. Lyanda-Geller, and L. P. Rokhinson, Evidence for reversible control of magnetization in a ferromagnetic material by means of spin-orbit magnetic field, *Nature Physics* **5**, 656 (2009).
- [576] A. S. Melnikov, A. V. Samokhvalov, S. M. Kuznetsova, and A. I. Buzdin, Interference Phenomena and Long-Range Proximity Effect in Clean Superconductor-Ferromagnet Systems, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 237006 (2012).
- [577] Z. Li and S. Zhang, Domain-Wall Dynamics and Spin-Wave Excitations with Spin-Transfer Torques, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 207203 (2004).
- [578] X. Hao, J. S. Moodera, and R. Meservey, Thin-film superconductor in an exchange field, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 1342 (1991).
- [579] Y. M. Xiong, S. Stadler, P. W. Adams, and G. Catelani, Spin-Resolved Tunneling Studies of the Exchange Field in EuS/Al Bilayers, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 247001 (2011).
- [580] L. N. Bulaevskii, A. I. Rusinov, and M. Kubic, Helical ordering of spins in a superconductor, *Journal of Low Temperature Physics* **39**, 255 (1980).
- [581] A. I. Buzdin, A. S. Melnikov, and N. Pugach, Domain walls and long-range triplet correlations in SFS Josephson junctions, *Phys. Rev. B* **83**, 144515 (2011).