

“Оптические свойства проводников и диэлектриков”

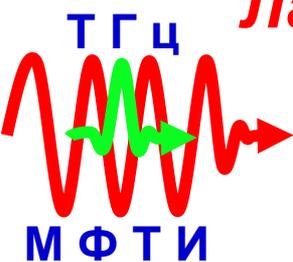


Горшунов Борис Петрович

bpgorshunov@gmail.com

лаб. 130, 125а ЛК

Лаборатория терагерцовой спектроскопии

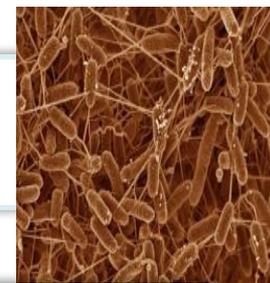


Физика конденсированного состояния

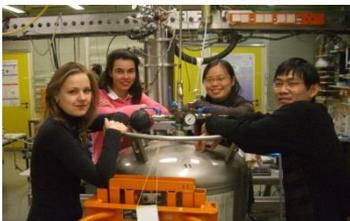
- Коллективные электронные эффекты (сверхпроводимость, мультиферроики, сегнетоэлектрики, ...).
- Нанofизика.
- Фазовые переходы.

Биофизика

- Механизмы электронной/ионной проводимости в биосистемах.
- Роль воды в биосистемах.



International cooperation



Терагерцовое излучение в образовательном процессе

- Эксперименты:
 - Интерферометр Фабри-Перо.
 - Дифракционная решетка.
 - Преобразователь поляризации.
 - Диэлектрические свойства материалов.
- Разработка новых экспериментов.
- Разработка софтов.



“Оптические свойства проводников и диэлектриков”

Электродинамический взгляд на различные материалы:

- **не**проводники (диэлектрики)
- проводники
- **полу**проводники
- **сверх**проводники

*Микроскопика,
квантовая механика,
статистика,
формулы,
...*

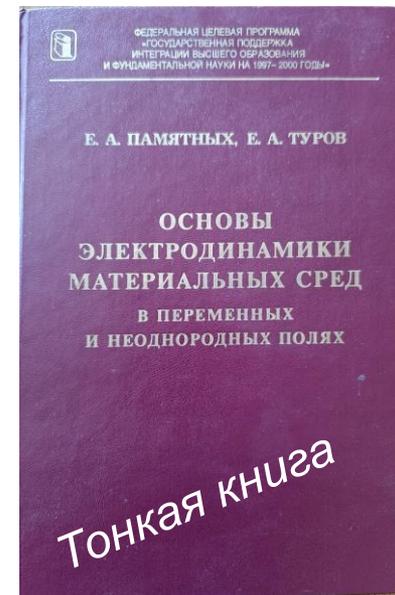
*«Феноменология»,
иллюстративность*

*10-45
По четвергам
ЛК 226.5*

- 1. Уравнения Максвелла** и материальные уравнения. [1,6,...].
- Временная и пространственная дисперсии. [1].
- Свойства тензора диэлектрической проницаемости (соотношения симметрии Онсагера, функции линейной реакции и их Фурье-компонент, соотношения Крамерса-Кронига). [1,2].
- Нормальные электромагнитные волны в среде с дисперсией (закон дисперсии и поляризация волн, декремент затухания волн и глубина затухания волн, комплексный показатель преломления, изотропные и анизотропные среды, энергия электромагнитного поля в среде с дисперсией). [1,2].
- Неполярные **диэлектрики** (модель упруго связанных электронов, диэлектрическая проницаемость в периодическом поле, поглощение и аномальная дисперсия, локальное электрическое поле в поляризованной среде, поправка Лоренц-Лоренца). [1].
- Полярные диэлектрики (дебаевская теория диэлектрической релаксации, релаксационный максимум поглощения). [1].
- 7. Проводники** в переменных полях (модель Друде-Лоренца, диэлектрическая проницаемость и проводимость в переменном поле). [1,2,3].
- Динамическая проводимость (свободные электроны в переменном электрическом поле, диэлектрическая функция проводящих кристаллов, плазменный резонанс, правило сумм). [1,2,3].
- Оптические свойства проводников (комплексный показатель преломления для проводящих сред, низкочастотная область и скин-эффект, промежуточные частоты и ленгмюровская экранировка, высокочастотная область, плазменные колебания, коэффициент отражения, формула Хагена-Рубенса). [1,2,3].
- Скин-эффект в проводниках: нормальный и аномальный скин-эффект, поверхностный импеданс, импеданс вещества. [1,2,3].
- Оптические свойства **полупроводников** (механизмы поглощения, особенности Ван Хофа). [4,2].
- Оптические свойства **сверхпроводников** (энергетическая щель, температурное поведение спектров динамической проводимости, двухжидкостная модель сверхпроводимости, плазмонные возбуждения в **высокотемпературных сверхпроводниках**, оптические свойства тонких сверхпроводящих плёнок, правило сумм для сверхпроводников). [1,2,5].
- Оптические свойства **многослойных структур**. Отражение и прохождение волн на границе раздела двух сред. Коэффициенты пропускания, отражения, поглощения плоско-параллельной пластины и многослойных структур. Оптические свойства тонких проводящих и сверхпроводящих плёнок.
- 14. Тонкие металлические плёнки**. Согласование двух сред металлическими плёнками. [6,2, 7,8].
- 15. Экспериментальные методы** оптической спектроскопии твёрдых тел. [2,5].
- 16. Экскурсия в лабораторию ТГц спектроскопии?**

Основная литература:

1. **Е.А.Памятных, Е.А.Туров, «Основы электродинамики материальных сред в переменных и неоднородных полях», - М.: Физматлит, 2000.**
2. **M. Dressel and G. Gruner, *Electrodynamics of Solids*. Cambridge University Press, Cambridge, 2002.**
3. **Б.Горшунов. Диссертация.**
4. Гроссе П. Свободные электроны в твердых телах, М, Мир, 1982.
5. Горбачев В. В., Спицына Л. Г. Физика полупроводников и металлов. Металлургия. 1976г.
6. В.В.Никольский. Электродинамика и распространение радиоволн. Наука. 1978.
7. Каплан А.Е. Об отражательной способности металлических пленок в СВЧ- и радиодиапазоне. Радиотехника и электроника. – 1964. – №10. – С. 15-21.
8. Н.И.Калитиевский. Волновая оптика. Высшая школа, 1978.



Дополнительная литература:

1. Ю.Питер, М.Кардона, «Основы физики полупроводников», гл. 6, 7, - М.: Физматлит, 2002.
2. Ч.Киттель, «Введение в физику твёрдого тела», гл.11 – 14, 18, - М.: Наука, 1978.
3. Ф.Блатт, «Физика электронов проводимости в твердых телах», гл.10, - М.: Мир, 1971.
4. А.В.Соколов, Оптические свойства металлов, ГИФМЛ, Москва (1961).
5. M. S. Dresselhaus. SOLID STATE PHYSICS. PART II. Optical Properties of Solids.
6. F. Wooten, Optical Properties of Solids, Academic Press, 1972.
7. M.Fox. Optical properties of solids. Oxford University Press. 2001.
8. Tinkham M. Introduction to superconductivity (2ed., MGH, 1996).

Уравнения Максвелла и материальные уравнения.

Временная и пространственная дисперсии.

Полная система уравнений классической электродинамики

19 век, сформулированы в 1873 году

Электрический ток (\mathbf{j}, t) , заряды $(\rho, t) \iff$ поля $\mathbf{E}, \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$

вакуум, среда

Джеймс Клерк Максвелл

1831-1879

48 лет всего!

Основные работы

Maxwell J. C. On Faraday's Lines of Force // Transactions of the Cambridge Philosophical Society. 1856. V. 10. № 1. P. 155.

Maxwell J. C. On Physical Lines of Force // Philosophical Magazine : Ser. 4. 1861, 1862. V. 11, 13. P. 161—175, 281—291, 338—347; 12—23, 85—95.

Maxwell J. C. A dynamical theory of the electromagnetic field. // Philosophical Transactions of the Royal Society of London 1865, V. 155: P. 459—512.

Обобщение экспериментального опыта

Ш.Кулон: взаимодействие между электр. зарядами

Г.Х.Эрстед: ток в проводнике создаёт магнитное поле.

Ж.-Б.Био, Ф.Савар: выражение для магнитной индукции, создаваемой током.

А.М.Ампер: взаимодействие проводников с током.

М.Фарадей: ток в проводнике, движущимся в магнитном поле.

Это – основные **постулаты**, не подлежащие доказательству.

Аналогия с законами Ньютона классической механики (*материальные тела*).

«Оправдание» – совокупность экспериментальных наблюдений.

МИКРОСКОПИЧЕСКИЕ (μ) уравнения Максвелла

В точке r в момент t

Дивергенция
скаляр

$$\nabla \bullet h = \text{div} h$$

$$\nabla \bullet h = \frac{\partial h_x}{\partial x} + \frac{\partial h_y}{\partial y} + \frac{\partial h_z}{\partial z}$$

Ротор
вектор

$$\nabla \times h = \text{rot} h$$

Компоненты:
 $(\nabla \times h)_x = \nabla_z h_y - \nabla_y h_z$

$$\begin{aligned} \text{div } \mathbf{E}_\mu &= 4\pi\rho_\mu, \\ \text{rot } \mathbf{B}_\mu &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}_\mu}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_\mu, \\ \text{div } \mathbf{B}_\mu &= 0, \\ \text{rot } \mathbf{E}_\mu &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}_\mu}{\partial t}. \end{aligned}$$

← Электр. заряд – источник электр. поля.

← а) токи ↔ магнитное поле;
 б) нет $B \rightarrow$ нет токов

← магнитных зарядов нет.

← $E=0 \rightarrow B=\text{const}$; или $\partial B/\partial t \neq 0 \rightarrow E \neq 0$

« μ » - микроскопика

ИНТЕГРАЛЬНАЯ форма записи уравнений Максвелла

Теорема Гаусса

Теорема Стокса

$$\oint_S a_n dS = \int_V \text{div} a dV \quad \oint_l a_l dl = \int_S \text{rot}_n a dS$$

$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = 4\pi Q$ - поток эл. индукции через поверхность S = заряду внутри этой поверхности

$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0$ - нет магнитных зарядов (поток = 0)

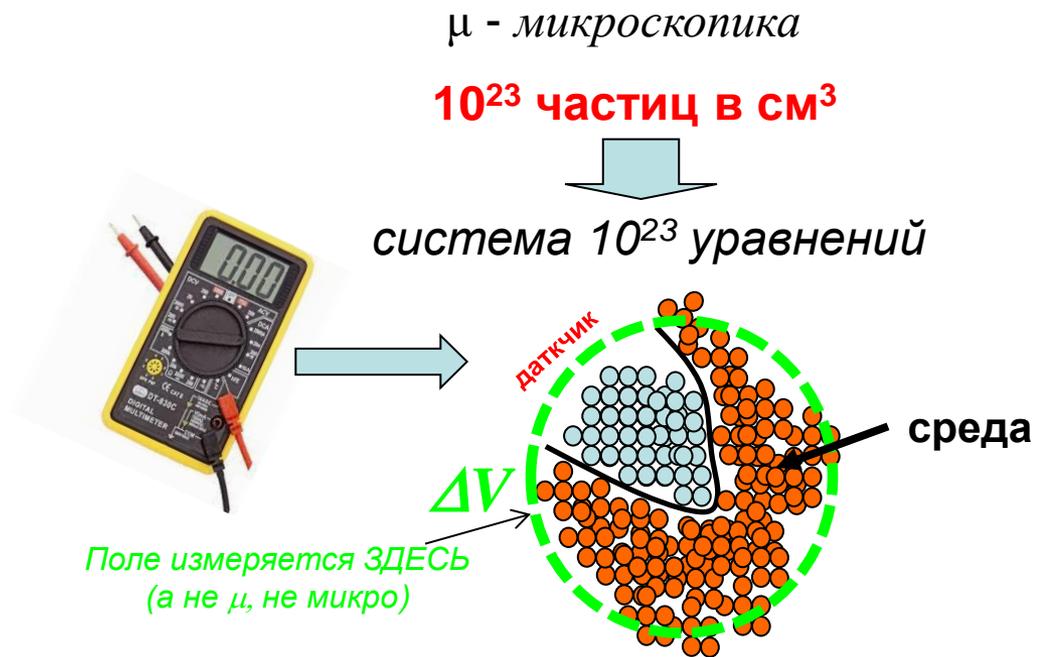
$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{1}{c} \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$ - циркуляции эл. поля вдоль контура =
 - d/dt потока магнитной индукции через S

$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \frac{4\pi}{c} I + \frac{1}{c} \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s}$...=0, стационарный случай...
 - циркуляция магнитного поля на замкнутом контуре l = току зарядов через S + изменение со временем потока D через S

Связь тока и маг. поля

МИКРОСКОПИЧЕСКИЕ уравнения Максвелла-Лоренца

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{E}_\mu &= 4\pi\rho_\mu, \\ \operatorname{rot} \mathbf{B}_\mu &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}_\mu}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_\mu, \\ \operatorname{div} \mathbf{B}_\mu &= 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E}_\mu &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}_\mu}{\partial t}. \end{aligned}$$



Реально измеряются **МАКРО**-характеристики – усреднение по r и t

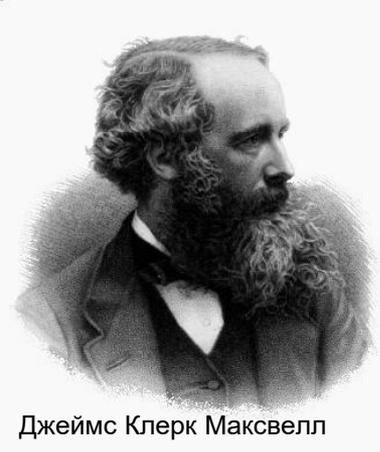
Размер датчика $\xrightarrow{\quad}$ $\langle \varphi_\mu(\mathbf{r}) \rangle_V = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} \varphi_\mu(\mathbf{r} + \mathbf{r}') d\mathbf{r}'$,
 $\approx (\Delta V)^{1/3}$

Инерционность датчика:

$\varphi \Rightarrow E, B, \rho, j$

Время срабатывания датчика $\Delta t \xrightarrow{\quad}$ $\langle \varphi_\mu(t) \rangle_t = \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} \varphi_\mu(t + t') dt'$

Усреднение: Неучёт «**мелких**» объектов и «**быстрых**» событий



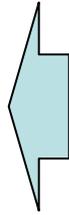
Джеймс Клерк Максвелл

1831-1879

Англия

**Заряды
и
токи
Максвелла**

Макро \Rightarrow Микро



$$\langle \varphi_{\mu}(\mathbf{r}) \rangle_V = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} \varphi_{\mu}(\mathbf{r} + \mathbf{r}') d\mathbf{r}',$$

$$\langle \varphi_{\mu}(t) \rangle_t = \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} \varphi_{\mu}(t + t') dt',$$



Хендрик Антон Лоренц

1853-1928

Голландия

Связь МАКРО-свойств УМ с микроструктурой (атомы, молекулы, ядра, ...): Лоренц – электронная теория Лоренца:

1. Вещество имеет атомистическую структуру — т. е. состоит из дискретных неделимых элементарных зарядов (как отрицательных, так и положительных), равных или кратных заряду электрона. Эти микрочаряды и связанные с их движением микротоки и являются источниками электромагнитного поля.

2. Электромагнитные поля, создаваемые этими микрочарядами и микротоками, подчиняются уравнениям Максвелла для вакуума и системы движущихся зарядов — уравнениям Максвелла–Лоренца, которые таким образом и выражают законы, определяющие физическую природу самого электромагнитного поля.

3. Сила, действующая на каждую заряженную частицу среды со стороны электромагнитного поля, есть сила Лоренца

4. Переход к макроскопическим уравнениям Максвелла осуществляется путем усреднения микроскопических уравнений Максвелла–Лоренца по физически бесконечно малому объему и физически бесконечно малому промежутку времени.

Переход к **МАКРОСКОПИЧЕСКИМ** полям

Усреднение по малым объёмам и малым промежуткам времени
(*Лоренцевское усреднение*)

$$\langle \varphi_\mu(\mathbf{r}, t) \rangle \equiv \langle \varphi_\mu(\mathbf{r}, t) \rangle_{V, t} = \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} \varphi_\mu(\mathbf{r} + \mathbf{r}', t + t') d\mathbf{r}' dt'$$

$\langle \varphi_\mu \rangle = \langle \mathbf{V}_\mu \rangle$, $\langle \mathbf{E}_\mu \rangle$ – **макро**скопические поля

Ограничение подхода:
за пределами рассмотрения остаются флуктуации (тепловое движение зарядов)

Тем не менее для большинства явлений – достаточно.

Уравнения Максвелла для усреднённых макроскопических полей

Часто реально нужны УМ для макроскопических, усреднённых величин.

$$\langle \varphi_\mu(\mathbf{r}, t) \rangle \equiv \langle \varphi_\mu(\mathbf{r}, t) \rangle_{v, t} = \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} \varphi_\mu(\mathbf{r} + \mathbf{r}', t + t') d\mathbf{r}' dt'$$

Учитывая, что $\left\langle \frac{\partial \varphi_\mu}{\partial t} \right\rangle = \frac{\partial}{\partial t} \langle \varphi_\mu \rangle$, $\left\langle \frac{\partial \varphi_\mu}{\partial r_i} \right\rangle = \frac{\partial}{\partial r_i} \langle \varphi_\mu \rangle$

Получаем:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{E}_\mu &= 4\pi \rho_\mu, \\ \operatorname{rot} \mathbf{B}_\mu &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}_\mu}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_\mu, \\ \operatorname{div} \mathbf{B}_\mu &= 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E}_\mu &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}_\mu}{\partial t}. \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \operatorname{div} \langle \mathbf{E}_\mu \rangle &= 4\pi \langle \rho_\mu \rangle, \\ \operatorname{rot} \langle \mathbf{B}_\mu \rangle &= \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \langle \mathbf{E}_\mu \rangle + \frac{4\pi}{c} \langle \mathbf{j}_\mu \rangle, \\ \operatorname{div} \langle \mathbf{B}_\mu \rangle &= 0, \\ \operatorname{rot} \langle \mathbf{E}_\mu \rangle &= -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \langle \mathbf{B}_\mu \rangle. \end{aligned}$$

$\langle \mathbf{B}_\mu \rangle$, $\langle \mathbf{E}_\mu \rangle$: макроскопические поля, действующие на заряды

В дальнейшем: $\langle \mathbf{B}_\mu \rangle \equiv \mathbf{B}$, $\langle \mathbf{E}_\mu \rangle \equiv \mathbf{E}$ *рассмотрим*

Природа усреднённых зарядов и токов



Тогда **МАКРО** Ур-я. Максвелла:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi(\rho + \rho_0),$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}(\mathbf{j} + \mathbf{j}_0),$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0,$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.$$

Всё ещё Неполный набор ...

СРЕДА: материальные уравнения или уравнения СВЯЗИ)

Отдельная задача
о внутреннем строении среды

$$\begin{aligned} \rho &= \rho(\mathbf{E}, \mathbf{B}), \\ \mathbf{j} &= \mathbf{j}(\mathbf{E}, \mathbf{B}), \end{aligned}$$

4 уравнения

Тематика курса

1. Ур-е непрерывности; сохранение заряда $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0,$

УМ

2. $\mathbf{j} = \mathbf{j}(\mathbf{E}, \mathbf{B})$; но (например) $\operatorname{rot} \mathbf{E} = -1/c \, d\mathbf{B}/dt \longrightarrow \mathbf{j} = \mathbf{j}(\mathbf{E}).$

Итак:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi(\rho + \rho_0),$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} (\mathbf{j} + \mathbf{j}_0),$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0,$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.$$

среда

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}(\mathbf{E}).$$

Полные МАКРОскопические УМ для материальной среды

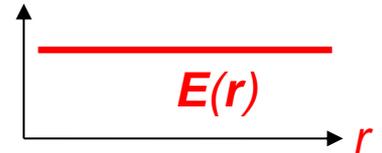
Некоторые ОБЩИЕ свойства сред (даже без микроскопии, без уравнений связи!)

(из принципов причинности, симметрии...)

Временная и пространственная дисперсия

Временная дисперсия

1. Однородные в пространстве поля



A) постоянное поле E

$$\mathbf{D}(t_0) = \varepsilon \mathbf{E}(t_0)$$

Магнитная среда

$$\mathbf{B}(t_0) = \mu \mathbf{H}(t_0)$$

\mathbf{D} - индукция, наведённая поляризация

ε — диэлектрическая проницаемость среды

Изотропная среда:

$$\mathbf{D} \parallel \mathbf{E},$$

Анизотропная среда:

$$\mathbf{D} \neq \mathbf{E}; D_i = \varepsilon_{ij} E_j, \quad \varepsilon_{ij} - \text{тензор}$$

Б) переменное поле

$$D(t) = \varepsilon E(t) - \text{мгновенная реакция среды.}$$

Инерционность (запаздывание) среды:

$t' < t$ ← *причинность* →

$$D(t) = \int_{-\infty}^t \varepsilon(t, t') E(t') dt'$$

Материальное уравнение (под $\varepsilon(t, t')$)
среда (под $E(t')$)
Общий вид, независимо от типа среды!

Временная дисперсия –
инерционность,
запаздывание среды

Дальнейшая конкретизация вида ε :

ε – функция $t - t'$ и: *стационарные среды*

$$D(t) = \int_{-\infty}^t \varepsilon(t - t') E(t') dt' \quad \tau = t - t':$$

$$D(t) = \int_0^{\infty} \varepsilon(\tau) E(t - \tau) d\tau \leftarrow D \text{ запаздывает по отношению к } E$$

Преобразование Фурье:

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i\omega t) F(\omega) d\omega;$$

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) \exp(i\omega t) dt,$$

Фурье-компоненты:

$$\mathbf{D}(\omega) = \varepsilon(\omega)\mathbf{E}(\omega),$$

- реакция среды
на поле частоты ω

при

$$\varepsilon(\omega) = \int_0^{\infty} \varepsilon(\tau) \exp(i\omega\tau) d\tau.$$

Отсутствие временной дисперсии:

$$\varepsilon(\tau) = \varepsilon\delta(\tau)$$

и

$$\varepsilon(\omega) = \int_0^{\infty} \varepsilon(\tau) \exp(i\omega\tau) d\tau = \varepsilon = \text{const}$$

$n(\omega), k(\omega), \dots, (\omega)$

Временная дисперсия – зависимость свойств среды (ε) от частоты

= частотная дисперсия **Инерционность, межчастичные взаимодействия**

характерное время реакции среды τ .

$\omega \ll 1/\tau$; $\omega \gg 1/\tau$ – временной дисперсии **НЕТ**; $\omega \sim 1/\tau$ – **ЕСТЬ**.

τ – время релаксации, св. пробега, колебание (фонон) ...

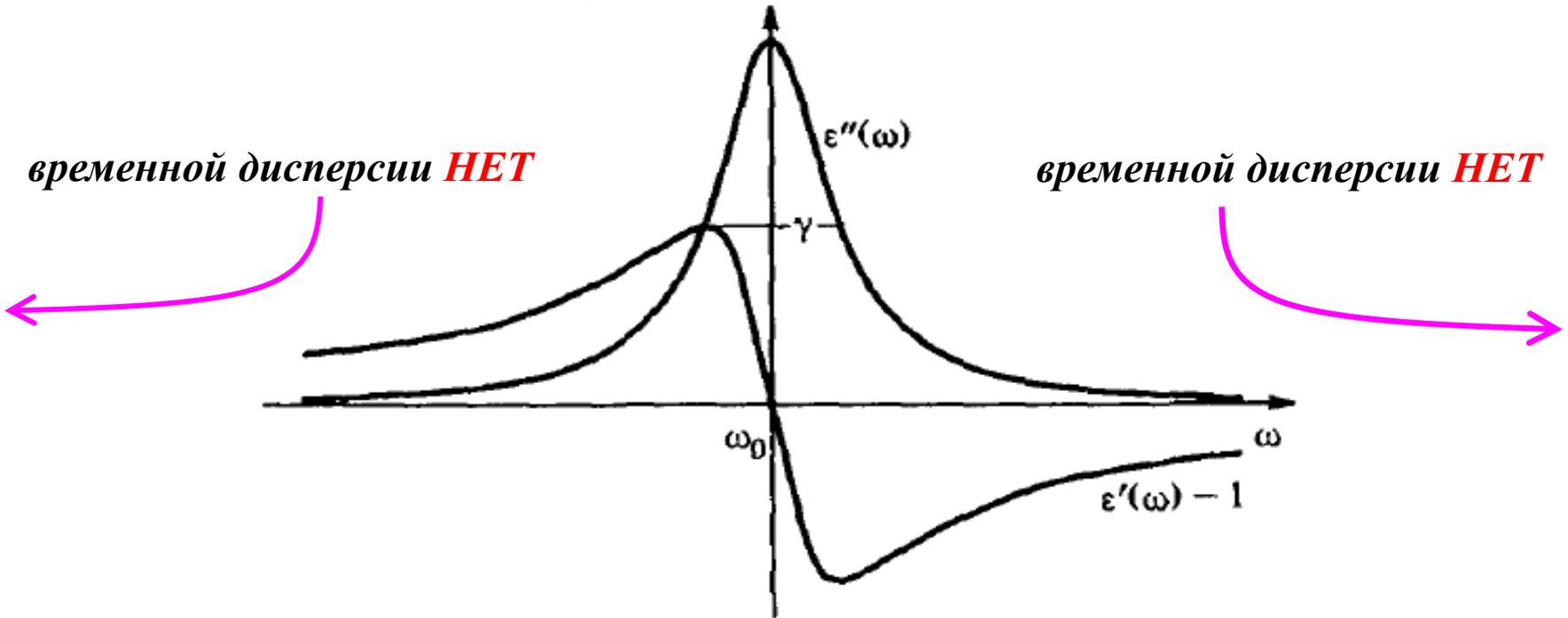
То же самое и для магнитной реакции среды

Пример временнОй дисперсии в среде:
резонансное поглощение

$$\epsilon'(\omega) = 1 - \frac{(\omega^2 - \omega_0^2)\omega_p^2 f}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \gamma^2}$$

$$\epsilon''(\omega) = \frac{\omega \gamma \omega_p^2 f}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \gamma^2}$$

Временная дисперсия **ЕСТЬ**

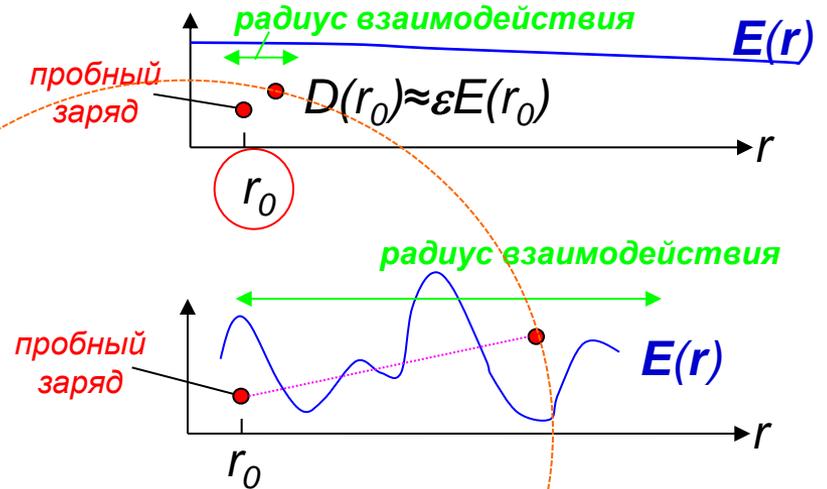


Пространственная дисперсия

1. Пусть поле **не** изменяется со временем.

Плавное поле: $D(r_0) = \epsilon E(r_0)$

Сильно (в пространстве)
меняющееся поле: $D(r_0) \neq \epsilon E(r_0)$

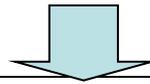


Дискретность материала (заряды, взаимодействия, ...):

$$D_i(\mathbf{r}) = \int \epsilon_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') E_j(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'.$$

Интегрирование
по всему объёму

Поляризация зависит от поля в данной точке **и от поля в окрестности**,
с размером порядка *радиуса взаимодействия*



Пространственная дисперсия

Пространственные преобразования Фурье:

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \Phi(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) d\mathbf{k};$$

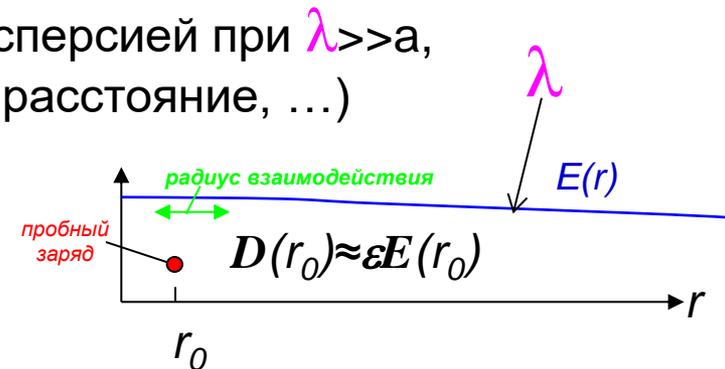
$$\Phi(\mathbf{k}) = \int \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}) \Phi(\mathbf{r}) d\mathbf{r},$$

дают:

$$D_i(\mathbf{k}) = \varepsilon_{ij}(\mathbf{k}) E_j(\mathbf{k}).$$

$\mathbf{k}=2\pi/\lambda$ – волновой вектор

Пренебрежение пространственной дисперсией при $\lambda \gg a$,
а – характерный размер (межатомное расстояние, ...)
радиус взаимодействия



Пространственная И временная дисперсия

Материальные уравнения:

$$D_i(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int d\mathbf{r}' \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t, t') E_j(\mathbf{r}', t'),$$

Разложение в интегралы Фурье:

$$F(\mathbf{r}, t) = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} F(\mathbf{k}, \omega) \exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r});$$

$$F(\mathbf{k}, \omega) = \int d\mathbf{r} \int_{-\infty}^{\infty} dt F(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r})$$

$$D_i(\mathbf{k}, \omega) = \varepsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega) E_j(\mathbf{k}, \omega),$$

где

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = \int d\mathbf{R} \int_0^{\infty} d\tau \varepsilon_{ij}(\mathbf{R}, \tau) \exp(i\omega\tau - i\mathbf{k}\mathbf{R}),$$

“Оптические свойства проводников и диэлектриков”

Электродинамический взгляд на различные материалы:

- диэлектрики
- проводники
- **полу**проводники
- **сверх**проводники

Свойства тензора диэлектрической проницаемости

$$\mathbf{D}(\omega) = \varepsilon(\omega)\mathbf{E}(\omega)$$

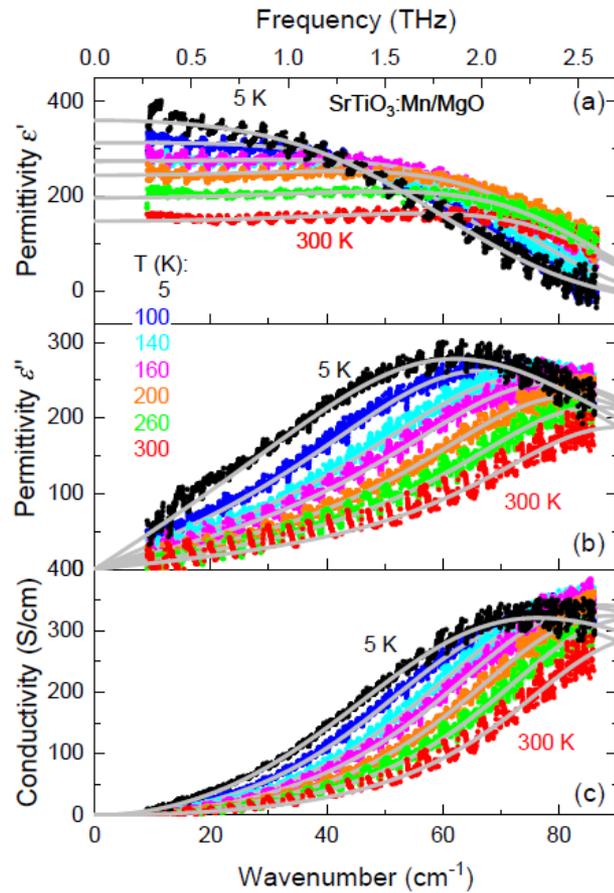
$$\varepsilon^* = \varepsilon' + i\varepsilon''$$

$\omega, T, P, E, H, \dots$

$$\epsilon^* = \epsilon' + i\epsilon''$$

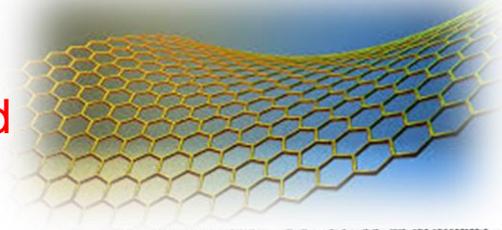
$$\epsilon'(\text{Si}) \approx 10; \epsilon''(\text{Si}) \rightarrow 0$$

$$\epsilon'(\text{SrTiO}_3) \approx 40\,000 !!! \epsilon''(\text{SrTiO}_3) \rightarrow 0$$

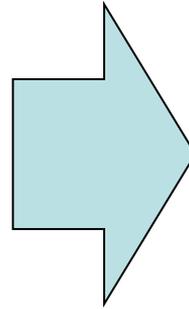
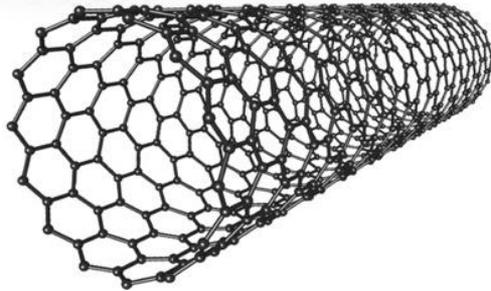


Углерод

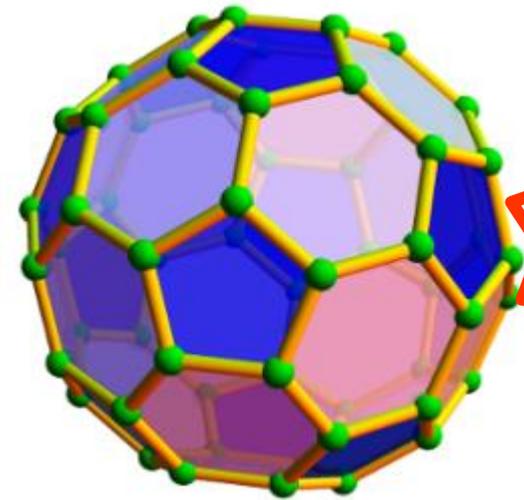
Графен: 2d



УНТ: 1d



C60



0d

Фуллерены

Фуллерены

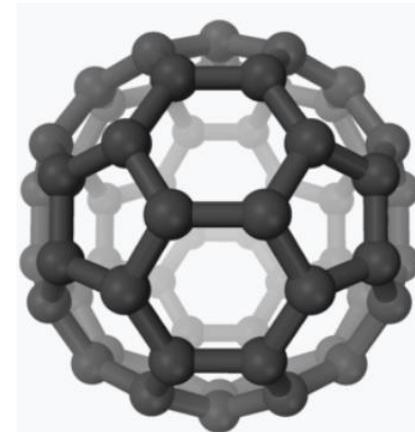
Ричард Бакминстер Фуллер

англ. *Richard Buckminster Fuller*



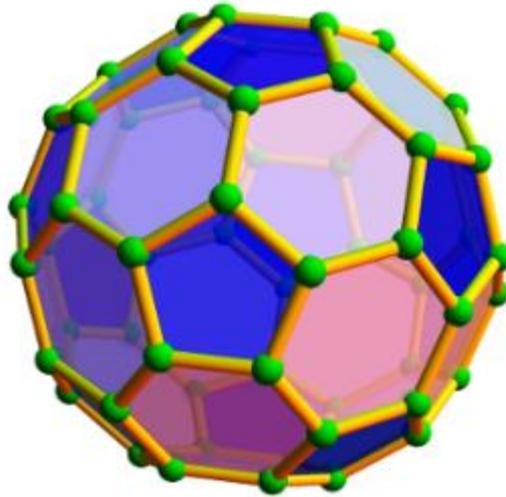
Buckminster Fuller

Fullerene
Bucky ball

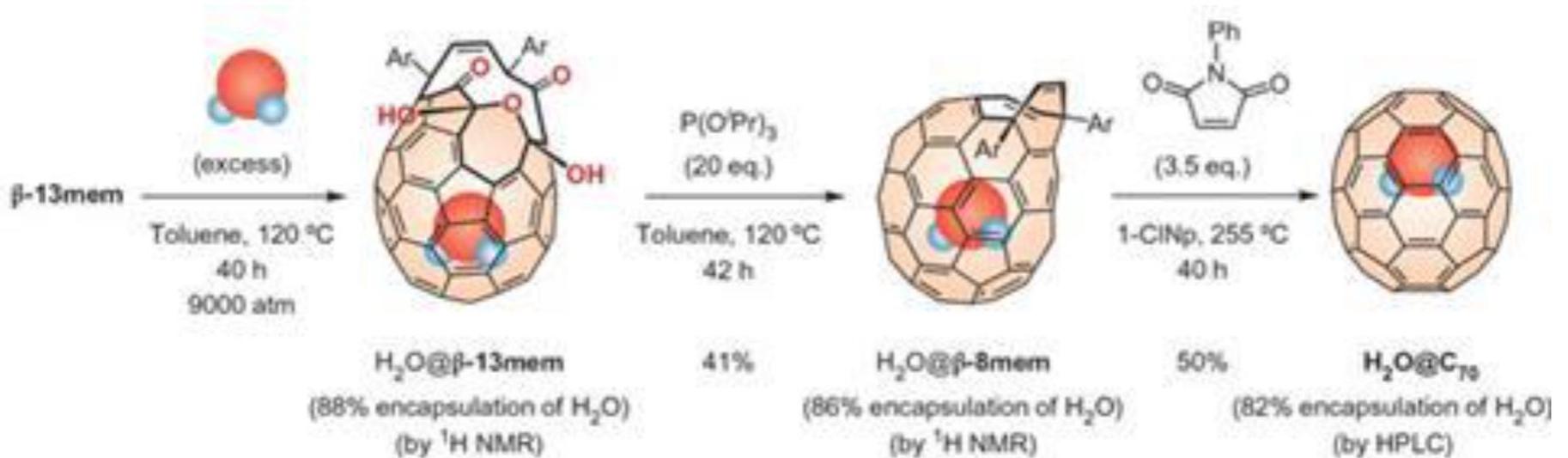


Фуллерены

C60

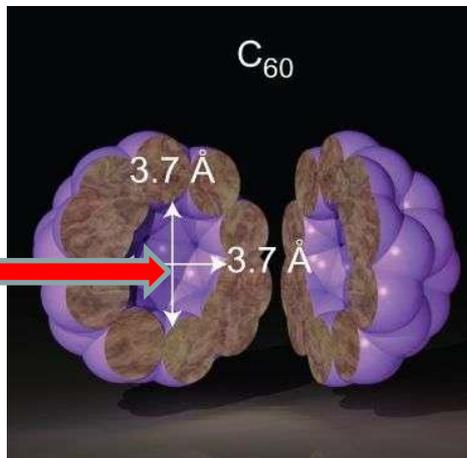
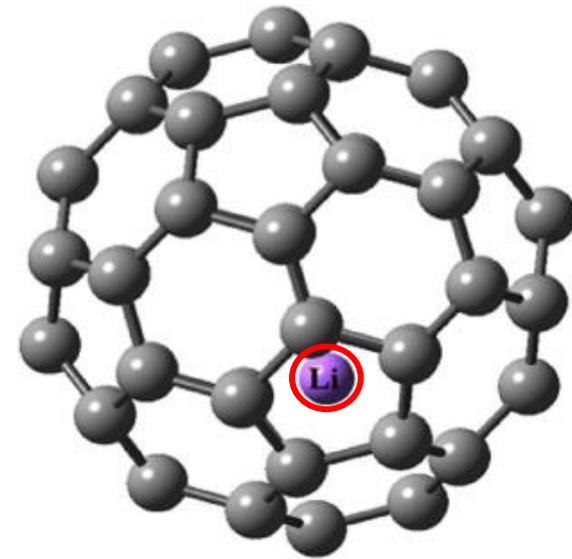


Молекулярная хирургия (Molecular surgery)



Li внутри C60

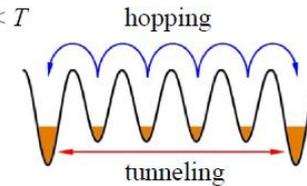
Молекулярная хирургия



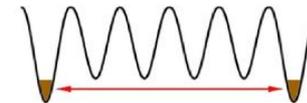
6,7Li

- Fundamental physics
- Qbits

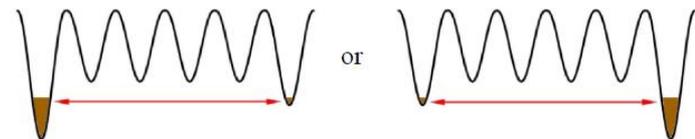
(a) $100 \text{ K} < T$



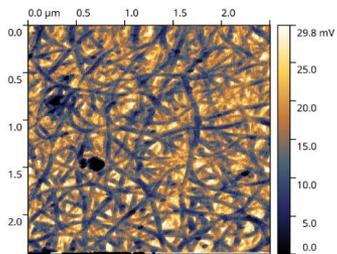
(b) $T_c < T \ll 100 \text{ K}$



(c) $T < T_c$



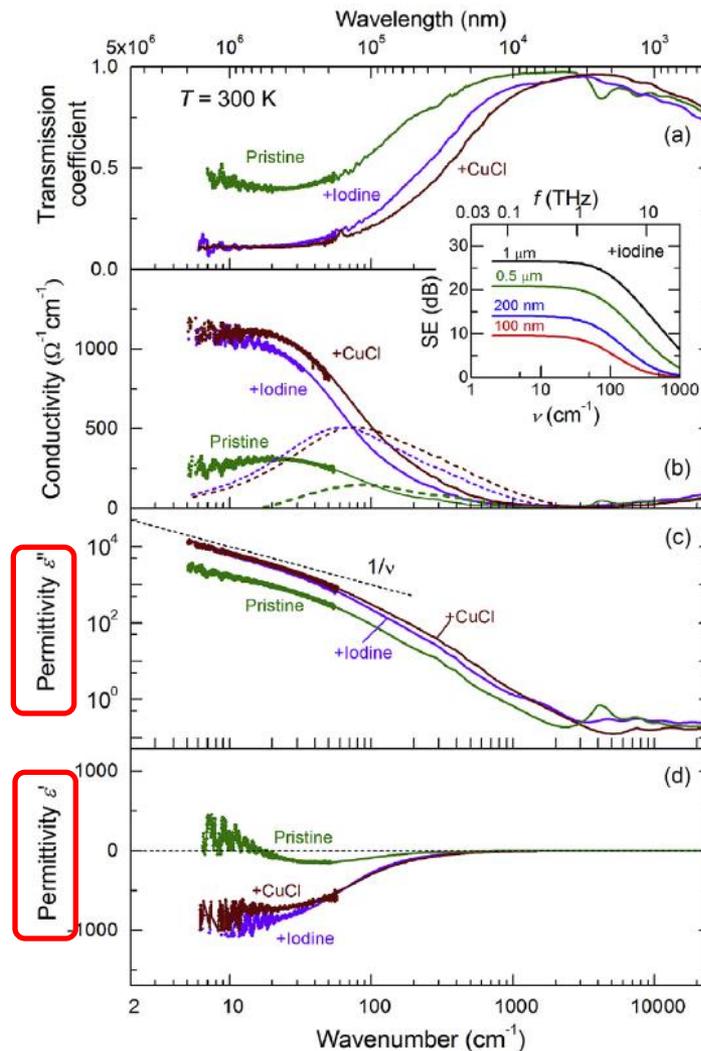
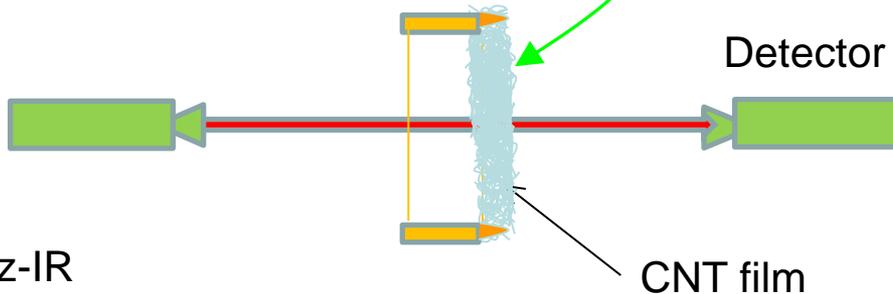
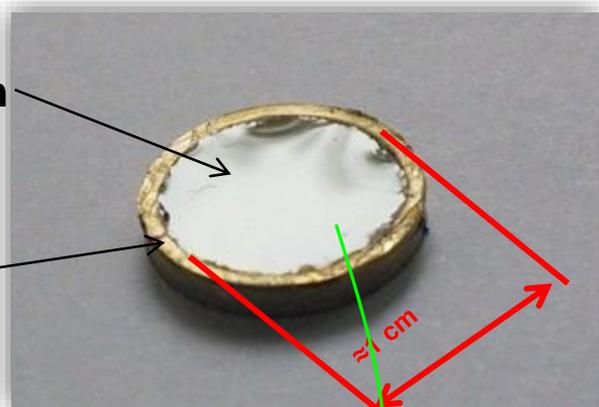
Пример: углеродные нано-трубки (УНТ)



Kelvin-probe map

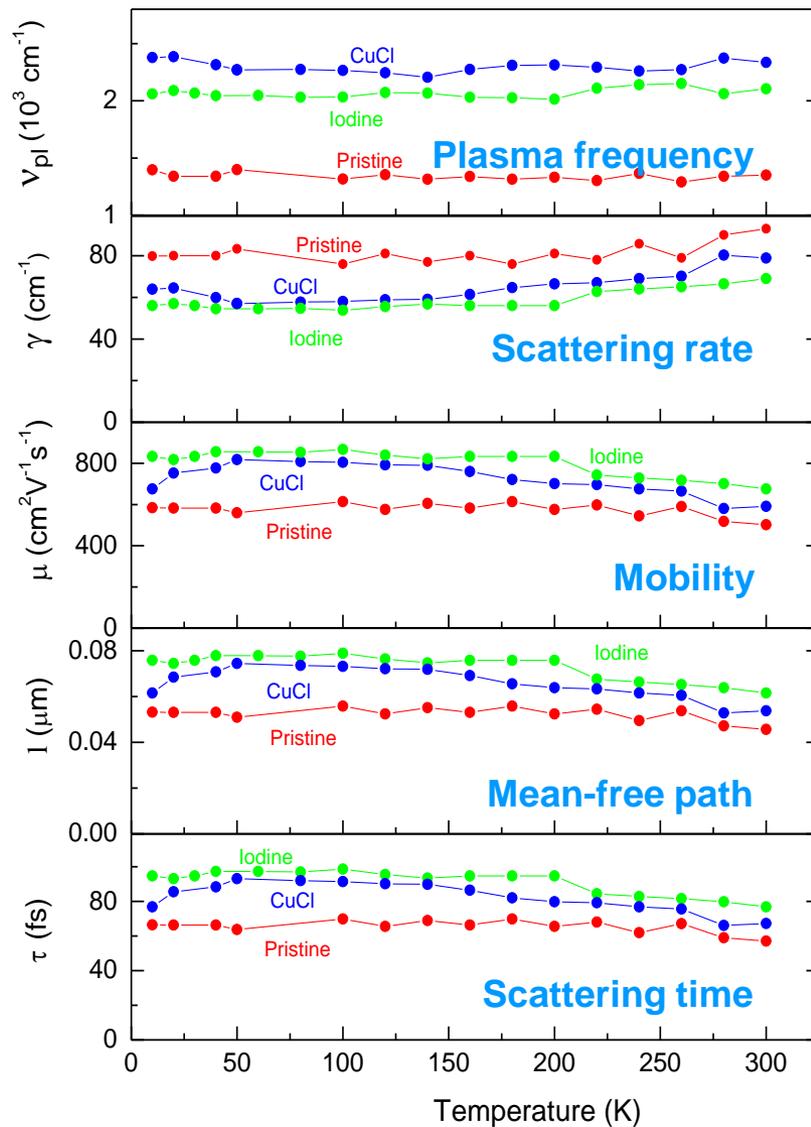
CNT film
100 nm

Metal ring



Пример: углеродные nano-трубки (УНТ)

Микроскопические Характеристики Пленок УНТ



Свойства тензора диэлектрической проницаемости

$$\mathbf{D}(\omega) = \varepsilon(\omega)\mathbf{E}(\omega)$$

$$\varepsilon^* = \varepsilon' + i\varepsilon''$$

$\omega, T, P, E, H, \dots$

Свойства тензора диэлектрической проницаемости $\epsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$

Отклик пространственно-однородной стационарной среды:

Индукция: $D_i(\mathbf{k}, \omega) = \epsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega) E_j(\mathbf{k}, \omega)$

где $\epsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = \int d\mathbf{R} \int_0^\infty d\tau \epsilon_{ij}(\mathbf{R}, \tau) \exp(i\omega\tau - i\mathbf{k}\mathbf{R})$
- комплексная функция.

К.С.: $\epsilon_{ij}^*(\mathbf{k}, \omega) = \epsilon_{ij}(-\mathbf{k}, -\omega)$ - формальное свойство

Действительная и мнимая части: $\epsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = \epsilon'_{ij}(\mathbf{k}, \omega) + i\epsilon''_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$

$\epsilon_{ij}^*(k, \omega) = \epsilon'_{ij}(k, \omega) - i\epsilon''_{ij}(k, \omega) = \epsilon_{ij}(-k, -\omega) = \epsilon'_{ij}(-k, -\omega) + i\epsilon''_{ij}(-k, -\omega)$



$\epsilon'_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = \epsilon'_{ij}(-\mathbf{k}, -\omega); \quad \epsilon''_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = -\epsilon''_{ij}(-\mathbf{k}, -\omega)$

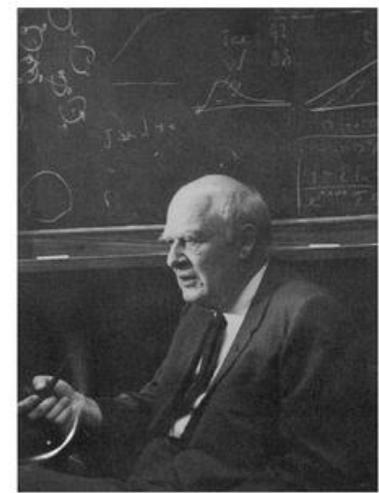
Чётная

функции

Нечётная

Свойства тензора диэлектрической проницаемости $\epsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$

Ларс Онзагер. 1903-1976.
Норвегия-Америка



Lars Onsager

Соотношения симметрии Онсагера.

Теория флуктуаций электромагнитных полей – можно показать:

(Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Часть I. М. Наука, 1976.)

$$\epsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = \epsilon_{ji}(-\mathbf{k}, \omega)$$

Инвариантность уравнений движения микрочастиц относительно обращения времени: замена t на $-t$

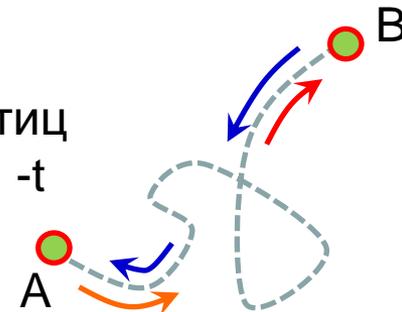
$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$$

$$D_i(\mathbf{k}, \omega) = \epsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega) E_j(\mathbf{k}, \omega)$$

Тензор симметричен в случаях:

а) $\mathbf{k}=0$;

б) отсутствие пространственной дисперсии (вообще нет зависимости от \mathbf{k}).

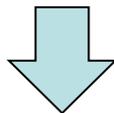


+ Еще общее свойство

Свойства тензора диэлектрической поляризации



Принцип причинности



Связь действительной и мнимой частей

$$\varepsilon^* = \varepsilon' + i\varepsilon''$$

$$\varepsilon' = f(\varepsilon'')$$

$$\varepsilon'' = f(\varepsilon')$$

Диэлектрическая восприимчивость среды α

Наведённая поляризация: $D_i(\mathbf{k}, \omega) = \varepsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega) E_j(\mathbf{k}, \omega)$

ПОЛНАЯ электрическая индукция

Поляризованность среды

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$$

Определение восприимчивости среды α :

$$P(t) = \int_{-\infty}^t \alpha(t-t') E(t') dt'$$

Найдём Фурье-компоненту поляризуемости:

В поле $E_\omega(t) = E_0 \exp(-i\omega t)$

$$P_\omega(t) = \int_{-\infty}^t dt' \alpha(t-t') E_0 \exp(-i\omega t') = E_0 \exp(-i\omega t) \int_0^t \alpha(\tau) \exp(-i\omega \tau) d\tau = \alpha(\omega) E_\omega(t)$$

Таким образом:

$$P_\omega(t) = \alpha(\omega) E_\omega(t)$$

$$\alpha(\omega) = \int_0^{\infty} \alpha(\tau) \exp(i\omega \tau) d\tau$$

- коэффициент пропорциональности между полем частоты ω и наведённой поляризацией

Следствия общих принципов (причинности)

Свойства тензора диэлектрической проницаемости $\epsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$

Причинность \rightarrow аналитическая связь действительной и мнимой компонент ϵ^*

Соотношения Крамерса–Кронига



Hendrik Anthony Kramers
1894-1952
Голландия

$$\epsilon^* = \epsilon' + i\epsilon''$$

$$P_\omega(t) = \alpha(\omega) E_\omega(t)$$

$$\alpha(\omega) = \int_0^\infty \alpha(\tau) \exp(i\omega\tau) d\tau \quad \text{комплексная}$$

Фурье-компоненты восприимчивости:

В поле $E_\omega(t) = E_0 \exp(-i\omega t)$

$$\alpha(\omega) = \int_0^\infty d\tau \alpha(\tau) \exp(i\omega\tau) = \alpha'(\omega) + i\alpha''(\omega)$$

$$\alpha'(\omega) = \int_0^\infty d\tau \alpha(\tau) \cos \omega\tau \quad \alpha''(\omega) = \int_0^\infty d\tau \alpha(\tau) \sin \omega\tau$$



Ralph Kronig
1904-1995
Германия

Вспомогательные свойства:

Конечность, непрерывность $\alpha(\tau)$ $\rightarrow \alpha'(\omega = 0) = \int_0^\infty d\tau \alpha(\tau) < \infty,$

$$\alpha''(\omega = 0) = 0,$$

$\omega \rightarrow \pm\infty$ -компенсация «+» и «-» вкладов под интегралами $\rightarrow \alpha'(\pm\infty) = \alpha''(\pm\infty) = 0.$

Рассмотрим функцию $\alpha(\omega)$ как функцию комплексного переменного

$$z = x + iy.$$

$$\alpha(z) = \int_0^{\infty} d\tau \alpha(\tau) \exp(iz\tau) = \int_0^{\infty} d\tau \alpha(\tau) \exp(ix\tau) \exp(-y\tau) = u + iv$$

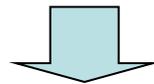
$$u(x, y) = \int_0^{\infty} d\tau \alpha(\tau) \exp(-y\tau) \cos x\tau, \quad v(x, y) = \int_0^{\infty} d\tau \alpha(\tau) \exp(-y\tau) \sin x\tau$$

Удовлетворяют условиям Коши-Римана **аналитичности** для $y > 0, y = 0$:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial y} \quad \text{Т.е.:$$

$\alpha(z)$ - аналитическая функция для $y > 0, y = 0$

Аналитичность + принцип причинности

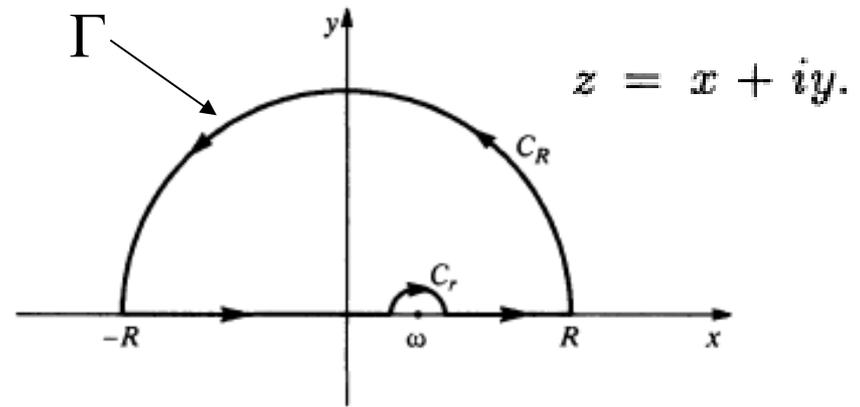


связь действительной и мнимой компонент:



Рассмотрим интеграл

$$J(\omega) = \oint_{\Gamma} \frac{\alpha(z')}{z' - \omega} dz'$$



Интегрирование по контуру:

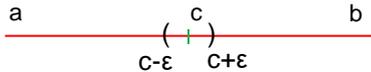
Теорема Коши: контурный интеграл = сумма вычетов. $\Rightarrow J(\omega) = \oint_{\Gamma} \frac{\alpha(z')}{z' - \omega} dz' = 0$

аналитичность!

$$J(\omega) = 0 = \int_{-R}^{\omega-r} \frac{\alpha(x)}{x - \omega} dx + \int_{\omega+r}^R \frac{\alpha(x)}{x - \omega} dx + \int_{C_R} \frac{\alpha(z)}{z - \omega} dz + \int_{C_r} \frac{\alpha(z)}{z - \omega} dz$$

В пределе $R \rightarrow \infty, r \rightarrow 0$

$$J(\omega) = 0 = \int_{-R}^{\omega-r} \frac{\alpha(x)}{x - \omega} dx + \int_{\omega+r}^R \frac{\alpha(x)}{x - \omega} dx + \int_{C_R} \frac{\alpha(z)}{z - \omega} dz + \int_{C_r} \frac{\alpha(z)}{z - \omega} dz$$



(V.p. – главное значение)

“Valeur principale”

$$\text{V.p.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha(x)}{x - \omega} dx$$

=0

$\alpha(z) \rightarrow 0$

При $|z| = R \rightarrow \infty$

$\alpha'(\pm\infty) = \alpha''(\pm\infty) = 0$.

$$P \int_a^b f(x) dx = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left(\int_a^{c-\epsilon} + \int_{c+\epsilon}^b \right) f(x) dx,$$

↑
Особенность на [a,b]

$$\lim_{r \rightarrow 0} \int_{C_r} \frac{\alpha(z)}{z - \omega} dz = \int_{\pi}^0 \frac{\alpha(\omega + r \exp(i\varphi))}{r \exp(i\varphi)} r i \exp(i\varphi) d\varphi = -i\pi\alpha(\omega).$$

$$= \lim_{r \rightarrow 0} \int_{\pi}^0 \frac{\alpha(\omega + r \exp(i\varphi))}{r \exp(i\varphi)} r i \exp(i\varphi) d\varphi = -i\pi\alpha(\omega).$$

$$J(\omega) = 0 = \int_{-R}^{\omega-r} \frac{\alpha(x)}{x-\omega} dx + \int_{\omega+r}^R \frac{\alpha(x)}{x-\omega} dx + \int_{C_R} \frac{\alpha(z)}{z-\omega} dz + \int_{C_r} \frac{\alpha(z)}{z-\omega} dz$$



$$0 = \text{V.p.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha(x)}{x-\omega} dx - i\pi\alpha(\omega)$$

$$\alpha(\omega) = \alpha'(\omega) + i\alpha''(\omega)$$

$$P_\omega(t) = \alpha(\omega)E_\omega(t)$$

$$\alpha'(\omega) = \frac{1}{\pi} \text{V.p.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha''(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega'$$

$$\alpha''(\omega) = -\frac{1}{\pi} \text{V.p.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha'(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega'$$

“Valeur principale”

Главное значение

Дисперсионные соотношения Крамерса-Кронига

Причинность.

Локальность.



Связь различных материальных тензоров между собой

материальное уравнение на языке проводимости

$$j_i(\mathbf{k}, \omega) = \tilde{\sigma}_{ij}(\mathbf{k}, \omega) E_j(\mathbf{k}, \omega).$$

↑
Обобщённая проводимость

$$\tilde{\epsilon}_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = \delta_{ij} + i \frac{4\pi}{\omega} \tilde{\sigma}_{ij}(\mathbf{k}, \omega).$$

↑
Обобщённая диэлектрическая проницаемость

$$\epsilon^*(\omega) = \epsilon'(\omega) + i\epsilon''(\omega) \quad n^*(\omega) = n(\omega) + ik(\omega) \quad \sigma^*(\omega) = \sigma_1(\omega) + i\sigma_2(\omega)$$

$$\epsilon^*(\omega) = \frac{4\pi}{\omega} \sigma^* \quad n^*(\omega) = \sqrt{\epsilon^*} \quad (n^* = \sqrt{\epsilon^* \mu^*})$$

$$\left. \begin{array}{l} \epsilon'' = 2nk \\ \epsilon' = n^2 - k^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} n = \sqrt{\frac{\sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2} + \epsilon'}{2}} \\ k = \sqrt{\frac{\sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2} - \epsilon'}{2}} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \sigma_1 = \frac{v}{2} \epsilon' = nk v \\ \sigma_2 = \frac{v}{2} (\epsilon_\infty - \epsilon') \end{array}$$

$$k^* = \frac{\omega}{c} n^* = \frac{\omega}{c} (n + ik) = n \frac{\omega}{c} + ik \frac{\omega}{c}$$

$$v = \frac{\omega}{2\pi}$$

Соотношения Крамерса-Кронига для:

диэлектрической проницаемости

$$\underline{\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon_1(\omega) + i\varepsilon_2(\omega)}$$

$$\varepsilon_1(\omega) - 1 = \frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{\omega' \varepsilon_2(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$

$$\varepsilon_2(\omega) = -\frac{2}{\pi\omega} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{\omega'^2 [\varepsilon_1(\omega') - 1]}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$

показателя преломления

$$\underline{n^*(\omega) = n(\omega) + ik(\omega)}$$

$$n(\omega) - 1 = \frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{\omega' k(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$

$$k(\omega) = -\frac{2}{\pi\omega} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{(\omega')^2 [n(\omega') - 1]}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$

проводимости

$$\underline{\sigma^*(\omega) = \sigma_1(\omega) + i\sigma_2(\omega)}$$

$$\sigma_1(\omega) = \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^\infty \frac{\sigma_2(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega'$$

$$\sigma_2(\omega) = -\frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int_{-\infty}^\infty \frac{\sigma_1(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega'$$

Применение соотношений Крамерса-Кронига в Фурье-спектроскопии

$$r^* = \frac{n^* - 1}{n^* + 1} - \text{коэффициент отражения} \quad n^*(\omega) = n(\omega) + ik(\omega)$$

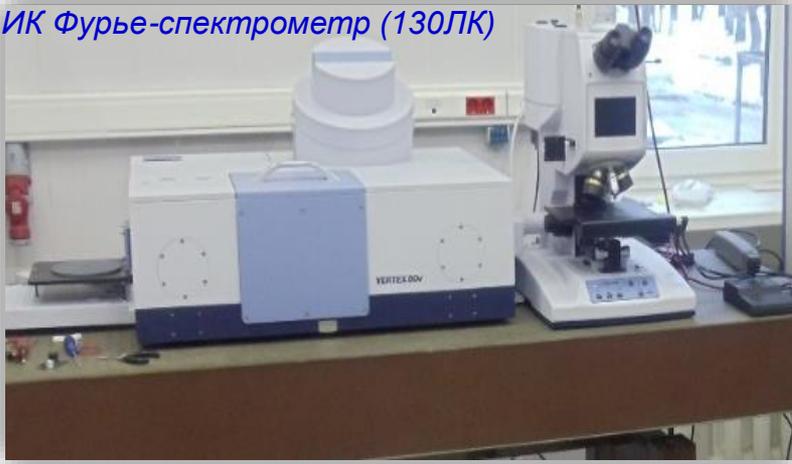
Коэффициент отражения $r(\omega) \exp[i\theta(\omega)] = \frac{\tilde{n}(\omega) - 1 + i\tilde{k}(\omega)}{\tilde{n}(\omega) + 1 + i\tilde{k}(\omega)}$

r - амплитуда
 θ - фаза

$$\tilde{n}(\omega) = \frac{1 - r^2(\omega)}{1 + r^2(\omega) - 2r(\omega) \cos \theta(\omega)}$$

$$\tilde{k}(\omega) = \frac{2r(\omega) \sin \theta(\omega)}{1 + r^2(\omega) - 2r(\omega) \cos \theta(\omega)}$$

ИК Фурье-спектрометр (130ЛК)



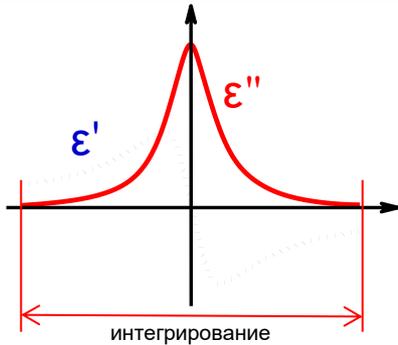
Соотношения К-К на языке $\ln[r(\omega)]$ и $\Theta(\omega)$:

$$\ln r(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\omega' \theta(\omega') - \omega \theta(\omega)}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$

$$\theta(\omega) = -\frac{2\omega}{\pi} \int_0^\infty \frac{\ln r(\omega') - \ln r(\omega)}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$

$$\varepsilon''(\omega) = 2n(\omega)k(\omega)$$

$$\varepsilon'(\omega) = n^2(\omega) - k^2(\omega)$$



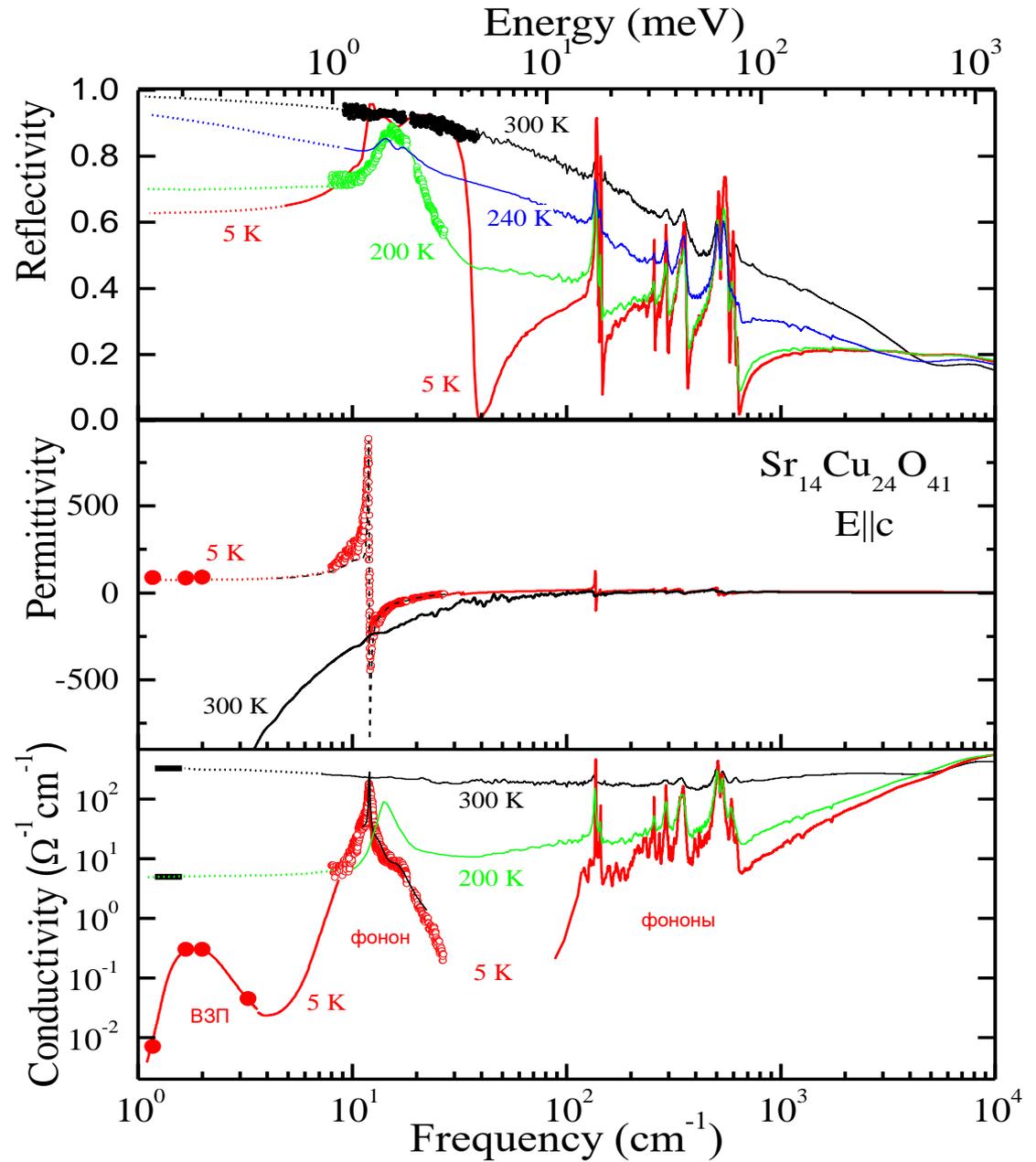
измерение

$$r(\omega) \xrightarrow{KK} \Theta(\omega) \rightarrow n(\omega), k(\omega) \rightarrow \varepsilon', \varepsilon'', \sigma_1, \sigma_2, \dots$$

Пример: анализ Крамерса-Кронига в спектроскопии



«телефонный номер»



«Следствия» соотношений Крамерса-Кронига

$$\sigma^*(\omega) = \sigma_1(\omega) + i\sigma_2(\omega)$$

$$\sigma_1(\omega) = \frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{\omega' \sigma_2(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$

$$\sigma_2(\omega) = -\frac{2\omega}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{\sigma_1(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$

Статическая проводимость: $\omega=0$, $\sigma_2 = (1-\epsilon') \frac{\omega}{4\pi}$

$$\sigma_{\text{dc}} = \sigma_1(0) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty [1 - \epsilon_1(\omega')] d\omega'$$

direct current

$$\epsilon_2(\omega) = \frac{4\pi\sigma_{\text{dc}}}{\omega} - \frac{2\omega}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{\epsilon_1(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$

Правила сумм

К-К:
$$\epsilon_1(\omega) - 1 = \frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{\omega' \epsilon_2(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$

При **больших** частотах ω' : $\epsilon_2 \rightarrow 0$ и

$$\epsilon_1(\omega) - 1 \approx -\frac{2}{\pi\omega^2} \int_0^\infty \omega' \epsilon_2(\omega') d\omega'$$

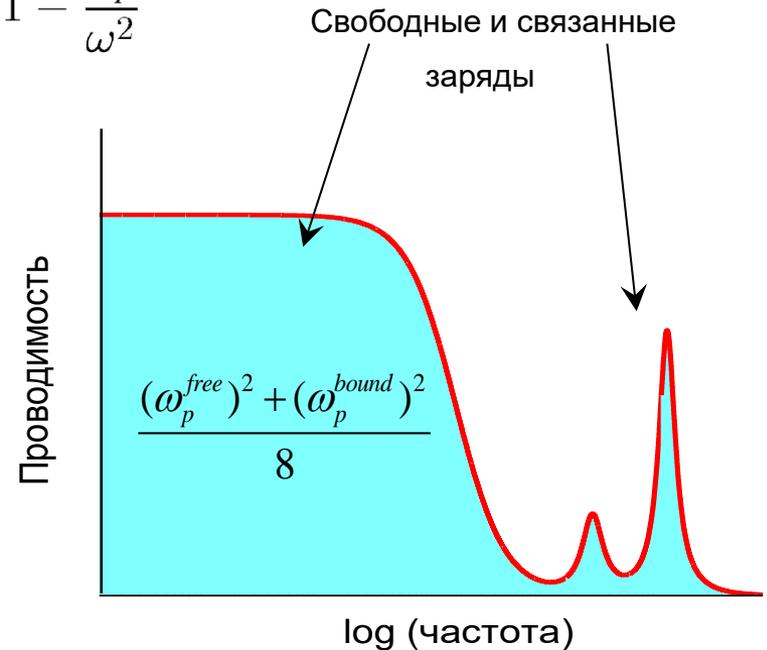
Металл

$$\epsilon_1(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

$$\sigma_1(\omega) = \frac{\omega}{4\pi} \epsilon_2(\omega)$$

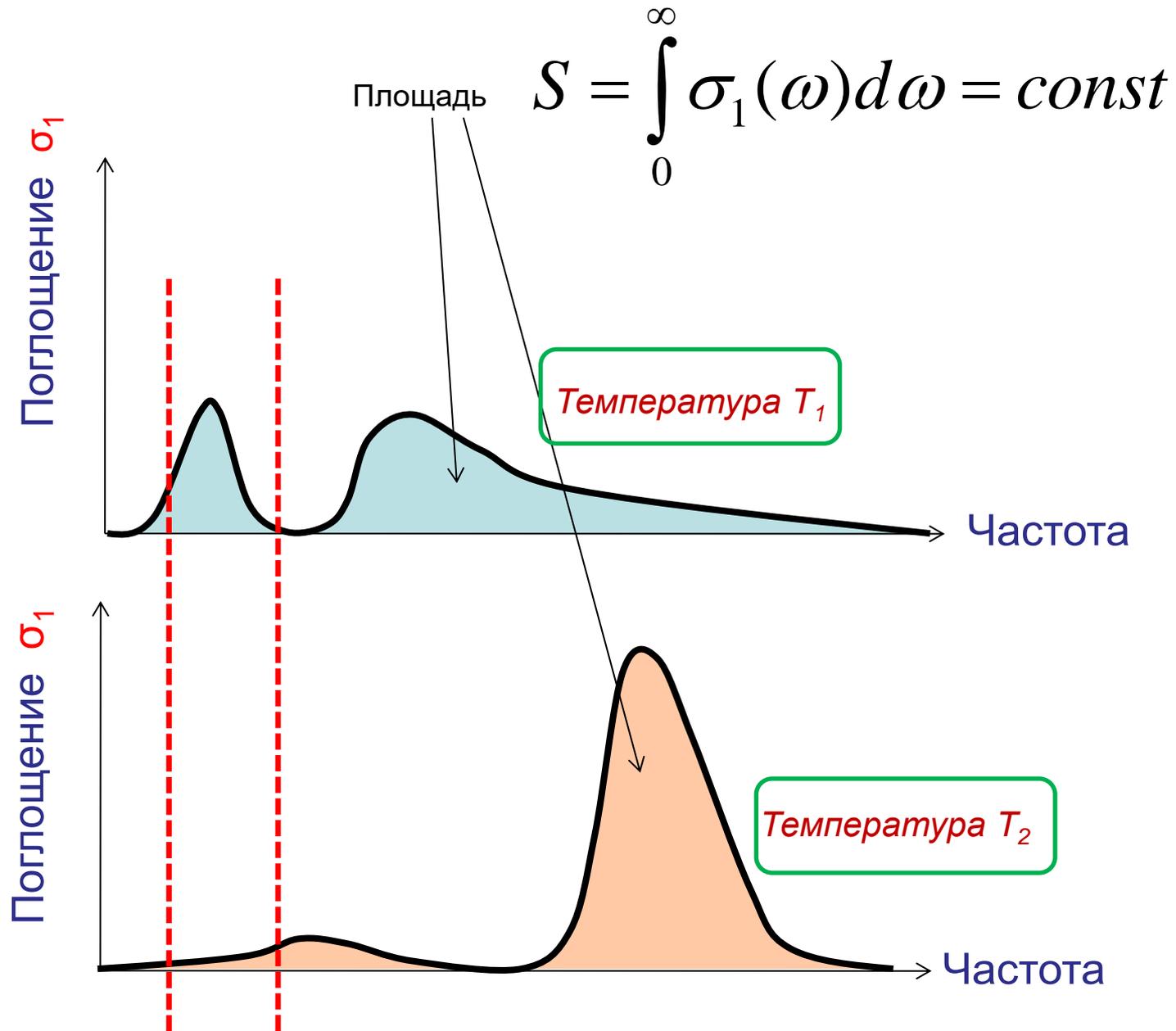
$$\frac{\pi}{2} \omega_p^2 = \int_0^\infty \omega \epsilon_2(\omega) d\omega$$

$$\frac{\omega_p^2}{8} = \underbrace{\int_0^\infty \sigma_1(\omega) d\omega}_{\text{Спектральный вес}} = \frac{\pi N e^2}{2m}$$



$$\int_0^W \sigma_1(\omega) d\omega \propto K \quad \text{- кинетическая энергия электронов проводимости}$$

Правило сумм для оптической проводимости σ_1



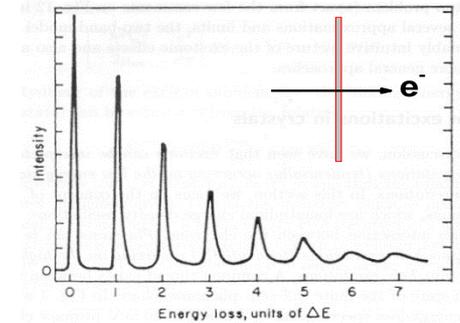
Правила сумм

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega)$$

Функция потерь $\text{Im}\left(\frac{1}{\varepsilon^*}\right) = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2}$

$$-\int_0^\infty \omega \text{Im} \left\{ \frac{1}{\hat{\varepsilon}(\omega)} \right\} d\omega = \frac{\pi}{2} \omega_p^2$$

$$\int_0^\infty \frac{1}{\omega} \text{Im} \left\{ \frac{1}{\hat{\varepsilon}(\omega)} \right\} d\omega = -\frac{\pi}{2}$$



Показатель преломления

$$\int_0^\infty \omega n(\omega) k(\omega) d\omega = \frac{\pi}{2} \omega_p^2$$

$$\frac{c}{2} \int_0^\infty \alpha(\omega) d\omega = \int_0^\infty \omega k(\omega) d\omega = \frac{\pi}{4} \omega_p^2 \quad \omega_p^2 = 4\pi n e^2 / m^*$$

$$\int_0^\infty [n(\omega) - 1] d\omega = 0$$

Коэффициент отражения

$$\int_0^\infty |\hat{r}(\omega)| \cos\{\phi_r(\omega)\} d\omega = 0$$

$$\int_0^\infty \omega |\hat{r}(\omega)| \sin\{\phi_r(\omega)\} d\omega = \frac{\pi}{8} \omega_p^2$$

Нормальные электромагнитные волны «МОДЫ» в среде с дисперсией

Нормальные волны – *самоподдерживающиеся* Э-М поля (в вакууме, в веществе).

Однородная и стационарная **среда** в отсутствие *сторонних* зарядов и токов

Среда без сторонних зарядов и токов.

Уравнения Максвелла:

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = 0,$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t},$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0,$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t};$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi(\rho + \rho_0),$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} (\mathbf{j} + \mathbf{j}_0),$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0,$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.$$

материальные уравнения
$$D_i(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int d\mathbf{r}' \tilde{\epsilon}_{ij}(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') E_j(\mathbf{r}', t')$$

Плоская электромагнитная волна $\mathbf{E}, \mathbf{D}, \mathbf{B} \sim \exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r})$

$$\mathbf{kD} = 0,$$

$$[\mathbf{kB}] = -\frac{\omega}{c} \mathbf{D},$$

$$\mathbf{kB} = 0,$$

$$[\mathbf{kE}] = \frac{\omega}{c} \mathbf{B};$$

$$D_i = \tilde{\epsilon}_{ij}(\mathbf{k}, \omega) E_j.$$

Условия существования
самоподдерживающихся волн
в среде - ? $\mathbf{E}, \mathbf{B}, \mathbf{D} \neq 0$

Определитель = 0

Удобно: переход к уравнениям **только** для компонент **E**

Учтя матер. уравнение

Исключив **B, D**

$$\mathbf{kD} = 0,$$

$$[\mathbf{kB}] = -\frac{\omega}{c}\mathbf{D},$$

$$\mathbf{kB} = 0,$$

$$[\mathbf{kE}] = \frac{\omega}{c}\mathbf{B};$$

$$D_i = \tilde{\epsilon}_{ij}(\mathbf{k}, \omega)E_j.$$

вект умн. на **k**

$$\mathbf{k}(\mathbf{kE}) - k^2\mathbf{E} + \frac{\omega^2}{c^2}\mathbf{D} = 0.$$

$$\left\{ k_i k_j - k^2 \delta_{ij} + \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\epsilon}_{ij}(\mathbf{k}, \omega) \right\} E_j = 0$$

$j=x, y, z$

Плоские волны существуют при
(**Ненулевые** поля)

$$\det \left| k_i k_j - k^2 \delta_{ij} + \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\epsilon}_{ij}(\mathbf{k}, \omega) \right| = 0.$$

Дисперсионное уравнение

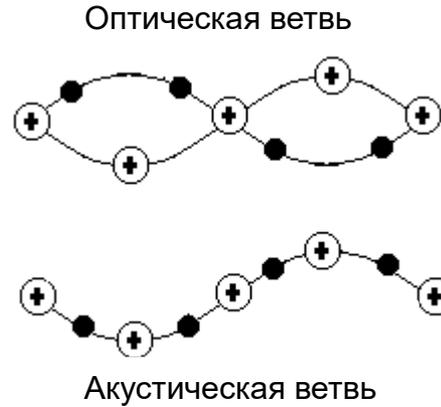
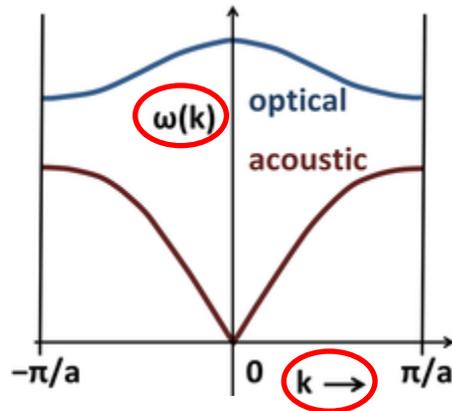
Собственные, нормальные волны (плоские)

$$\tilde{\epsilon}_{ij}(\mathbf{k}, \omega) \Rightarrow \omega = \omega(\mathbf{k}) \Rightarrow$$

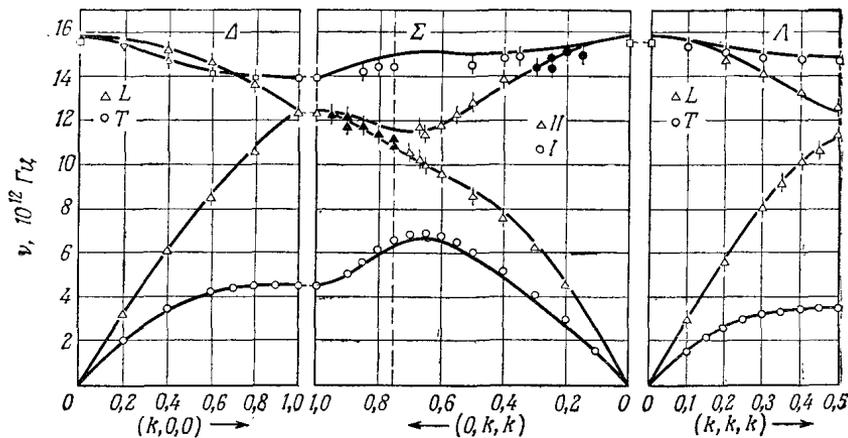
Определение компонент полей **E** и **H**

Закон дисперсии

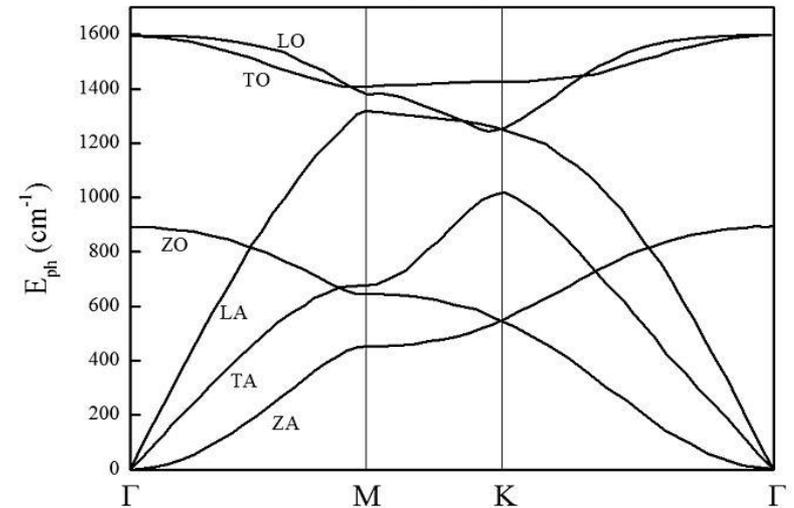
Колебания кристаллической решетки (фононы)



Кремний



Графен



Фиг. 6. Дисперсия фононов в кремнии. Кривые — расчет; точки — эксперимент [11].

Энергия электромагнитного поля в среде с дисперсией

Замкнутая система «заряды+поле». Закон сохранения энергии:

$$w(\text{кин})_{\text{заряды}} + w(\text{поля}) = \text{const}$$

Изменение кинетической энергии одного заряда: $\frac{dw_1^{\text{кин}}}{dt} = e_1 \mathbf{v}_1 \mathbf{E}(r_1(t), t)$,

По всем зарядам в объёме V : $\frac{dw^{\text{кин}}}{dt} = \sum_n e_n \mathbf{v}_n(t) \mathbf{E}(\mathbf{r}_n(t), t) = \int_V \mathbf{j}_0(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}$

$$\mathbf{j}_0(\mathbf{r}, t) = \sum_n e_n \mathbf{v}_n(t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n(t)) \quad \text{- плотность тока}$$

Электромагнитное поле в среде – уравнения Максвелла:

$$\text{Уравнения Максвелла} \quad \mathbf{E} \cdot \text{rot } \mathbf{H} - \mathbf{H} \cdot \text{rot } \mathbf{E} = -\text{div} [\mathbf{E}\mathbf{H}],$$



Можно получить

Интегрирование по объёму V и

$$\mathbf{j}_0 \mathbf{E} + \frac{1}{4\pi} \left(\mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) = -\frac{c}{4\pi} \text{div} [\mathbf{E}\mathbf{H}]$$

$$\frac{dw^{\text{кин}}}{dt} = \sum_n e_n \mathbf{v}_n(t) \mathbf{E}(\mathbf{r}_n(t), t) = \int_V \mathbf{j}_0(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}$$

Интеграл по объёму V , ограниченному поверхностью Σ_V :

$$\frac{\partial w^{\text{кин}}}{\partial t} + \int_V \frac{1}{4\pi} \left(\mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) d\mathbf{r} = - \oint_V \frac{c}{4\pi} \operatorname{div} [\mathbf{E}\mathbf{H}] d\sigma.$$

Для вакуума:

$\mathbf{E}=\mathbf{D}$, $\mathbf{B}=\mathbf{H}$ и:

$$\int_V \frac{1}{4\pi} \left(\mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) d\mathbf{r} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \int_V \frac{E^2 + H^2}{8\pi} d\mathbf{r},$$

Теорема Гаусса

$$\oint_S a_n dS = \int_V \operatorname{div} a dV$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(w^{\text{кин}} + \int_V \frac{E^2 + H^2}{8\pi} d\mathbf{r} \right) = \oint_{\Sigma_V} \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}\mathbf{H}] d\sigma$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (w^{\text{кин}} + W_{(\text{вак})}) = \oint_{\Sigma_V} \mathbf{S}_{(\text{вак})} d\sigma$$

$$W_{(\text{вак})} = \frac{E^2 + H^2}{8\pi}$$

Плотность энергии
эл.-маг. поля в вакууме

$$\mathbf{S}_{(\text{вак})} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}\mathbf{H}].$$

Плотность потока
энергии эл.-маг. поля
(вектор Умова-Пойнтинга)

Это - вакуум

Среда (без дисперсии)

$$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}; \quad \mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$$

$$\frac{\partial w^{\text{кин}}}{\partial t} + \underbrace{\int_V \frac{1}{4\pi} \left(\mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) d\mathbf{r}}_{\downarrow} = - \oint_V \frac{c}{4\pi} \operatorname{div} [\mathbf{E}\mathbf{H}] d\sigma.$$
$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{\varepsilon E^2 + \mu H^2}{8\pi} \right) d\mathbf{r}$$

Плотность энергии эл.-маг. поля в среде без дисперсии:

$$W_{(\text{среда})} = \frac{\varepsilon E^2 + \mu H^2}{8\pi}.$$

Дисперсия: учёт поглощения средой – зависит от среды.

**Следующая встреча:
Простейшие модели материальных сред**

Диэлектрики

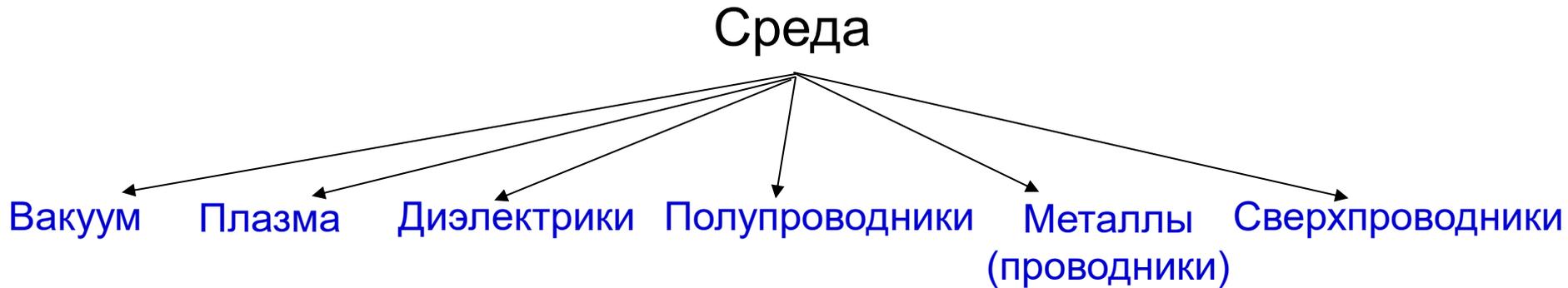
Простейшие модели материальных сред

Диэлектрики

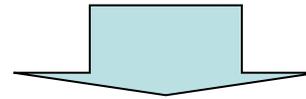
ПРОСТЕЙШИЕ МОДЕЛИ МАТЕРИАЛЬНЫХ СРЕД

Электро-магн. описание среды: ур.Максвелла + **материальные уравнения**

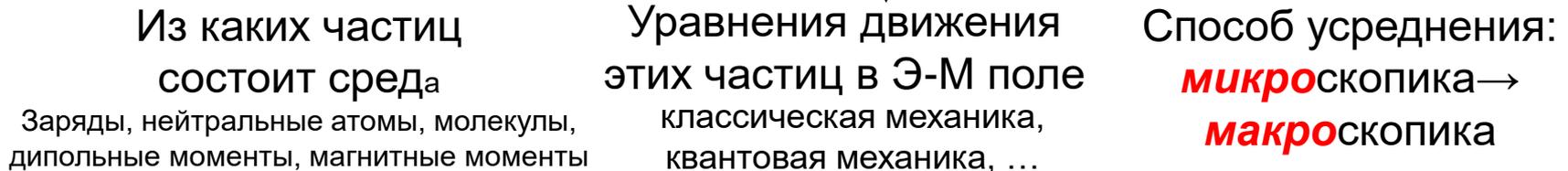
(Более) точные материальные уравнения → **квантовая механика**
Классическое рассмотрение: упрощение + наглядность



Материальное уравнение: реакция среды на ЭМ поле



МОДЕЛЬ СРЕДЫ



Конечная цель

Уравнения Максвелла

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \mathbf{E} &= 4\pi(\rho + \rho_0), \\ \operatorname{rot} \mathbf{B} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} (\mathbf{j} + \mathbf{j}_0), \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}.\end{aligned}$$

+ материальное уравнение

$$D_i = \tilde{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{k}, \omega) E_j$$

Условие существования решения:

$$\det \left| k_i k_j - k^2 \delta_{ij} + \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{k}, \omega) \right| = 0.$$

дисперсионное уравнение

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ – ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОМПОНЕНТ ПОЛЯ В СРЕДЕ

$$\left\{ k_i k_j - k^2 \delta_{ij} + \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{k}, \omega) \right\} E_j = 0$$

$j=x,y,z$

Пример: $\left\{ k_i k_j - k^2 \delta_{ij} + \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\epsilon}_{ij}(\mathbf{k}, \omega) \right\} E_j = 0$

Нахождение диэлектрической проницаемости среды ϵ

$$\mathbf{D}(t) = \int_{-\infty}^t \epsilon(t - t') \mathbf{E}(t') dt'$$

изотропная,
однородная
среда

В поле $E_\omega(t) = E_0 \exp(-i\omega t) \longrightarrow$ $\mathbf{D}_\omega(t) = \epsilon(\omega) \mathbf{E}_\omega(t)$

Фурье-компоненты

Цель: найти $\epsilon(\omega)$ – коэффициент пропорциональности между \mathbf{D} и \mathbf{E} .

для этого надо рассчитать \mathbf{D} : $\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$

$\mathbf{P} - ?$

Для точечных зарядов, например:

$$\mathbf{P} = \sum_n e_n \mathbf{r}_n$$

Заряд Смещение под действием поля

Если все частицы в одинаковых условиях и одинаковы, то:

МАКРО-поляризация \longrightarrow $\mathbf{P} = N e \mathbf{r}$ \longrightarrow это и есть МАКРОусреднение

концентрация \longrightarrow N

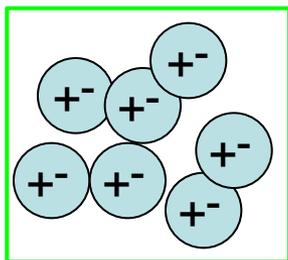
МИКРО-смещение \longrightarrow \mathbf{r}

Т. о., надо найти $\mathbf{r}(t)$ – и далее по цепочке выше. $\mathbf{r}(t)$ – конкретная среда.

ДИЭЛЕКТРИКИ

Нет свободных зарядов.
Не проводят ток.

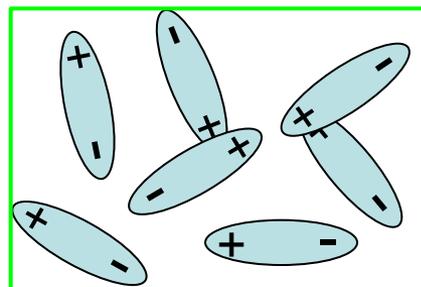
НЕПОЛЯРНЫЕ



$P=0$

$E=0$

ПОЛЯРНЫЕ

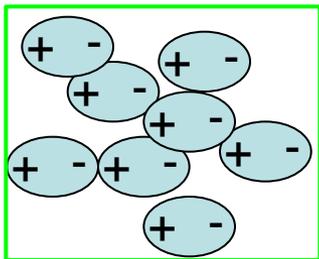


$P=0$

$k_B T:$
 $E=0$

Механизм возникновения МАКРО - поляризации

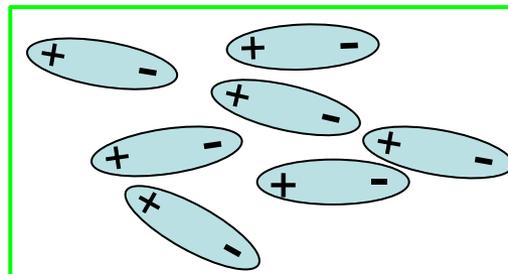
E



$P \neq 0$

$E \neq 0$

E



$P \neq 0$

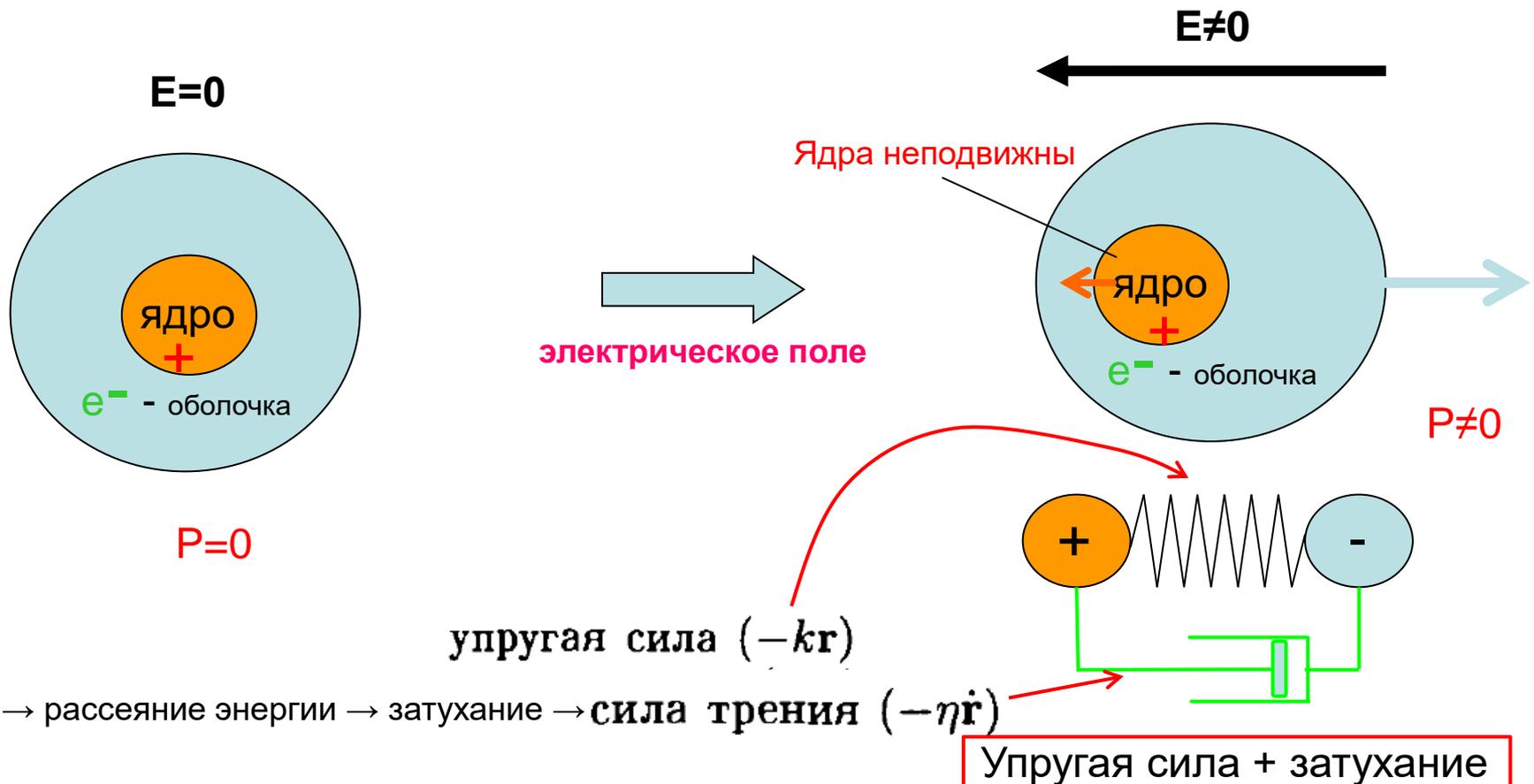
$k_B T, E \neq 0$

Вначале – Неполярные диэлектрики

Модель упруго связанных электронов

- a) нет свободных носителей тока;
- b) неполярность (дип. моменты=0).

Простейшая модель неполярного диэлектрика

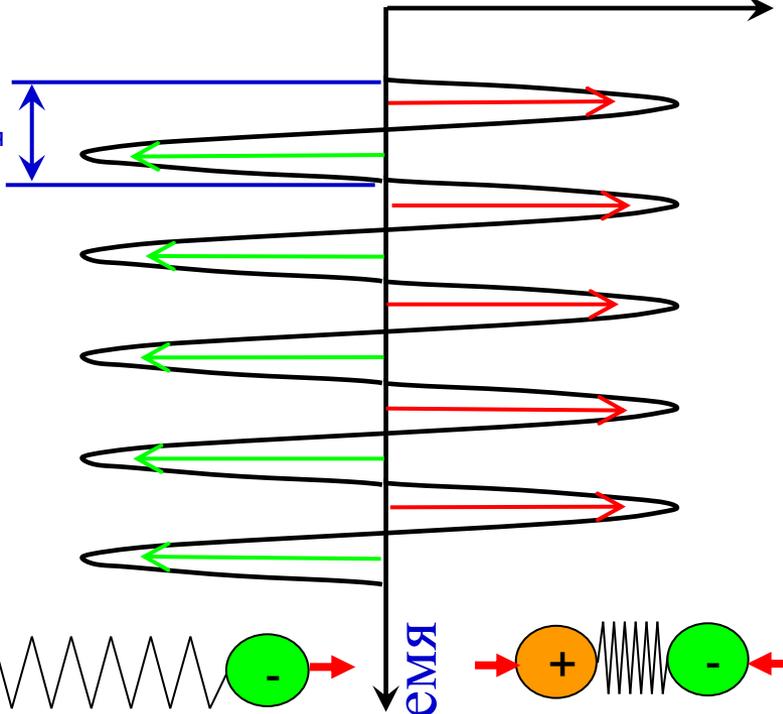


Очень простая, наглядная модель

внешнее поле

$$E_{\omega}(t) = E_0 \exp(-i\omega t)$$

период колебания



Ядра – тяжелы и неподвижны.

Электроны:

Уравнение движения (Ньютона):

$$m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} - k\mathbf{r} - \eta\dot{\mathbf{r}}$$

Сила со стороны внешнего поля

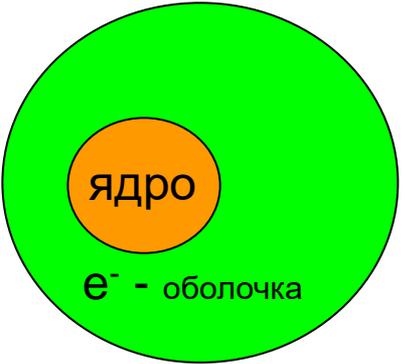
Возвращающая, упругая сила

Сила «трения»

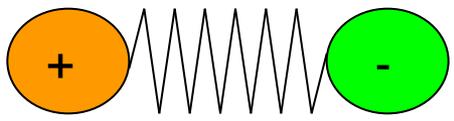
Все атомы одинаковы:

$$\mathbf{P} = N\mathbf{p} = Ner$$

ядро – тяжёлое
электроны - лёгкие



Это – модель классического осциллятора или Лорентциана



Диэлектрическая проницаемость в периодическом поле

В поле $\mathbf{E}_\omega(t) = E_0 \exp(-i\omega t) \longrightarrow \mathbf{D}_\omega(t) = \varepsilon(\omega)\mathbf{E}_\omega(t)$

$$\mathbf{E}_\omega(t) = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$$



$$m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} - k\mathbf{r} - \eta\dot{\mathbf{r}}$$

Решение:

$$\mathbf{r}_\omega(t) = -\frac{e}{m} \frac{1}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\gamma} \mathbf{E}_\omega(t)$$

Здесь $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ - частота собственных колебаний системы
при упругой силе $k\mathbf{r}$ с коэффициентом затухания $\gamma = \eta/m$

$\gamma = \eta/m$; $\tau = 1/\gamma$ - время затухания колебаний

(уменьшение амплитуды в e раз)

$$\mathbf{r}_\omega(t) = -\frac{e}{m} \frac{1}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\gamma} \mathbf{E}_\omega(t)$$

$$\mathbf{P} = N\mathbf{p} = Ne\mathbf{r}$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$$

$$\mathbf{D}_\omega(t) = \varepsilon(\omega)\mathbf{E}_\omega(t)$$



$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\gamma}$$

$$\omega_p = \sqrt{4\pi N e^2 / m} \quad - \text{ плазменная частота}$$

Несколько типов молекул (осцилляторов):

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \sum_i \frac{\omega_p^2 f_i}{\omega^2 - \omega_{0i}^2 + i\omega\gamma_i} \quad \text{Относительная концентрация: } f_i = N_i/N$$

1. Частотная зависимость (временнАя дисперсия).
2. Комплексность $\varepsilon^* = \varepsilon' + i \varepsilon''$.

$$\varepsilon(\omega) \approx 1 - \frac{\omega_p^2 f}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\gamma} = \varepsilon' + i\varepsilon''$$

$$\varepsilon'(\omega) = 1 - \frac{(\omega^2 - \omega_0^2)\omega_p^2 f}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\gamma^2},$$

$$\varepsilon''(\omega) = \frac{\omega\gamma\omega_p^2 f}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\gamma^2},$$

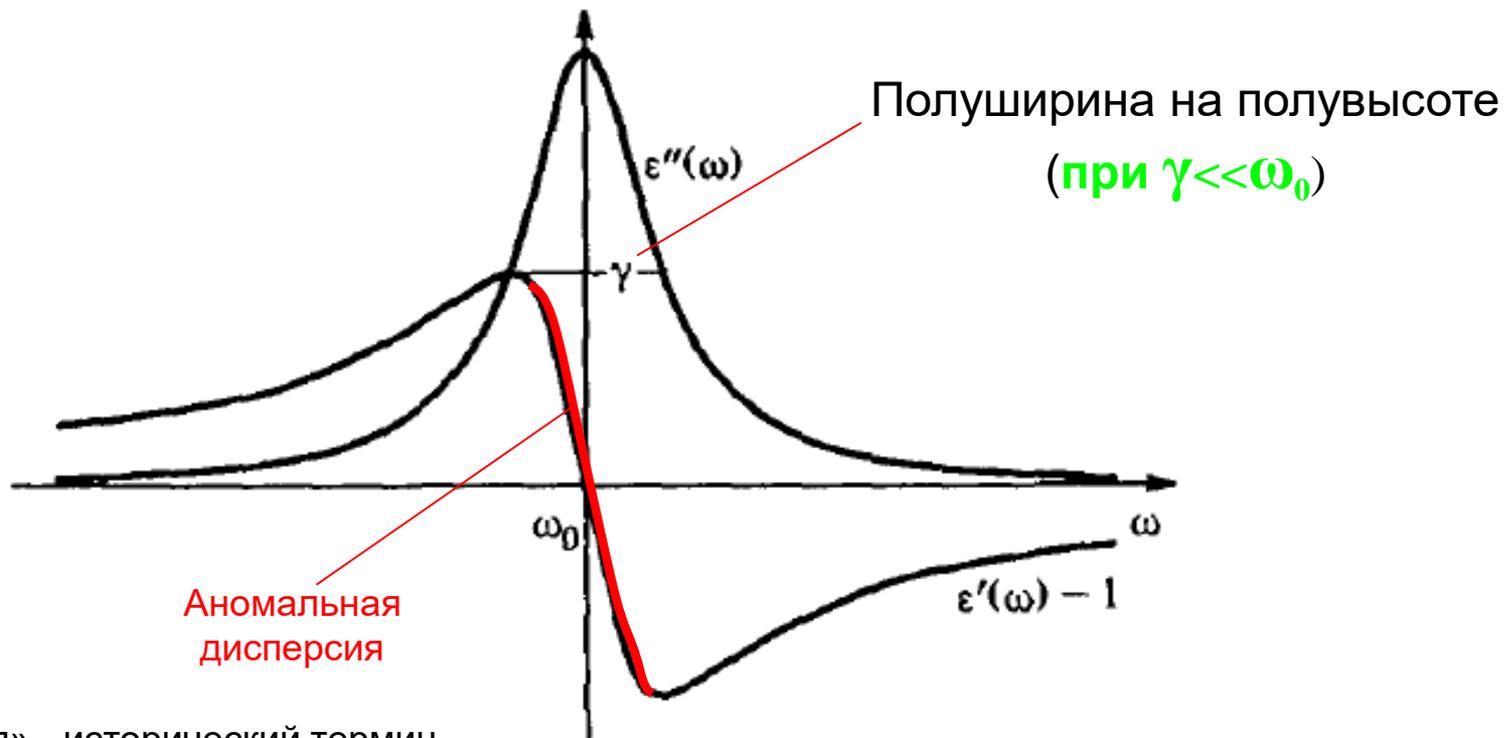
3. Резонанс при $\omega \rightarrow \omega_0$ -сила «трения»,
-поглощение

Поглощение и аномальная дисперсия

ДИЭЛЕКТРИК (неполярный)

$$\epsilon'(\omega) = 1 - \frac{(\omega^2 - \omega_0^2)\omega_p^2 f}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \gamma^2}$$

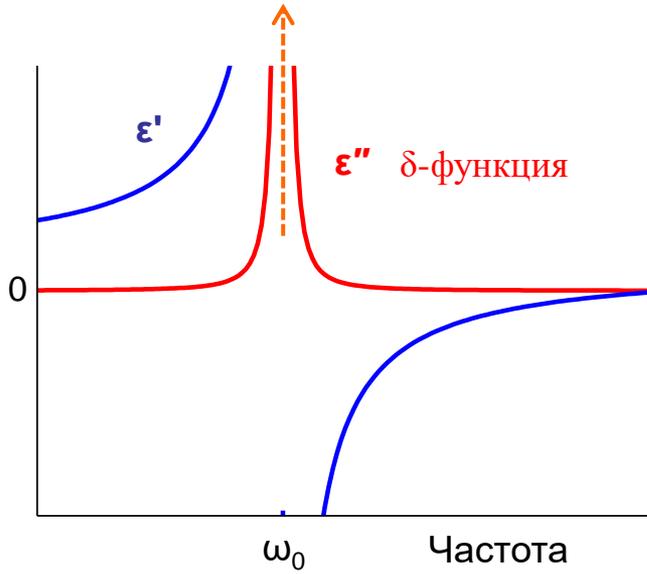
$$\epsilon''(\omega) = \frac{\omega \gamma \omega_p^2 f}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \gamma^2}$$



«аномальная» - исторический термин

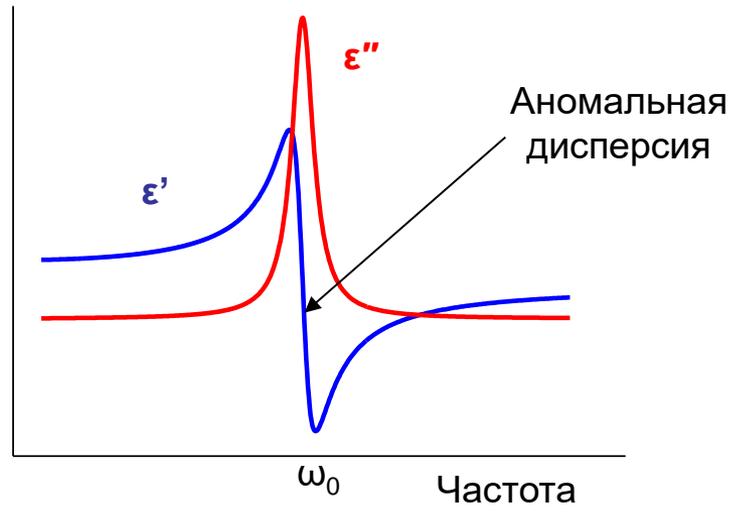
НЕПОЛЯРНЫЙ ДИЭЛЕКТРИК

Затухание $\gamma=0$



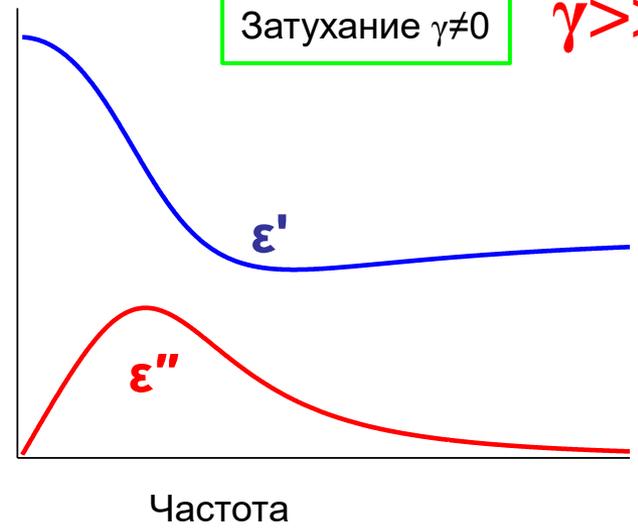
Затухание $\gamma \neq 0$

$\gamma < \omega_0$



Затухание $\gamma \neq 0$

$\gamma \gg \omega_0$

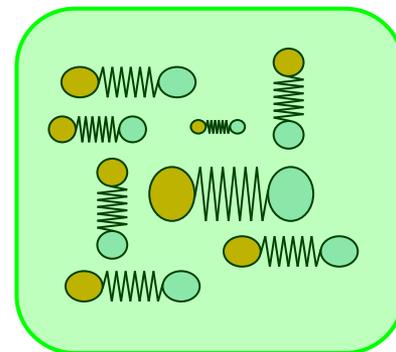


$$\epsilon'(\omega) = 1 - \frac{(\omega^2 - \omega_0^2)\omega_p^2 f}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \gamma^2}$$

$$\epsilon''(\omega) = \frac{\omega \gamma \omega_p^2 f}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \gamma^2}$$

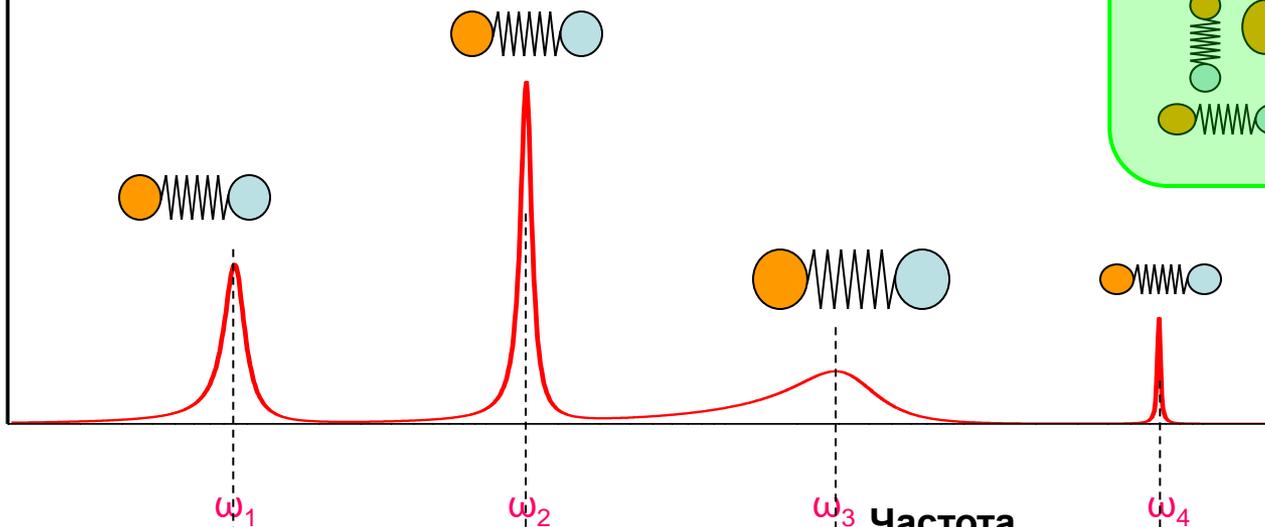
Частота

Неполярный диэлектрик



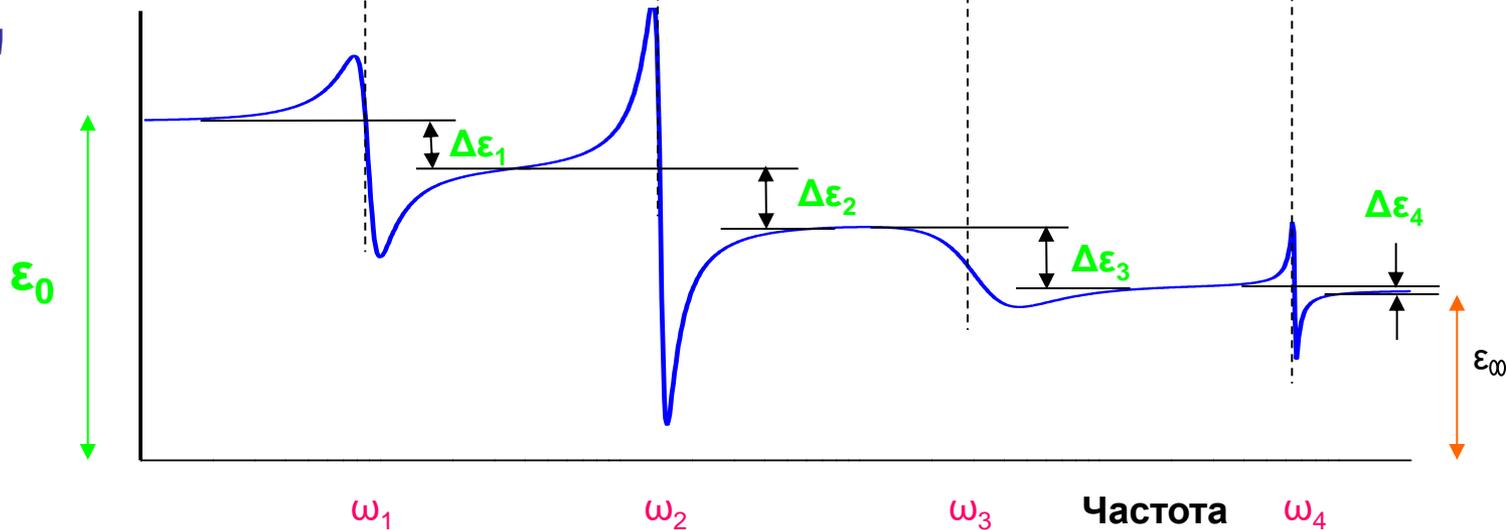
$$\varepsilon''(\omega) = \frac{\omega\gamma\omega_p^2 f}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\gamma^2}$$

ε''



$$\varepsilon'(\omega) = 1 - \frac{(\omega^2 - \omega_0^2)\omega_p^2 f}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\gamma^2}$$

ε'



ω_1

ω_2

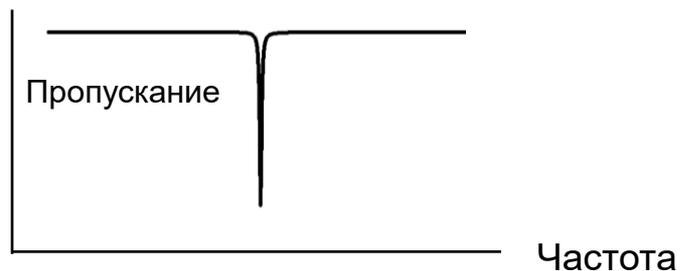
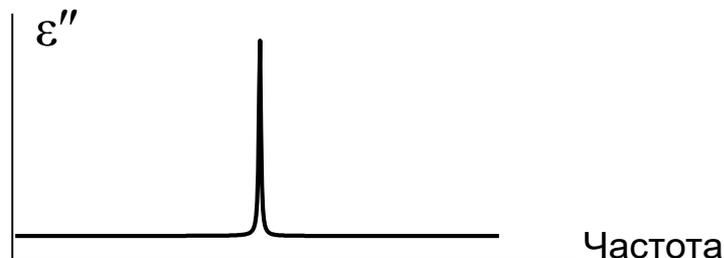
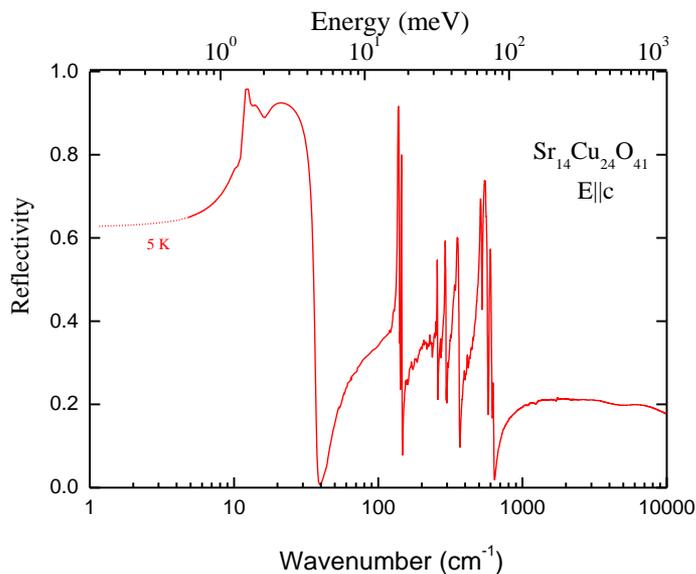
ω_3

Частота

ω_4

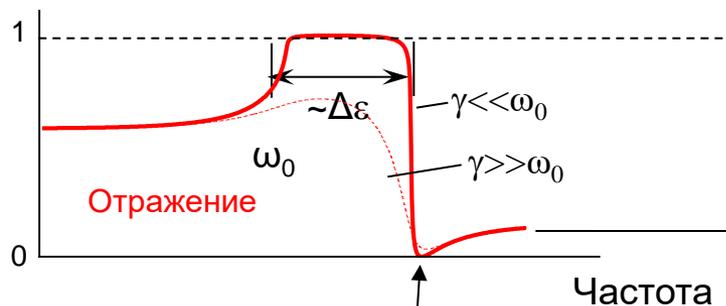
$$\varepsilon_0 = \varepsilon_\infty + \Delta\varepsilon_2 + \Delta\varepsilon_3 + \Delta\varepsilon_4 + \dots$$

Коэффициент отражения резонансной линии поглощения



$$R_0^{1/2} = \frac{\sqrt{\epsilon_0} - 1}{\sqrt{\epsilon_0} + 1} \rightarrow$$

статика



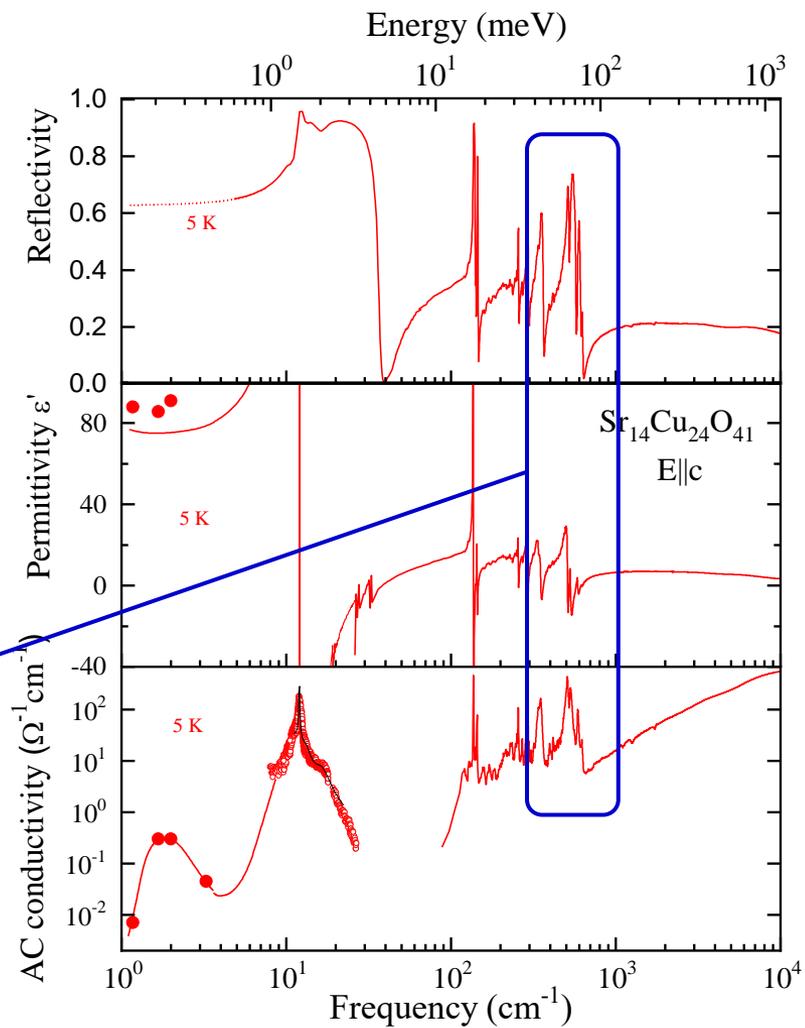
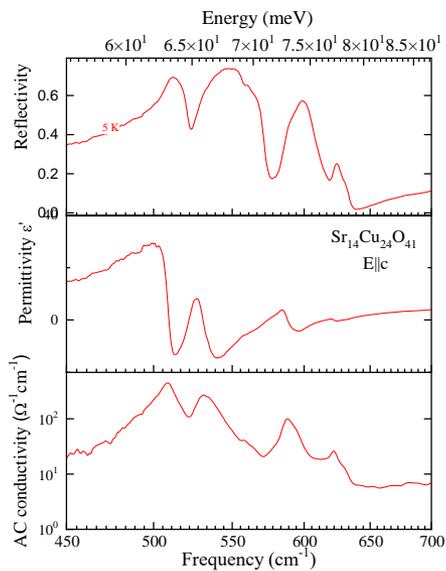
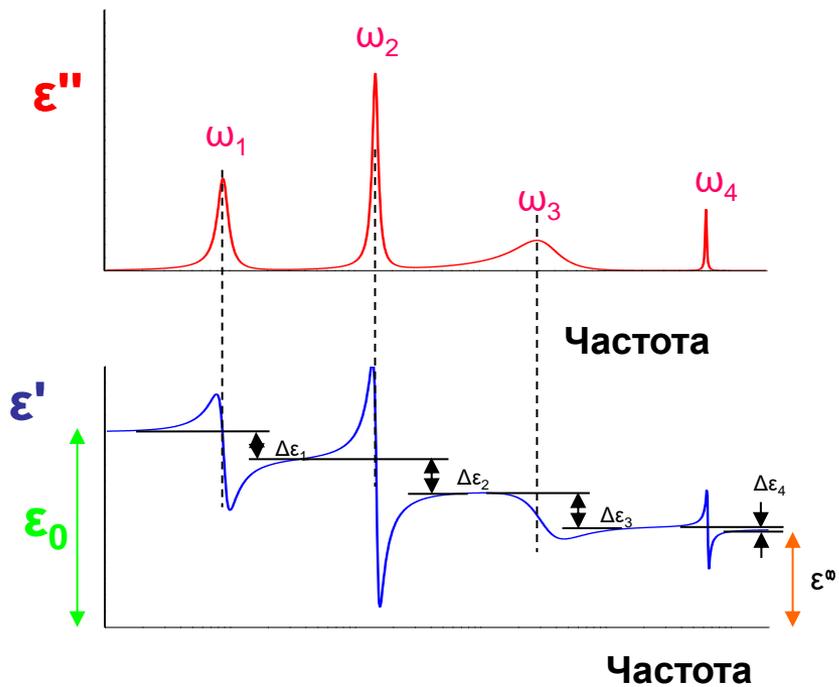
$$R_\infty^{1/2} = \frac{\sqrt{\epsilon_\infty} - 1}{\sqrt{\epsilon_\infty} + 1}$$

$$R = \left| \frac{\sqrt{\epsilon^*} - 1}{\sqrt{\epsilon^*} + 1} \right|^2 = \frac{(n-1)^2 + k^2}{(n+1)^2 + k^2}$$

$$\omega_{pl} / \sqrt{\epsilon_\infty} = \sqrt{\frac{\Delta\epsilon * \omega_0^2}{\epsilon_\infty}}$$

экранированная
плазменная частота

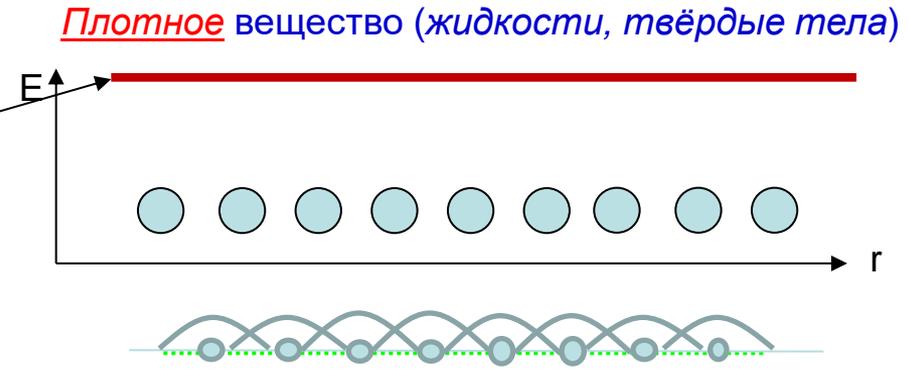
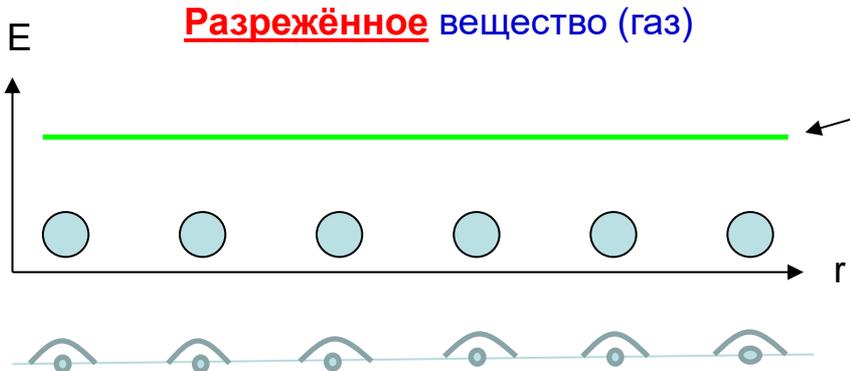
Пример: $\text{Sr}_{14}\text{Cu}_{24}\text{O}_{41}$



Локальное электрическое поле в поляризованной среде. Поправка Лоренц–Лоренца. Сдвиг резонансных частот

Резонансное поглощение на частоте ω_0 - ?

ДИЭЛЕКТРИК (неполяриный)



$$\mathbf{E}_{\text{ЛОК.}} = \mathbf{E}(\text{усреднённое, макроскопическое})$$

Для кубических (изотропных) кристаллов:

Вообще: $\mathbf{E}_{\text{ЛОК.}} = \mathbf{E} + f\mathbf{P}$

$$\mathbf{E}_{\text{ЛОК.}} = \mathbf{E} + \frac{4\pi}{3}\mathbf{P}$$

Поле Лоренца

$$m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} - k\mathbf{r} - \eta\dot{\mathbf{r}}$$

(напр. И.Е.Тамм. Электричество и магнетизм. М., Наука, 1989)

$$P_{\omega}(t) = \alpha(\omega)E_{\omega}(t)$$



$$\mathbf{P} = \alpha(\omega)\mathbf{E}_{\text{ЛОК.}} = \alpha(\omega)\left(\mathbf{E} + \frac{4\pi}{3}\mathbf{P}\right) \text{ - уравнение относительно } \mathbf{P}$$

Поправка Лоренц–Лоренца. Сдвиг резонансных частот.

$$\mathbf{P} = \frac{\alpha(\omega)}{1 - (4\pi/3)\alpha(\omega)} \mathbf{E} \equiv \alpha_{\text{лл}} \mathbf{E}$$

$$P_{\omega}(t) = \alpha(\omega) E_{\omega}(t)$$

Учёт локального поля
в диэлектрике

Без учёта локального поля
в диэлектрике (при среднем поле)

$$\alpha_{\text{лл}}(\omega) = \frac{\alpha(\omega)}{1 - (4\pi/3)\alpha(\omega)} \quad \text{- восприимчивость Лоренц-Лорентца}$$

$$\epsilon_{\text{лл}}(\omega) = 1 + 4\pi\alpha_{\text{лл}}(\omega) = 1 + \frac{4\pi\alpha(\omega)}{1 - (4\pi/3)\alpha(\omega)}$$

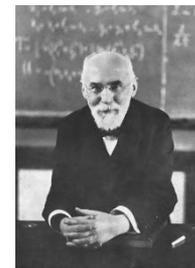
или:

$$\frac{\epsilon_{\text{лл}} - 1}{\epsilon_{\text{лл}} + 2} = \frac{4\pi}{3} \alpha(\omega)$$

Формула Лоренц-Лорентца



Ludvig
Lorenz
(Дания)



Hendrik
Lorentz
(Дания)

$$\alpha = [\epsilon(\omega) - 1]/4\pi$$

$$\epsilon(\omega) = 1 - \sum_i \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2 - \omega_{0i}^2 + i\omega\gamma_i}$$

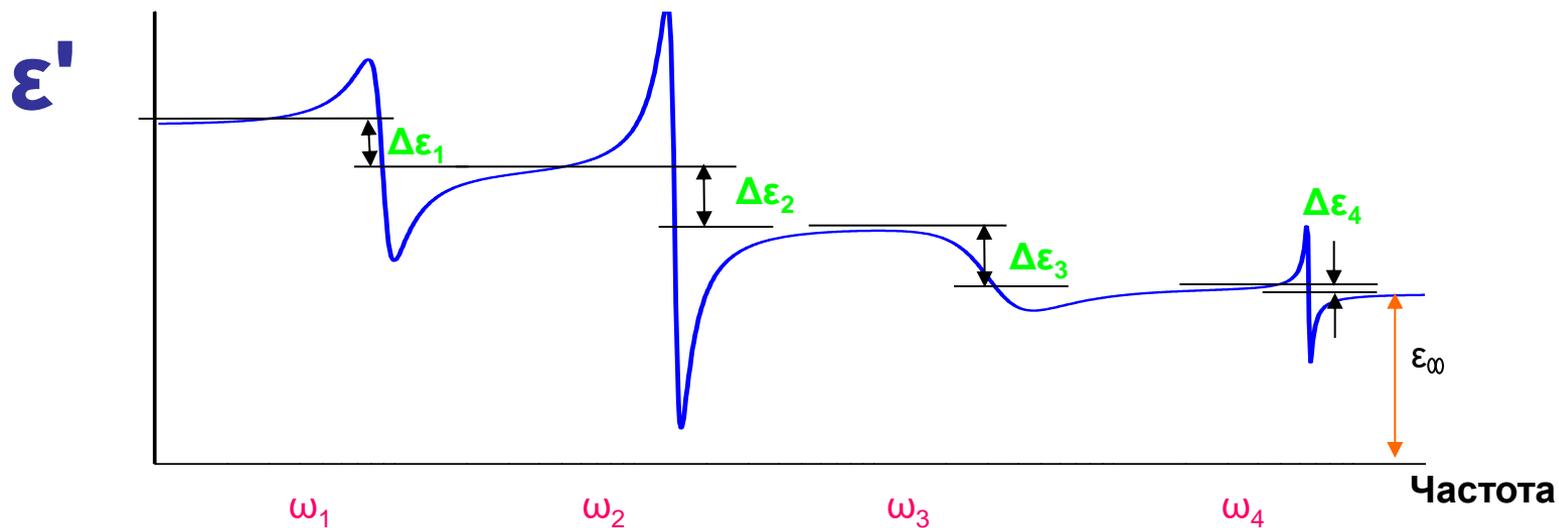
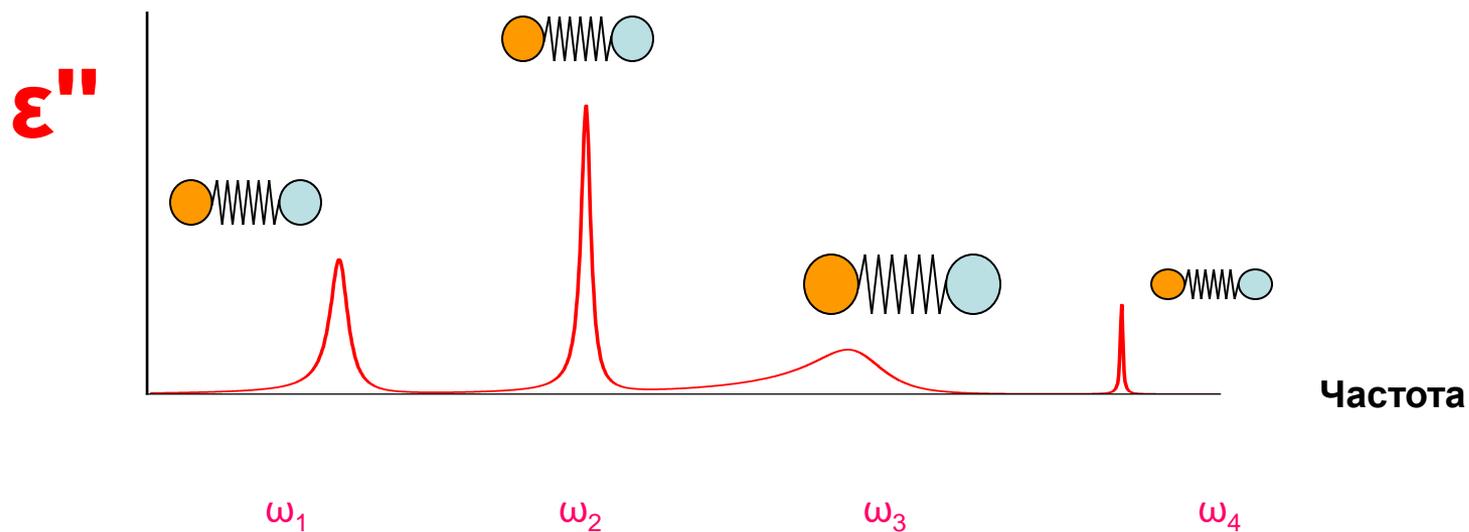
$$\epsilon_{\text{лл}}(\omega) = 1 + \frac{4\pi}{1/\alpha(\omega) - 4\pi/3} \approx 1 - \frac{\omega_p^2 f}{\omega^2 - (\omega_0^2 - (1/3)\omega_p^2 f) + i\omega\gamma}$$

Неполярные диэлектрики

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\gamma}$$

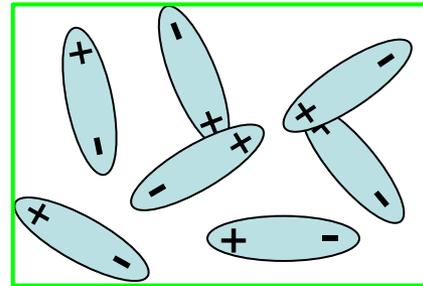
$$\omega_0^2 \rightarrow \omega_0^{*2} \equiv \omega_0^2 - \omega_p^2 f/3. \quad \text{- сдвиг резонансных частот}$$

Неполярный диэлектрик



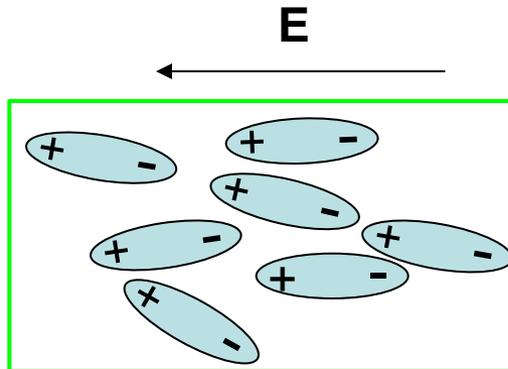
Полярные диэлектрики

$$k_B T:$$
$$E=0$$



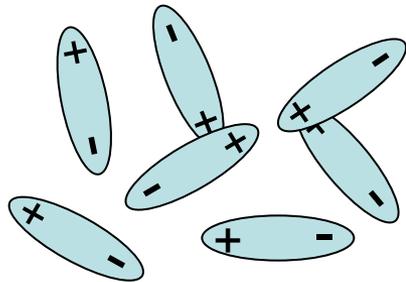
$$P=0$$

$$k_B T, E \neq 0$$



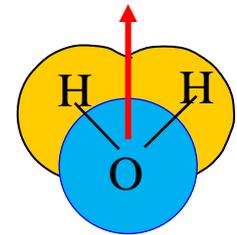
$$P \neq 0$$

Полярные диэлектрики



kT_B $P=0$

$D=1.85$ Дебая



Вода, H_2O

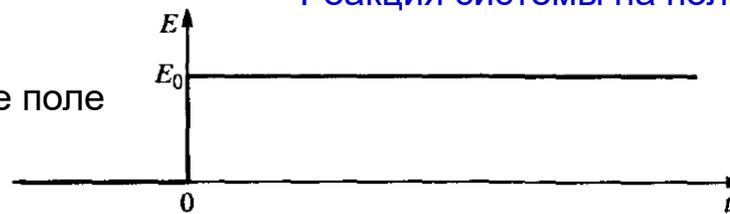
Постоянное поле E_0 : $P_0 = \alpha_0 E_0$

В переменном поле - ???

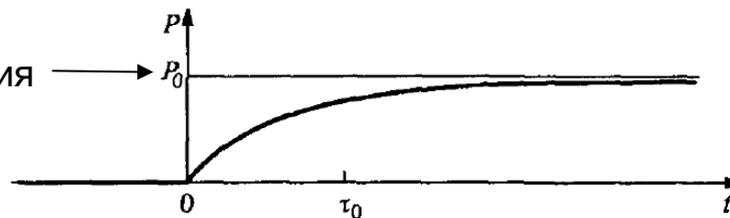
Дебаевская теория диэлектрической релаксации

Реакция системы на поле:

Приложенное внешнее поле



P_0 – равновесная поляризация



Петер Дебай
1884 – 1966
Нидерланды

Предположение: скорость изменения $P \sim$ отклонению от равновесного значения P_0 :

$$\frac{dP(t)}{dt} = -\frac{P - P_0}{\tau_0}$$

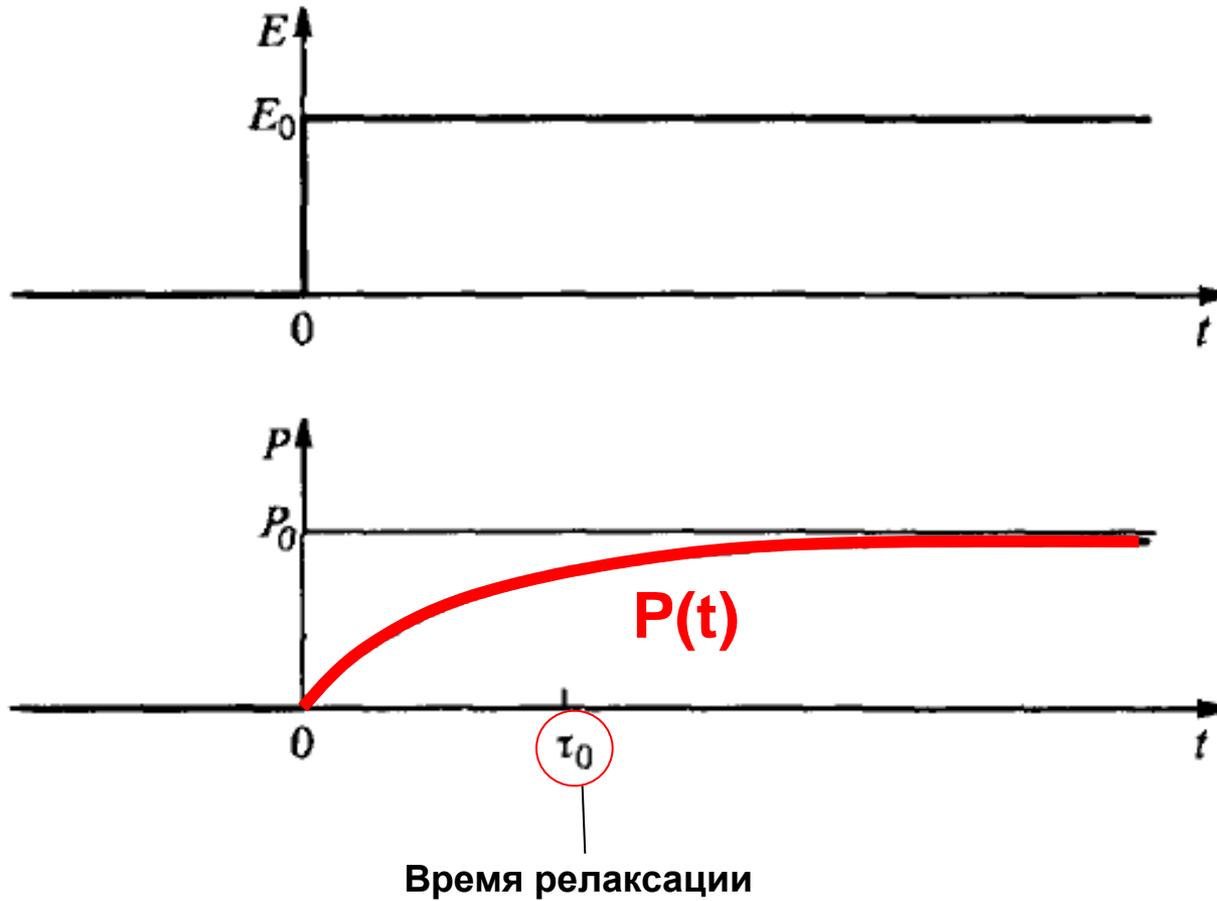
Начальное условие

$$P(t = 0) = 0 \longrightarrow P(t) = (1 - \exp(-t/\tau_0))P_0$$

Основное положение дебаевской теории диэлектрической релаксации в полярных диэлектриках

$$P(t) = (1 - \exp(-t/\tau_0))P_0 \quad (\text{Запаздывание: } \underline{\text{временная дисперсия!}})$$

Дебаевская теория диэлектрической релаксации в полярных диэлектриках
(феноменология, никакой микроскопии)



дебаевская восприимчивость α и дебаевская диэлектрическую проницаемость ϵ -?

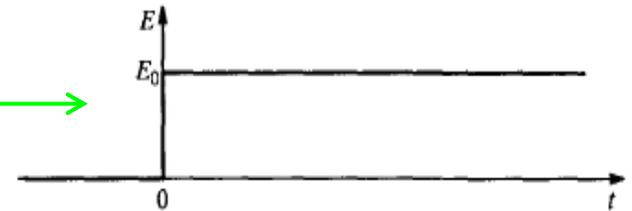
Дебаевская диэлектрическая восприимчивость и проницаемость

По определению:

$$P(t) = \int_{-\infty}^t \alpha(t - t') E(t') dt'$$

Определение восприимчивости – отклик на ступенчатое поле:

$$\theta(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ 1 & \text{при } t > 0. \end{cases}$$



$$P_{\theta}(t) = \int_{-\infty}^t dt' \alpha(t - t') \boxed{E_0 \theta(t')} = E_0 \int_0^t dt' \alpha(t - t') = E_0 \int_0^t \alpha(\tau) d\tau.$$

Отсюда:

$$\frac{dP_{\theta}(t)}{dt} = E_0 \alpha(t)$$

и

$$\boxed{\alpha(t) = \frac{1}{E_0} \frac{dP_{\theta}(t)}{dt}}$$

Дебаевская диэлектрическая восприимчивость и проницаемость

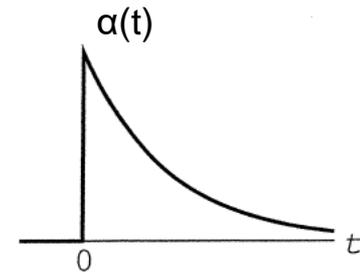
отклик как раз на ступенчатое внешнее поле

Отклик на постоянное поле

Для $P(t) = (1 - \exp(-t/\tau_0))P_0$

Получаем:

$$\alpha(t) = \frac{1}{E_0} \frac{dP(t)}{dt} = \frac{P_0}{E_0} \frac{1}{\tau_0} \exp(-t/\tau_0) = \frac{\alpha_0}{\tau_0} \exp(-t/\tau_0)$$



$$P_0 = \alpha_0 E_0$$

Спадающая функция с характерным временем τ_0

Отклик на переменное поле

Диэлектрическая проницаемость в периодическом поле $\mathbf{E}_\omega(t) = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$

$$\epsilon(\omega) = 1 + 4\pi\alpha(\omega)$$

$$\alpha(\omega) = \underbrace{\int_0^\infty dt \exp(i\omega t) \alpha(t)}_{\text{Фурье-компонента } \alpha(\omega)} = \frac{\alpha_0}{\tau_0} \int_0^\infty \exp(i\omega t) \exp(-t/\tau_0) dt = \frac{\alpha_0}{1 - i\omega\tau_0}$$

Фурье-компонента $\alpha(\omega)$

$$\epsilon(\omega) = 1 + 4\pi\alpha(\omega) = 1 + \frac{4\pi\alpha_0}{1 - i\omega\tau_0}$$

Формула Дебая

ВременнАя дисперсия (инерционность)

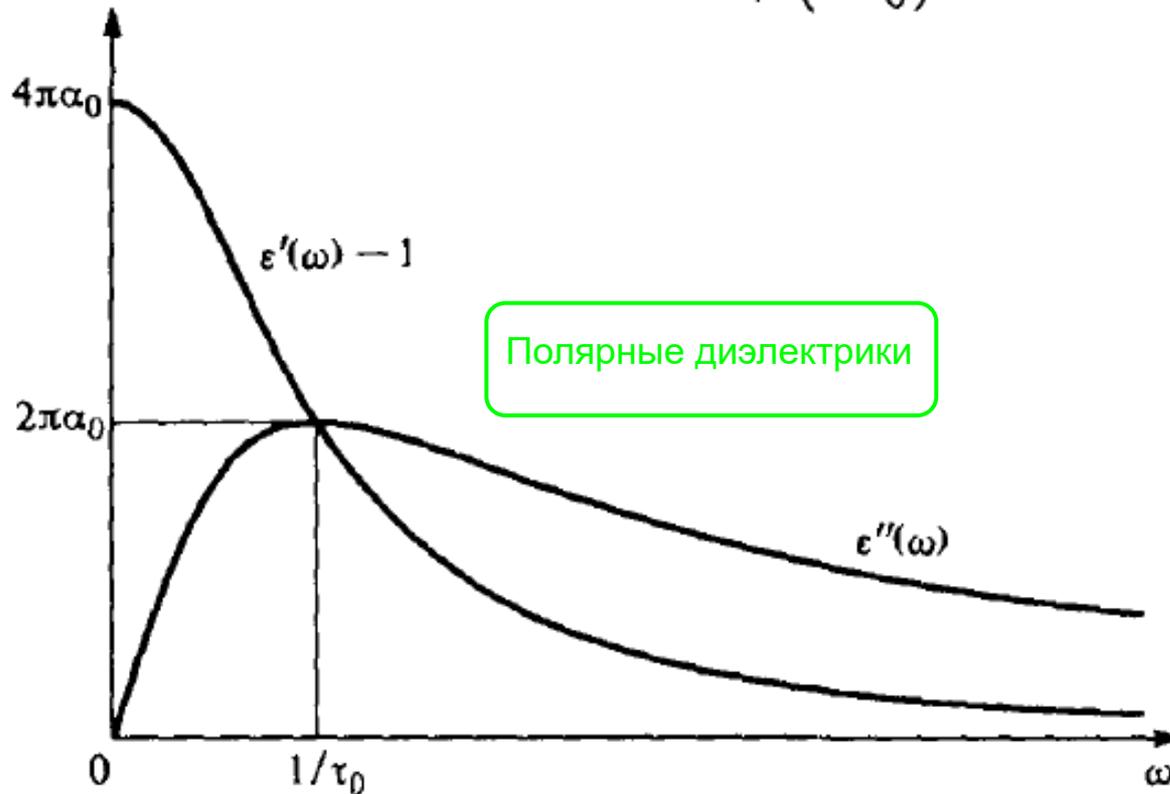


Петер Дебай
1884 – 1966
Нидерланды

Дебаевская диэлектрическая восприимчивость и проницаемость

$$\epsilon(\omega) = 1 + \frac{4\pi\alpha_0}{1 - i\omega\tau_0} = \epsilon' + i\epsilon''$$

$$\epsilon'(\omega) = 1 + \frac{4\pi\alpha_0}{1 + (\omega\tau_0)^2} \quad \epsilon''(\omega) = \frac{4\pi\alpha_0\omega\tau_0}{1 + (\omega\tau_0)^2}$$



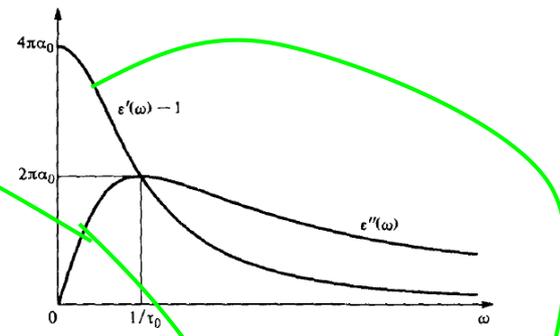
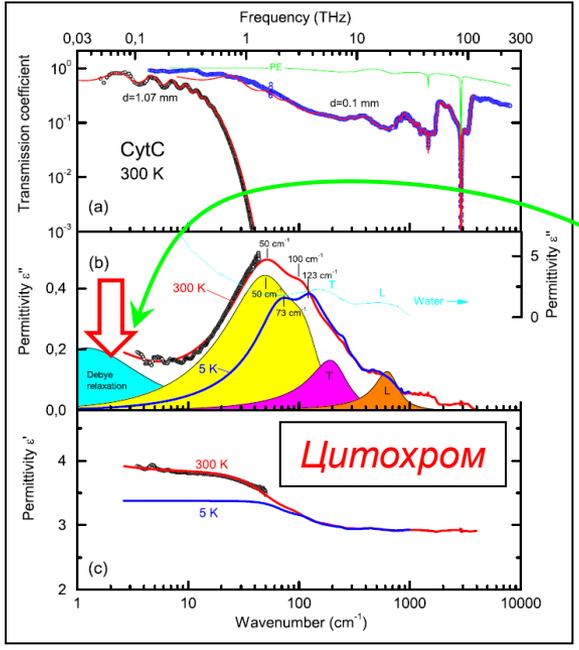
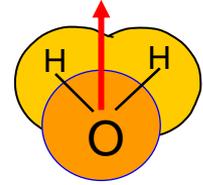
Полярные диэлектрики

поглощение

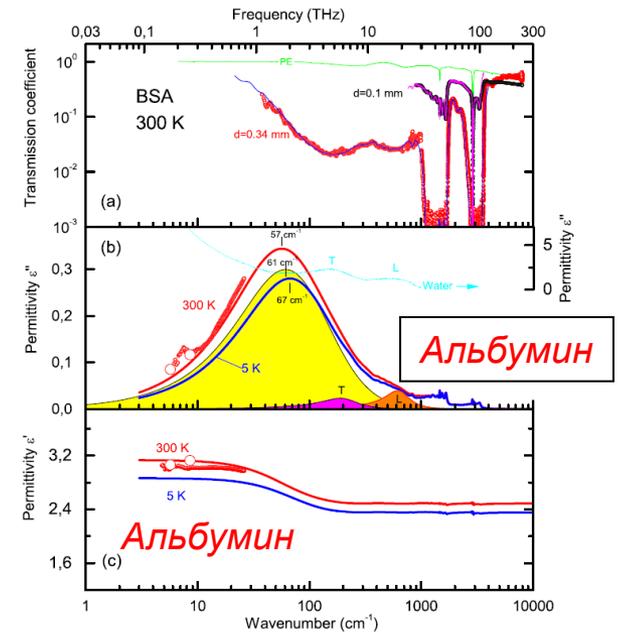
Возможно распределение
времён релаксации τ_0

Модель Дебая - феноменологическая

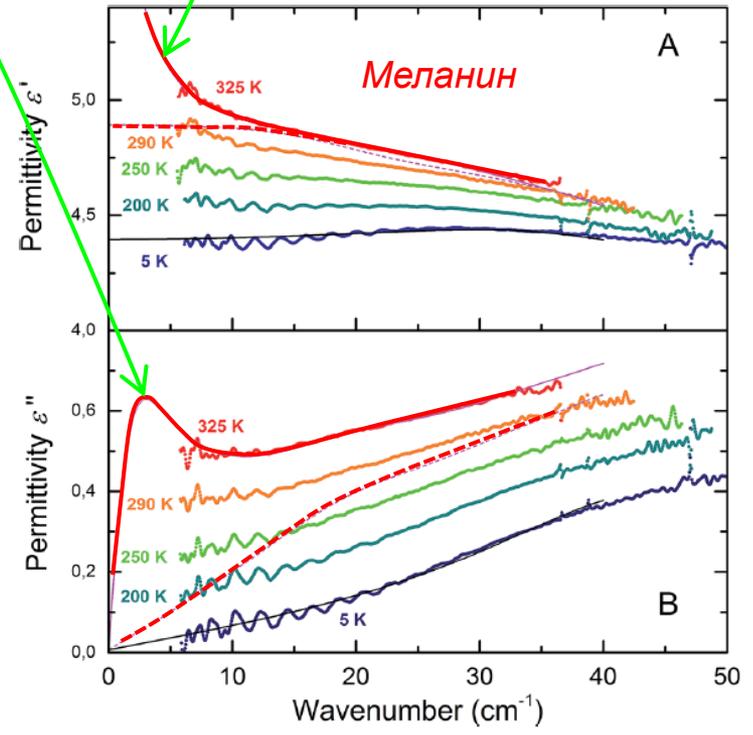
Примеры: вода



Motovilov et al. RSC Adv., 2019, 9, 3857



Gagkaeva et al. J. Biol. Physics. 2018

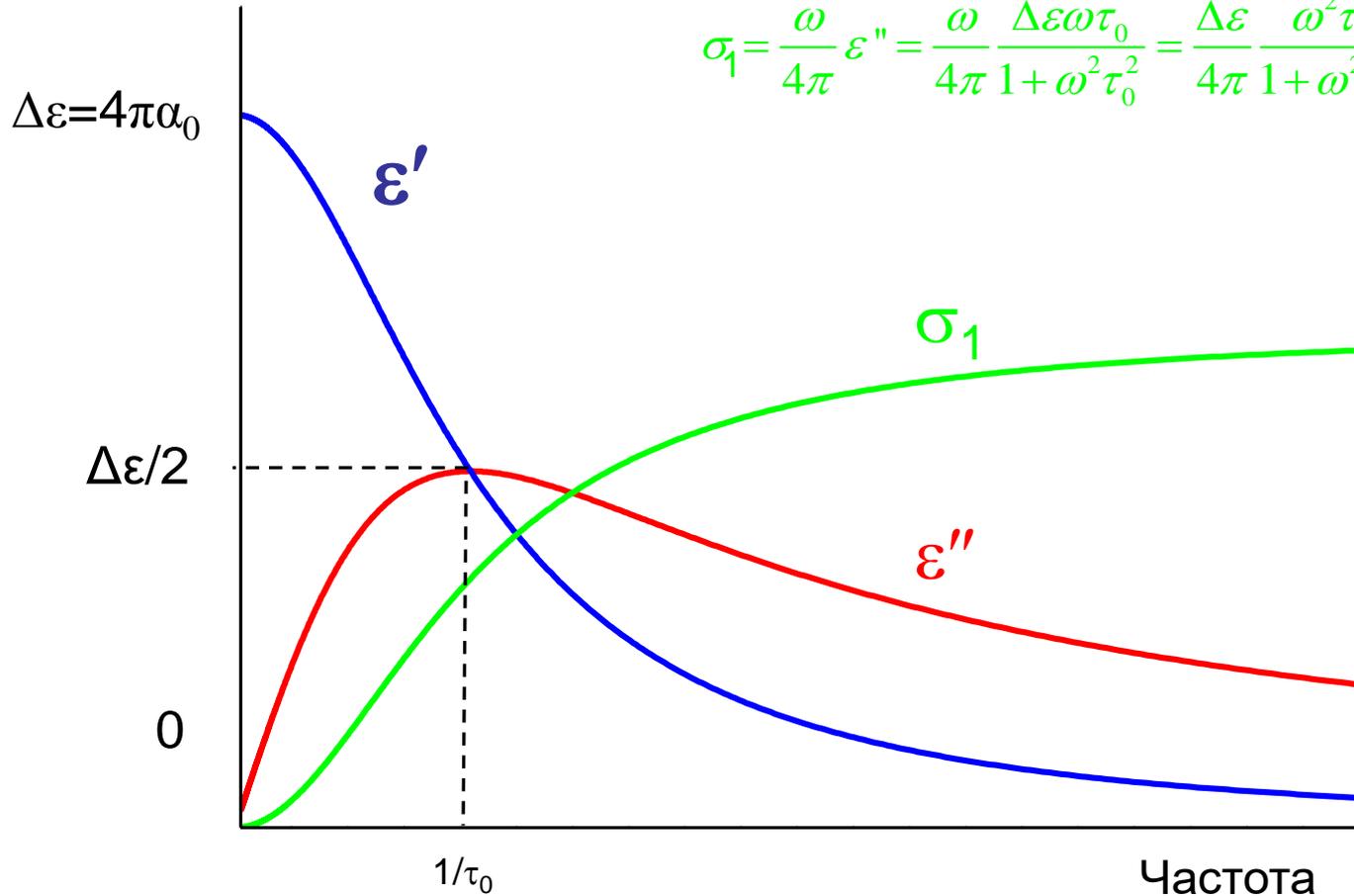


Дебаевская диэлектрическая проницаемость и динамическая (оптическая) проводимость

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_0 - \varepsilon_\infty$$

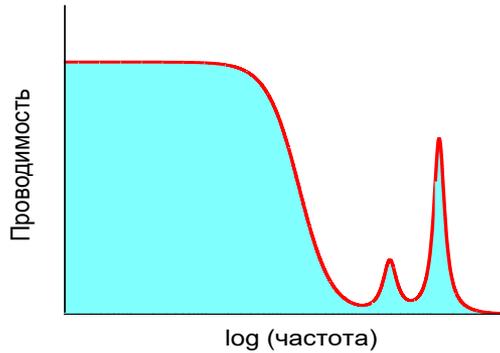
$$\varepsilon'(\omega) = 1 + \frac{4\pi\alpha_0}{1 + (\omega\tau_0)^2} \quad \varepsilon''(\omega) = \frac{4\pi\alpha_0\omega\tau_0}{1 + (\omega\tau_0)^2}$$

$$\sigma_1 = \frac{\omega}{4\pi} \varepsilon'' = \frac{\omega}{4\pi} \frac{\Delta\varepsilon\omega\tau_0}{1 + \omega^2\tau_0^2} = \frac{\Delta\varepsilon}{4\pi} \frac{\omega^2\tau_0}{1 + \omega^2\tau_0^2}$$



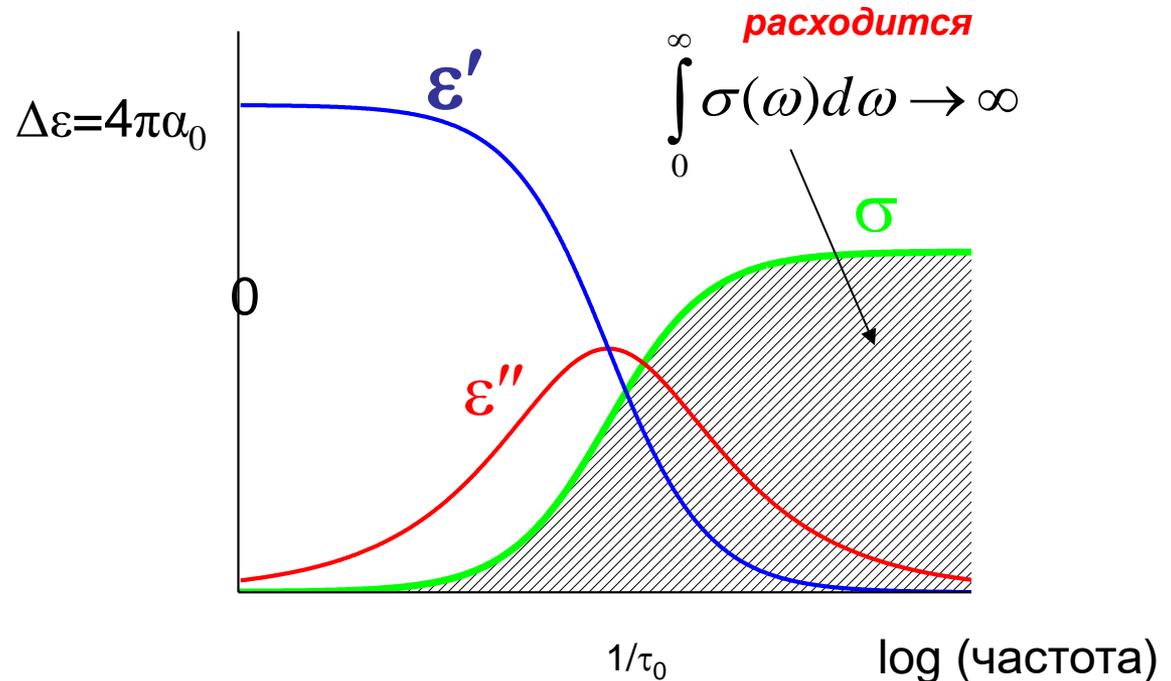
Модель Дебая не удовлетворяет правилу сумм

$$\frac{\omega_p^2}{8} = \int_0^\infty \sigma_1(\omega) d\omega = \frac{\pi N e^2}{2m} = \text{const}$$



Оптическая проводимость
в модели Дебая полярных диэлектриков

$$\sigma_1 = \frac{\omega}{4\pi} \varepsilon'' = \frac{\omega}{4\pi} \frac{\Delta\varepsilon \omega \tau_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2} = \frac{\Delta\varepsilon}{4\pi} \frac{\omega^2 \tau_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2}$$



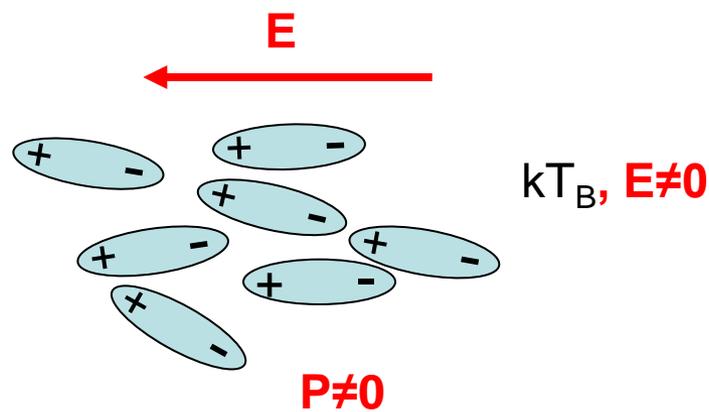
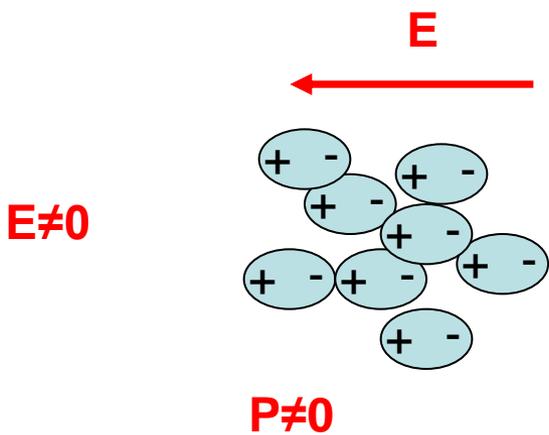
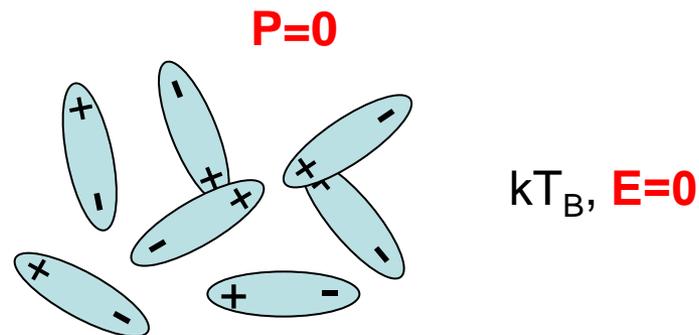
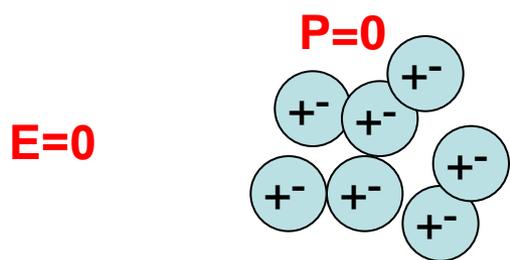
Следующая встреча:
ПРОВОДНИКИ

Проводники в переменных полях

ДИЭЛЕКТРИКИ

НЕПОЛЯРНЫЕ

ПОЛЯРНЫЕ



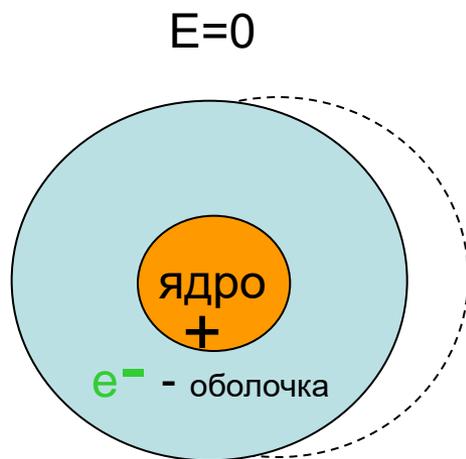
Неполярные диэлектрики

Модель упруго связанных электронов

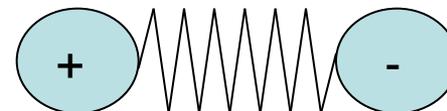
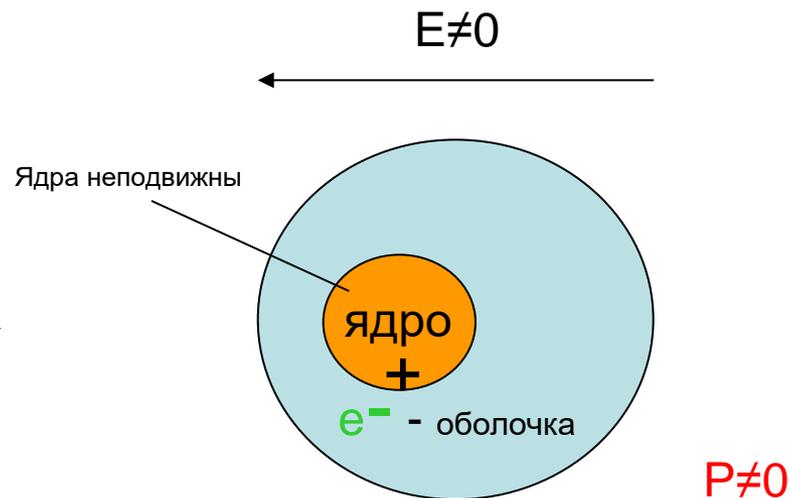
Нет носителей тока

Неполярность

Простейшая модель неполярного диэлектрика



поляризация
 $P=0$



упругая сила ($-kr$)
сила трения ($-\eta\dot{r}$)

Упругая сила+затухание

Уравнение движения (Ньютона):

$$m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} - k\mathbf{r} - \eta\dot{\mathbf{r}}$$

Сила со стороны
внешнего поля

Возвращающая сила

Сила «трения»

Отклик на периодическое поле

$$\mathbf{E}_\omega(t) = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$$

$$m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} - k\mathbf{r} - \eta\dot{\mathbf{r}}$$

Решение:

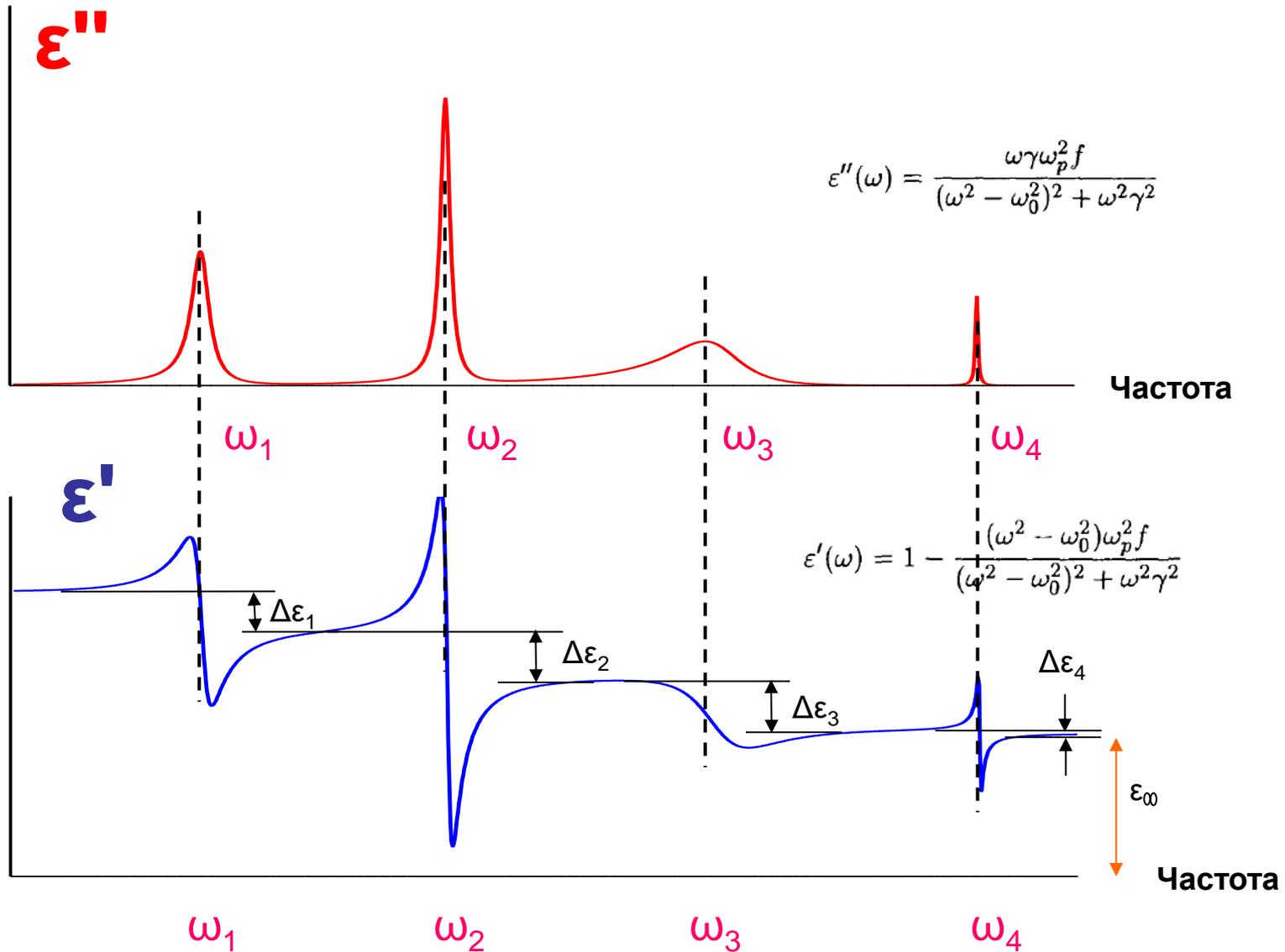
$$\mathbf{r}_\omega(t) = -\frac{e}{m} \frac{1}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\gamma} \mathbf{E}_\omega(t)$$

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\gamma}$$

$$\omega_p = \sqrt{4\pi Ne^2/m}$$

Это – модель классического осциллятора
или Лорентциана

Диэлектрик (не полярный)

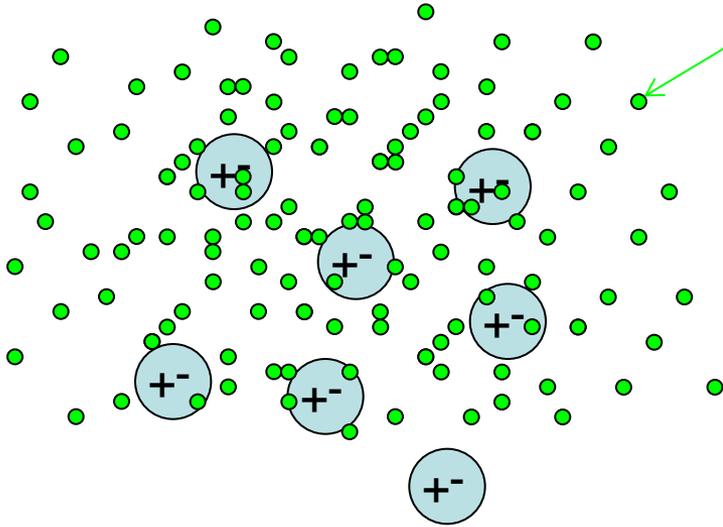


$$\epsilon_0 = \epsilon_\infty + \Delta\epsilon_2 + \Delta\epsilon_3 + \Delta\epsilon_4 + \dots$$

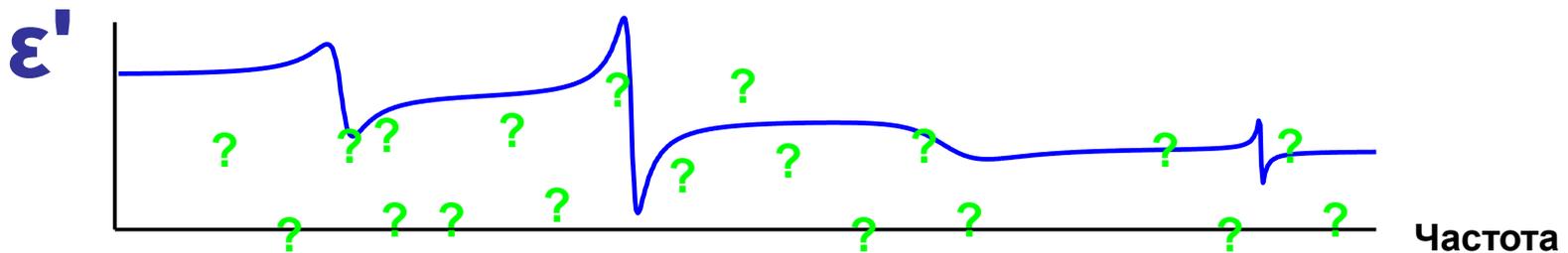
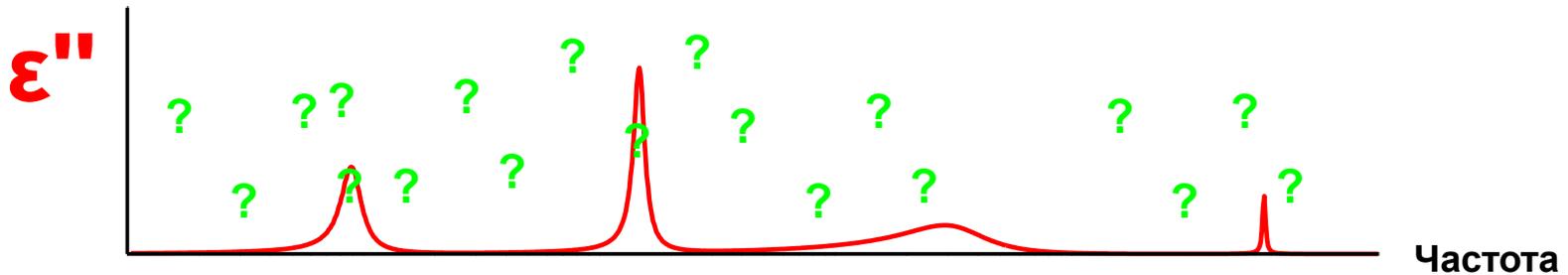
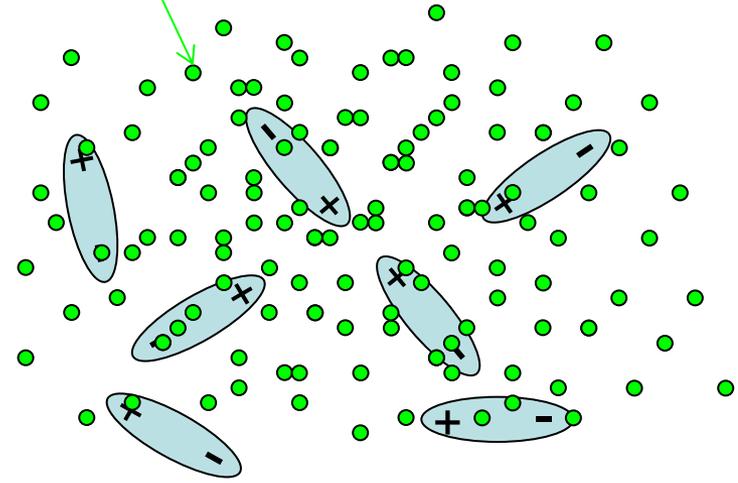
ДИЭЛЕКТРИКИ

+ свободные заряды

НЕПОЛЯРНЫЕ



ПОЛЯРНЫЕ



Проводники в переменных полях

Простейшая модель проводящей среды.

Проводники – **свободные** носители заряда (тока).



пусть - электроны

Модель среды - проводника:

Предположения:

1. Независимые друг от друга (невзаимодействующие друг с другом).
2. Классические уравнения движения.
3. «Сила трения» - сопротивление (фононы, магноны, примеси, дефекты, ...).
4. Электронейтральность, устойчивость системы
– положительные, *неподвижные* ионы в кристалле, *подвижные* ионы в плазме.

в диэлектрике было:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} - \cancel{k\mathbf{r}} - \eta\dot{\mathbf{r}}$$

Сила со стороны внешнего поля

Возвращающая сила

Сила «трения»

Уравнение движения:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} - \eta\dot{\mathbf{r}}$$

сила со стороны поля

сила «трения»

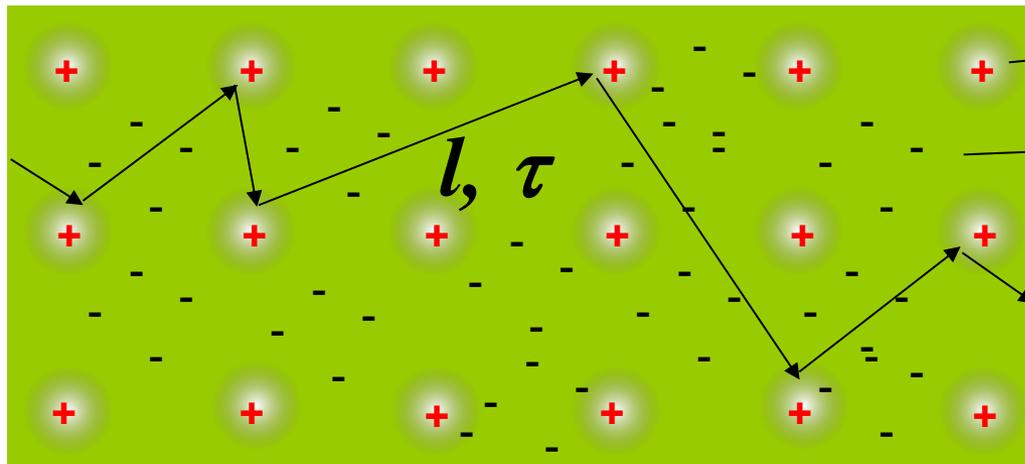
Возвращающей силы нет (как это было в диэлектриках)

Модель проводимости Друде 1900 г.

- Электроны – частицы классического газа.
- Электроны движутся **свободно** в решётке ионов.
- Движение – **классические** уравнения движения Ньютона.
- Электроны **не взаимодействуют** между собой.
- Электроны **упругим образом, мгновенно**, сталкиваются с:
решёткой ионов;
примесями;
дефектами и т.д.
- Электроны движутся с некоторой **средней скоростью**.
- Частота столкновений и масса электронов не зависят от их скорости (от энергии).



Пауль Друде
Германия



+ ионы

электронный
газ

*l, τ - длина и время
свободного пробега*

Диэлектрическая проницаемость проводника.

$$m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} - \eta\dot{\mathbf{r}}$$

В периодическом поле $\mathbf{E}_\omega(t) = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$

Решение:

$$\mathbf{r}_\omega(t) = -\frac{e}{m\omega^2 + i\omega\eta} \mathbf{E}_\omega(t).$$

В диэлектрике было:

$$\mathbf{r}_\omega(t) = -\frac{e}{m} \frac{1}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\gamma} \mathbf{E}_\omega(t)$$

Диэлектрическая проницаемость проводника.

Поляризуемость:

$$\mathbf{P}_\omega(t) = N e \mathbf{r}_\omega(t) = -\frac{N e^2}{m \omega^2 + i \omega \eta} \mathbf{E}_\omega(t)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P} = \underbrace{\left(1 - \frac{4\pi N e^2}{m(\omega^2 + i \omega \eta/m)} \right)}_{\varepsilon(\omega)} \mathbf{E}_\omega(t)$$

$$\mathbf{D}_\omega(t) = \varepsilon(\omega) \mathbf{E}_\omega(t)$$

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i \omega \gamma}$$

Проводник

Здесь: $\omega_p = \sqrt{4\pi N e^2 / m}$ - плазменная частота

$\gamma \equiv \eta / m = 1/\tau$ - частота столкновений (частота релаксации)

Электроны – НЕ связанные

Возвращающая
сила

Диэлектрик: $m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} - \cancel{k\mathbf{r}} - \eta\dot{\mathbf{r}}$

Металл: $m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} - \eta\dot{\mathbf{r}}$

Диэлектрик: $\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\gamma}$

Лорентциан

~~ω_0^2~~

Металл: $\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \mathbf{0} + i\omega\gamma}$

Модель проводимости Друде – Лорентциан с нулевой собственной частотой

Диэлектрическая проницаемость проводника.

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\gamma}$$

$\epsilon(\omega)$ - **комплексная** величина: столкновения –
переход энергии в тепло – **поглощение (энергия поля поглощается)**

$\epsilon(\omega)$ - адекватна описанию диэлектрика.

В случае **проводника** – не поляризуемость, а наведённые токи →
динамическая проводимость

Проводимость в переменном поле.

$$\mathbf{j}_\omega(t) = \sigma(\omega)\mathbf{E}_\omega(t) = Ne\dot{\mathbf{r}}_\omega(t) = \underbrace{\frac{Ne^2i\omega}{m(\omega^2 + i\omega\gamma)}}_{\sigma(\omega)}\mathbf{E}_\omega(t)$$

$$\mathbf{r}_\omega(t) = -\frac{e}{m\omega^2 + i\omega\eta}\mathbf{E}_\omega(t).$$

$$\mathbf{E}_\omega(t) = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$$

Проводимость в переменном поле.

$$\sigma(\omega) = \frac{Ne^2}{m\gamma(1 - i\omega/\gamma)}$$

Физический смысл величины γ :

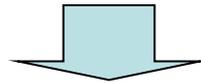
При $\omega = 0$: $\sigma(0) = \frac{Ne^2}{\gamma m} \equiv \sigma_0$ - статическая проводимость

Курс общей физики: $\sigma_0 = \frac{Ne^2}{m} \tau \rightarrow \gamma = 1/\tau$
Частота соударений

Вычисление γ или τ - *микроскопика*.

Проводимость в переменном поле.

$$\sigma(\omega) = \frac{Ne^2}{m\gamma(1 - i\omega/\gamma)} \quad \sigma_0 = \frac{Ne^2}{\gamma m}$$



$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega/\gamma} = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau}$$

Типичные величины:

медь

$$\sigma_0 \approx 10^6 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1} \text{ (СИ)}$$

$$10^{18} \text{ Гц (СГСЭ)}$$

$$\tau \approx 10^{-13} \text{ с}; \gamma \approx 10^{13} \text{ Гц!}$$

Проводимость и диэлектрическая проницаемость проводника

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_0 \gamma^2}{\gamma^2 + v^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_0 \gamma v}{\gamma^2 + \omega^2}$$

Статическая проводимость:

$$\sigma_1(0) = \sigma_0$$

$$\varepsilon_1 = -\frac{2\sigma_0 \gamma}{\gamma^2 + v^2}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{2\sigma_0 \gamma^2}{v(\gamma^2 + v^2)}$$

$$\varepsilon_1(0) = -\frac{2\sigma_0}{\gamma}$$

Оптические свойства проводников

$$\epsilon'(\omega) = \epsilon_0 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} \quad \epsilon''(\omega) = \frac{\gamma \omega_p^2}{\omega \omega^2 + \gamma^2}$$

«Выделенные» частоты: γ и ω_p . (Обычно $\omega_p \gg \gamma$).



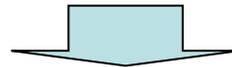
Особые области для проводника:

1) $\omega < \gamma$, 2) $\gamma < \omega < \tilde{\omega}_p$ и 3) $\omega > \tilde{\omega}_p$

$\tilde{\omega}_p = \omega_p / \sqrt{\epsilon_0}$ - «экранированная» плазменная частота
(смена знака $\epsilon'(\omega)$ при $\omega \gg \gamma$)

Комплексный показатель преломления для проводящих сред

$$\tilde{n} = \sqrt{\epsilon(\omega)} = n(\omega) + i\kappa(\omega) \quad \epsilon(\omega) = \epsilon'(\omega) + i\epsilon''(\omega)$$



Определяет длину волны в проводнике

$$n^2 - \kappa^2 = \epsilon'(\omega)$$

Определяет **затухание** поля

$$2n\kappa = \epsilon''(\omega).$$

Определяет поглощение

$$\omega \ll \gamma$$



Низкие частоты.



Далёкий ИК диапазон, терагерцы (субмиллиметры), СВЧ, радиоволны, ...)

$$\epsilon'(\omega) = \epsilon_0 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2}, \quad \epsilon''(\omega) = \frac{\gamma}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2}$$



$$\epsilon'(\omega) = n^2 - \kappa^2 \approx -\frac{\omega_p^2}{\gamma^2}, \quad \epsilon''(\omega) = 2n\kappa \approx \frac{\omega_p^2}{\omega\gamma}$$

**Полезные
выражения**

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_0 \gamma^2}{\gamma^2 + \nu^2} \quad \epsilon_1 = -\frac{2\sigma_0 \gamma}{\gamma^2 + \nu^2} \quad \text{- общие выражения}$$

При $\omega \ll \gamma$

$$\sigma_1(0) = \sigma_0 = \frac{v_{pl}^2}{2\gamma} = \frac{ne^2\tau}{m} = \frac{ne^2}{2\pi m\gamma} = ne\mu \quad \mu = \frac{e\tau}{m} = \frac{e}{2\pi m\gamma} \quad \text{- подвижность носителей}$$

$$\epsilon'(0) = \epsilon_\infty - \frac{2\sigma_0}{\gamma} = \epsilon_\infty - \frac{v_{pl}^2}{\gamma^2} = \epsilon_\infty - 2 \left(\frac{\sigma_0}{v_{pl}} \right)^2 \quad \omega = 2\pi\nu$$

Низкие частоты $\omega \ll \gamma$

$$\epsilon'(\omega) = n^2 - \kappa^2 \approx -\frac{\omega_p^2}{\gamma^2}, \quad \epsilon''(\omega) = 2n\kappa \approx \frac{\omega_p^2}{\omega\gamma}$$

Делим $\epsilon'(\omega)$ на $\epsilon''(\omega)$

$$\left| \frac{n^2 - \kappa^2}{2n\kappa} \right| = \frac{\omega}{\gamma} \ll 1 \text{ т.е.: } n \approx \kappa = \sqrt{\frac{\omega_p^2}{2\omega\gamma}} = \sqrt{\frac{2\pi N e^2}{m\omega\gamma}} = \sqrt{\frac{2\pi\sigma_0}{\omega}}$$

$$\omega \ll \gamma$$

Таким образом
показатель преломления проводника:

$$\tilde{n} = n + i\kappa \approx \sqrt{\frac{2\pi\sigma_0}{\omega}}(1 + i)$$

Коэффициент отражения – предел Хагена-Рубенса

$$\omega \ll \gamma$$

Самая общая формула

$$R(\nu) = \frac{[n(\nu) - 1]^2 + k(\nu)^2}{[n(\nu) + 1]^2 + k(\nu)^2}$$

Металл: $n \approx k \gg 1$

$$n \approx k \approx \sqrt{\frac{\sigma}{\nu}}$$

$$n \approx \kappa = \sqrt{\frac{\omega_p^2}{2\omega\gamma}} \quad \omega \ll \gamma \ll \omega_p$$

$$R = 1 - \frac{2}{n} = 1 - 2\sqrt{\frac{\nu}{\sigma}}$$

- формула Хагена-Рубенса

R → 100%

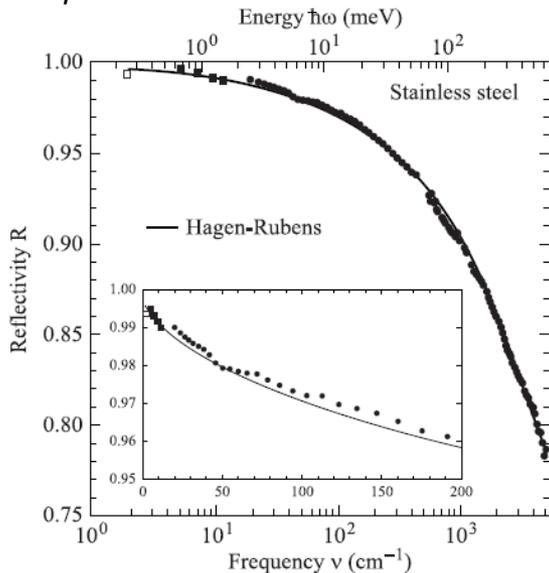
Поглощение!

$$\epsilon'' \gg 1$$

$$R = 1 - \sqrt{\frac{4\nu}{\sigma}} = 1 - 2\sqrt{\frac{\nu[cm^{-1}]}{30 * \sigma[\Omega^{-1}cm^{-1}]}} \rightarrow 100\%$$

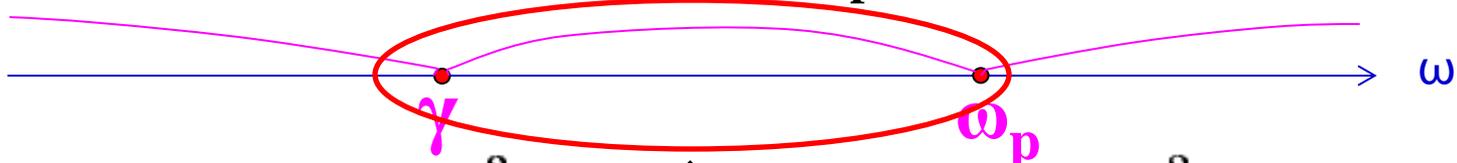
Полезная формула

Эксперимент

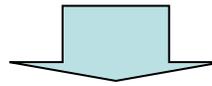


Промежуточные частоты.

$$\gamma \ll \omega \ll \omega_{pl}$$



$$\epsilon'(\omega) = \epsilon_0 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2}, \quad \epsilon''(\omega) = \frac{\gamma \omega_p^2}{\omega(\omega^2 + \gamma^2)}$$



$$\epsilon'(\omega) = n^2 - \kappa^2 \approx -\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad \epsilon''(\omega) = 2n\kappa \approx \frac{\gamma \omega_p^2}{\omega \omega^2}$$

Делим $\epsilon''(\omega)$ на $\epsilon'(\omega)$

$$\left| \frac{2n\kappa}{n^2 - \kappa^2} \right| = \frac{\gamma}{\omega} \ll 1.$$

$$n \ll \kappa \text{ или } n \gg \kappa$$

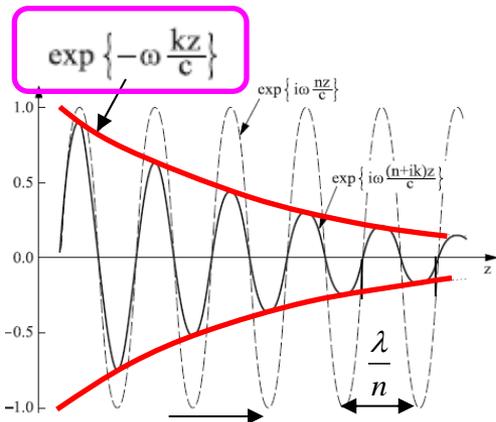
$$n \ll \kappa$$



$$\kappa \approx \omega_p / \omega \gg 1$$

$$n \approx \gamma \omega_p / 2\omega^2$$

Поле НЕ проникает в проводник (металл)



Промежуточные частоты.

$$\gamma \ll \omega \ll \omega_{pl}$$

$$n \approx \gamma \omega_p / 2\omega^2 \ll \kappa \approx \omega_p / \omega \gg 1$$

$$R(\nu) = \frac{[n(\nu) - 1]^2 + \kappa(\nu)^2}{[n(\nu) + 1]^2 + \kappa(\nu)^2}$$

$$R = 1 - \frac{4n}{\kappa^2} = 1 - \frac{2\gamma}{\omega_p} \rightarrow 100\%$$

$$\kappa \approx \omega_p / \omega$$

$$n \approx \gamma \omega_p / 2\omega^2$$

Глубина проникновения поля:

$$L = \frac{\lambda}{2\pi \kappa} \ll \lambda$$

$$L = \frac{c}{\omega \kappa} = \frac{c}{\omega_p} \equiv r_L$$

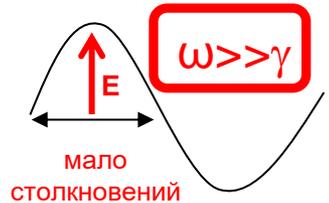


Irving Langmuir
1881-1957
США

Поле не проникает в металл из-за переотражённой волны ($\omega \gg \gamma$)

Лэнгмюровская экранировка (I.Langmuir).

r_L – глубина лэнгмюровской экранировки



r_L не зависит от частоты

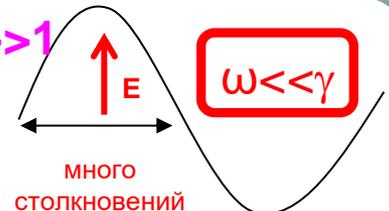
$$r_L \approx 10^{-5} - 10^{-6} \text{ см}$$

Блеск металлов

В случае **НИЗКИХ** частот $\omega \ll \gamma$ Было: $\epsilon'' \gg 1$

$$R(\nu) = \frac{[n(\nu) - 1]^2 + k(\nu)^2}{[n(\nu) + 1]^2 + k(\nu)^2}$$

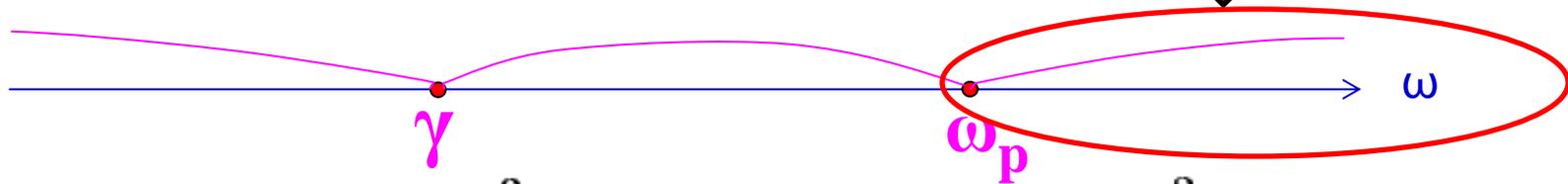
$$n \approx k \gg 1 \text{ и } R = 1 - \frac{2}{n} = 1 - 2\sqrt{\frac{\nu}{\sigma}} \rightarrow 100\%$$



Поле не проникает в металл из-за высокого поглощения ($\omega \ll \gamma$; $n \cdot k \gg 1$)

Высокочастотная область

$\omega > \omega_{pl} \gg \gamma$



$$\epsilon'(\omega) = \epsilon_0 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \cancel{\kappa^2}},$$

$$\epsilon''(\omega) = \frac{\gamma}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \cancel{\kappa^2}}$$

$$\epsilon'(\omega) = n^2 - \kappa^2 = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\tilde{\omega}_p^2}{\omega^2} \right)$$

$$\epsilon''(\omega) = 2n\kappa = \frac{\gamma \omega_p^2}{\omega \omega^2}$$

$\tilde{\omega}_p \equiv \omega_p / \sqrt{\epsilon_0}$ экранированная плазменная частота

Делим $\epsilon''(\omega)$ на $\epsilon'(\omega)$

$$\left| \frac{2n\kappa}{n^2 - \kappa^2} \right| = \frac{\gamma}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \tilde{\omega}_p^2} \cdot \frac{1}{\epsilon_0} \ll 1$$

$\tilde{n} = n + i\kappa$

$n \ll \kappa$ или $\kappa \ll n$

$n \gg \kappa$

$\epsilon'' \ll 1$

$n \approx \sqrt{\epsilon_0(1 - \tilde{\omega}_p^2/\omega^2)}$. - **вещественная** величина; поле НЕ затухает!

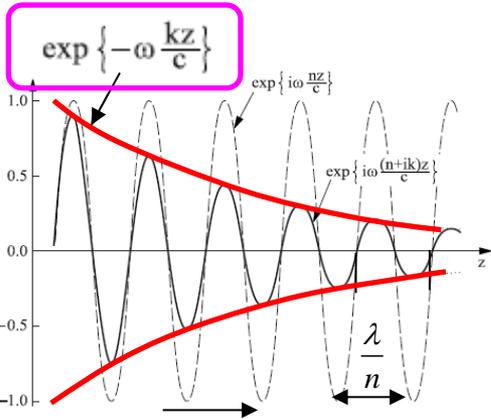
Высокочастотная область

$$\omega > \omega_{pl} \gg \gamma$$

$$n \approx \sqrt{\epsilon_0 \left(1 - \frac{\tilde{\omega}_p^2}{\omega^2}\right)}, \text{ - вещественная величина}$$

k – мало, затухания **НЕТ**

Распространяются *нормальные поперечные* волны.



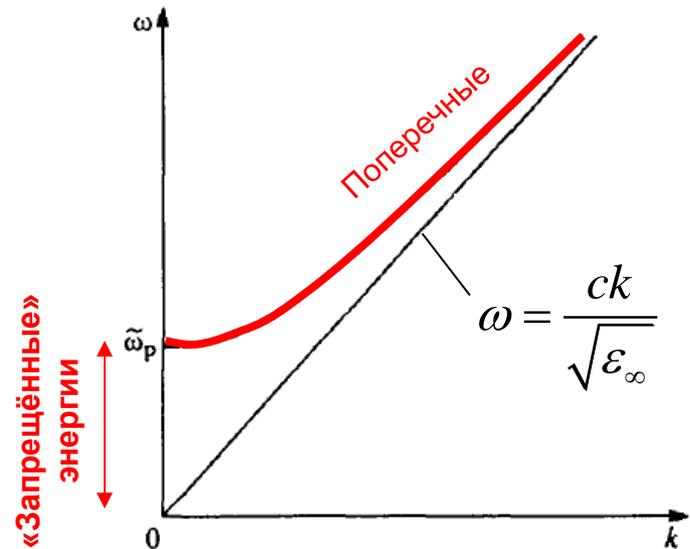
Закон дисперсии:

$$k = \frac{\omega}{c} \tilde{n}$$

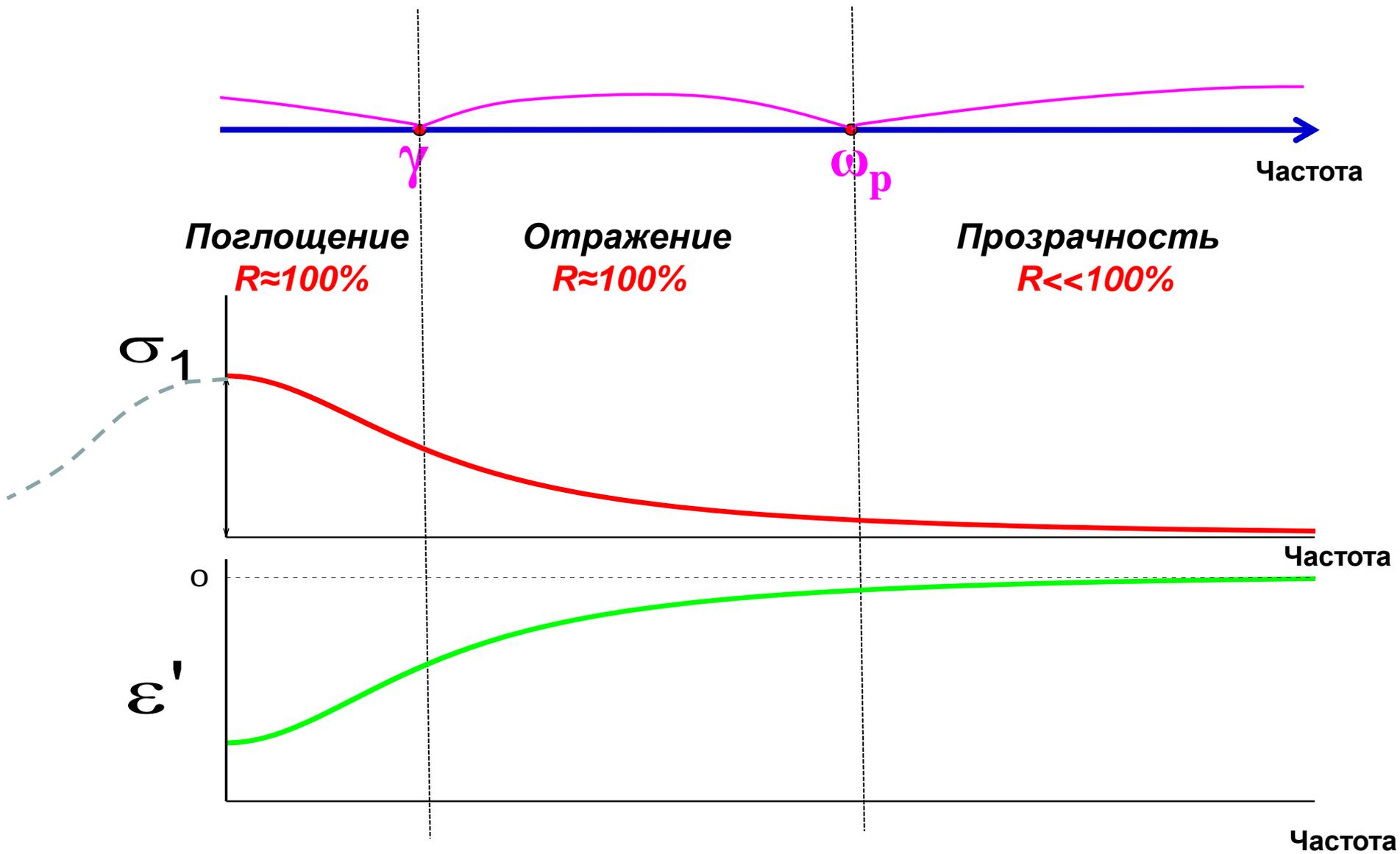
↑
Волновой вектор

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_0 \left(1 - \frac{\tilde{\omega}_p^2}{\omega^2}\right)$$

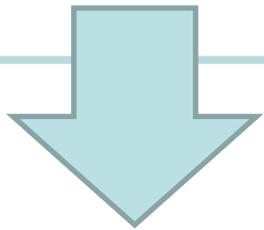
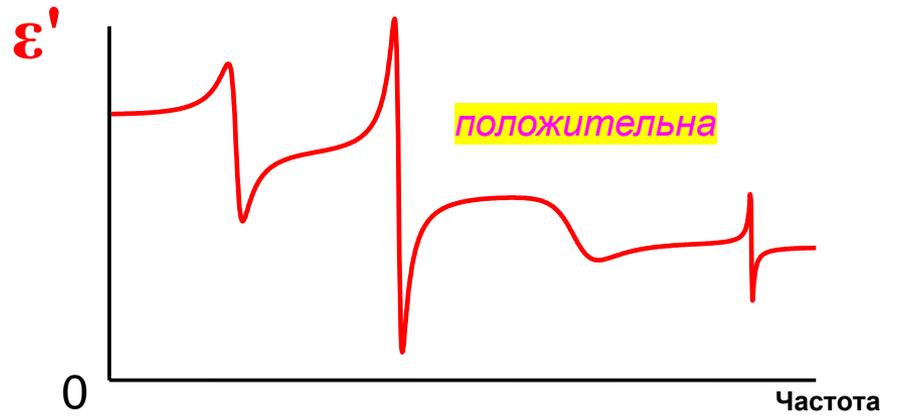
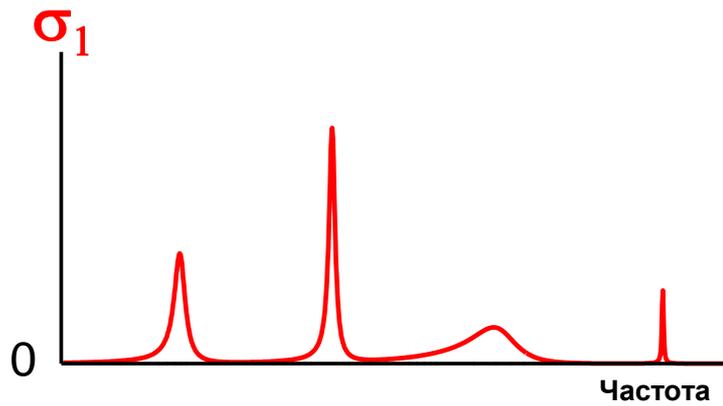
$\omega < \omega_p^{\text{экр.}}$ – металл НЕ прозрачен
 $\omega > \omega_p^{\text{экр.}}$ – металл прозрачен
 (ультрафиолетовая прозрачность металлов)



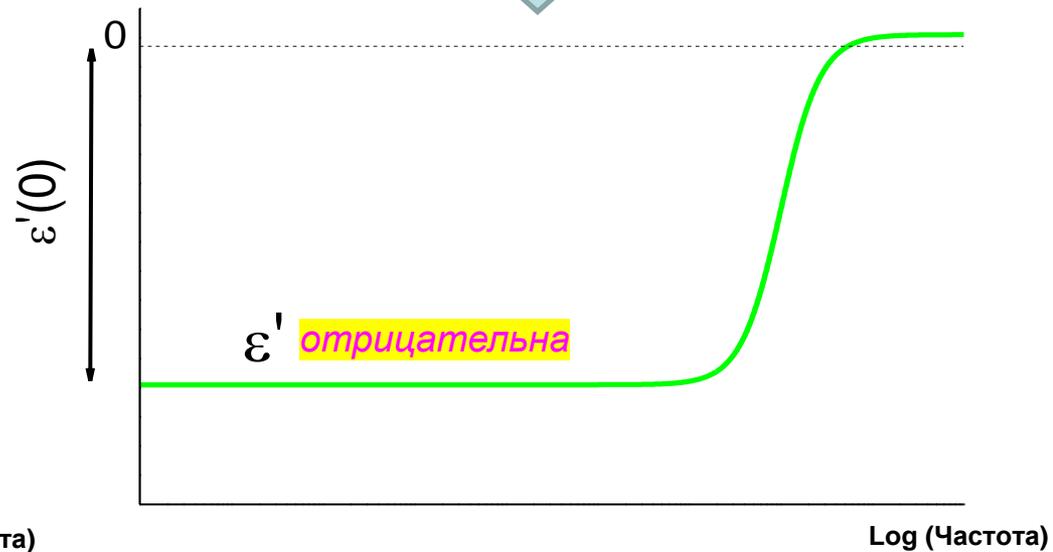
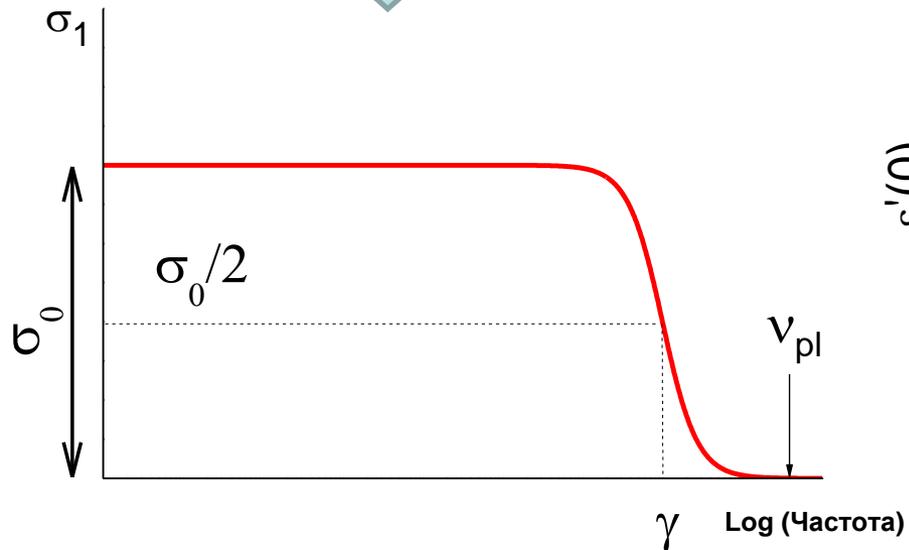
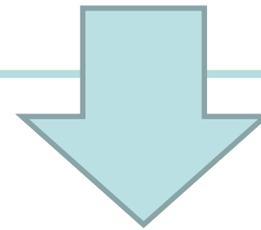
Оптика металла (проводника)



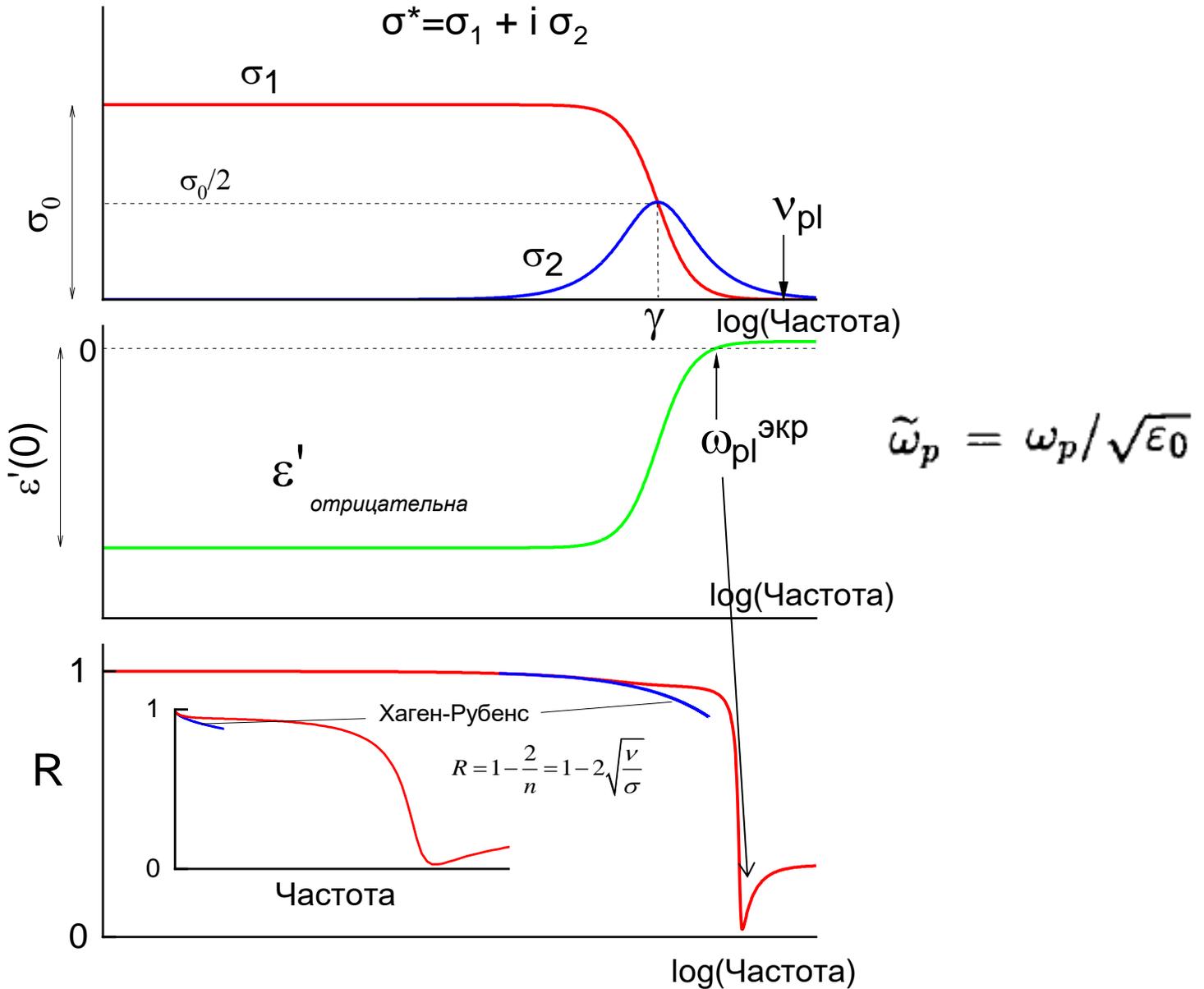
Диэлектрик



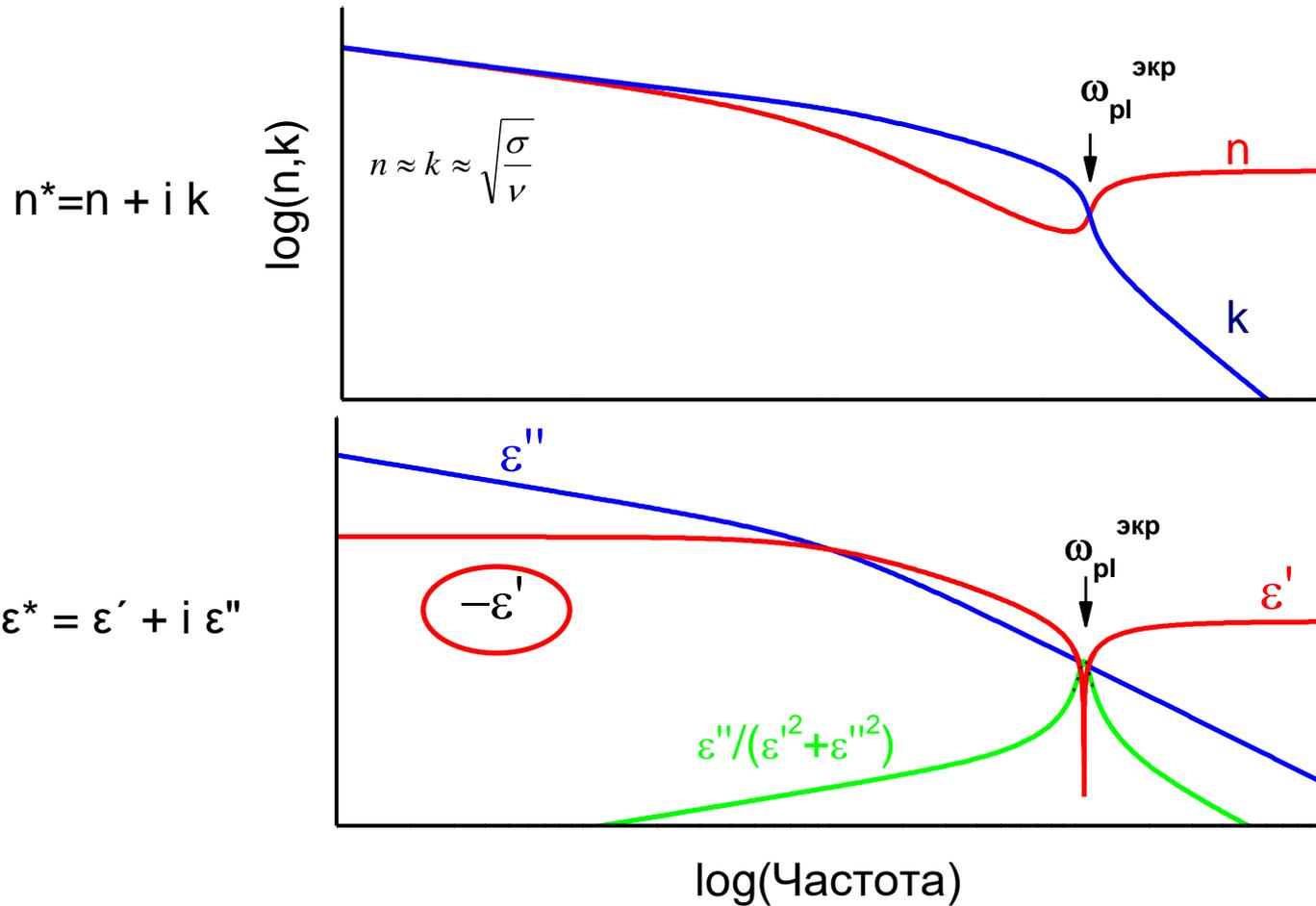
Металл (проводник)



Характерные точки оптических спектров металлов



Характерные точки оптических спектров металлов



$-\text{Im}(1/\varepsilon^*)$ – функция потерь

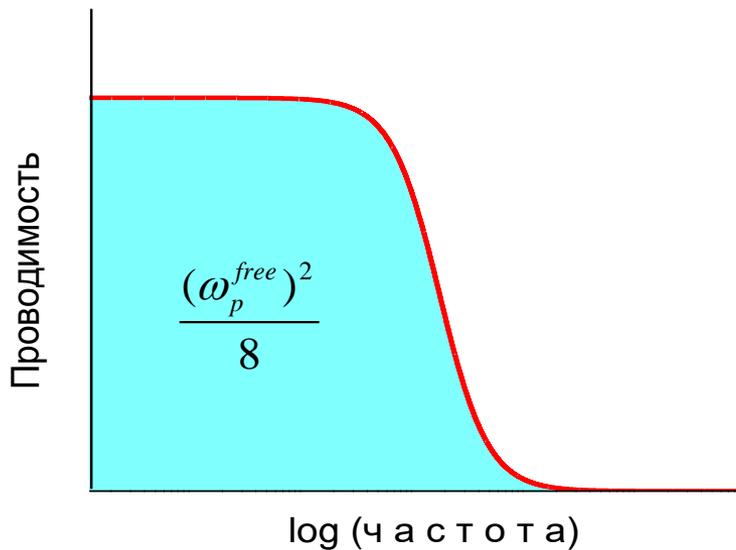
Правило сумм для оптической проводимости металлов

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_0 \gamma^2}{\gamma^2 + \nu^2}$$

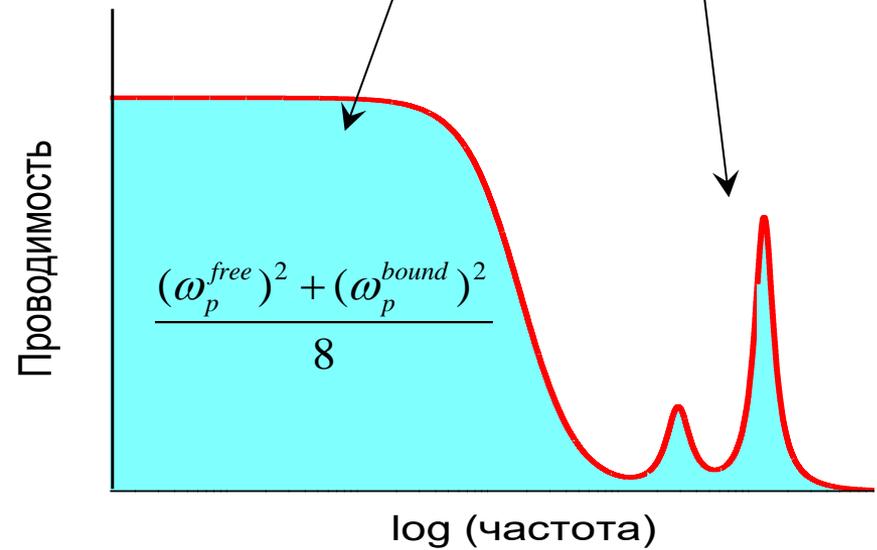


$$\int_0^\infty \sigma(\omega) d\omega = \frac{\pi n e^2}{2m} = \frac{\omega_p^2}{8} \quad \text{- спектральный вес = const}$$

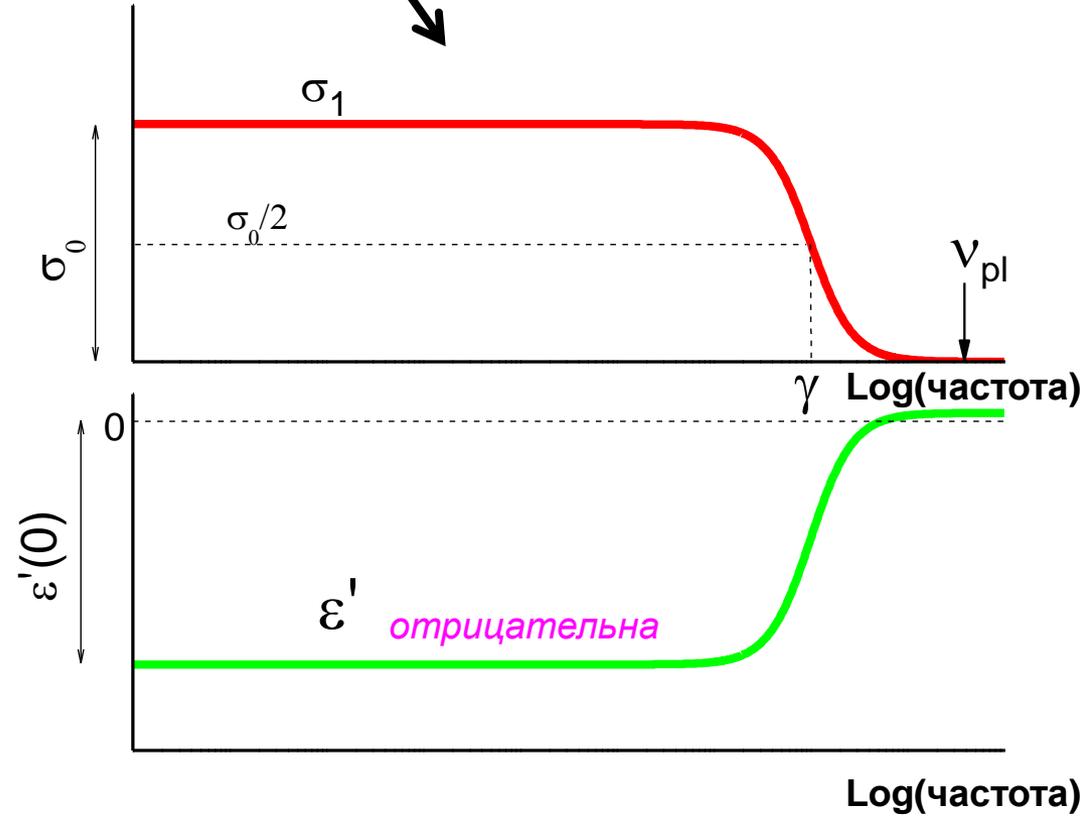
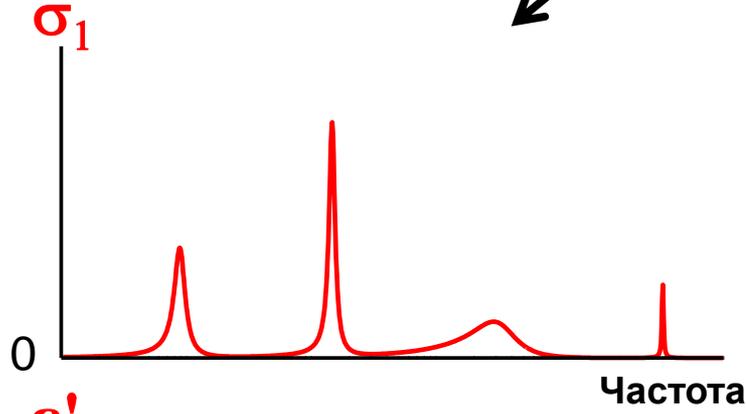
Свободные заряды



Свободные и связанные заряды



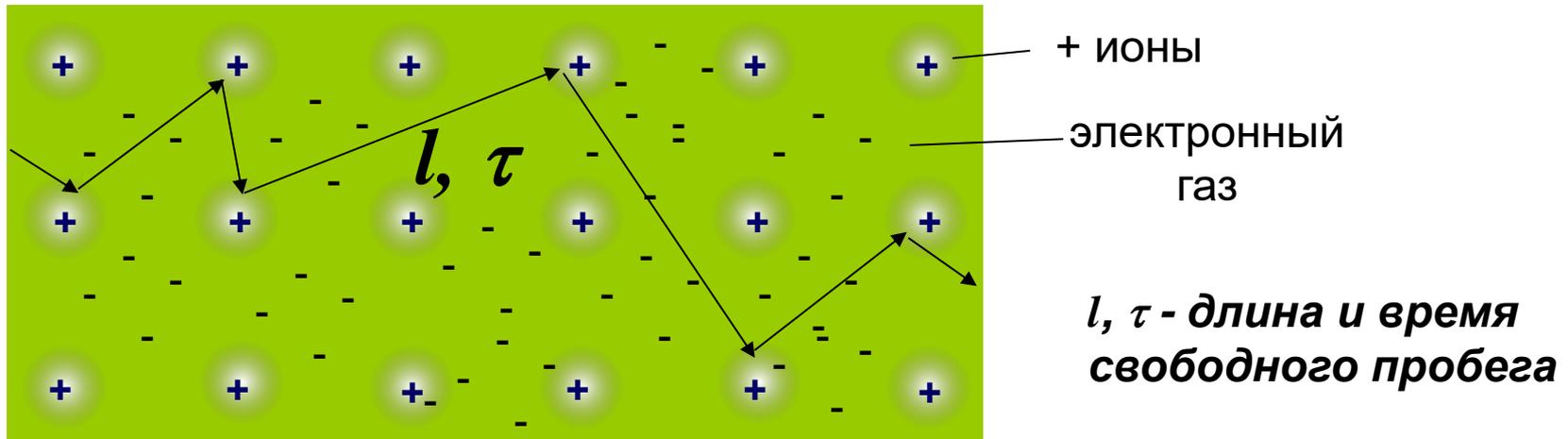
Диэлектрик - металл



Скин-эффект в проводниках

Модель проводимости Друде 1900

- Электроны – частицы классического газа.
- Электроны движутся **свободно** в решётке ионов.
- Движение – **классические** уравнения движения Ньютона.
- Электроны **не взаимодействуют** между собой.
- Электроны **упругим образом, мгновенно, сталкиваются с**:
решёткой ионов;
примесями;
дефектами и т.д.
- Электроны движутся с некоторой **средней скоростью**.
- Частота столкновений и масса электронов не зависят от их скорости (от энергии).



Проводники в переменных полях

Диэлектрик

$$m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} - k\mathbf{r} - \eta\dot{\mathbf{r}}$$

Сила со стороны внешнего поля

Возвращающая сила

Сила «трения»

Металл (проводник)

$$m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} - \eta\dot{\mathbf{r}}$$

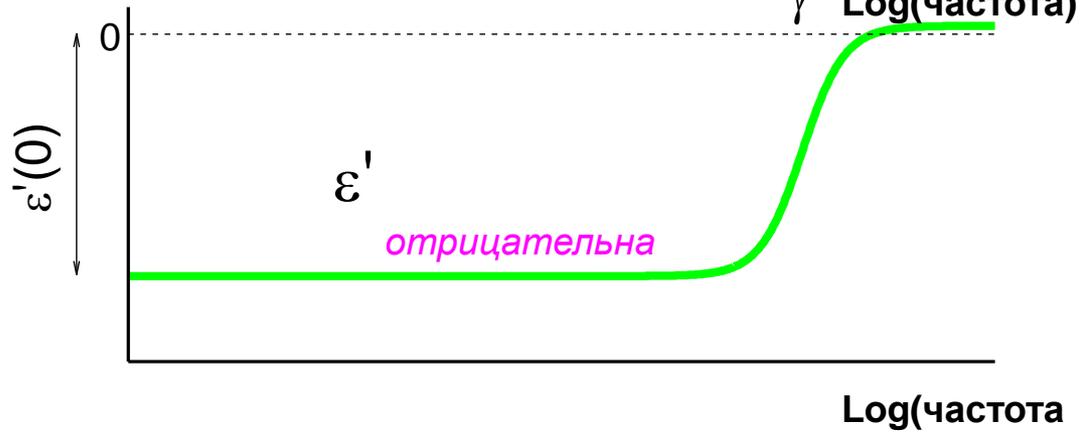
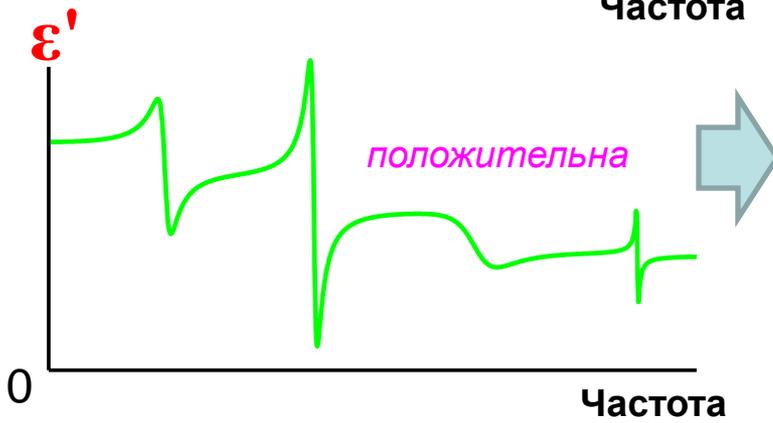
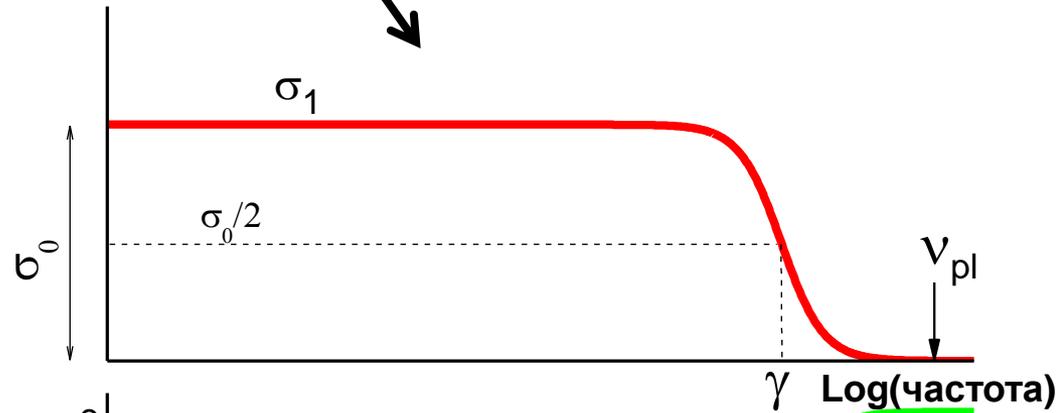
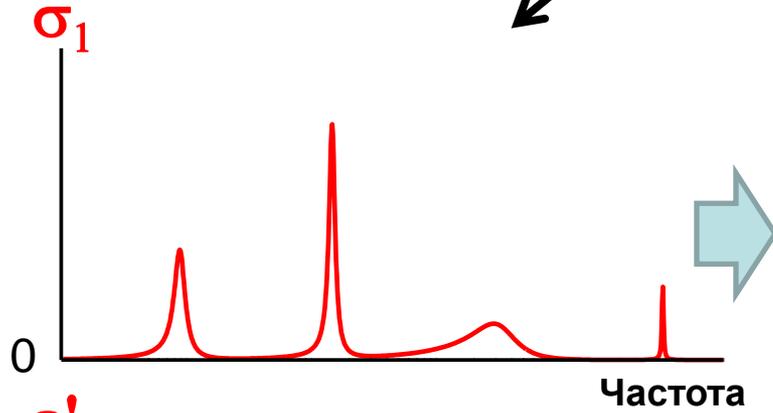
сила со стороны поля

сила «трения»

$$\epsilon'(\omega) = \epsilon_0 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2},$$

$$\epsilon''(\omega) = \frac{\gamma}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2}$$

Диэлектрик - металл



Характерные области для проводника:

1) $\omega < \gamma$, 2) $\omega < \gamma < \tilde{\omega}_p$ и 3) $\omega > \tilde{\omega}_p$



Сильное поглощение

Высокое отражение

Прозрачность

$\omega \ll \gamma$

$\gamma \ll \omega \ll \omega_p$

$\omega \gg \omega_p$

$n \sim k \gg 1$

$n \ll k$

$k \ll n$

$R = 1 - \frac{2}{n} = 1 - 2\sqrt{\frac{\nu}{\sigma}} \rightarrow 100\%$

$R = 1 - \frac{4n}{k^2} = 1 - \frac{2\gamma}{\omega_p} \rightarrow 100\%$

$R = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 < 100\%$

Поле «не проникает» в материал: СКИН-ЭФФЕКТ

Скин-эффект в проводниках

нормальный

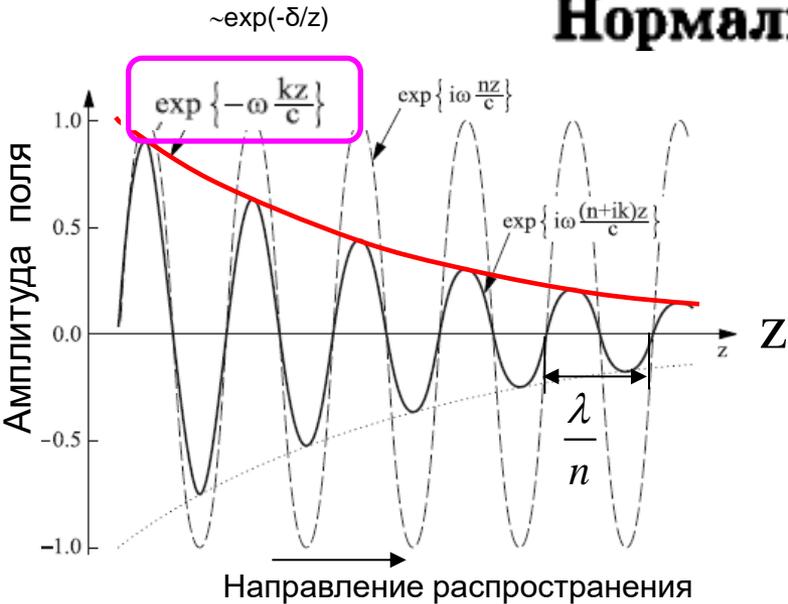
аномальный



Пространственной дисперсии НЕТ

пространственная дисперсия ЕСТЬ

Нормальный скин-эффект.



1. Нет временной дисперсии $\omega \ll \gamma$.
2. Нет пространственной дисперсии:
(*локальность взаимодействия*)

Масштаб изменения поля

>>

масштаб характерного движения частицы.
электрона

$$\delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma_0\omega}}$$

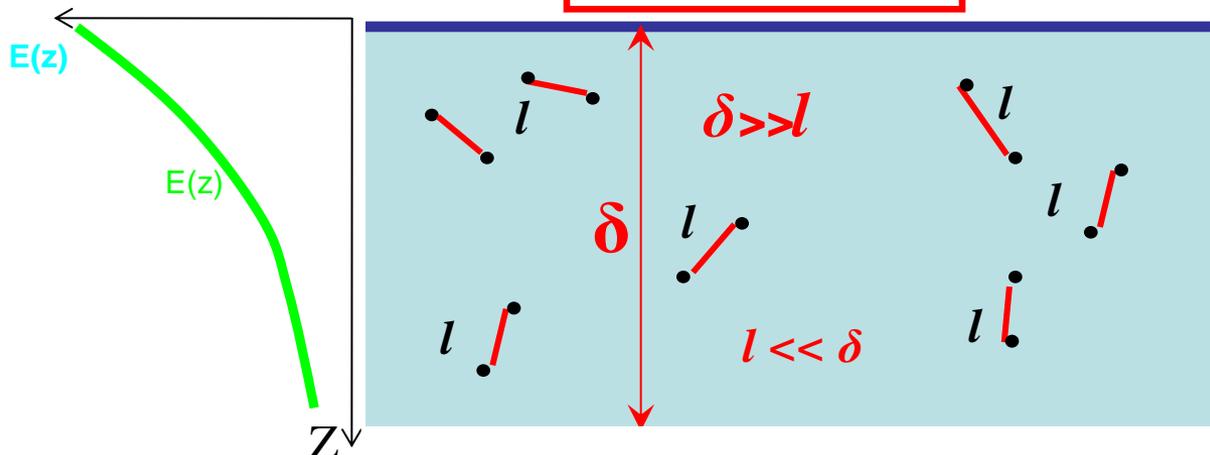
Медь, $T=300$ К:

$\sigma_0 \approx 10^6 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$, $\omega \approx 10^{11} \text{ Гц} \rightarrow$

$\delta \approx 10^{-5} \text{ см} = 0.1 \text{ мкм}$

$l = 10^{-6} \text{ см} = 0.01 \text{ мкм}$

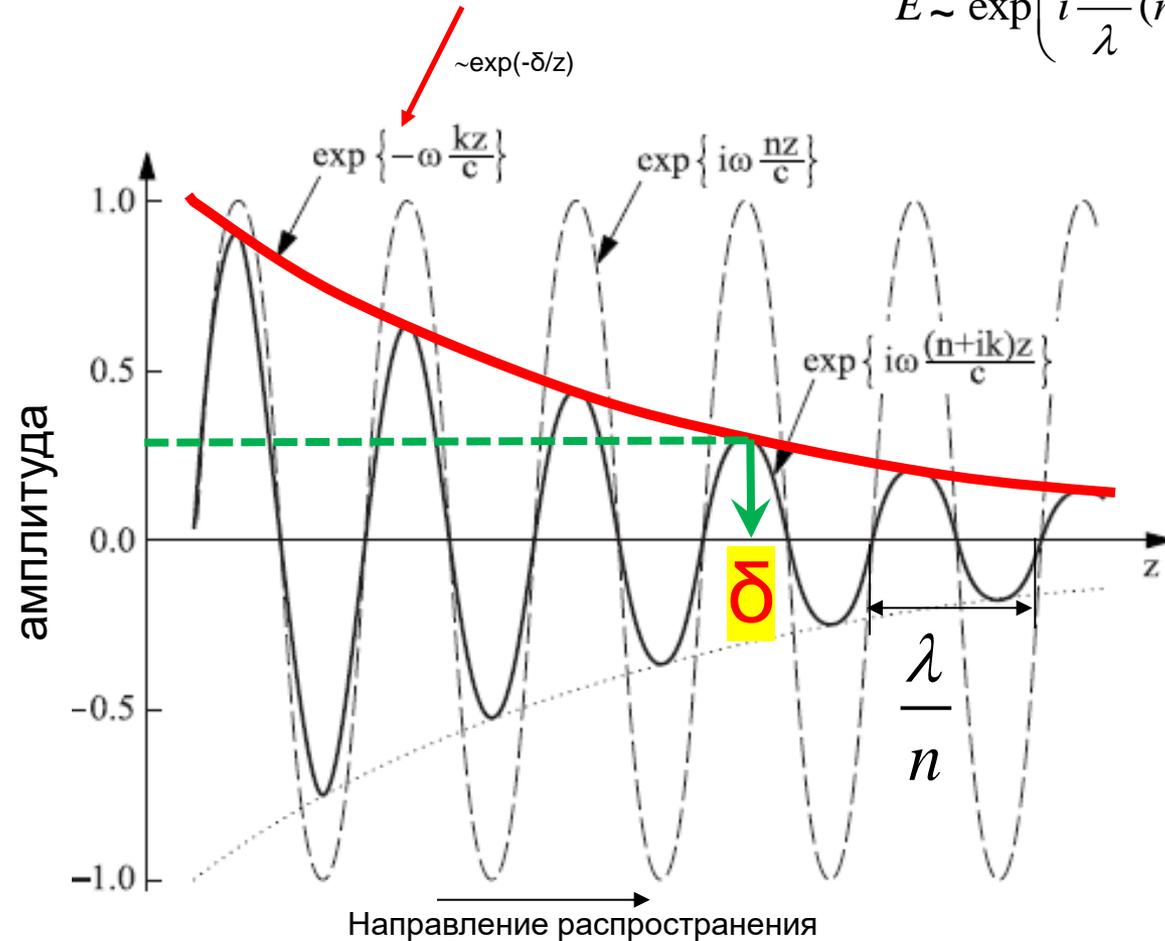
$l \ll \delta$



Нормальный скин-эффект.

Глубина затухания (в **e** раз) $\delta = c/\omega k = \lambda/2\pi k$

$$E \sim \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} (n + ik)z\right) = \exp\left[i \frac{2\pi n}{\lambda}\right] * \exp\left[-\frac{2\pi k z}{\lambda}\right]$$

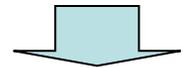


$$\delta_{norm} = \frac{\lambda}{2\pi k}$$

$$\omega \ll \gamma:$$

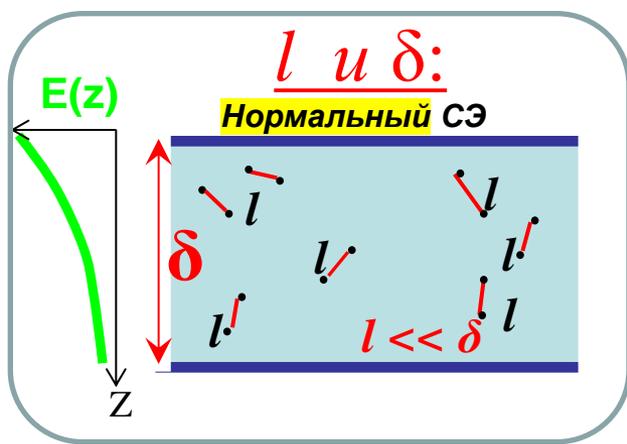
модель Друде:

$$n \approx k \approx \sqrt{\frac{\sigma}{\nu}}$$



$$\delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma_0\omega}}$$

Аномальный скин-эффект.



Охлаждение:

σ_0 растёт

$$\delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma_0\omega}} \quad \downarrow \quad \sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m} = \frac{ne^2l}{m v_F} \quad \Rightarrow \quad l = \frac{m v_F \sigma_0}{ne^2} \quad \uparrow$$

Медь, $T = 4.2$ К: $\delta \approx 10^{-6}$ см = 0.01 мкм; $l = 10^{-4}$ см = 1 мкм

$$\underline{l \gg \delta}$$

Нарушение локальности взаимодействия – аномальный скин-эффект

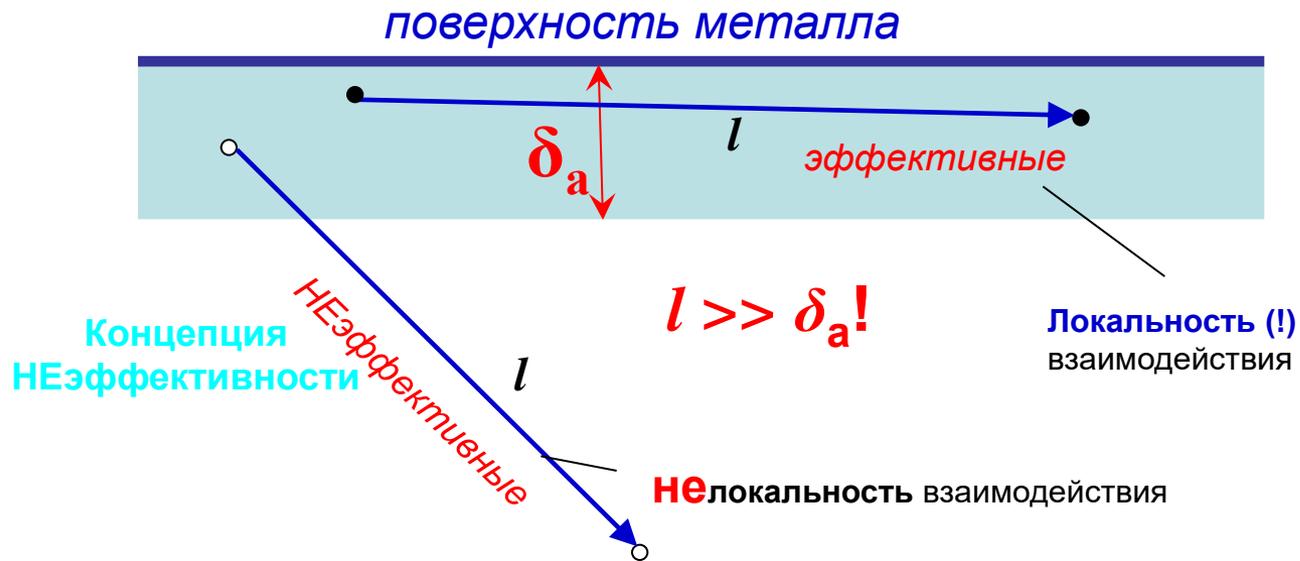
Точное решение: уравнения Максвелла – модель металла в условиях нелокальности взаимодействия.

$$j_i(\mathbf{r}, t) = \int \sigma_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') E_j(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}'$$

материальное уравнение

АНОМАЛЬНЫЙ СКИН-ЭФФЕКТ.

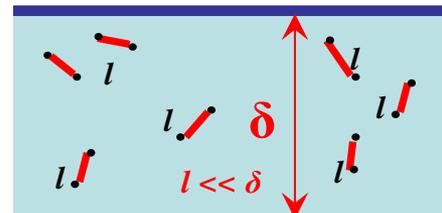
Более просто: модель эффективных и **НЕ**эффективных электронов (A.B.Pippard)



Эффективные электроны на длине l чувствуют поле и ответственны за экранирование. Учёт – *локальность*.

НЕэффективные электроны – не учитываются.

нормальный скин-эффект



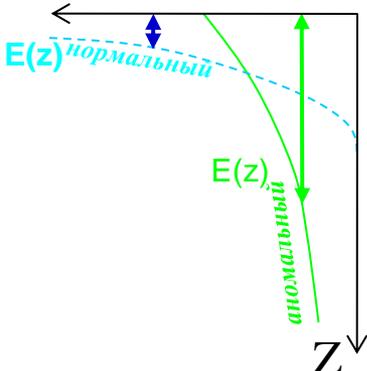
АНОМАЛЬНЫЙ СКИН-ЭФФЕКТ

Все направления движения электронов равновероятны $n_{\text{eff}} = n (\delta_a/l)$



плотность эффективных электронов $n_{\text{eff}} = \alpha n (\delta_a/l)$

($\alpha \approx 1$, зависит от типа рассеяния на границе. $\alpha=8/9$ – зерк. расс.; $\alpha=1$ – дифф. расс.)



$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{n_{\text{eff}} e^2 \tau}{m} = \frac{ne^2 \tau}{m} \frac{\alpha \delta_a}{l} = \alpha \frac{\delta_a}{l} \sigma_0$$

$$\delta_a = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma_{\text{eff}}\omega}} = \frac{c}{\sqrt{2\pi\alpha\delta_a\sigma_0\omega/l}} \Rightarrow \delta_a = \delta_{\text{norm}} \left(\frac{l}{\alpha\delta_{\text{norm}}} \right)^{1/3} = \left(\frac{c^2 l}{2\pi\sigma_0 \omega \alpha} \right)^{1/3}$$

$\delta_{\text{norm}} = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma_0\omega}}$

Свойства:

1. $l \gg \delta_{\text{norm}} \rightarrow \delta_a \gg \delta_{\text{norm}}$

2. Иная частотная зависимость $\delta_a \sim \omega^{-1/3} \iff \delta_{\text{norm}} = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma_0\omega}} \propto \omega^{-1/2}$

3. $\delta_a = \left(\frac{c^2 l}{2\pi\alpha\sigma_0\omega} \right)^{1/3} = \left(\frac{c^2 m}{2\pi\alpha e^2 n \omega} \frac{l}{\tau} \right)^{1/3} = \left(\frac{c^2 m}{2\pi\alpha e^2 n \omega} v_F \right)^{1/3}$

$\sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m}$ v_F — скорость Ферми

независимость от температуры
только фундаментальные хар-ки

Поверхностный импеданс

Проводники



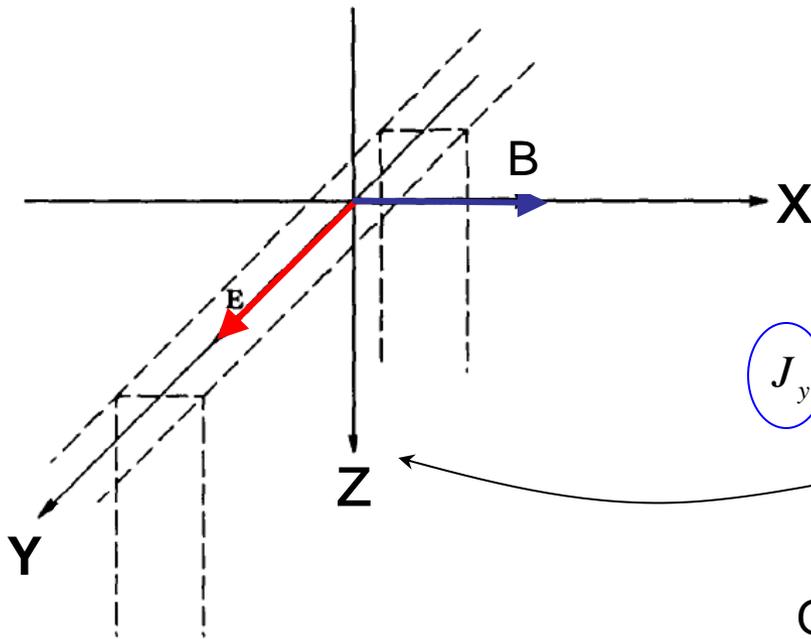
СКИН-СЛОЙ



взаимодействие с полем определяется слоем у поверхности



поверхностное сопротивление (поверхностный ИМПЕДАНС)



$$J_y = \sigma E_y(z=0) = \frac{1}{Z} E_y(z=0)$$

Определение: «Закон Ома»

$$Z = \frac{E_y(z=0)}{J_y} = R_s + iX_s$$

Полный ток

$$J_y = \int_0^{\infty} j_y(z) dz$$

Ом

Z – комплексная величина

R_s – поглощение энергии излучения

X_s – сдвиг фазы между полем и током

Z – поверхностное сопротивление (импеданс)

$1/Z = \sigma$ – поверхностная проводимость

Поверхностный импеданс

Другие записи

$$Z = \frac{E_y(z=0)}{J_y} = R_s + iX_s \quad J_y = \int_0^{\infty} j_y(z) dz$$

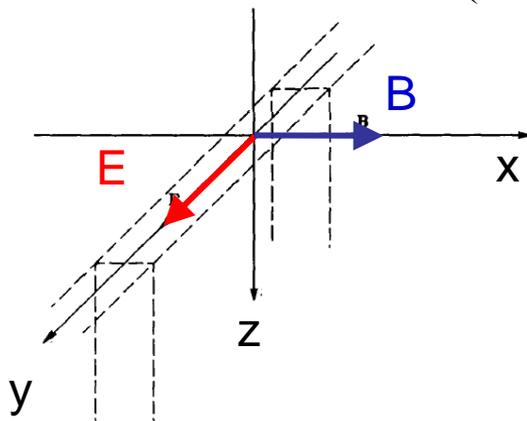
Зависимость только от координаты z

$$\text{rot } \mathbf{B} = (4\pi/c)\mathbf{j}$$



$$\begin{aligned} J_y &= \int_0^{\infty} j_y(z) dz = \frac{c}{4\pi} \int_0^{\infty} (\text{rot } B(z))_y dz = \frac{c}{4\pi} \int_0^{\infty} \frac{\partial B_x}{\partial z} dz = \frac{c}{4\pi} (B_x(\infty) - B_x(0)) = -\frac{c}{4\pi} B_x(0) \\ &\quad \text{Ротор } \nabla \times \mathbf{h} = \text{rot } \mathbf{h} \\ &\quad \text{Компоненты: } (\nabla \times \mathbf{h})_x = \nabla_z h_y - \nabla_y h_z \end{aligned}$$

$B_x(z = \infty) = 0$



$$Z = \frac{E_y(z=0)}{J_y} = R_s + iX_s$$

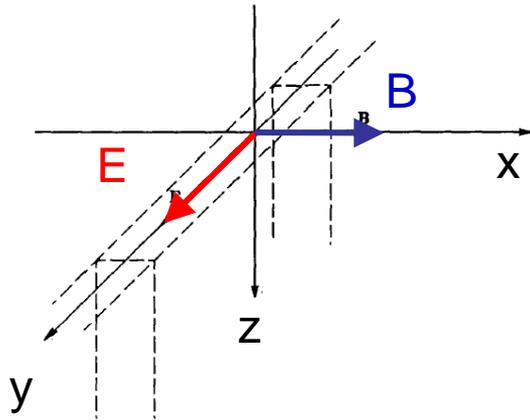
Отсюда:

$$Z = -\frac{4\pi}{c} \frac{E_y(z=0)}{B_x(z=0)}$$

- отношение напряженности электрического поля к магнитной индукции на поверхности металла

Поверхностный импеданс

Другие записи



$$Z = -\frac{4\pi E_y(z=0)}{c B_x(z=0)}$$

Уравнение Максвелла: $\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{i\omega}{c} \mathbf{B}$



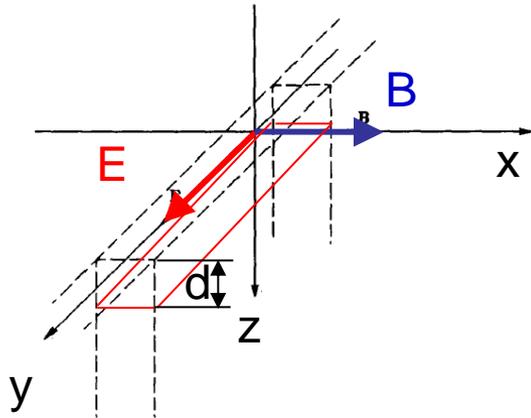
Ротор
 $\nabla \times \mathbf{h} = \text{rot } \mathbf{h}$
 Компоненты:
 $(\nabla \times \mathbf{h})_x = \nabla_z h_y - \nabla_y h_z$

$$B_x(z=0) = -\frac{c}{i\omega} \left. \frac{\partial E_y(z)}{\partial z} \right|_{z=0}$$



$$Z = -\frac{4\pi E_y(z=0)}{c B_x(z=0)} = \frac{4\pi i\omega}{c^2} \frac{E_y(z=0)}{\partial E_y(z)/\partial z|_{z=0}}$$

Импеданс плёнок



$$\sigma^* = \sigma_1 + i\sigma_2$$

Тонкие ($d \ll \delta$) плёнки

$$Z = \frac{E_y(z=0)}{J_y} \quad J_y = \int_0^{\infty} j_y(z) dz \approx \sigma^* E_y d$$

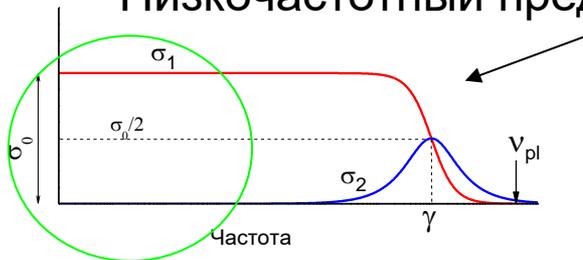
$$Z_{film} = R_{film}^S + iX_{film}^S = \frac{1}{\sigma^* d} = \frac{1}{d(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)} (\sigma_1 - i\sigma_2)$$

$$R_s^{film} = \frac{\sigma_1}{d(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}$$

$$X_s^{film} = \frac{\sigma_2}{d(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}$$

Низкочастотный предел Друде: $\sigma_1 \gg \sigma_2 \approx 0$:

$$R_s^{film} = \frac{1}{\sigma_1 d}, \quad X_s^{film} = 0$$



Общий случай для плёнки

$$Z_{film} = \frac{l}{2b} \left(\frac{4\pi i \omega}{c^2 \sigma^*} \right)^2 \coth \left\{ \frac{d \sqrt{i\pi \omega \sigma^*}}{c} \right\}$$



Поверхностный импеданс

Нормальный - аномальный скин-эффект

$$Z = \frac{4\pi i\omega}{c^2} \frac{E_y(z=0)}{\partial E_y(z)/\partial z|_{z=0}} \ll + \gg E \sim \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} (n+ik)z\right) = \exp\left[i \frac{2\pi n z}{\lambda}\right] * \exp\left[-\frac{2\pi k z}{\lambda}\right]$$

$$R_s = \frac{4\pi}{c} \frac{n}{n^2 + k^2} \quad X_s = \frac{4\pi}{c} \frac{k}{n^2 + k^2}$$

Нормальный скин-эффект ($\omega \ll \gamma$)

Другде, низкочастотный предел

$$n \approx k \approx \sqrt{\frac{\sigma}{\nu}} \gg 1 \Rightarrow Z_{norm} = \frac{2\pi\omega\delta}{c^2} (1-i) = \sqrt{\frac{2\pi\omega}{c^2\sigma_0}} (1-i)$$

$$\delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma_0\omega}} \quad R_s = -X_s = \frac{2\pi\omega\delta}{c^2} = \sqrt{\frac{2\pi\omega}{c^2\sigma_0}} \sim \omega^{1/2}$$

Действительная и мнимая части:

- равны;
- противоположны по знаку;
- пропорциональны $\sqrt{\omega}$

Поверхностный импеданс

Аномальный скин-эффект

$$Z_{norm} = \frac{2\pi\omega\delta_{norm}}{c^2} (1-i) \quad (\omega \ll \gamma)$$

$$\delta_{norm} \Rightarrow \delta_a = \left(\frac{c^2 l}{2\pi\alpha\sigma_0\omega} \right)^{1/3}$$

$$Z_a = \frac{2\pi\omega\delta_a}{c^2} (1-i) = \frac{2\pi}{c^2} \left(\frac{c^2\omega^2 l}{2\pi\alpha\sigma_0} \right)^{1/3} (1-i) = \frac{2\pi}{c^2} \left(\frac{c^2\omega^2 v_{Fm}}{2\pi\alpha ne^2} \right)^{1/3} (1-i) \sim \omega^{2/3}$$

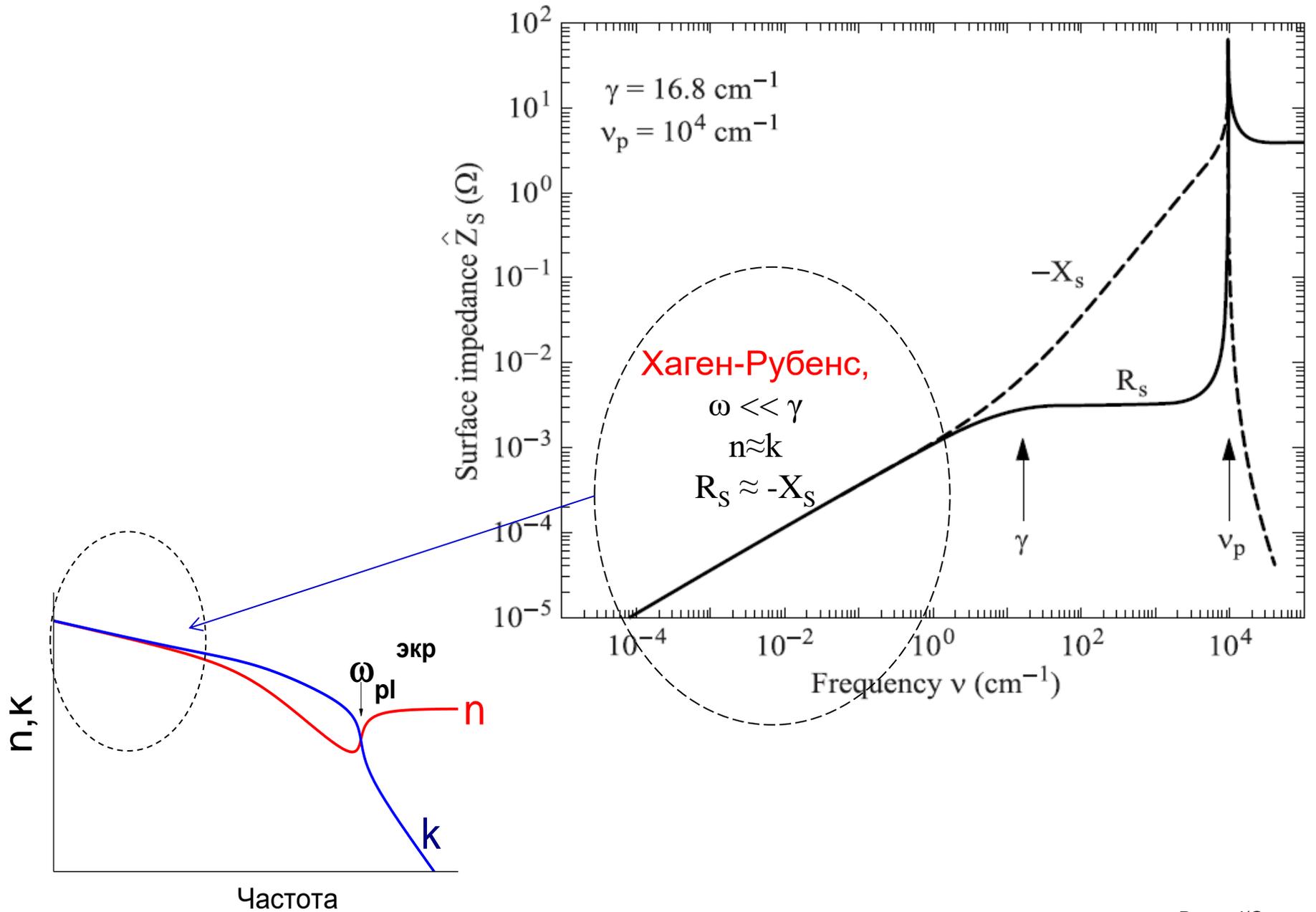
$\sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m}$

Действительная и мнимая части:

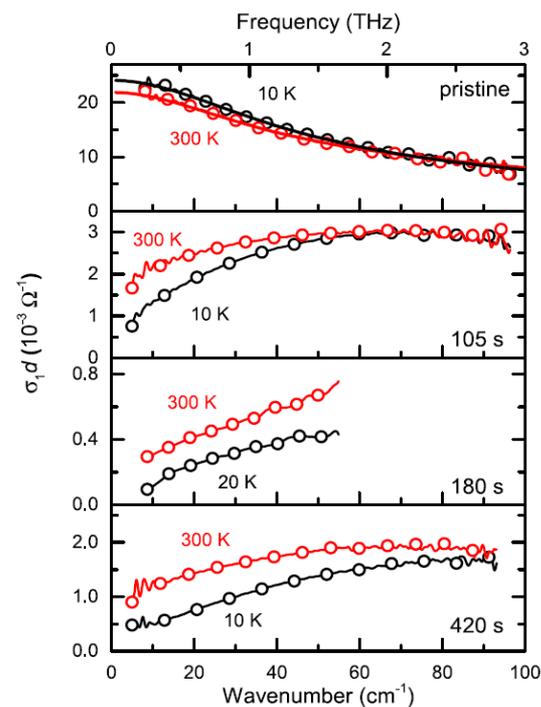
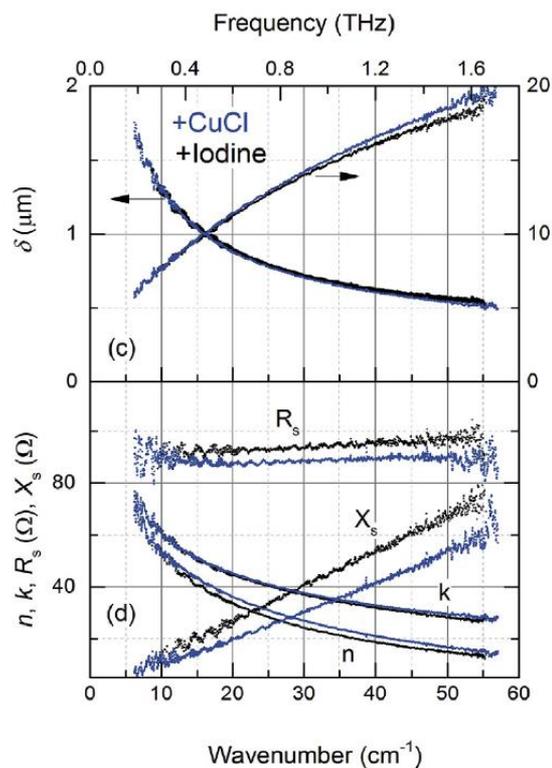
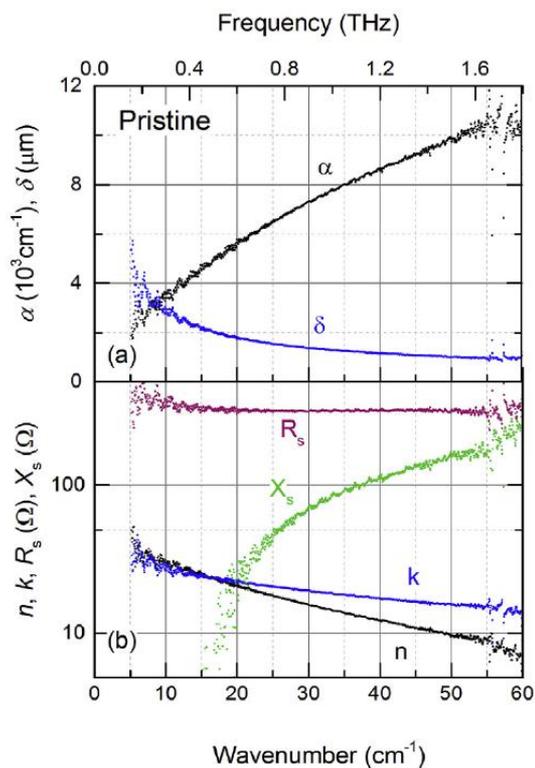
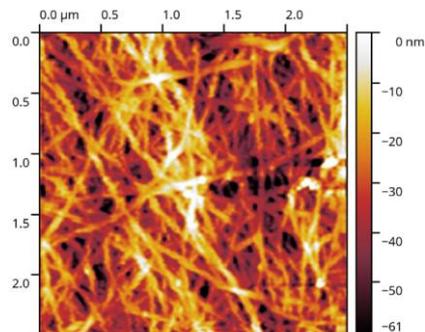
- равны;
- противоположны по знаку;
- зависят лишь от фундаментальных характеристик;
- пропорциональны $\omega^{2/3}$

Более последовательная теория (аномальный скин-эффект): $R_s = -\sqrt{3} X_s$

Частотная зависимость поверхностного импеданса

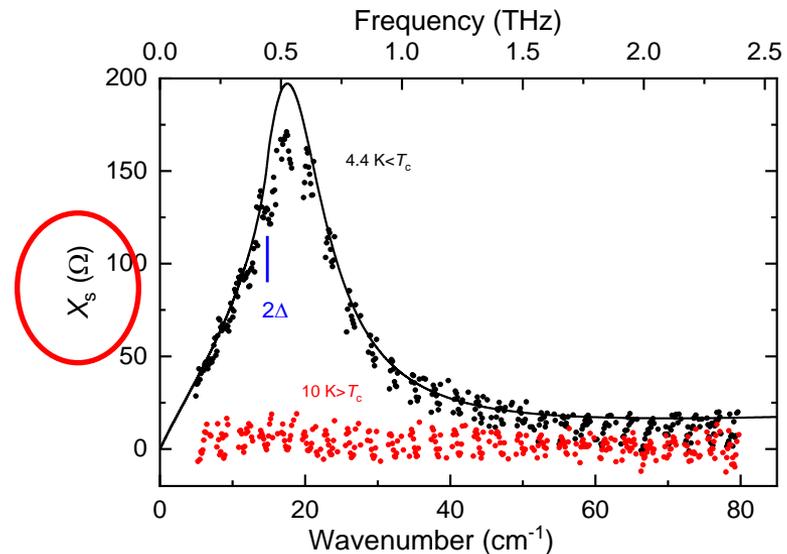
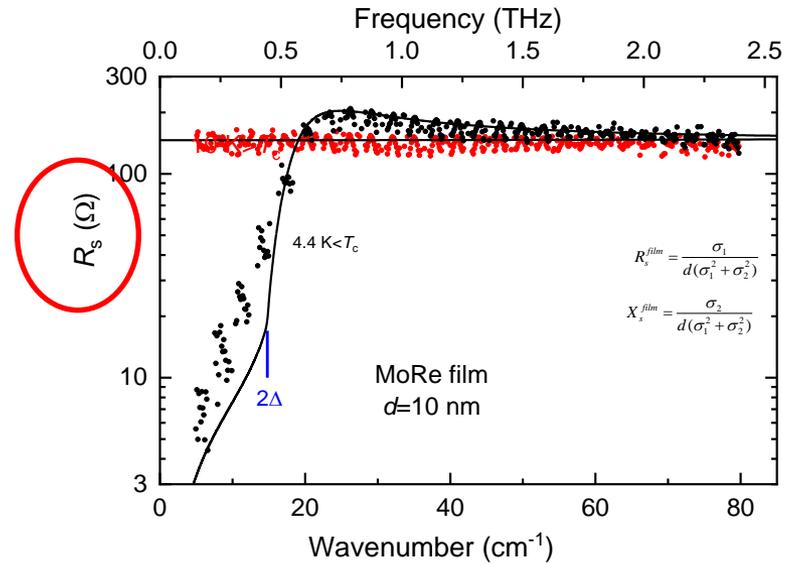


Углеродные нанотрубки (УНТ)



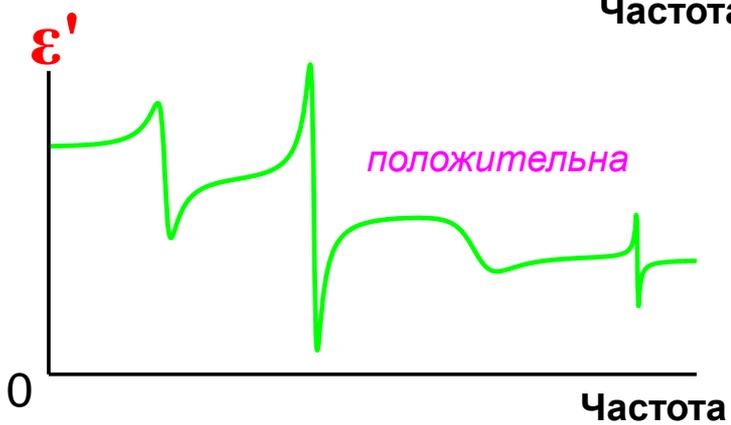
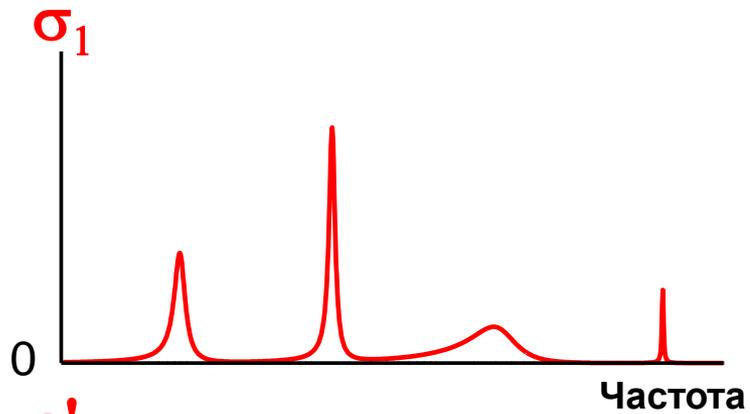
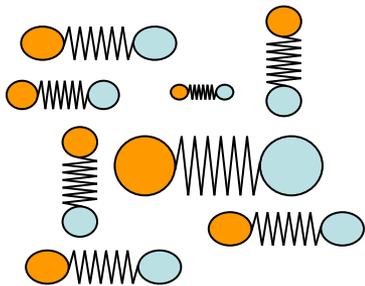
Сверхпроводящие пленки $\text{Mo}_{0.6}\text{Re}_{0.4}$ на Si подложках

Пленка MoRe

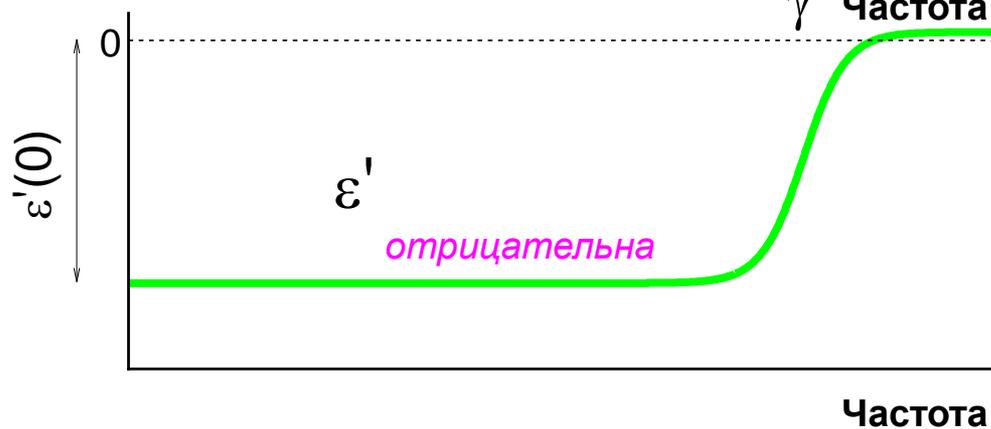
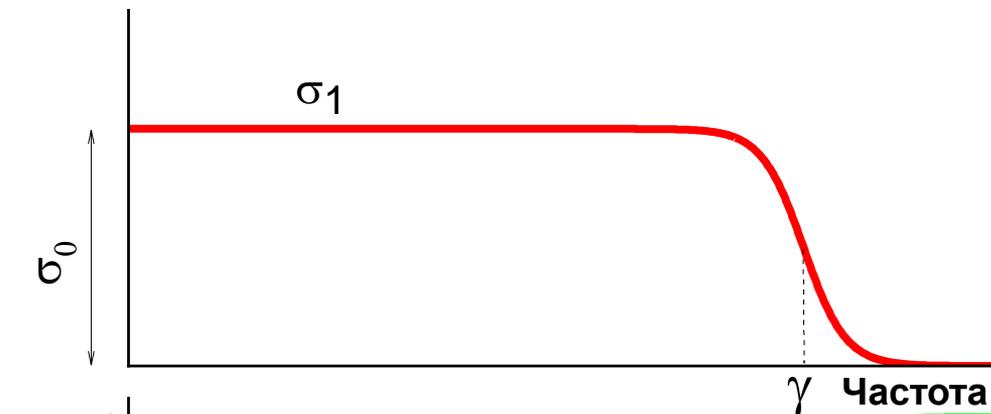
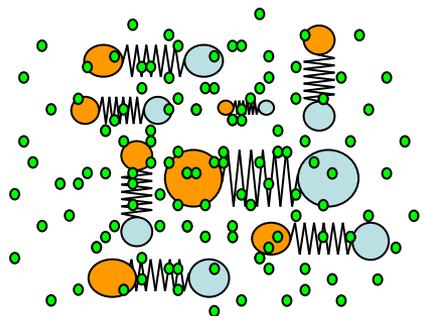


Полупроводники

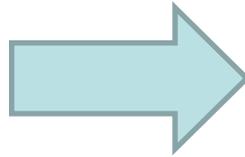
Диэлектрик



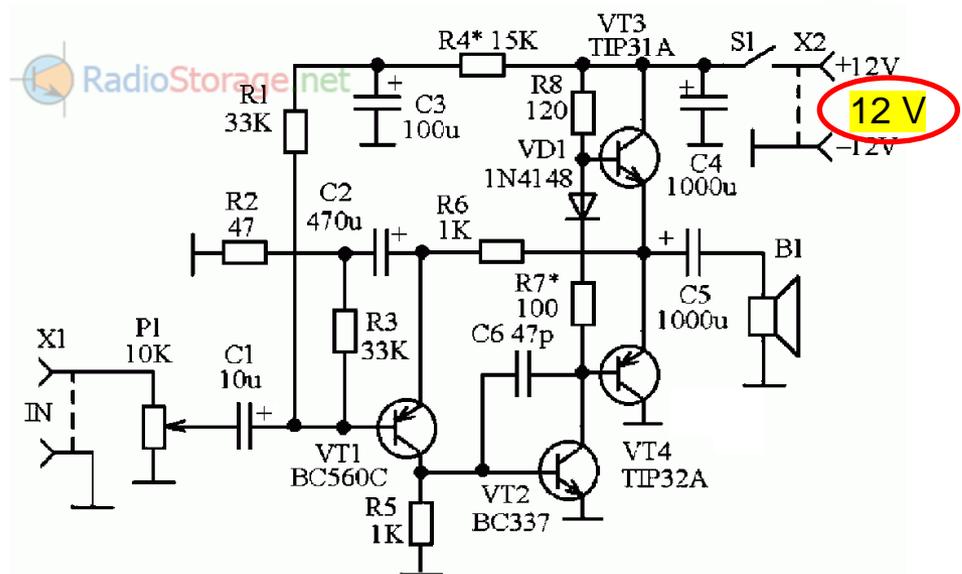
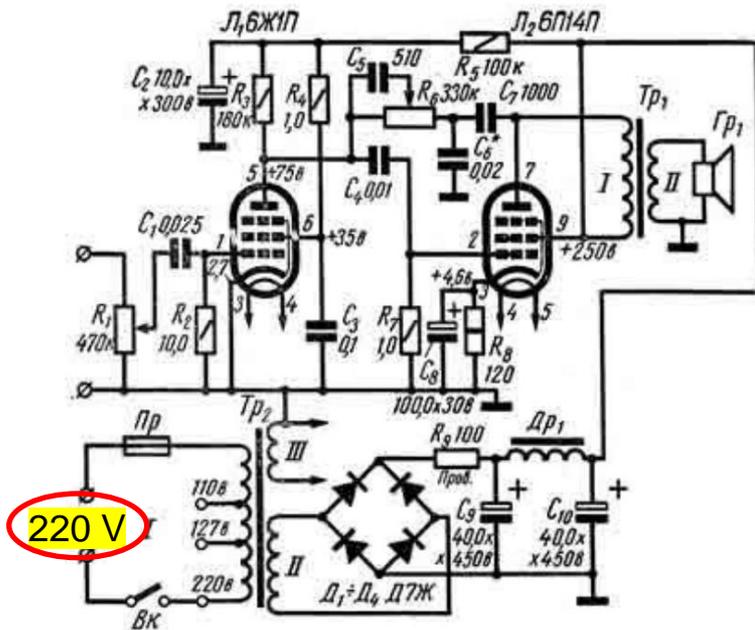
Металл



Оптические свойства полупроводников



OSDaily.ru



Первая радиолампа

1883 Эдисон



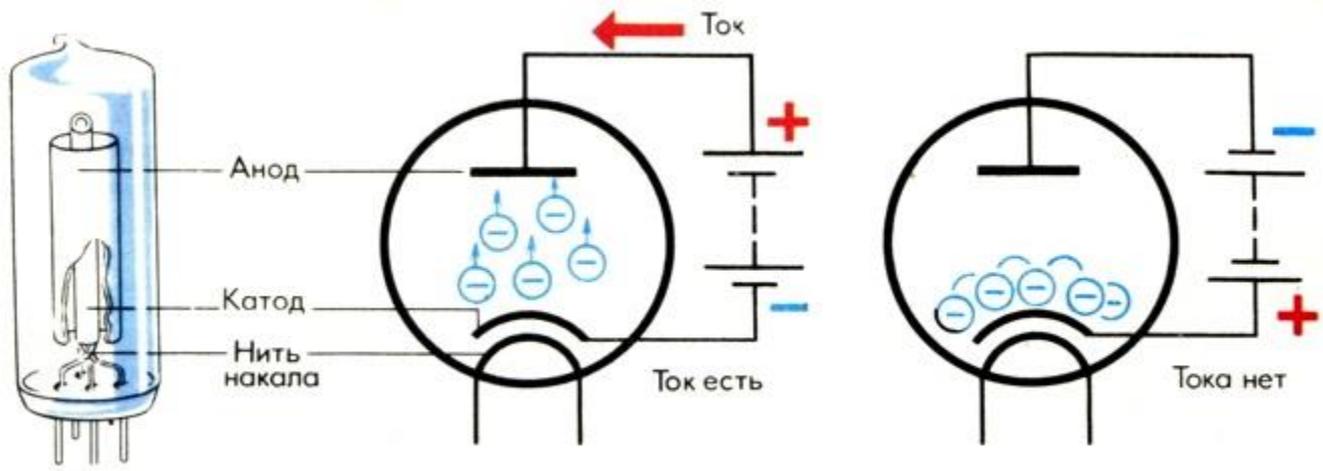
Первый транзистор

1947, У. Браттейн и Дж. Бардин

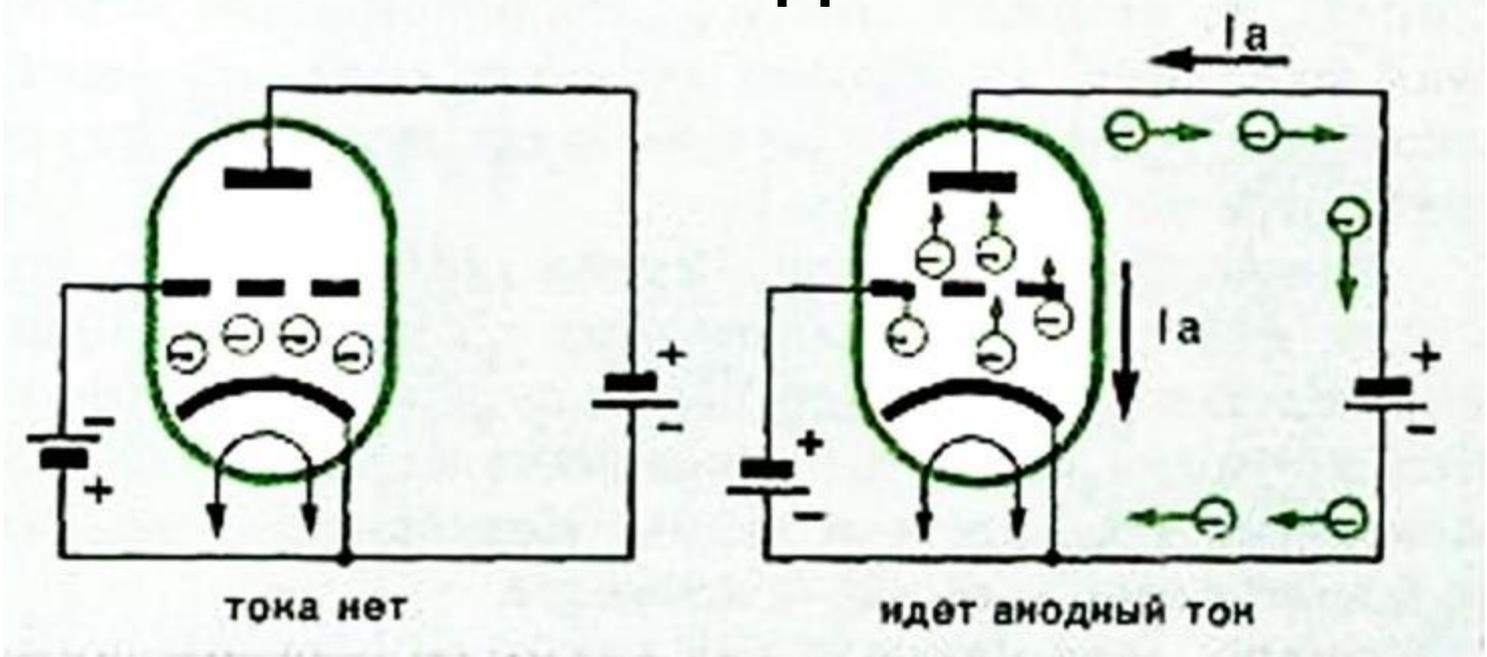


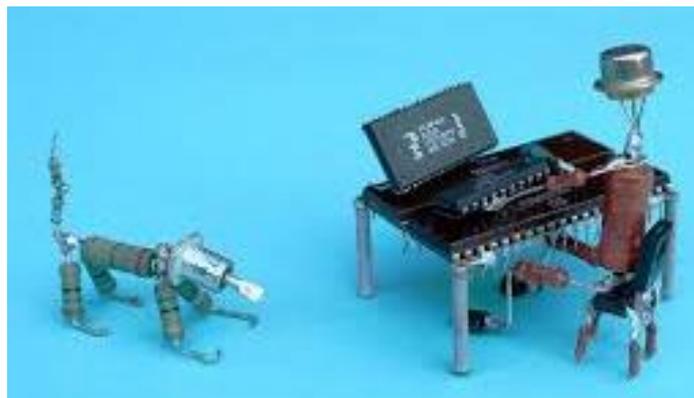
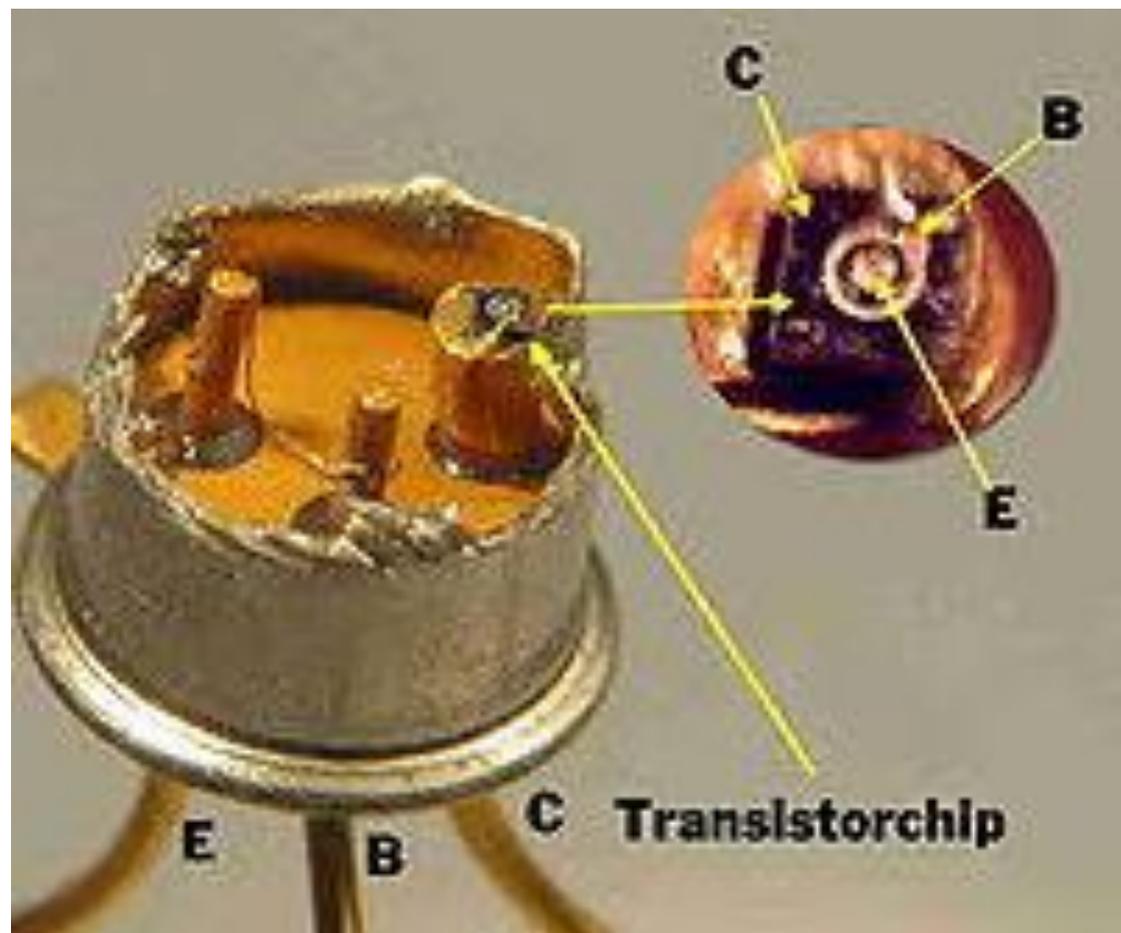


ДИОД



ТРИОД





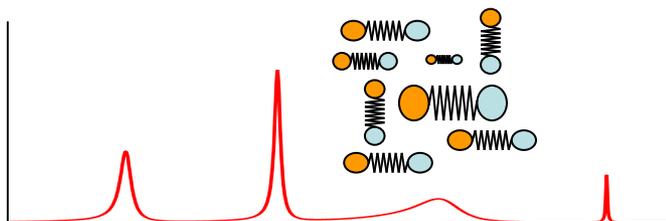
Диэлектрик

C

$$n \sim n_0 \exp(E_g/kT)$$

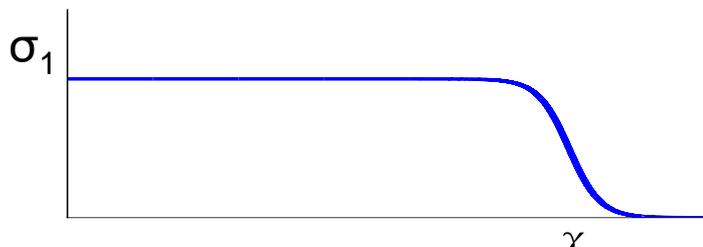
$$E_g \approx 10 \text{ эВ}$$

$$T=300 \text{ K} \rightarrow 26 \text{ мэВ}$$



Металл

E_F

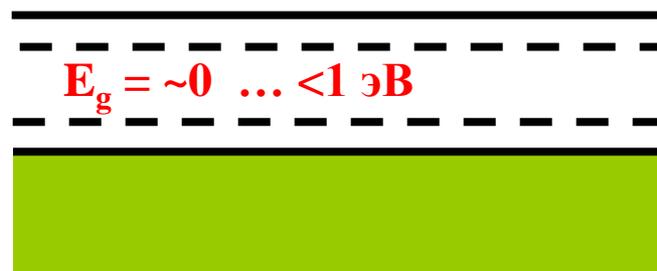


Полупроводник

$$T=300 \text{ K} \rightarrow 26 \text{ мэВ}$$

$$E_g \leq 1 \text{ эВ}$$

C



V

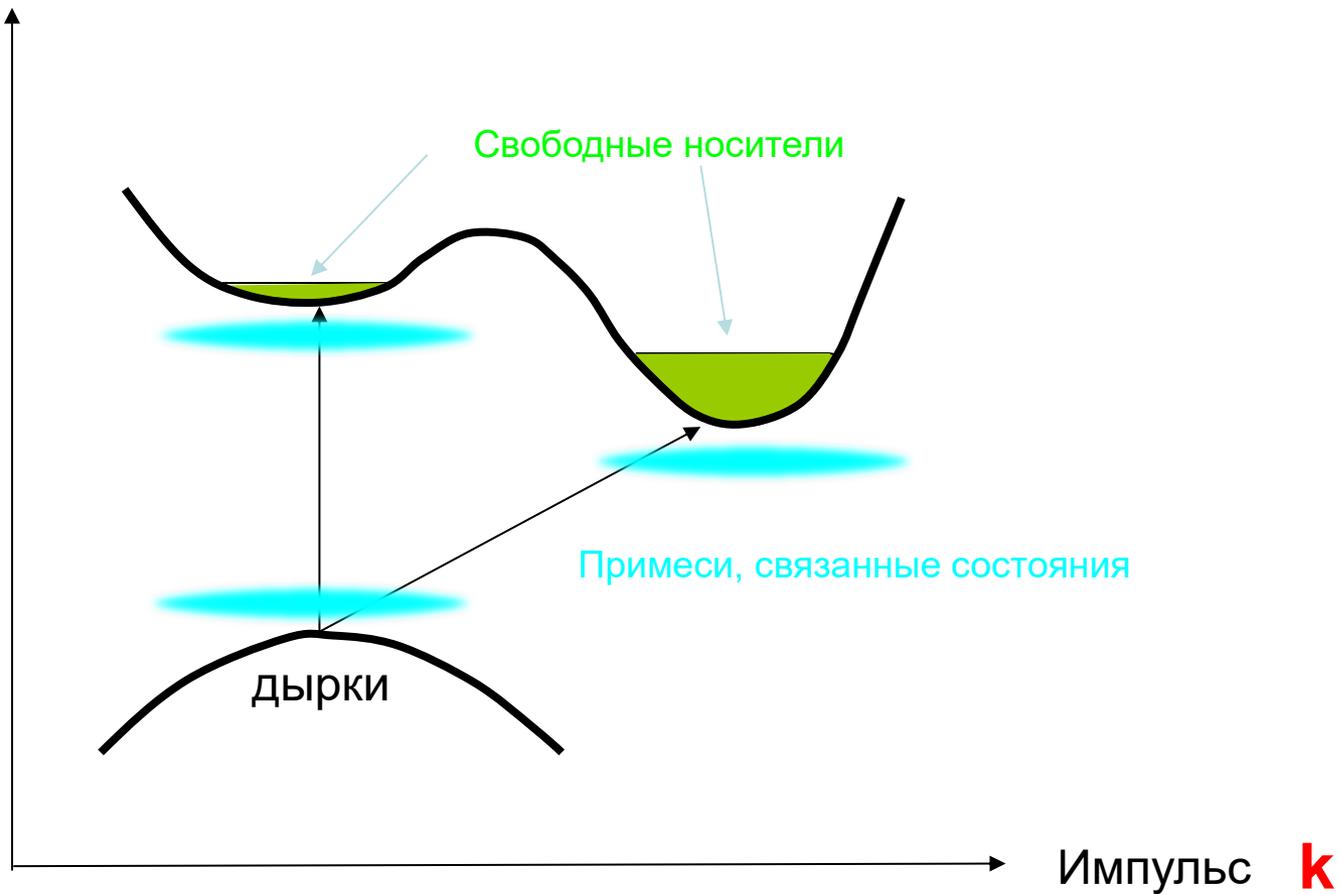
Оптика - ????

Оптика полупроводников

Энергия

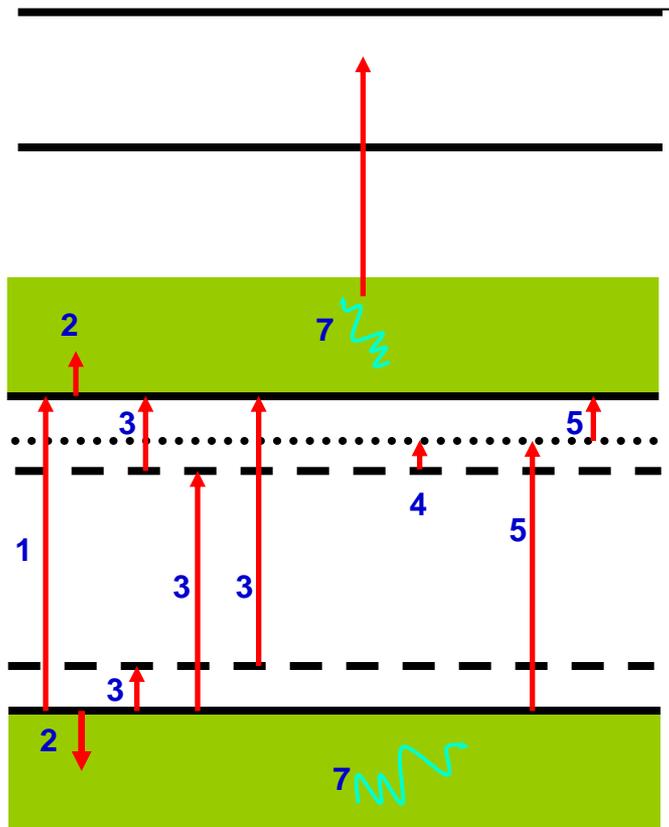
E

T=300 K → 26 мэВ



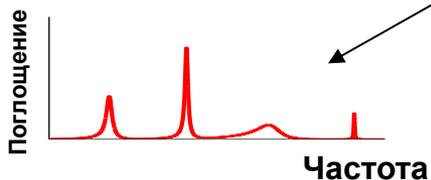
Оптические свойства полупроводников

Полупроводник

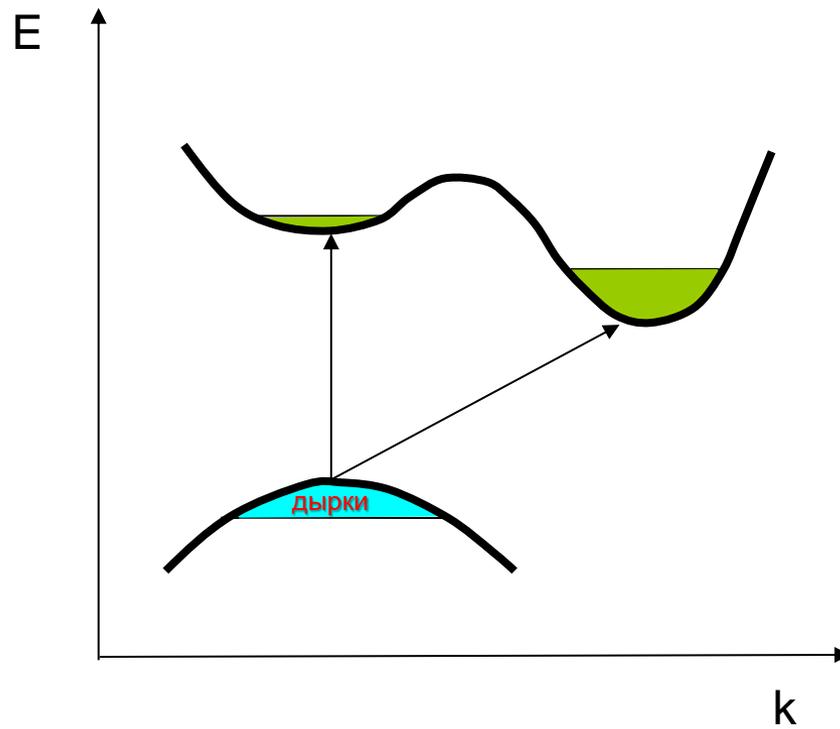


Механизмы поглощения:

1. Собственное (фундаментальное) (переход валентная зона \rightarrow зона провод.).
2. На свободных носителях заряда (внутризонные переходы).
3. Примесное (переходы между разрешёнными зонами и примесными уровнями).
4. Межпримесное (переходы между примесными уровнями в запрещённой зоне).
5. Экситонное (создание или распад экситонных состояний).
6. Фононное (поглощение на колебаниях кристаллической решётки).
7. Плазменное (плазменные колебания электронной/дырочной плазмы).



Межзонное поглощение



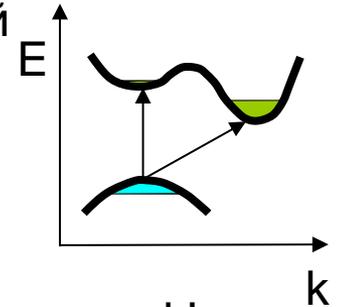
Межзонное поглощение

Коэффициент поглощения межзонного электронного/дырочного перехода:

$$\alpha(\omega) = A f_{kk'} g(h\omega)$$

A - const

$f_{kk'}$ – сила осциллятора (~ вероятности) перехода из состояния с k в состояние k'
 $g(h\omega)$ – **комбинированная** плотность состояний по начальному и конечному состояниям (начальное – занято, конечное – свободно)



Рассмотрим: а) $f_{kk'}$ и б) $g(\omega)$

$f_{kk'} \sim W_{kk'}$ - вероятности перехода из состояния с k в состояние с k'

$f_{kk'} \sim W_{kk'}$ Вероятность перехода между состояниями

Квантовая механика:

$$f_{kk'} = \frac{|\langle k' | P | k \rangle|^2}{\frac{m}{2}(E_k - E_{k'})}$$

P-квазиимпульс

Энергии начального и конечного состояний

$f_{kk'} = 0$ – запрещённый переход

$f_{kk'} \neq 0$ – разрешённый переход

Задача: зависимость α от частоты - ?

--- f_{kk} ---

Разложение в окрестности P_0

$$W_{kk'}(P) = W_{kk'}(P_0) + \left. \frac{dW}{dP} \right|_{P=P_0} (P - P_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2W}{dP^2} \right|_{P=P_0} (P - P_0)^2 + \dots$$

$$\alpha(\omega) = A f_{kk'} g(h\omega)$$

Межзонное поглощение

$$W_{kk'}(P) = W_{kk'}(P_0) + \left. \frac{dW}{dP} \right|_{P=P_0} (P - P_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2W}{dP^2} \right|_{P=P_0} (P - P_0)^2 + \dots$$

1. Разрешённый переход.

$$W_{kk'} \neq 0, \quad W_{kk'} = W_{kk'}(P_0) = \text{const} = f_{kk'} = \text{const}$$

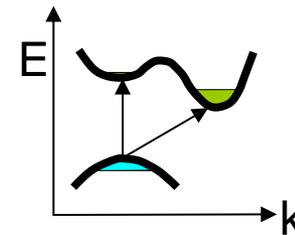
2. Запрещённый переход.

$$W_{kk'} = 0 \text{ в точке } P_0$$

$$W_{kk'}(P) \approx \left. \frac{dW}{dP} \right|_{P=P_0} (P - P_0)$$

$$f_{kk'} = \frac{|\langle k' | P | k \rangle|^2}{\frac{m}{2}(E_k - E_{k'})} \sim P^2 \sim W; \Rightarrow \frac{dW}{dP} \sim P \Rightarrow W_{kk'} \sim (P - P_0)^2$$

При параболическом законе дисперсии $E = \hbar^2 P^2 / 2m^*$:



$$W_{kk'} \sim E$$

Вывод:

Разрешённый переход: $W \sim f = \text{const}$

Запрещённый переход: $W \sim f \sim E$ (или ω)

$$f_{kk'} \sim W_{kk'} \quad \text{А что с } g(\omega)?$$

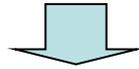
$$\alpha(\omega) = A f_{kk'} g(h\omega)$$

Комбинированная приведённая плотность состояний:

Квантовая механика:

$$g(h\omega)d(h\omega) = 2/h^3 \int \delta(E_{k'} - E_k - h\omega) dP$$

Закон сохранения энергии: $E_{k'} - E_k = h\omega$



$$g(h\omega) = \frac{2}{h^3} \int_G dP$$

G ← область значений P , где $E_{k'} - E_k = h\omega$

Интегрирование по объёму → по поверхности

$$\alpha(\omega) = A f_{kk'} g(h\omega) \quad g(h\omega) = \frac{2}{(2\pi h)^3} \int_{S(E_{k'} - E_k = h\omega)} \frac{dS}{\nabla_P E_{k'} - \nabla_P E_k}$$

$\nabla_P E_{k'} - \nabla_P E_k = 0$ - особенности плотности состояний,
особые точки Ван Хова.

Особенности в коэффициенте поглощения!

Особые точки Ван Хова

$$\alpha(\omega) = Af_{kk'}g(h\omega)$$

$$\nabla_P E_{k'} - \nabla_P E_k = 0$$

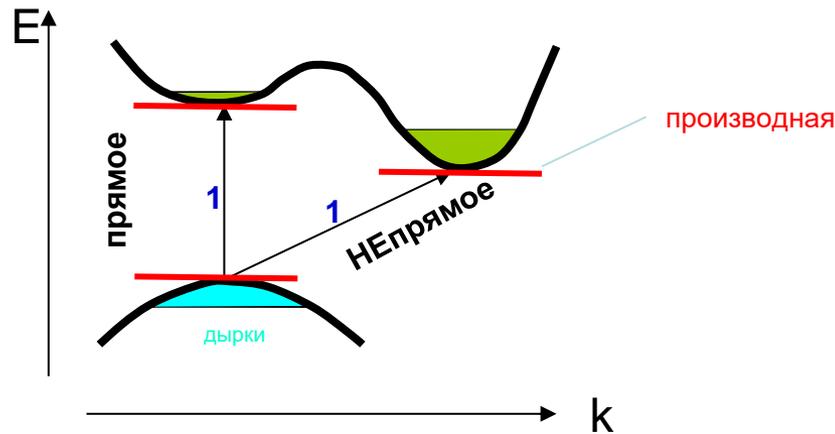
$$g(h\omega) = \frac{2}{(2\pi h)^3} \int_{S(E_{k'} - E_k = h\omega)} \frac{dS}{\nabla_P E_{k'} - \nabla_P E_k}$$



1. Особые точки 1-го рода.

$$\nabla_P E_{k'} = \nabla_P E_k = 0$$

экстремальные точки в законе дисперсии



это – особые точки первого рода

Особые точки Ван Хова

2. Особые точки 2-го рода.

$$\nabla_P E_{k'} = \nabla_P E_k \neq 0; \quad \nabla_P E_{k'} - \nabla_P E_k = 0$$

совпадение градиентов энергии по k

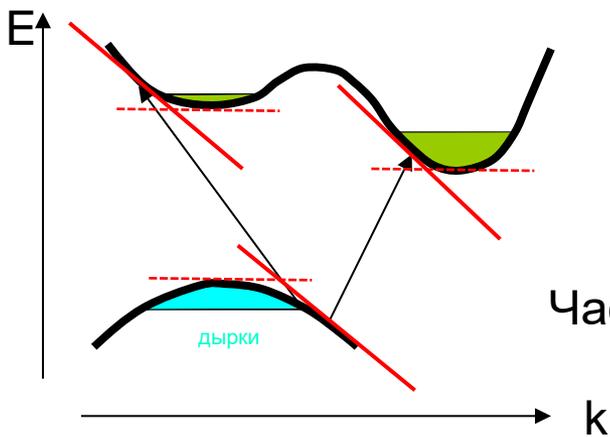
$$g(h\omega) = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \int_{S(E_{k'} - E_k = h\omega)} \frac{dS}{\nabla_P E_{k'} - \nabla_P E_k}$$

Частотная зависимость $\alpha(\omega)$ - ???

$$\alpha(\omega) = A f_{kk'} g(h\omega)$$

Разрешённый переход: $f \sim W = \text{const}$

Запрещённый переход: $f \sim W \sim E$ (или ω)



Частотная зависимость плотности состояний $g(\omega)$ - ?

$$g(h\omega) = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \int_{S(E_{k'} - E_k = h\omega)} \frac{dS}{\nabla_P E_{k'} - \nabla_P E_k}$$

Разложение (в окрестности особых точек):

$$E(P) = E(P_0) + \sum_i \frac{\partial E^2}{\partial P_i^2} (P_i - P_{i0})^2$$

$\frac{\partial E}{\partial P} = 0$ $E = E_{k'} - E_k$

комбинации m^* начального и конечного состояний

Особые точки 2-го рода

Подстановка

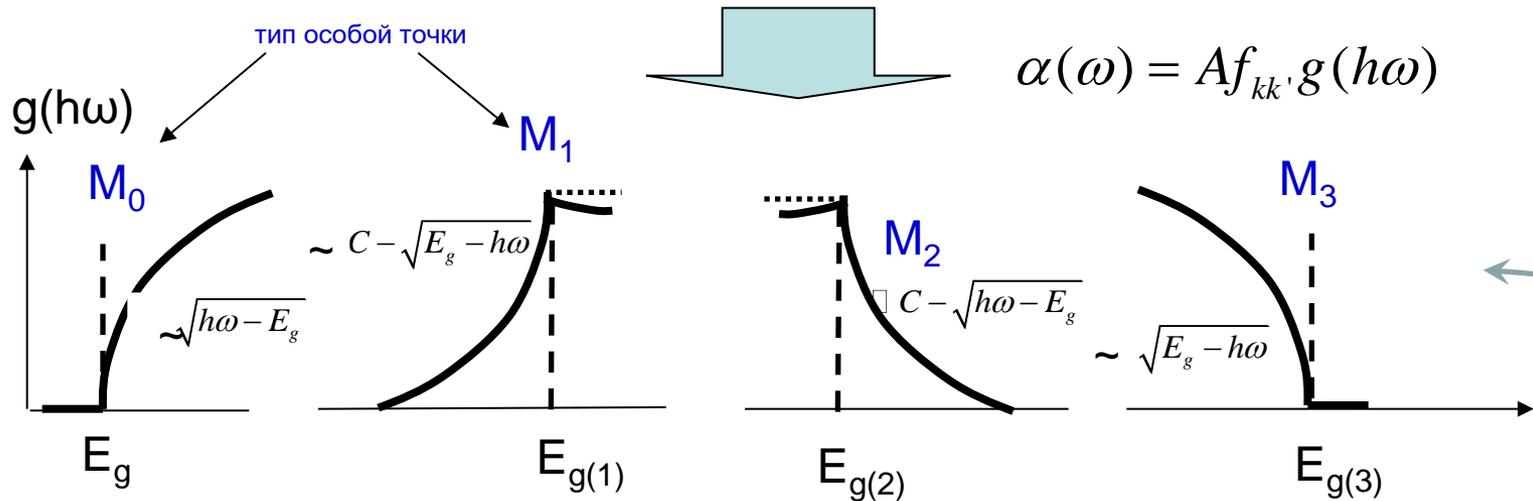
$$E(P) = E(P_0) + \sum_i \frac{\partial E^2}{\partial P_i^2} (P_i - P_{i0})^2$$

В

$$g(h\omega)d\omega = 2/h^3 \int \delta(E_{k'} - E_k - h\omega)dP \quad \text{или в} \quad g(h\omega) = \frac{2}{(2\pi h)^3} \int_{S(E_{k'} - E_k = h\omega)} \frac{dS}{|\nabla_{P'} E_{k'} - \nabla_P E_k|}$$

и интегрирование

В зависимости от знаков m_x, m_y, m_z

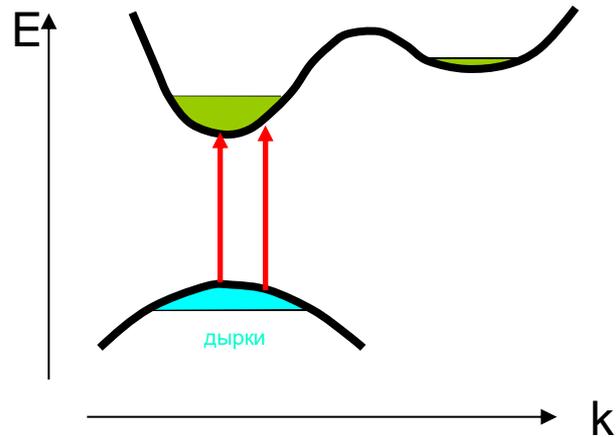


$$\alpha(\omega) = Af_{kk'}g(h\omega)$$

$$\alpha(\omega) = Af_{kk'}g(h\omega)$$

Разрешённые переходы: $f \sim W = \text{const}$ и $\alpha \sim g(h\omega)$
 Запрещённые переходы: $f \sim W \sim E$ и $\alpha \sim E \cdot g(h\omega) \sim \omega \cdot g(h\omega)$

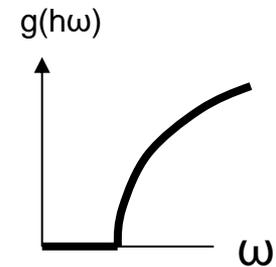
Поглощение в прямозонном полупроводнике



В предположении параболических зон имеем особую точку типа M_0 и:

$$g(h\omega) \sim \sqrt{h\omega - E_g} \quad \text{при} \quad h\omega > E_g$$

$$g(h\omega) = 0 \quad \text{при} \quad h\omega < E_g$$



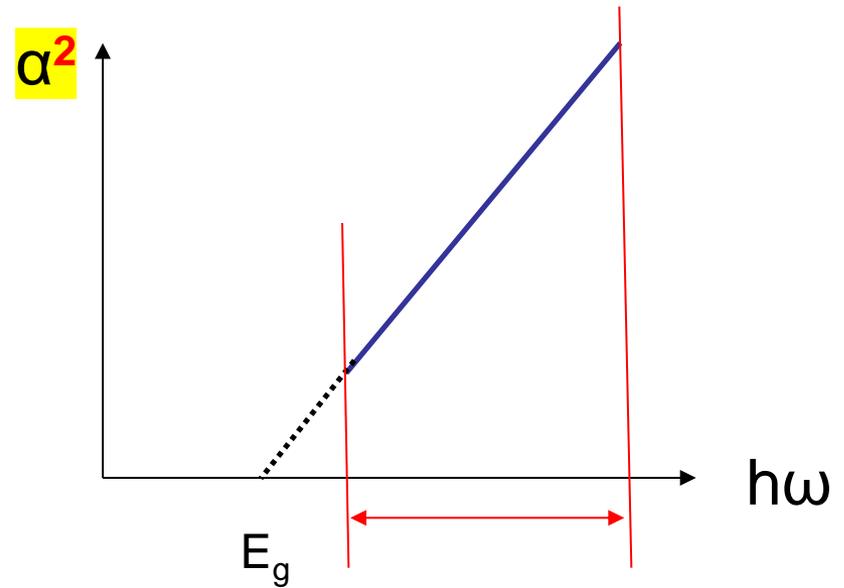
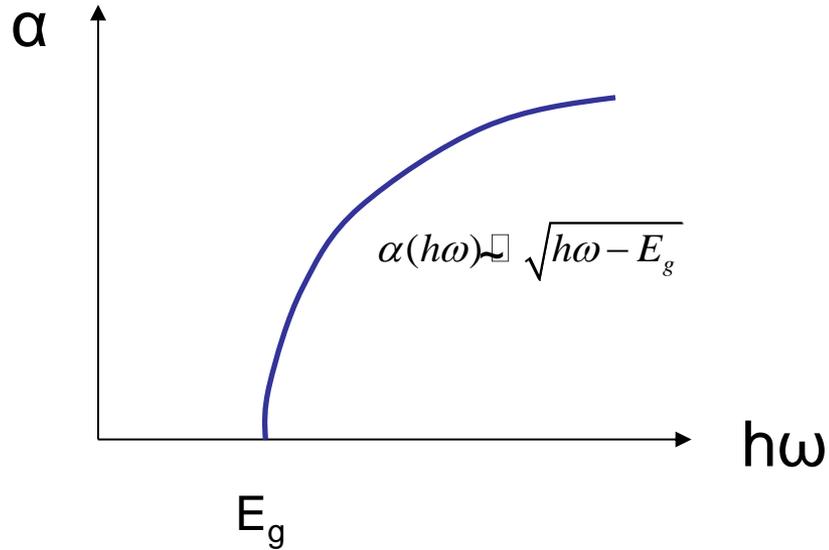
$$\alpha(\omega) = Af_{kk'}g(h\omega)$$

1. Разрешённые переходы, $f = \text{const}$ и $\alpha(h\omega) = B\sqrt{h\omega - E_g}$
2. Запрещённые переходы, $f \sim (h\omega - E_g)$ и $\alpha(h\omega) = B'(h\omega - E_g)^{3/2}$

Поглощение в прямозонном полупроводнике

Определение величины запрещённой зоны

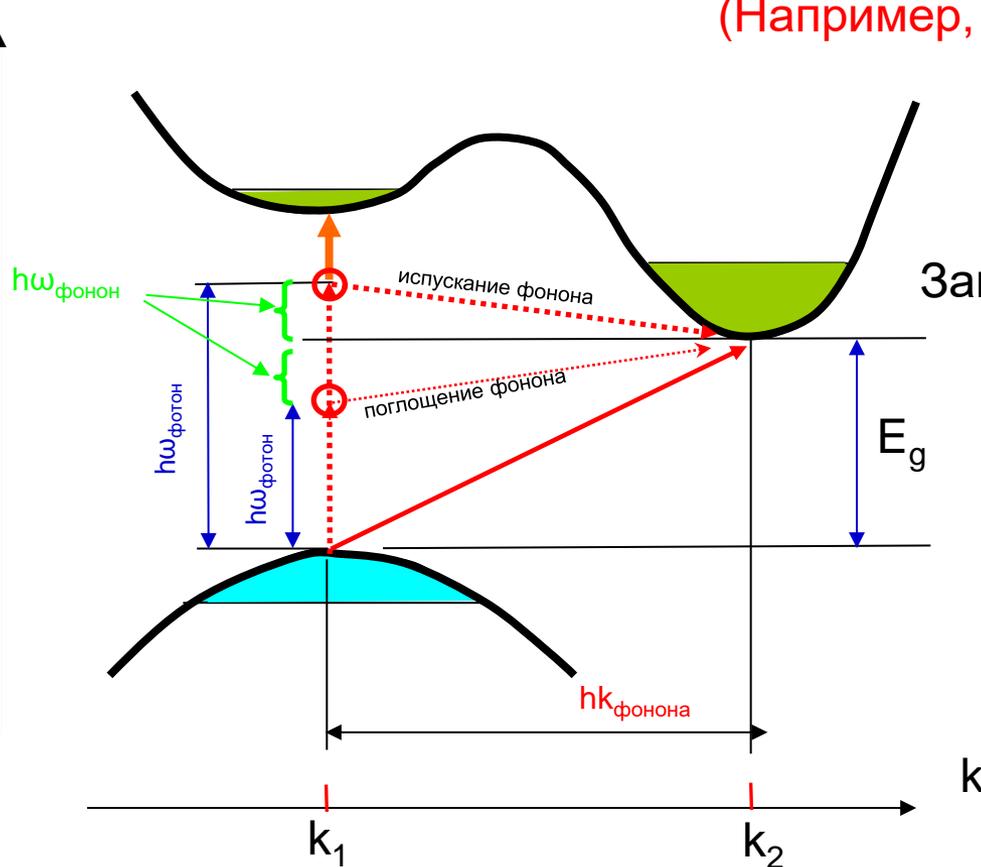
$$\alpha(h\omega) = B\sqrt{h\omega - E_g}$$



Экспериментальный интервал частот

Поглощение в **НЕ**прямозонном полупроводнике

(Например, Ge, Si)



Обязательно с участием фонона.

Законы сохранения энергии-импульса:

$$E_2 - E_1 = h\omega \pm E_{\text{фон}}$$

$$k_2 - k_1 = hk_{\text{фот}} \pm k_{\text{фон}} \approx \pm k_{\text{фон}}$$

Особенности поглощения при **непрямых разрешённых** переходах:

1. Вероятность **непрямых** переходов **меньше**, чем прямых (**участвуют 3 частицы, а не 2**).
2. Сильная зависимость от температуры, т.к. число фононов = функция T.
3. Высокие T (T >> T_{Дебая}) – процесс с **поглощением** фонона; Низкие T (T << T_{Дебая}) – процесс с **испусканием** фонона.

Поглощение в **НЕ**прямозонном полупроводнике

$$\alpha(\omega) = Af_{kk'}g(h\omega) \quad g(h\omega) = \frac{2}{(2\pi h)^3} \int_{S(E_k' - E_k = h\omega)} \frac{dS}{\nabla_P E_{k'} - \nabla_P E_k}$$

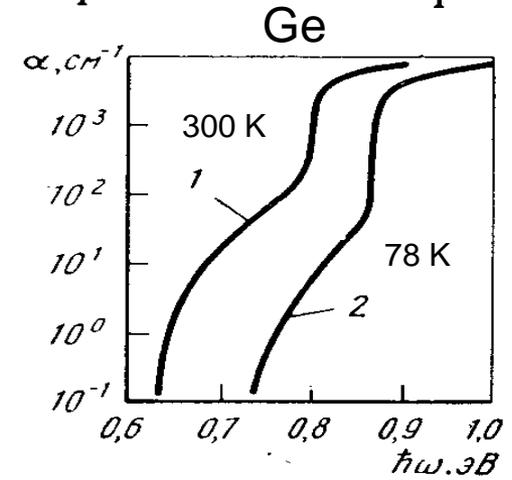
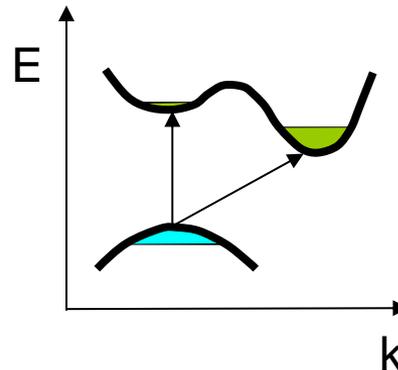
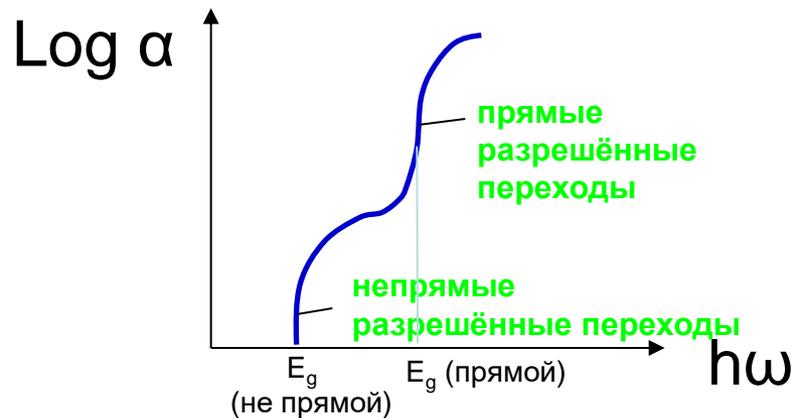
Непрямые **разрешённые** переходы: $f = \text{const}$; $\alpha \sim g$

$$\alpha(\omega) = C_1 \frac{\overset{\text{с поглощением фона}}{[h\omega - (E_g - h\omega_p)]^2} \overset{\text{с испусканием фона}}{+ C_2 \frac{[h\omega - (E_g + h\omega_p)]^2}}}{e^{h\omega_p/kT} - 1} + C_2 \frac{[h\omega - (E_g + h\omega_p)]^2}{1 - e^{h\omega_p/kT}}$$

Непрямые **запрещённые** переходы: $f = \omega$; $\alpha \sim g \omega$

$$\alpha(\omega) = B_1 \frac{\overset{\text{с поглощением фона}}{[h\omega - (E_g - h\omega_p)]^3} \overset{\text{с испусканием фона}}{+ B_2 \frac{[h\omega - (E_g + h\omega_p)]^3}}}{e^{h\omega_p/kT} - 1} + B_2 \frac{[h\omega - (E_g + h\omega_p)]^3}{1 - e^{h\omega_p/kT}}$$

Рост энергии фотона \rightarrow возникновение **прямых** переходов **без** участия фотона

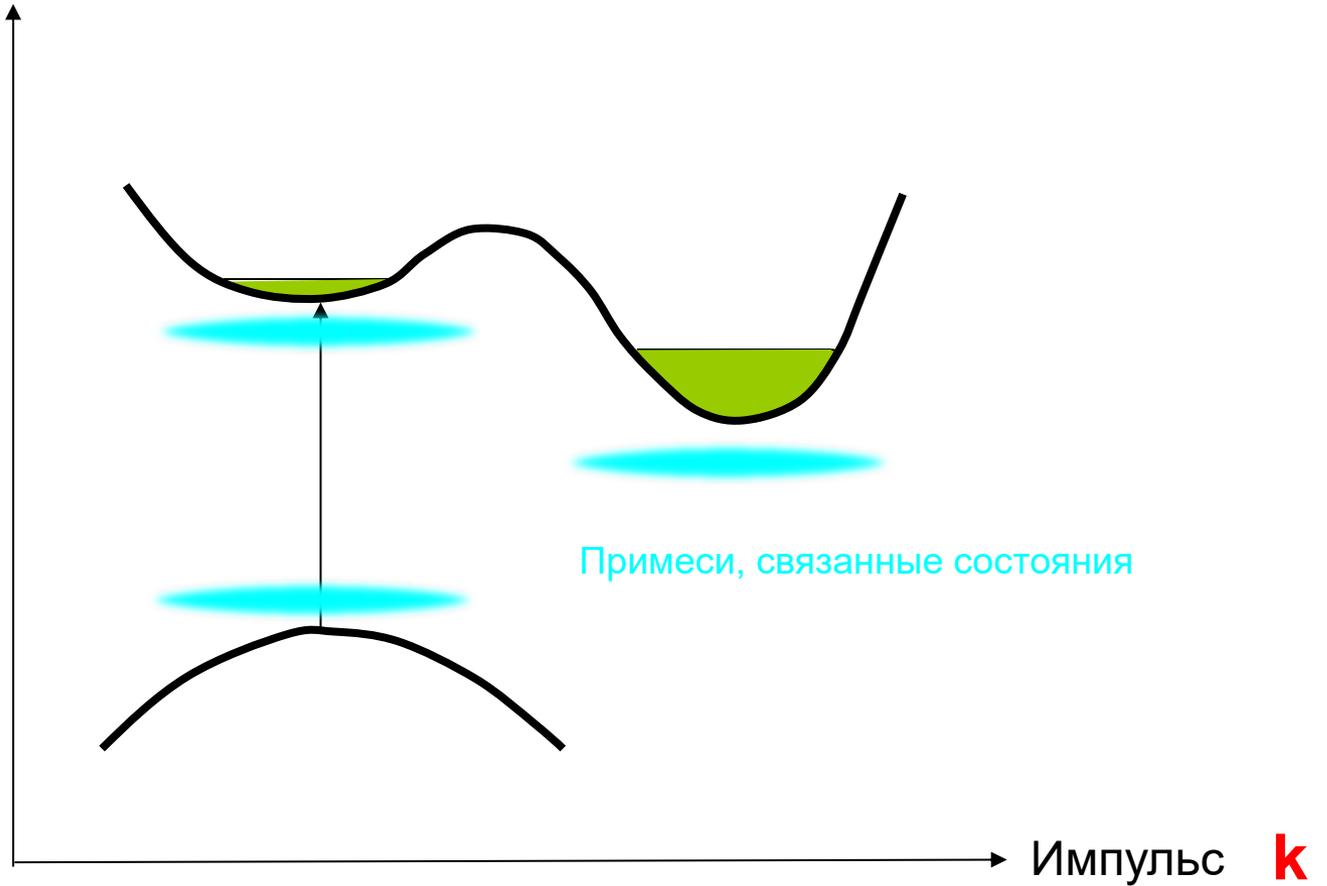


Примесное поглощение

Примесное поглощение

Энергия

E



Примесное и межпримесное поглощение

Примесное состояние – модель атома Бора.

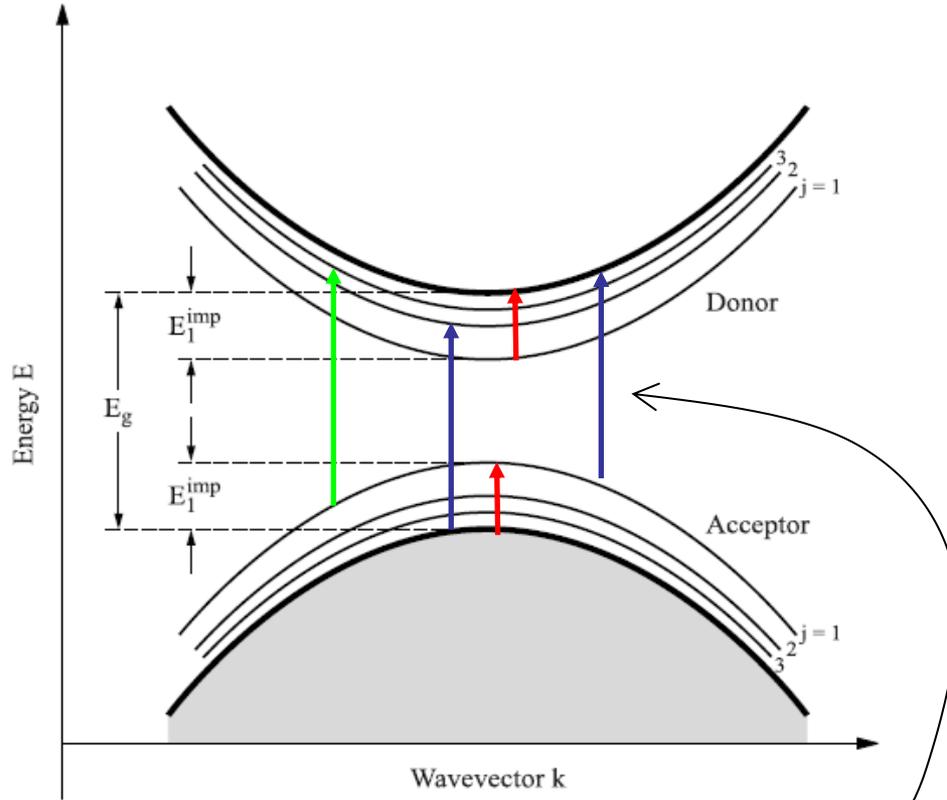
Энергия (случай донорной примеси):

$$E_{imp} = \frac{me^4}{2h^2 \epsilon^2 j^2} \quad j=1,2,3,\dots; \quad m - \text{эффективная масса,}$$

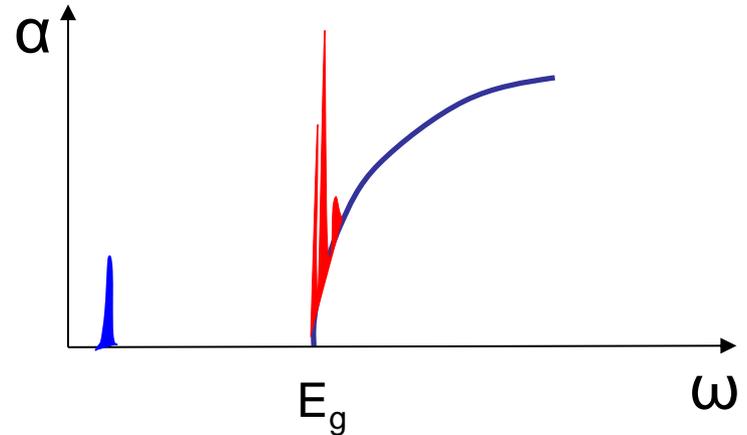
ϵ - фоновая диэлектрическая проницаемость.

Пространственный масштаб примесного состояния:

$$r_{imp} = \frac{\epsilon h^2}{me^2} \gg \text{межатомные расстояния} \rightarrow \text{примесные зоны (при больших концентрациях)}$$



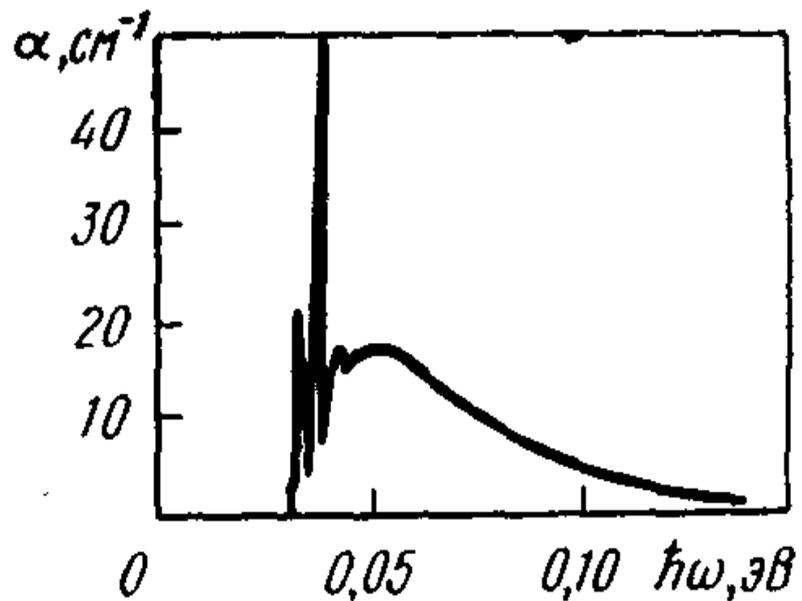
Пример формы линии поглощения акцептор → зона проводимости



$$\alpha(\omega) \sim \frac{x^{1/2}}{(1+x)^4}, \quad x = \frac{m_e}{m_h} \frac{h\omega - (E_g - E_a)}{E_a}$$

Эксперимент: примесное поглощение в кремнии

Si:B

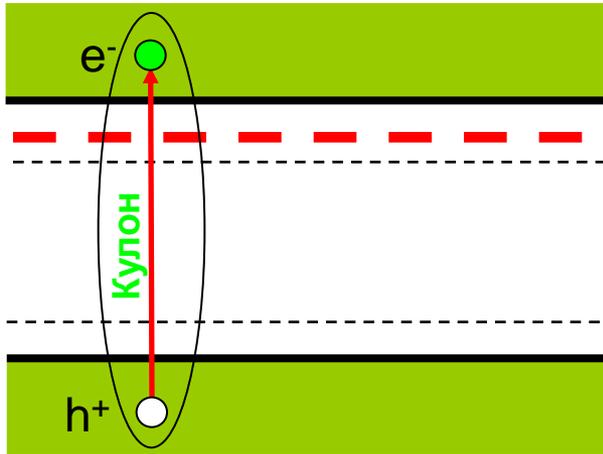


Экситонное поглощение

Заряд экситона = 0 $\rightarrow \sigma_{dc} = 0$.

Но: оптическое поглощение $\neq 0$

Экситон



«атом водорода»

$$E_{exc} = E_g - \frac{\mu e^4}{2\hbar^2 \epsilon^2 j^2}$$

Приведённая масса
электрона и дырки
 $\mu^{-1} = m_e^{-1} + m_h^{-1}$

$j=1,2,3,\dots$

пространственный масштаб
экситонного состояния:

$$r_j^{exc} = \frac{\epsilon \hbar^2 j^2}{\mu e^2}$$

Диэлектрическая проницаемость полупроводника (диэлектрика):

$$\epsilon = 1 + C \frac{\hbar \omega_{pl}}{E_g}$$

Малая E_g – большая ϵ - **большой** r^{exc} - **малая** энергия E_{exc} – **ЭКСИТОН**

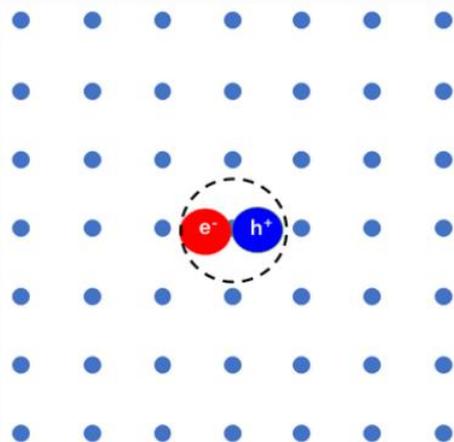
ВАНЬЕ МОТТА

Диэлектрик:

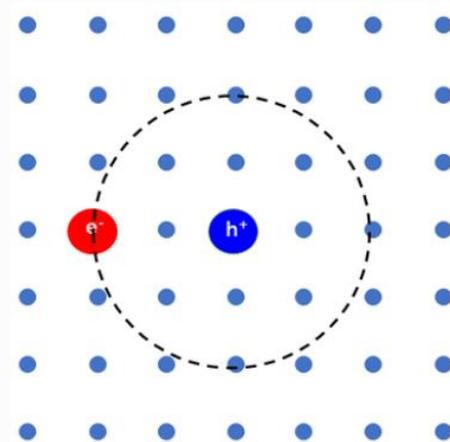
большая E_g – малая ϵ - **малый** r^{exc} – **большая** энергия E_{exc} – **ЭКСИТОН ФРЕНКЕЛЯ**



ЭКСИТОН Френкеля

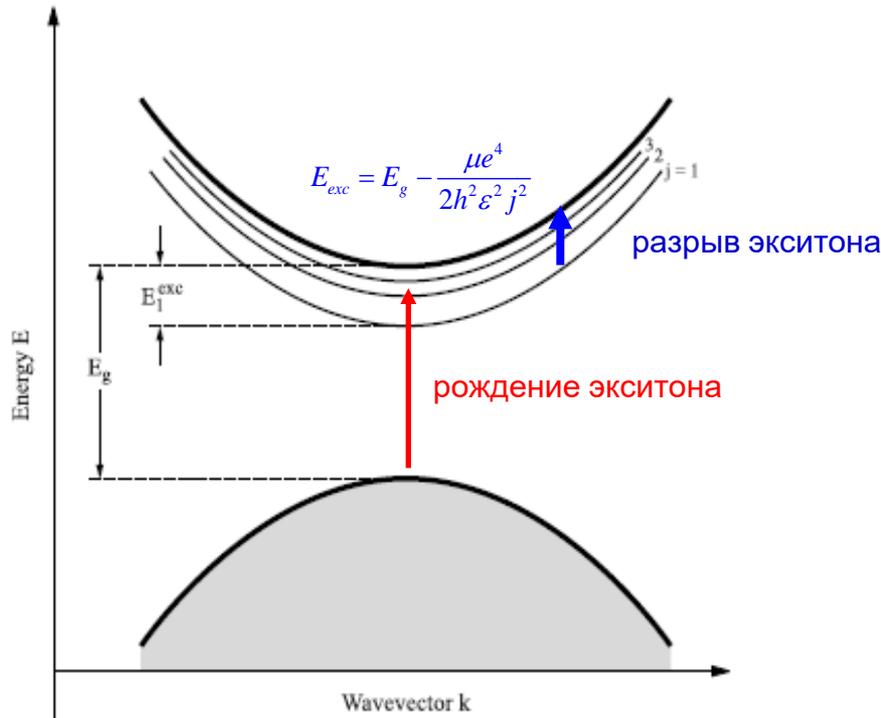


ЭКСИТОН Ванье-Мотта

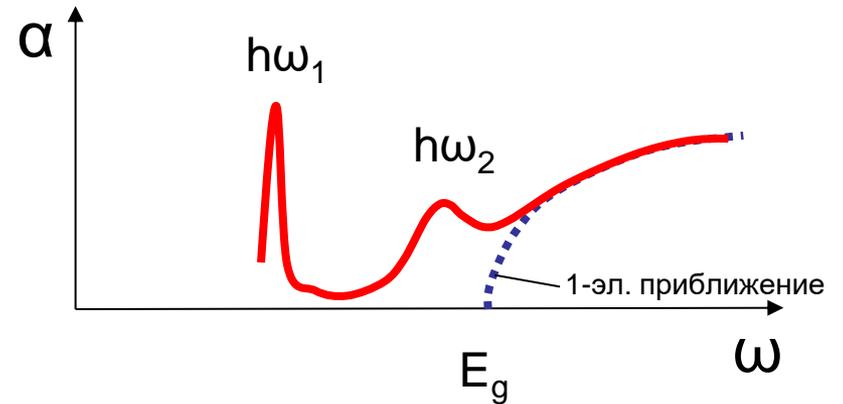


Экситонное поглощение

Движение экситона – движение частицы с массой $m_e + m_h$,



Изменение формы
фундаментального края поглощения



$\alpha(\omega) = Af_{kk'}g(h\omega)$ Учёт взаимодействия электрона и дырки:

Результат расчёта для прямозонного полупроводника (разрешённые переходы):

дискретный спектр ($h\omega < E_g$)

$$\alpha \sim \frac{1}{j^2} \left[h\omega - \left(E_g - E_{exc}^1 \frac{1}{j^2} \right) \right]$$

$j=1, 2, 3, \dots$

сплошной спектр

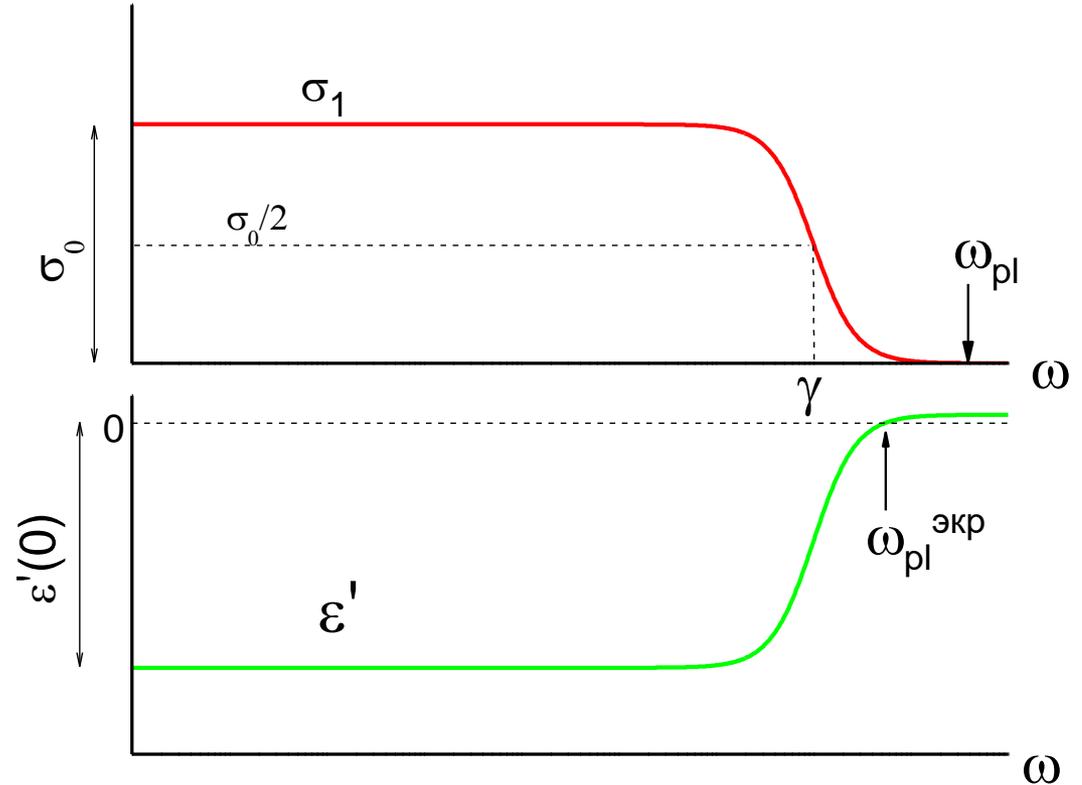
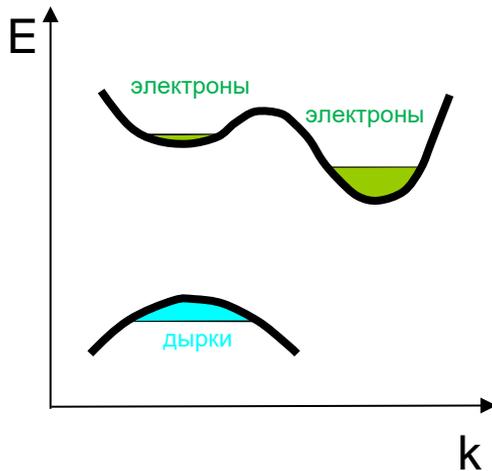
$$\alpha \sim (h\omega - E_g)^{1/2} \quad \alpha \sim (E_{exc}^1)^{1/2}$$

($h\omega \gg E_g$) ($h\omega \geq E_g$)

Поглощение на свободных носителях

Проводник (металл): модель проводимости Друде

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega/\gamma} = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau}$$



Поглощение на свободных носителях

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega/\gamma} = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau}$$

Собственный полупроводник, $T \neq 0$

Проводимость

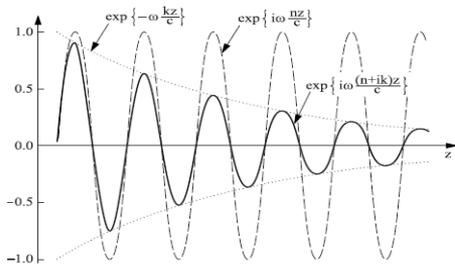
$$\sigma_{e,h}(\omega, T) = \frac{\sigma_{e,h}^{dc}(T)}{1 - i\omega\tau_{e,h}(T)} = \frac{N_{e,h} e^2 \tau_{e,h}(T)}{m_{e,h} [1 - i\omega\tau_{e,h}(T)]}$$

$$n^* = n + ik$$

Коэффициент поглощения

$$E(z) \sim \exp\left[i \frac{2\pi n}{\lambda} z\right] * \exp\left[-\frac{2\pi k}{\lambda} z\right] \longrightarrow \alpha = \frac{4\pi k}{\lambda}$$

Низкие частоты, предел Хагена-Рубенса ($\omega \ll \gamma$) $n \approx k \approx \sqrt{\frac{\sigma}{\nu}}$



$$\alpha(\omega) = \frac{4\pi k}{\lambda} = \frac{4\pi k\nu}{c} = \frac{4\pi\nu}{c} \sqrt{\frac{\sigma}{\nu}} = \frac{4\pi\sqrt{\sigma\nu}}{c} \sim \nu^{1/2} \sim \lambda^{-1/2}$$

$\alpha(T)$ - зависит от зонной структуры, механизмов рассеяния,

Поглощение на свободных носителях

Собственный полупроводник

$$n_e \simeq e^{-E_g / kT}$$

T=0

T=0 – носителей нет ($n_e=0$).
Проводимость/поглощение = **0**



T>0

Статика:

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_h = N_e e \mu_e + N_h e \mu_h$$

Динамика:

$$\sigma_{e,h}(\omega, T) = \frac{\sigma_{e,h}^{dc}(T)}{1 - i\omega\tau_{e,h}(T)}$$

Друде

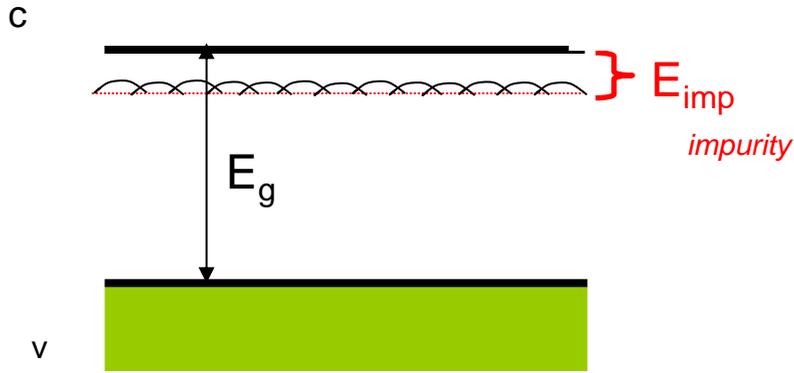
$$\sigma_{e,h}^{dc} = \frac{N_{e,h} e^2 \tau_{e,h}}{m_{e,h}}$$

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega/\gamma} = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau}$$



Поглощение на свободных носителях (**примесная зона**)

Примесный полупроводник



$$N_{cond} \sim (N_{val} e^{-E_g/kT} + N_{imp} e^{-E_{imp}/kT})$$

T=0

Носителей в зоне проводимости нет.
Проводимость по примесной зоне
(по делокализованным состояниям).

$$\sigma_{imp}(\omega, T=0) = \frac{N_{imp} e^2 \tau_{imp}^{T=0}}{m_{imp} [1 - i\omega\tau_{imp}^{T=0}]}$$

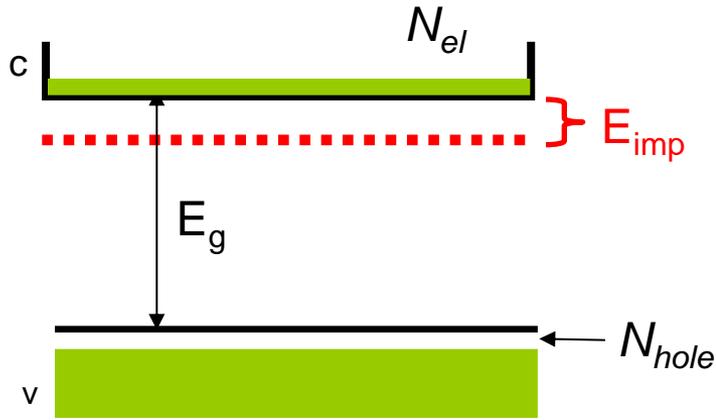
друдевская
проводимость

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega/\gamma} = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau}$$

Поглощение на свободных носителях (примесная зона)

Примесный полупроводник

$T \neq 0$



$$N_{cond} \sim (N_{val} e^{-E_g/kT} + N_{imp} e^{-E_{imp}/kT})$$

$$\sigma(\omega, T) = \frac{N_{imp}(T) e^2 \tau_{imp}(T)}{m_{imp} [1 - i\omega \tau_{imp}(T)]} +$$

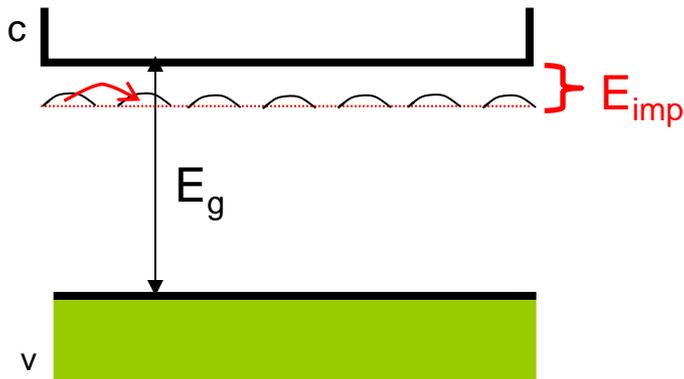
← примесная зона

$$+ \frac{N_{el}(T) e^2 \tau_{el}(T)}{m_{el} [1 - i\omega \tau_{el}(T)]} +$$

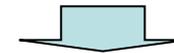
← зона проводимости

$$+ \frac{N_{hole}(T) e^2 \tau_{hole}(T)}{m_{hole} [1 - i\omega \tau_{hole}(T)]}$$

← валентная зона



Низкие температуры,
локализованные состояния



прыжковая проводимость:

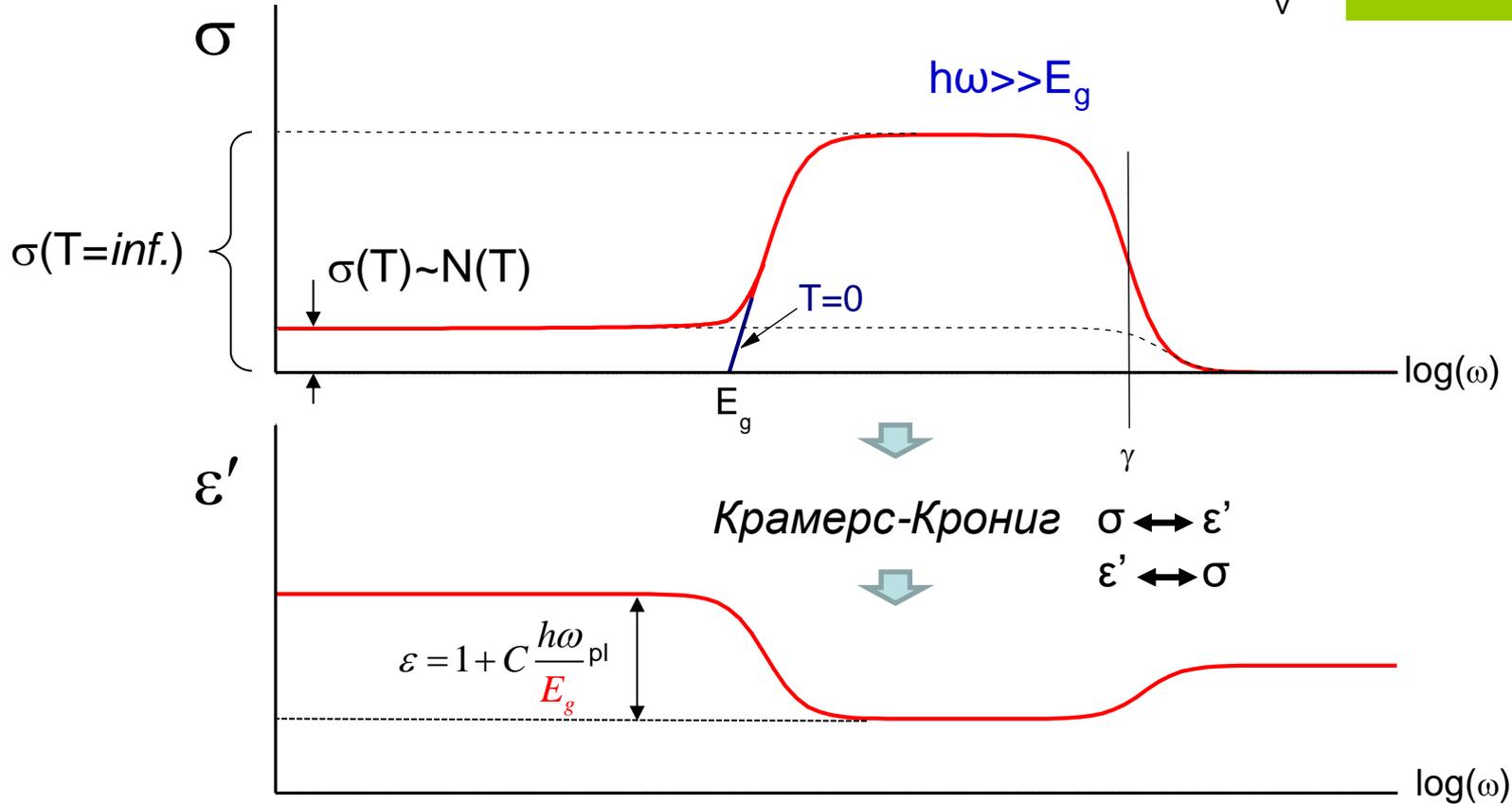
$$\sigma(\omega, T) \sim T^{1/(n+1)} \omega^m$$

моттовская (прыжковая)
проводимость

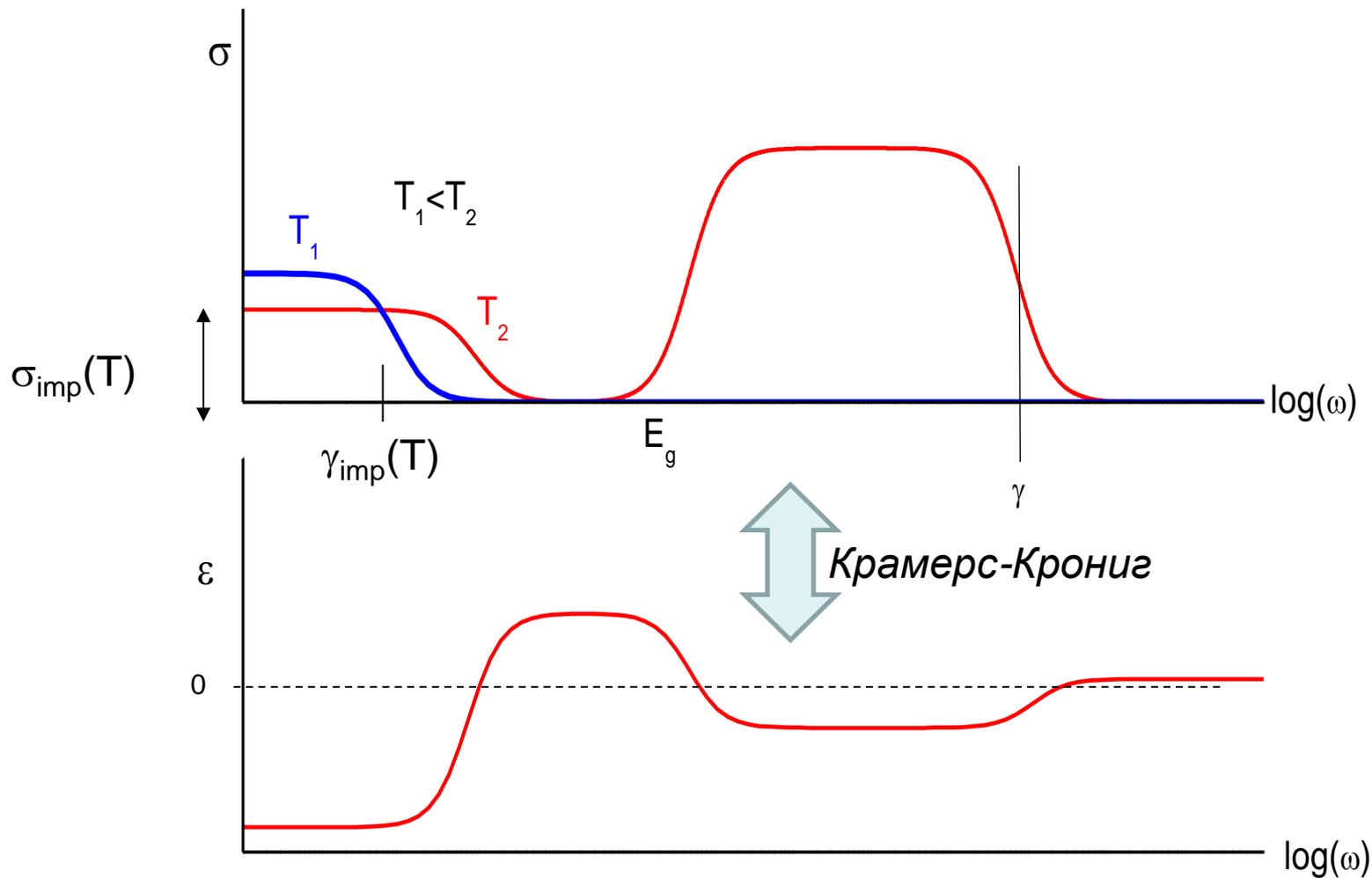
n – размерность пространства;
 $m=1$ – бесфотонные прыжки; **phonon**-assisted hopping
 $m=2$ – **photon**-assisted hopping.

Качественные панорамы для оптики полупроводника

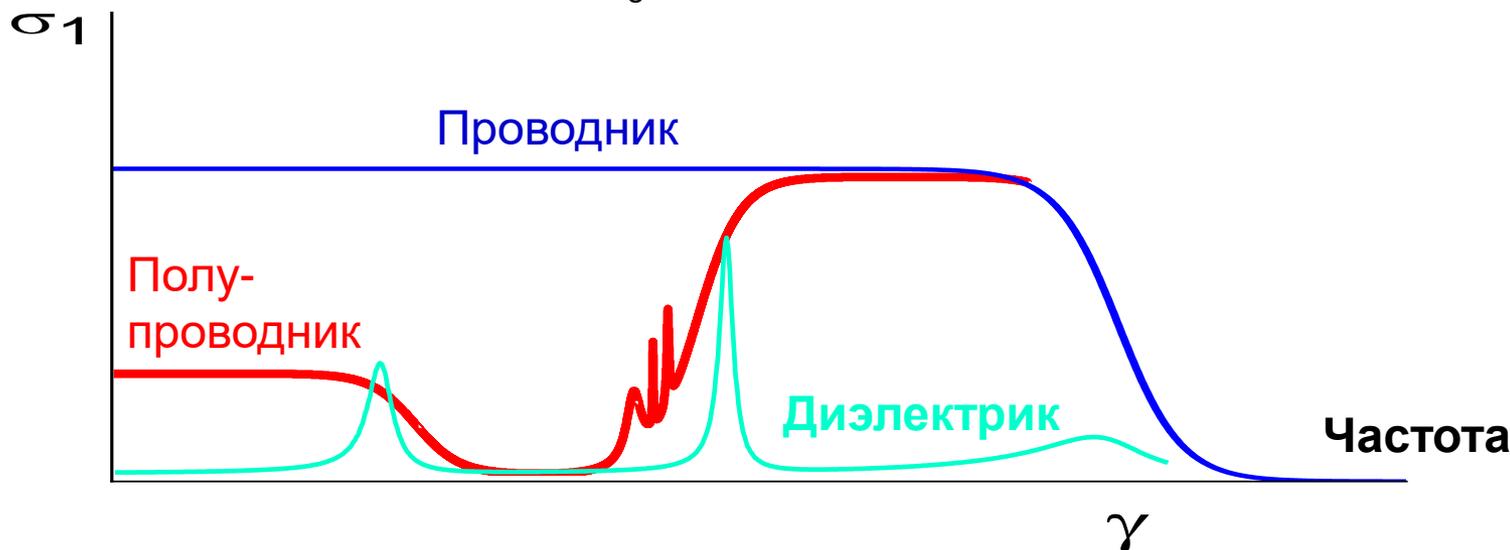
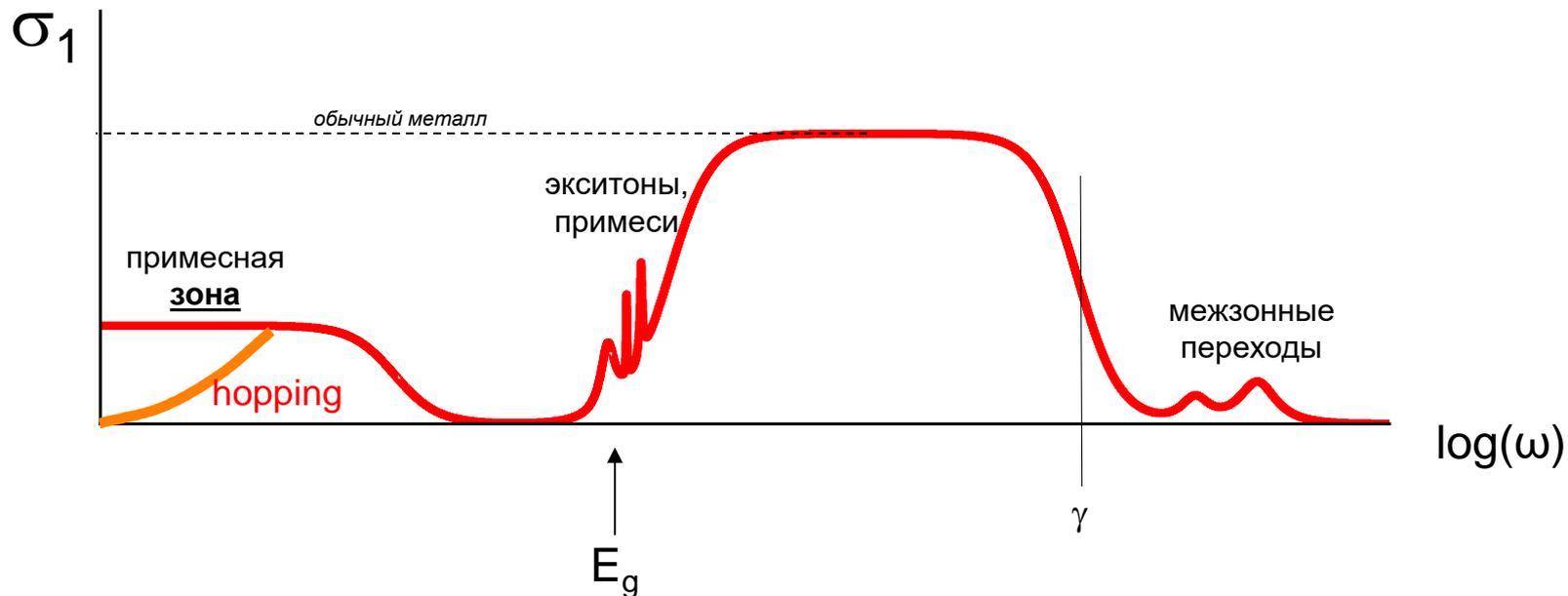
Собственный полупроводник



Полупроводник с примесной зоной



Панорама частотной зависимости проводимости **полупроводника**



СВЕРХПРОВОДНИКИ

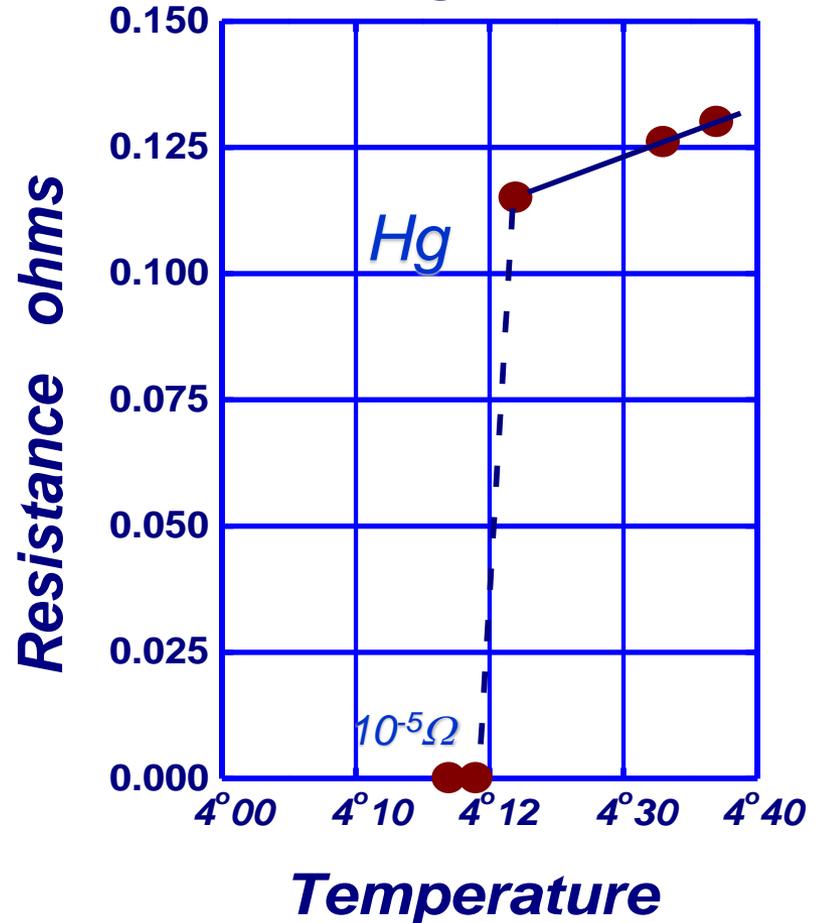
Оптические свойства **сверхпроводников**

Открытие сверхпроводимости



Kamerlingh Onnes

H. Kamerlingh-Onnes, 1911



Temperature

$T_c = 4.15$ K

Теория сверхпроводимости Бардина-Купера-Шриффера БКШ

1957 год.



John Bardeen

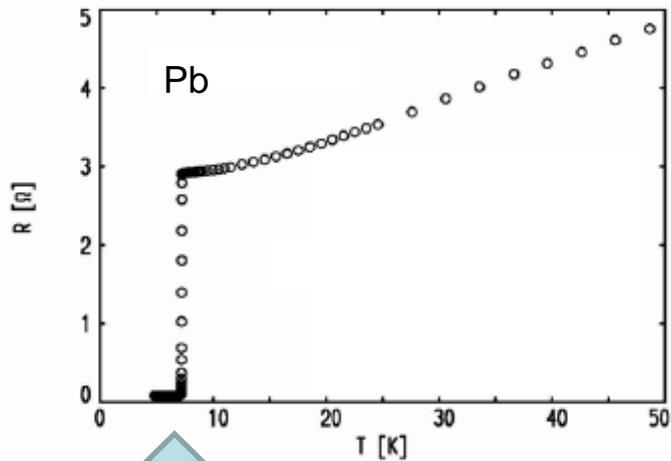
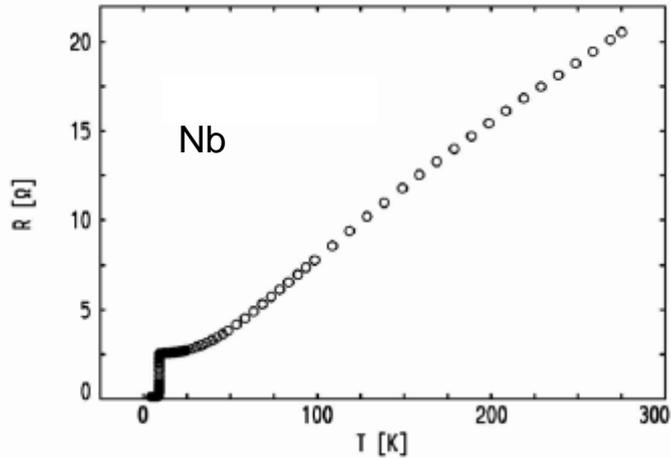


Leon Cooper

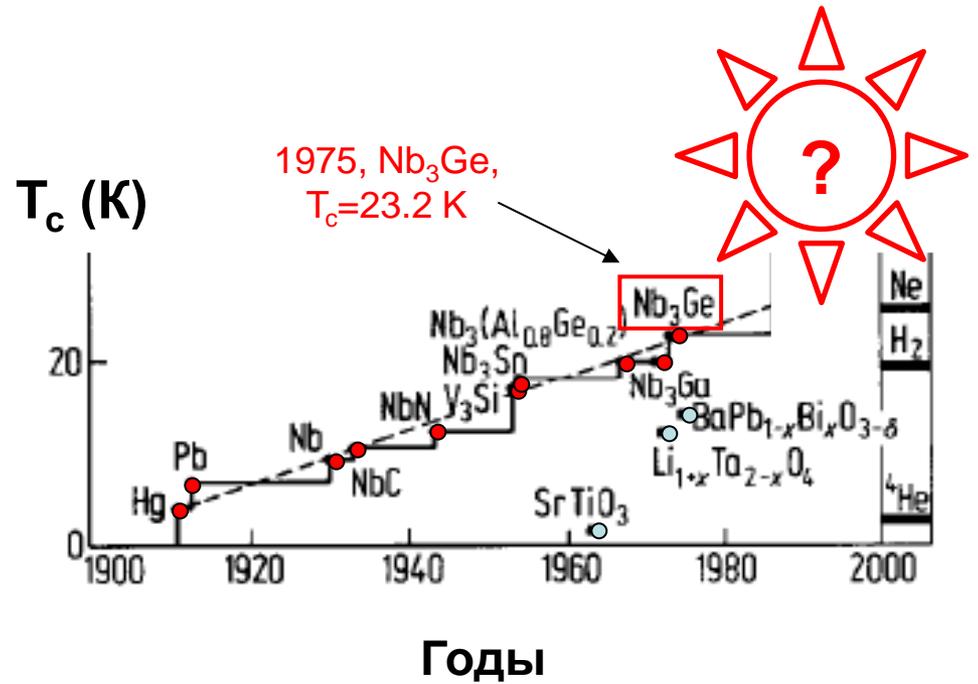


Bob Schrieffer

«Обычные» (БКШ) сверхпроводники



T_c (critical temperature)



Одномерные проводники/сверхпроводники

1964, Экситонный сверхпроводник,

$T_{СП} \sim 1000 \text{ K!}$

Established 1845
SCIENTIFIC AMERICAN
 February 1965 Volume 212 Number 2

Superconductivity at Room Temperature

It has not yet been achieved, but theoretical studies suggest that it is possible to synthesize organic materials that, like certain metals at low temperatures, conduct electricity without resistance

by W. A. Little

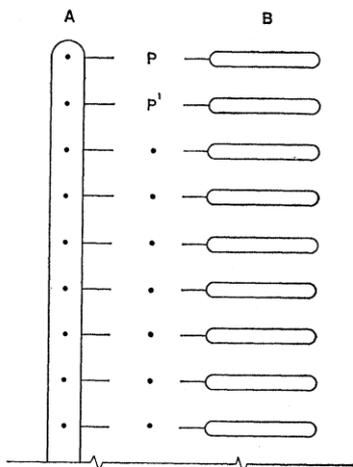
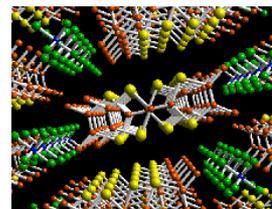


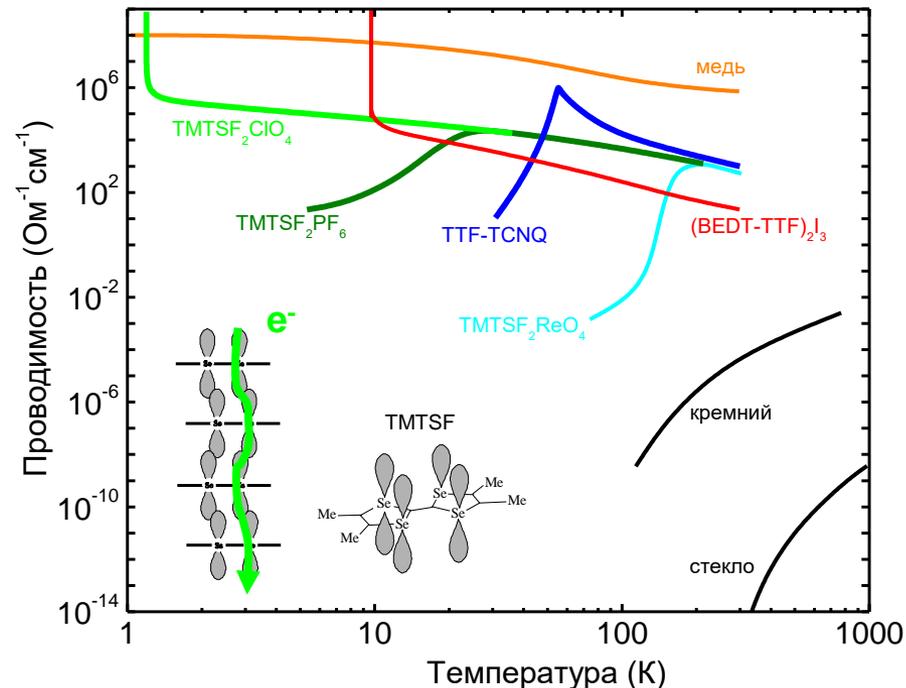
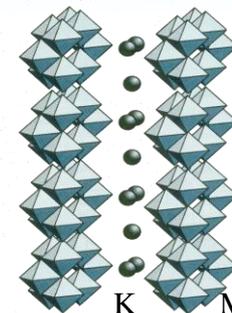
FIG. 1. Proposed model of a superconducting organic molecule. The molecule A is a long unsaturated polyene chain called the "spine." The molecules B are side chains attached to the spine at points P, P', ...

W.A.Little. Possibility of synthesizing an organic superconductor. *Phys. Rev.* **134**, A1416 (1964).

$(\text{TMTSF})_2\text{PF}_6$



$\text{K}_{0.3}\text{MoO}_3$



Органические сверхпроводники

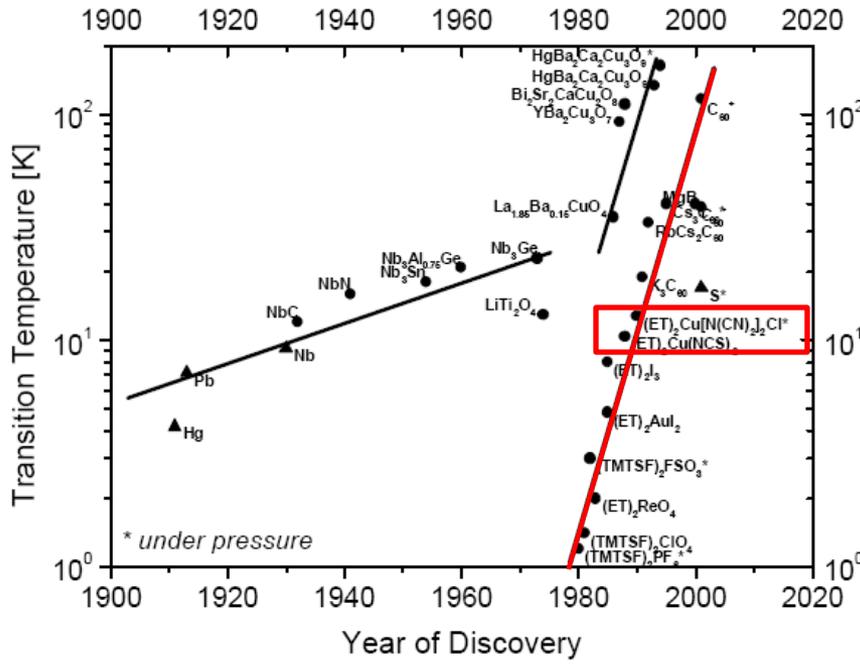
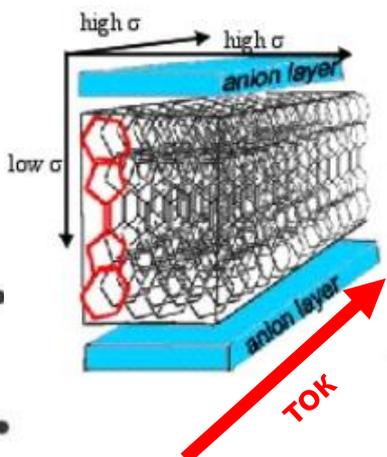
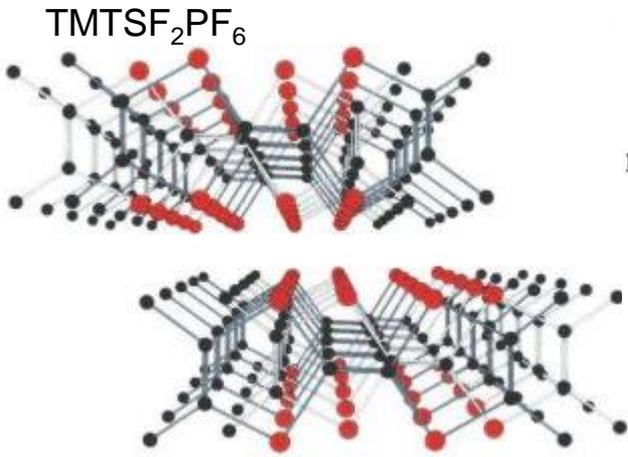


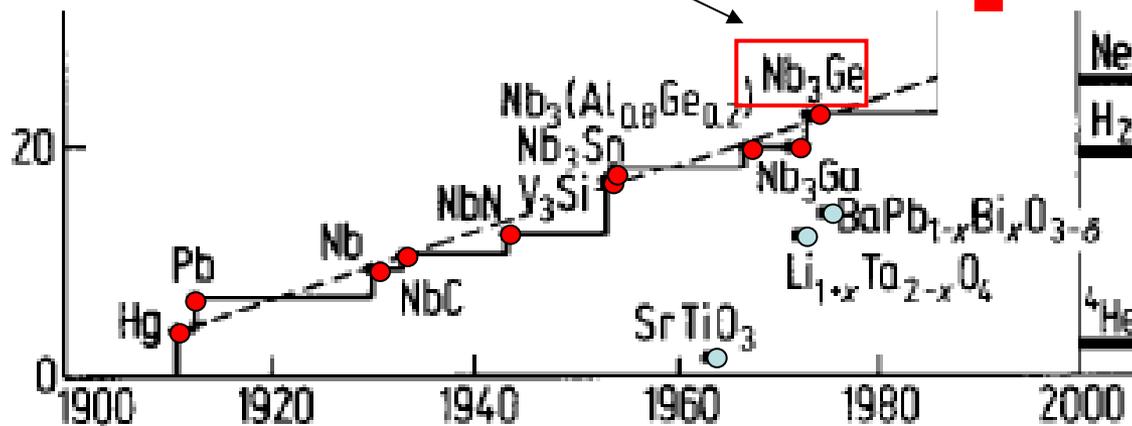
Table 1.1. Development of molecule-based superconductors in which symmetric donors are dominant. P_c denotes the critical pressure and T_c the critical temperature

Material	Symmetry of counter molecule	P_c [kbar]	T_c [K]	Year of report
(TMTSF) ₂ PF ₆	Octahedral	12	0.9 ^a	1980
(TMTSF) ₂ SbF ₆	Octahedral	10.5	0.38	1980
(TMTSF) ₂ TaF ₆	Octahedral	11	1.35	1981
(TMTSF) ₂ ClO ₄	Tetrahedral	0	1.4	1981
(TMTSF) ₂ AsF ₆	Octahedral	9.5	1.1	1982
(TMTSF) ₂ ReO ₄	Tetrahedral	9.5	1.2	1982
(TMTSF) ₂ FSO ₃	Tetrahedral-like	5	≈3	1983
(TMTTF) ₂ Br	Spherical	26	0.8	1994
(ET) ₂ ReO ₄	Tetrahedral	4.0	2.0	1983
β _L -(ET) ₂ I ₃	Linear	0	1.5	1984
β-(ET) ₂ IBr ₂	Linear	0	2.7	1984
β _H -(ET) ₂ I ₃	Linear	0	8.1	1985
β-(ET) ₂ AuI ₂	Linear	0	4.9	1985
γ-(ET) ₃ I _{2.5}	Linear	0	2.5	1985
κ-(ET) ₄ Hg _{2.89} Cl ₈	Polymeric	12 ⁷	1.8	1985
θ-(ET) ₂ I ₃	Linear	0	3.6	1986
κ-(ET) ₂ I ₃	Linear	0	3.6	1987
κ-(ET) ₄ Hg _{2.78} Br ₈	Polymeric	0	4.3	1987
(ET) ₃ Cl ₂ ·(H ₂ O) ₂	Cluster	16	2	1987
κ-(ET) ₂ Cu(NCS) ₂	Polymeric	0	10.4 (8.7) ^b	1988
κ-(ET) ₂ Cu(NCS) ₂ deuterated	Polymeric	0	11.2 (9.0) ^b	1988
α-(ET) ₂ NH ₄ Hg(SCN) ₄	Polymeric	0	0.8 + 1.7 ¹	1990
κ-(ET) ₂ Cu[N(CN) ₂]Br	Polymeric	0	11.8 (10.9) ^b	1990
κ-(ET) ₂ Ag(CN) ₂ H ₂ O	Cluster	0	5.0	1990
κ-(ET) ₂ Cu[N(CN) ₂]Cl	Polymeric	0.3	12.8	1990
κ-(ET) ₂ Cu[N(CN) ₂]Cl deuterated	Polymeric	0.3	13.1	1991
κ-(ET) ₂ Cu[N(CN) ₂]Br deuterated	Polymeric	0	11.2 (10.6) ^b	1991
κ-(ET) ₂ Cu ₂ (CN) ₃	Polymeric	1.5	2.8	1991
κ'-(ET) ₂ Cu ₂ (CN) ₃	Polymeric	0	4.1	1991
(ET) ₄ Pt(CN) ₄ H ₂ O	Cluster	6.5	2	1991
κ-(ET) ₂ Cu(CN)[N(CN) ₂]	Polymeric	0	11.2	1991
κ-(ET) ₂ Cu(CN)[N(CN) ₂] deuterated	Polymeric	0	12.3	1992
(ET) ₄ Pd(CN) ₄ H ₂ O	Cluster	7	1.2	1992
κ-(ET) ₂ Cu[N(CN) ₂]Cl _{0.5} Br _{0.5}	Polymeric	0	11.3	1993
α-(ET) ₂ KHg(SCN) ₄	Polymeric	0	0.3	1993
		1.2 ^d	1.2	1994
α-(ET) ₂ RbHg(SCN) ₄	Polymeric	0	0.5	1994
α-(ET) ₂ TlHg(SCN) ₄	Polymeric	0	0.1	1994
κ-(ET) ₂ Cu[N(CN) ₂]Cl _{0.25} Br _{0.75}	Polymeric	0	11.5	1994
κ-(ET) ₂ Cu[N(CN) ₂]Cl _{0.15} Br _{0.85}	Polymeric	0	10	1994



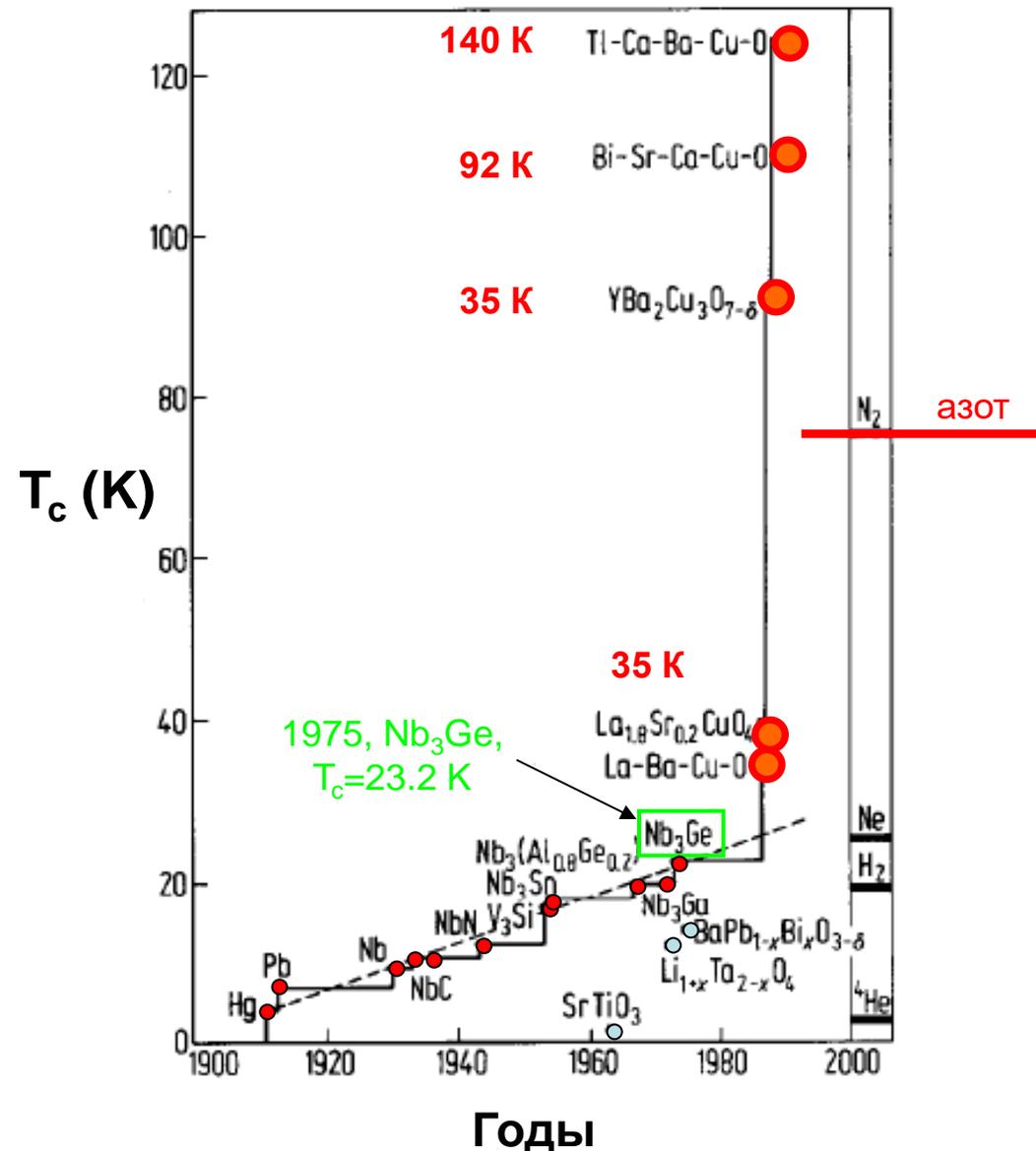
T_c (K)

1975, Nb_3Ge ,
 $T_c=23.2$ K



Годы

1986 год высокотемпературные сверхпроводники (ВТСП) - КУПРАТЫ



K.Muller



J.Bednorz

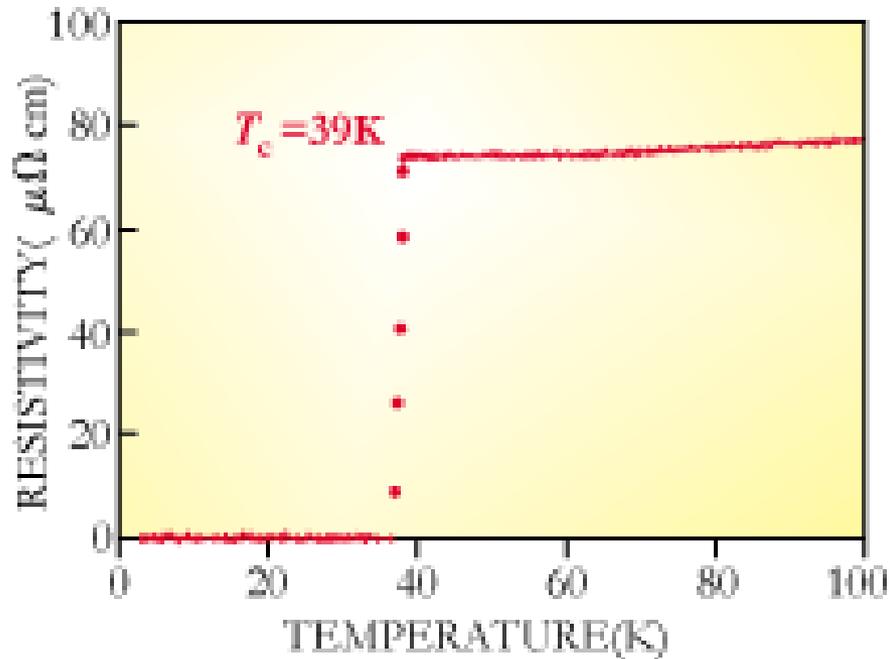
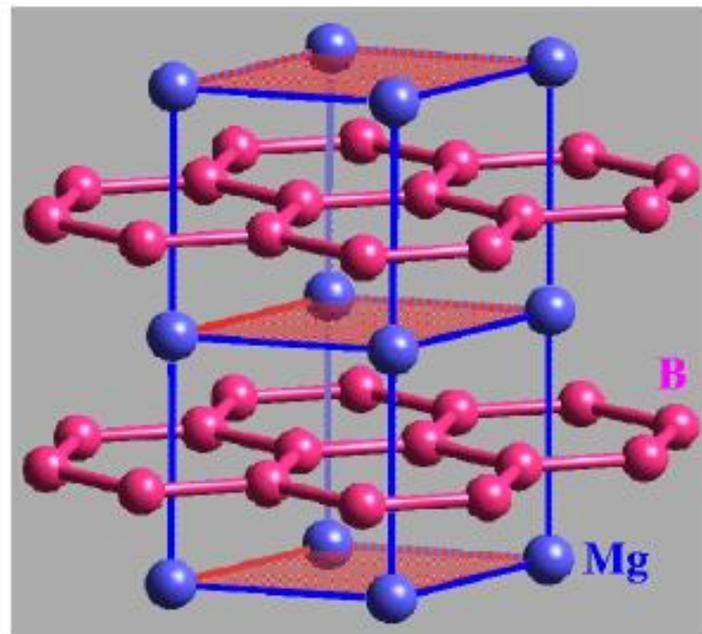
Важно:

а) $T_c > 77$ K;

б) сняты "ограничения" на T_c ($T_c < 30-50$ K)???

Январь 2001: MgB_2 , $T_c=40\text{ K}$.

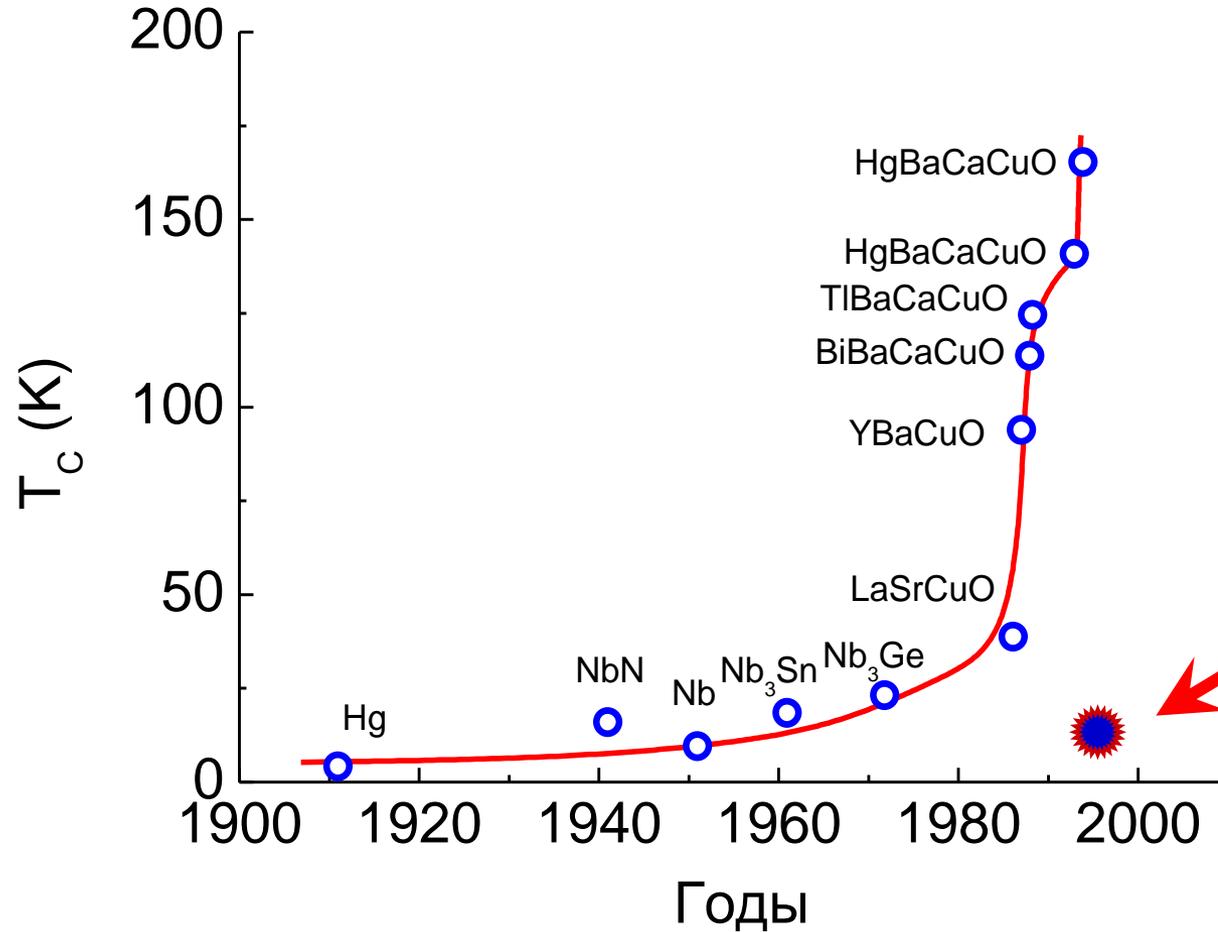
Jun Akimitsu



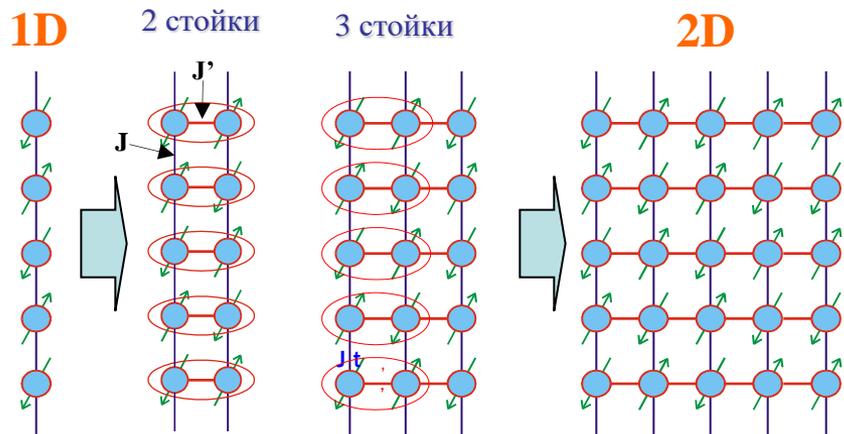
40°

“Russian Superconductor”

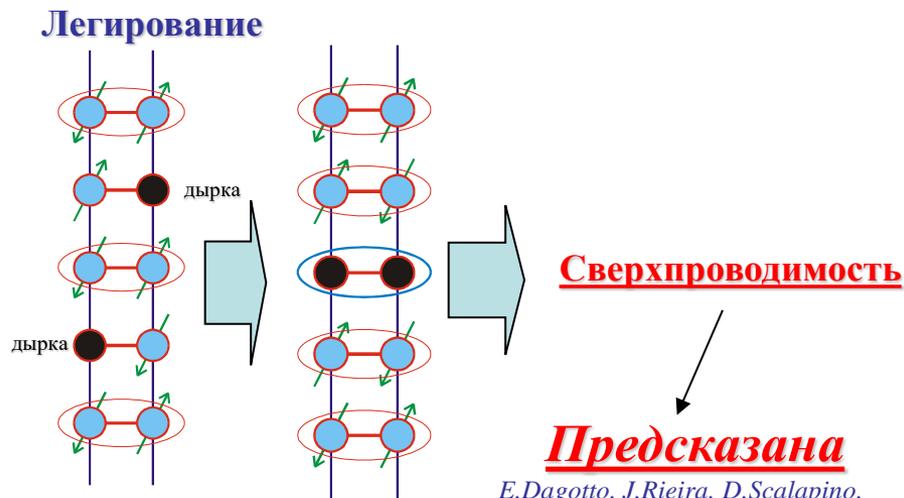
Спин-лестничный сверхпроводник $\text{Sr}_{14-x}\text{Ca}_x\text{Cu}_{24}\text{O}_{41}$
“Telephone number”



Спиновые лесенки – системы с «промежуточной» размерностью



Лесенки:
промежуточная размерность

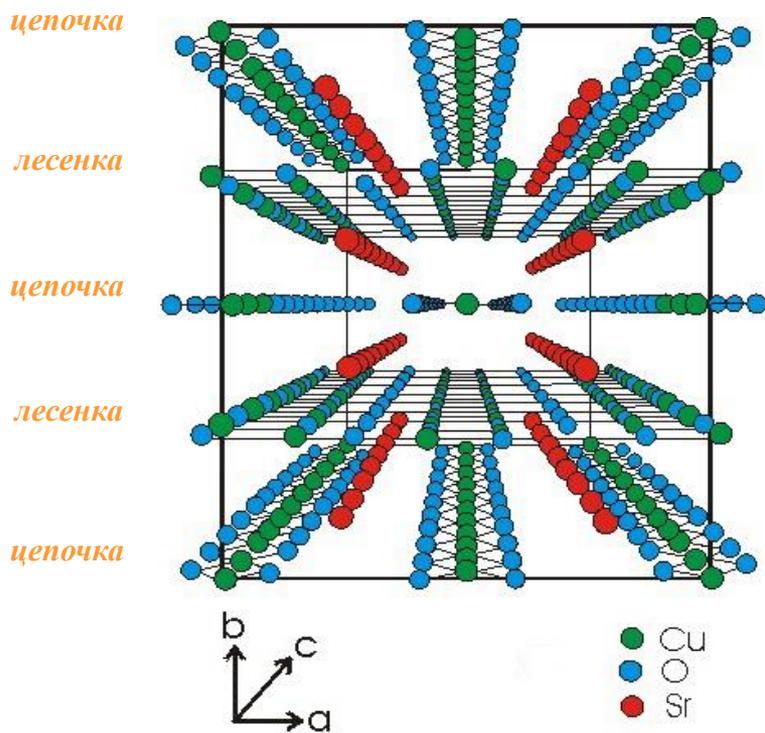


Предсказана

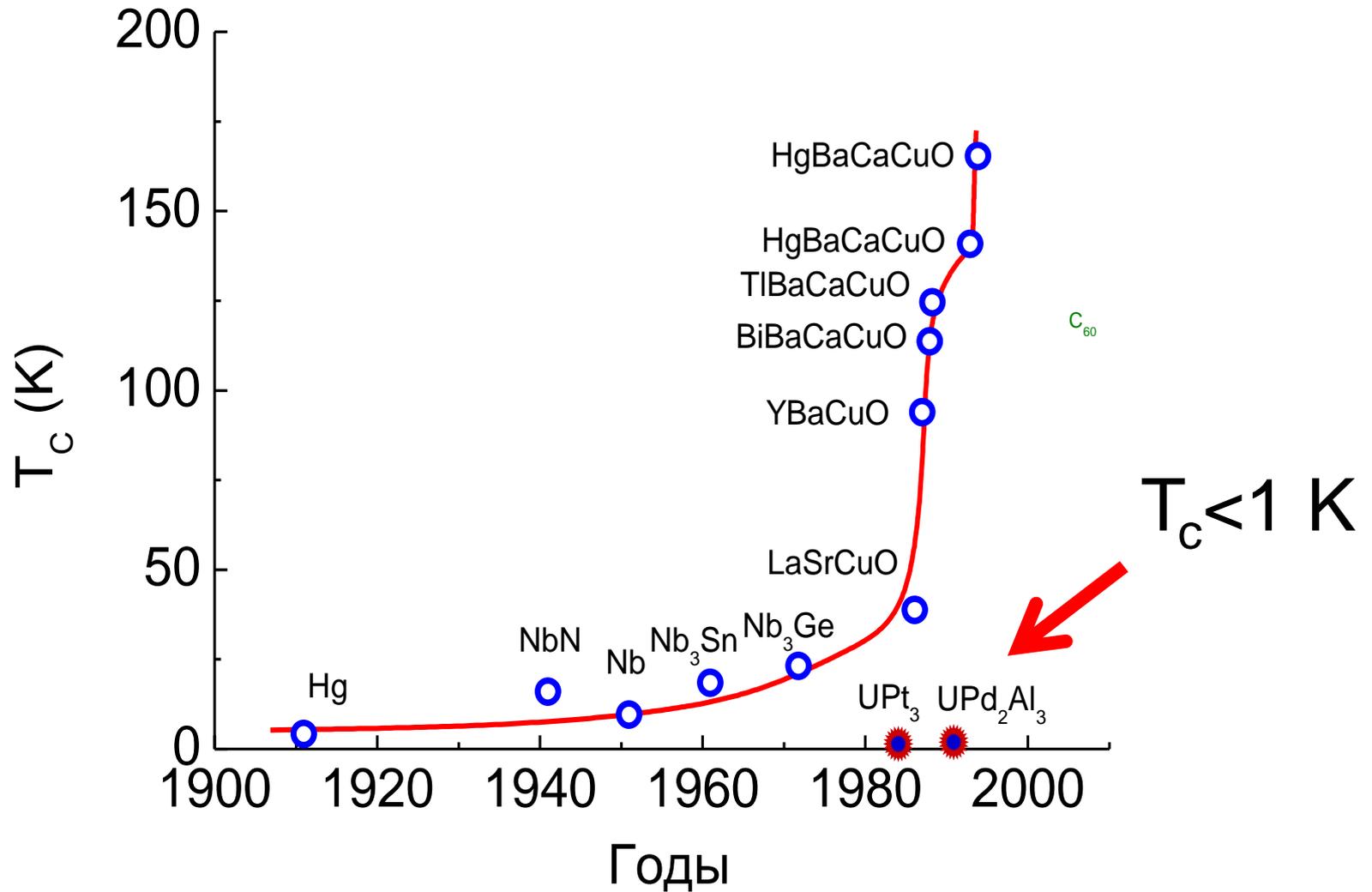
*E.Dagotto, J.Rieira, D.Scalapino.
Phys. Rev. B., 45, 5744 (1992).*

Обнаружена

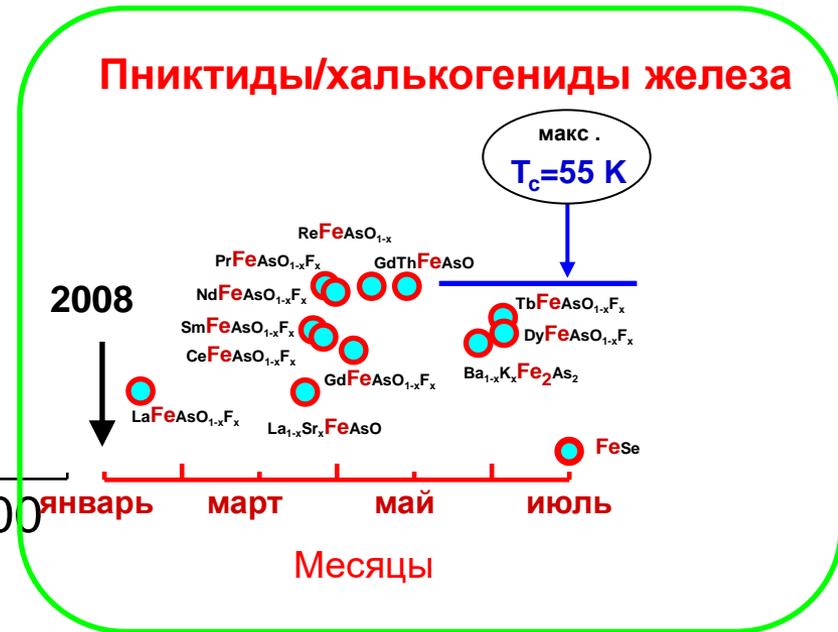
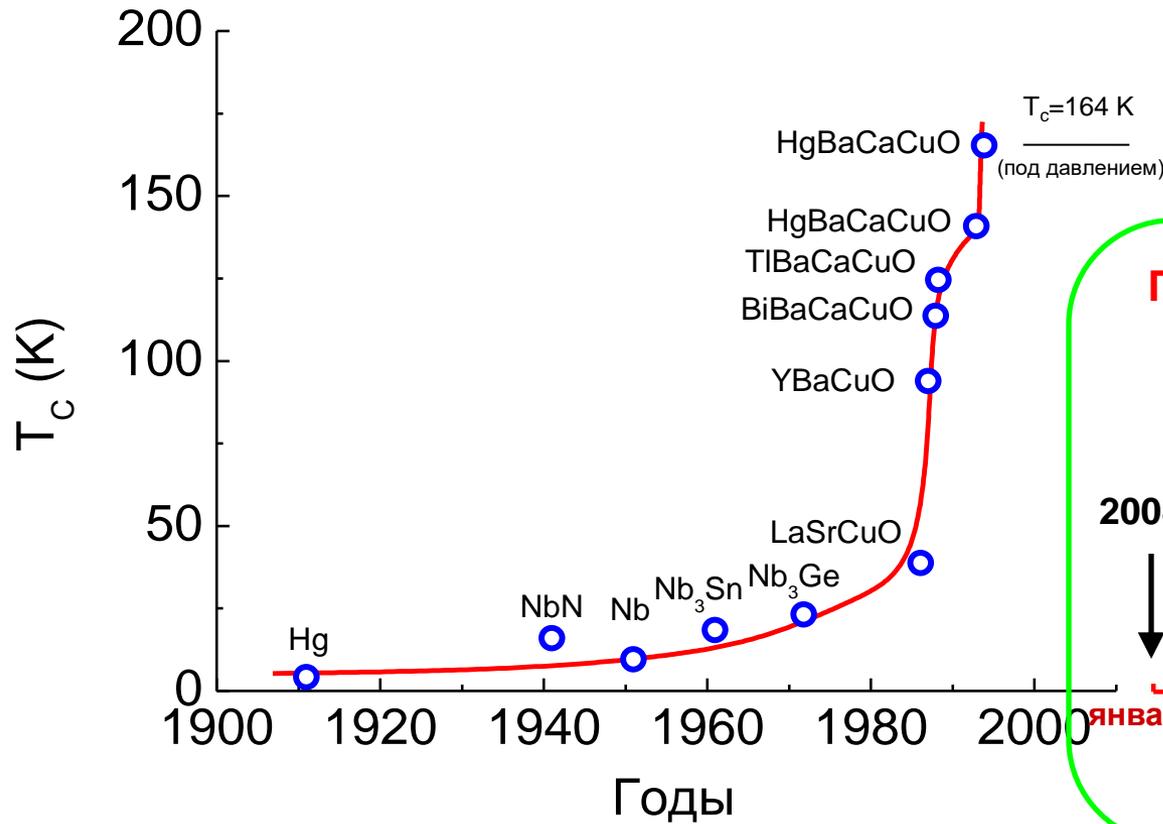
*T.Nagata, et al. Phys. Rev.
Lett., 81, 1090 (1998).*



Тяжёлофермионные сверхпроводники

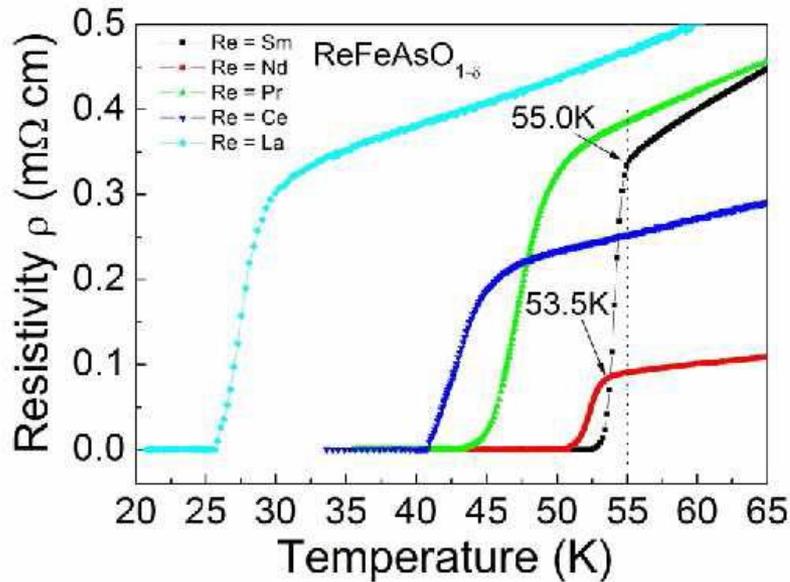


Железосодержащие сверхпроводники -
Высокотемпературные сверхпроводники 21-го века:
конец «купратной монополии» на ВТСП



2008: сверхпроводники на основе Fe

Y.Kamihara, T. Watanabe, M. Hirano, H. Hosono. J. Am. Chem. Soc. 130, 3296 (2008)



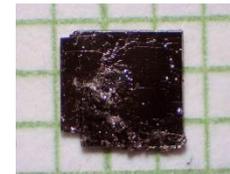
$\text{LaO}_{1-x}\text{F}_x\text{FeAs}$ ($x=0.05\sim 0.12$) $T_c \sim 26$ K

NdOFeAs , SmOFeAs $T_c \sim 55$ K

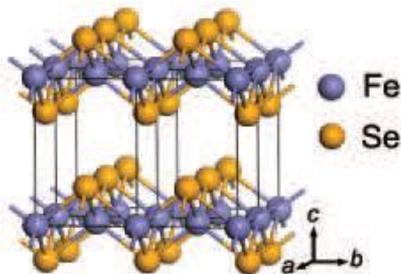
$\text{Ba}_{1-x}\text{K}_x\text{Fe}_2\text{As}_2$ ($x=0.4$) $T_c \sim 38$ K

$\text{Li}_{1-x}\text{FeAs}$ $T_c \sim 18$ K

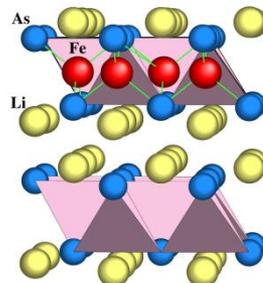
$\text{Fe}(\text{Se}_{1-x}\text{Te}_x)_{0.82}$ $T_c \sim 14$ K



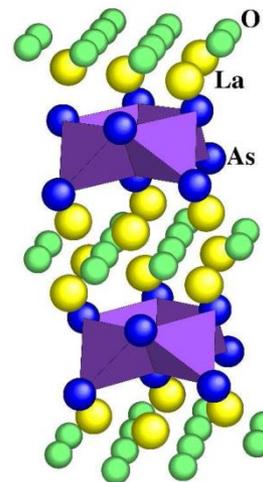
“11”
 $\alpha\text{-FeSe}$



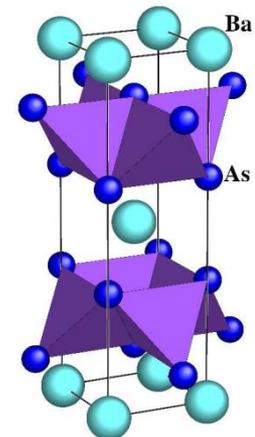
“111”
 LiFeAs

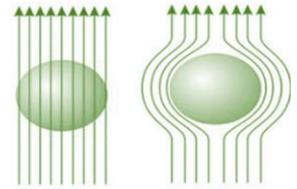


“1111”
 LaOFeAs



“122”
 BaFe_2As_2





Ivan Zahariev Kostadinov
373K-SUPERCONDUCTORS, Private Research Institute
(Dated: **March 7, 2016**)

Experimental evidence of superconductors with critical temperatures above 373 K is presented. In a family of different compounds we demonstrate the superconductor state, the transition to normal state above 387 K , an intermediate 242 K superconductor, susceptibility up to 350 K , $I - V$ curves at 4.2 K in magnetic field of 12 T and current up to 60 A , 300 K Josephson Junctions and Shapiro steps with radiation of 5 GHz to 21 THz , 300 K tapes tests with high currents up to 3000 A and many THz images of coins and washers. **Due to a pending patent¹, the exact chemical characterization and technological processes for these materials are temporarily withheld and will be presented elsewhere.**

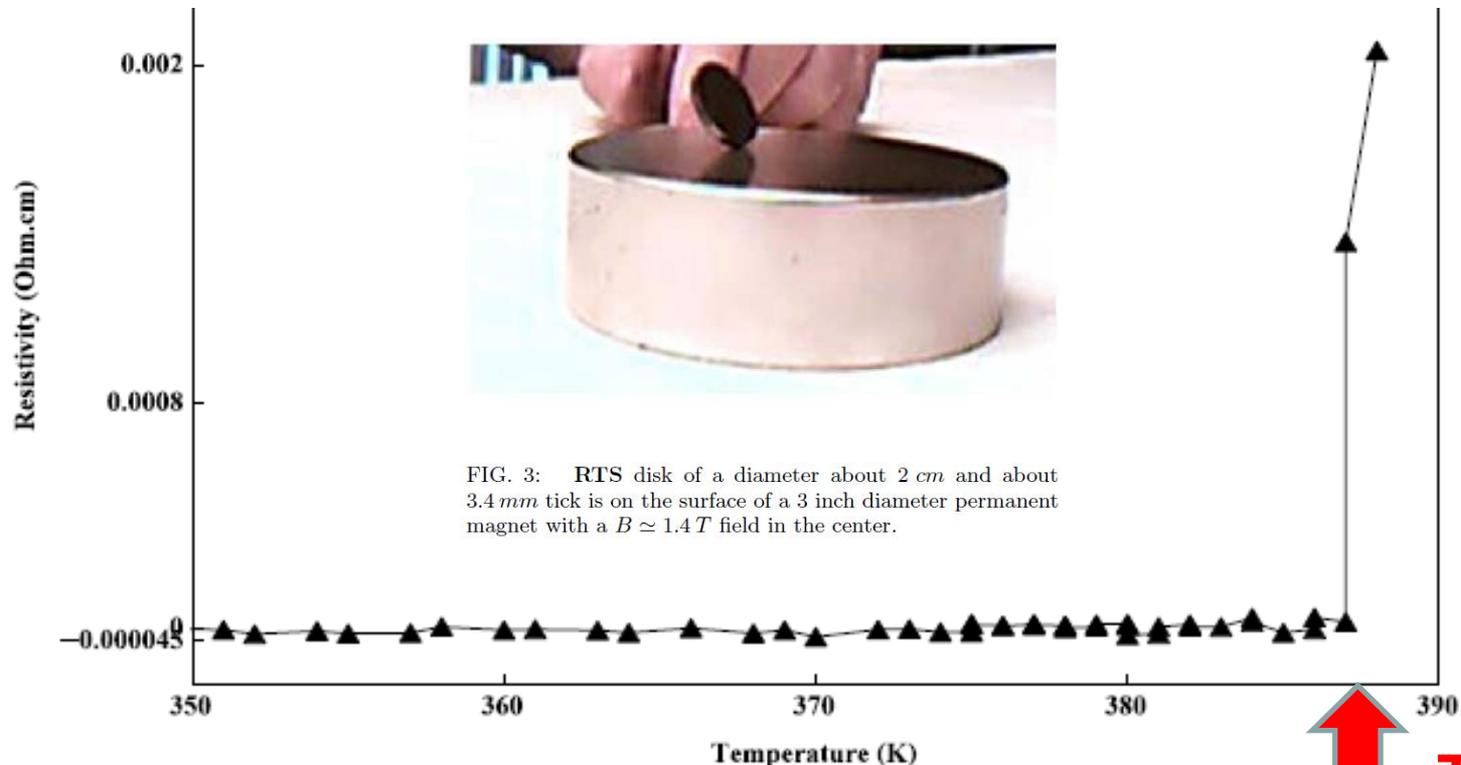
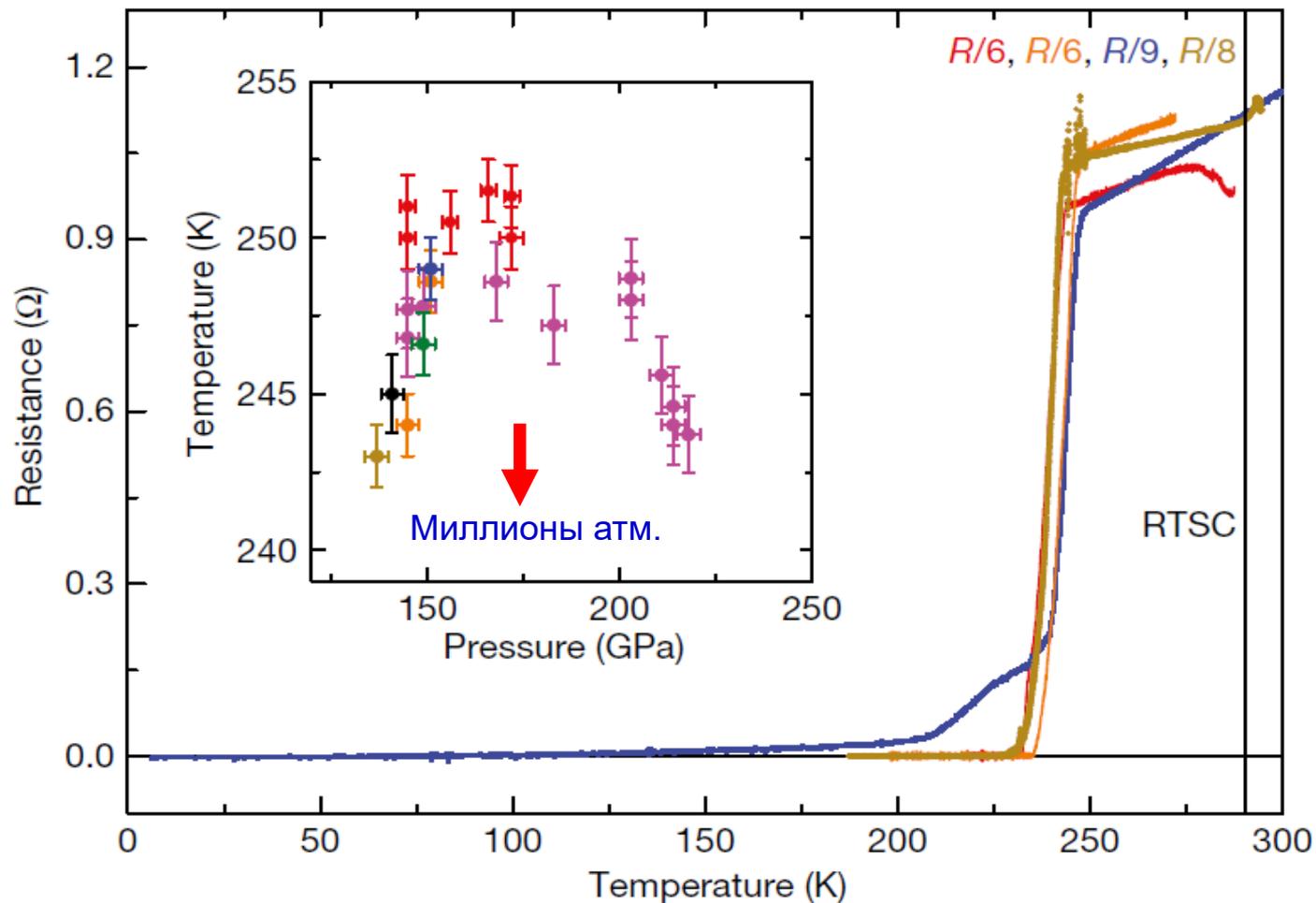


FIG. 3: RTS disk of a diameter about 2 cm and about 3.4 mm thick is on the surface of a 3 inch diameter permanent magnet with a $B \approx 1.4\text{ T}$ field in the center.

$T_c = 373\text{ K}$

Реальные исследования

Атмосферное давление ≈ 100 кПа

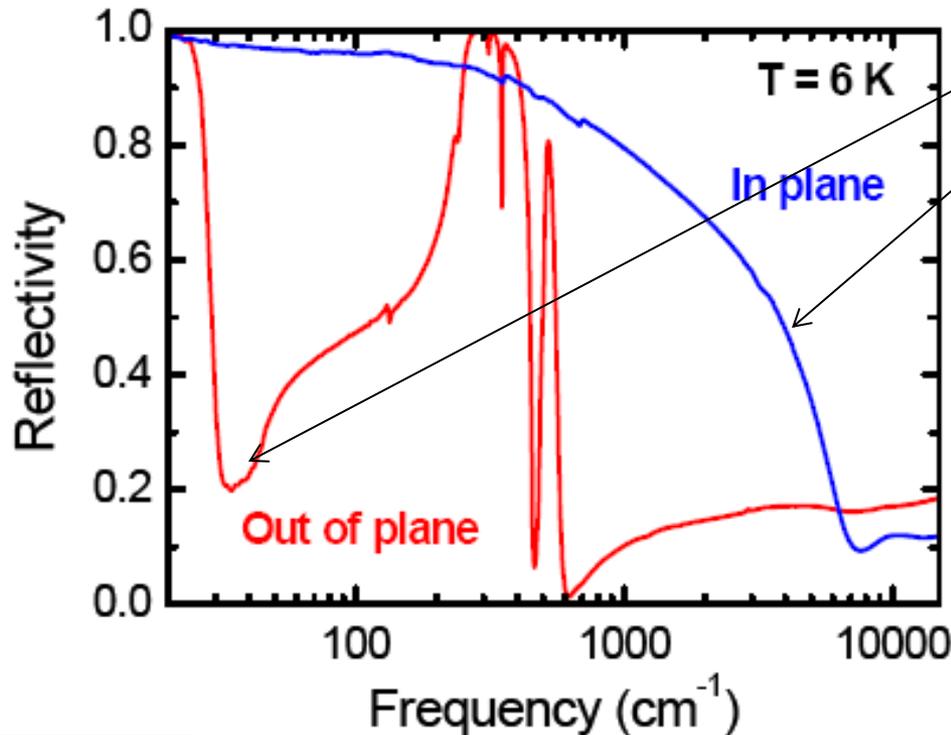
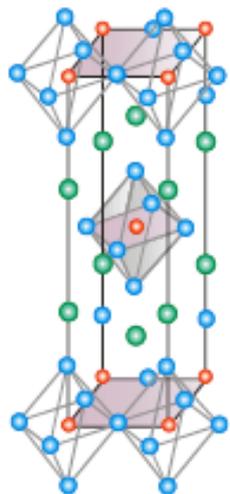


Drozdov et al.
Nature 569
528 (2019)

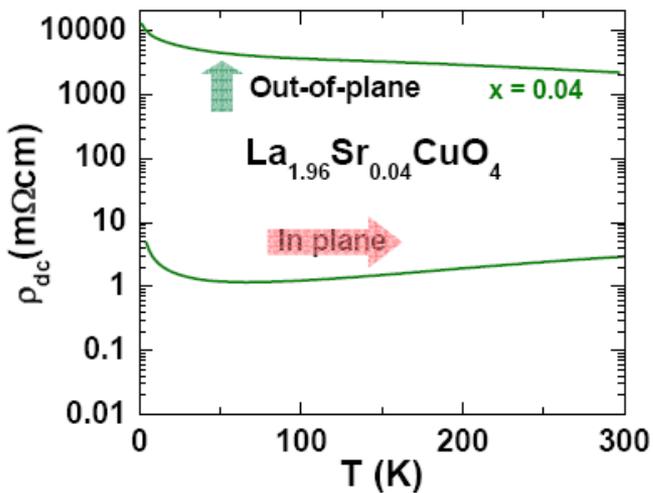
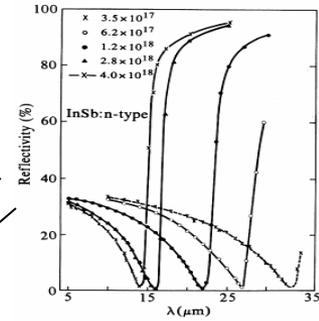
LaH_{10}
 $T_c = 250$ K

**Механизм высокотемпературной сверхпроводимости:
???**

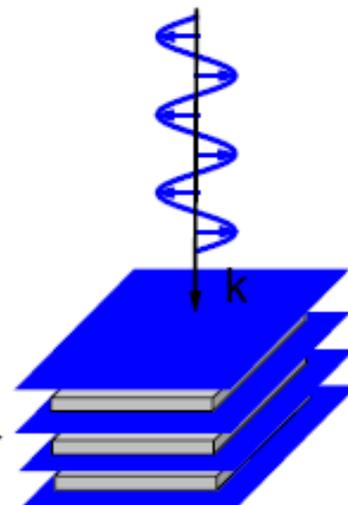
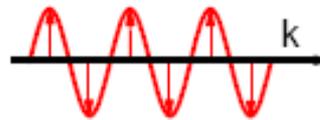
1. ВТСП – анизотропные системы



$$\omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 n_e}{m_e}$$

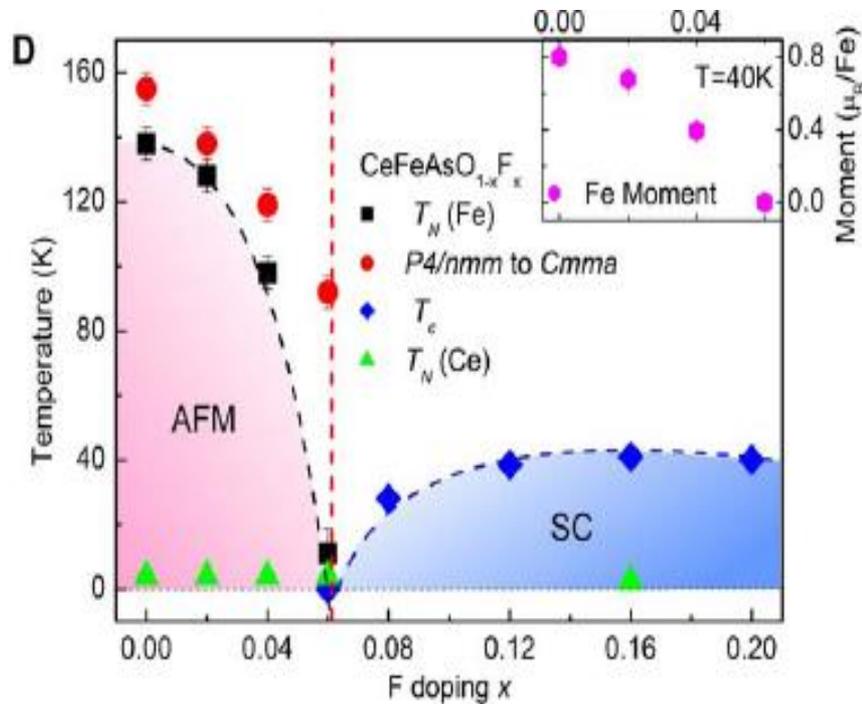


$$\omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 n_s}{m^*}$$

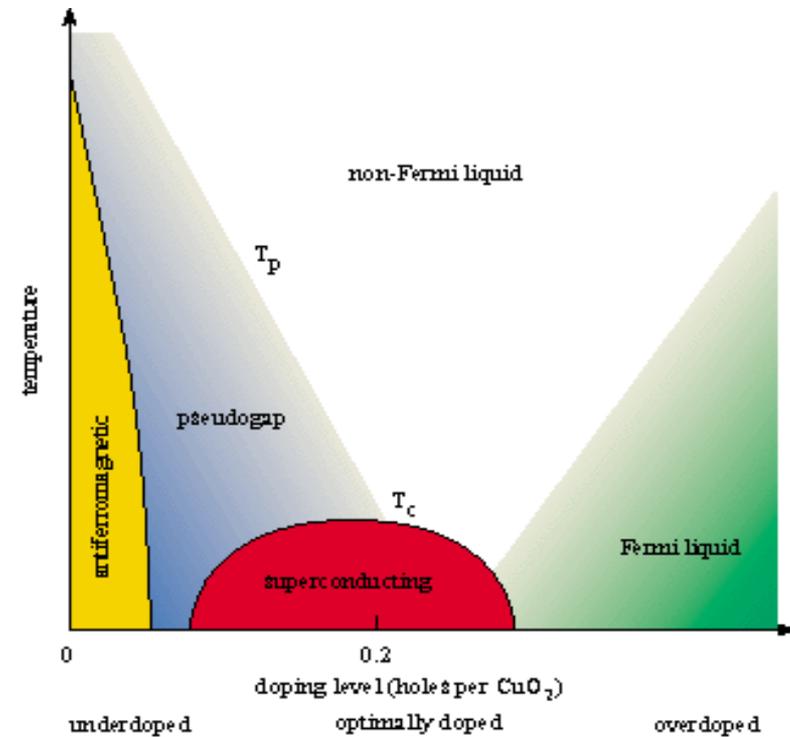


2. Близость сверхпроводящей фазы к магнитно-упорядоченной фазе

Fe - сверхпроводники



Cu - сверхпроводники



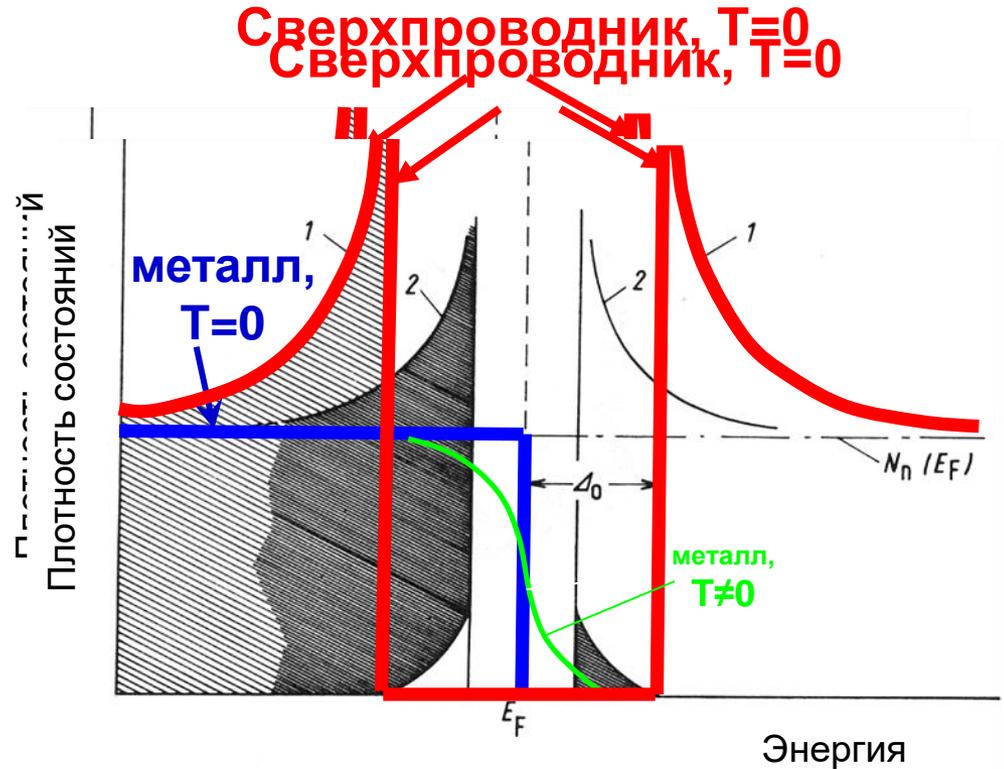
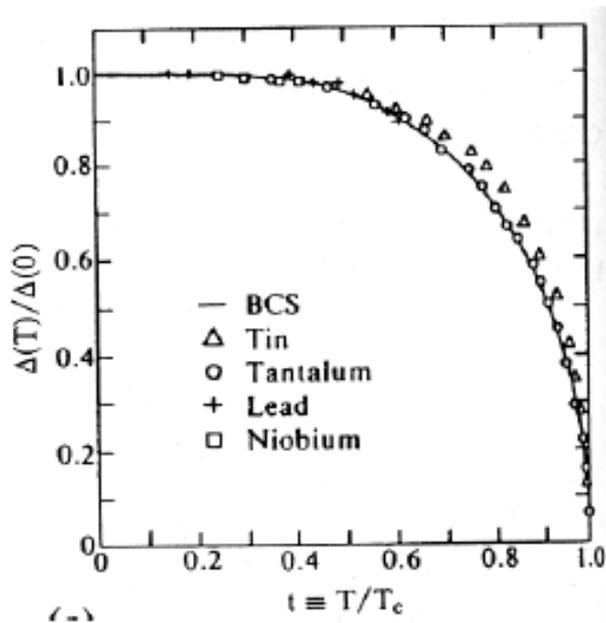
Оптика сверхпроводников

БКШ-сверхпроводимость

Энергетическая щель в спектре плотности состояний

БКШ (слабая связь):

$$\frac{2\Delta(T=0)}{k_B T_c} = 3.5$$

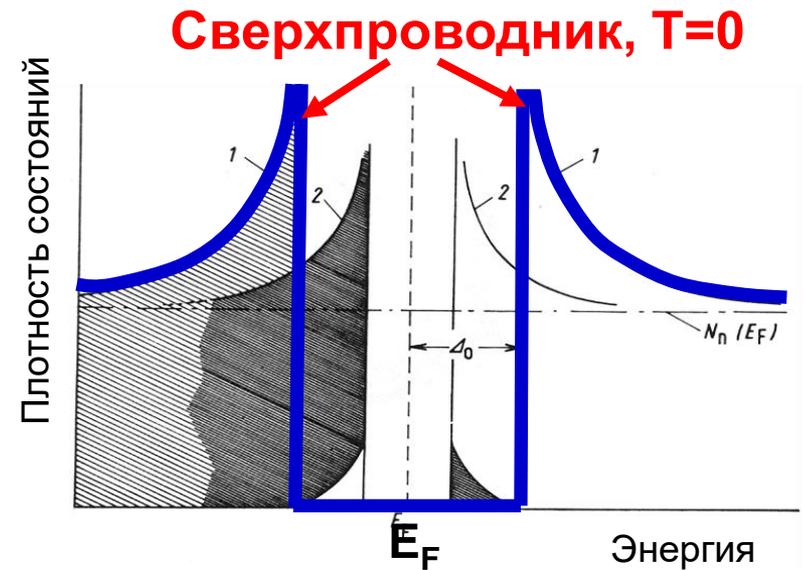
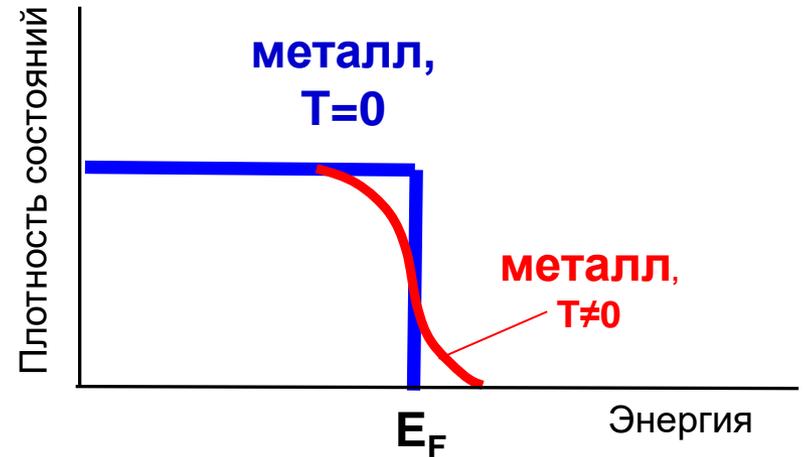
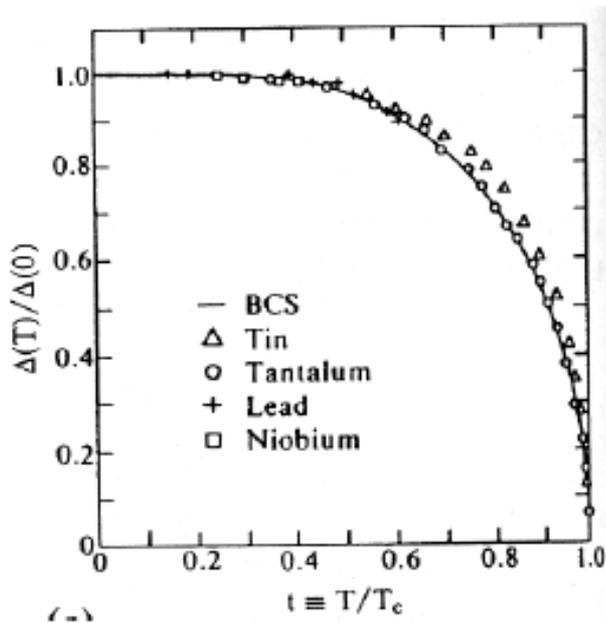


БКШ-сверхпроводимость

Энергетическая щель в спектре плотности состояний

БКШ (слабая связь):

$$\frac{2\Delta(T=0)}{k_B T_c} = 3.5$$



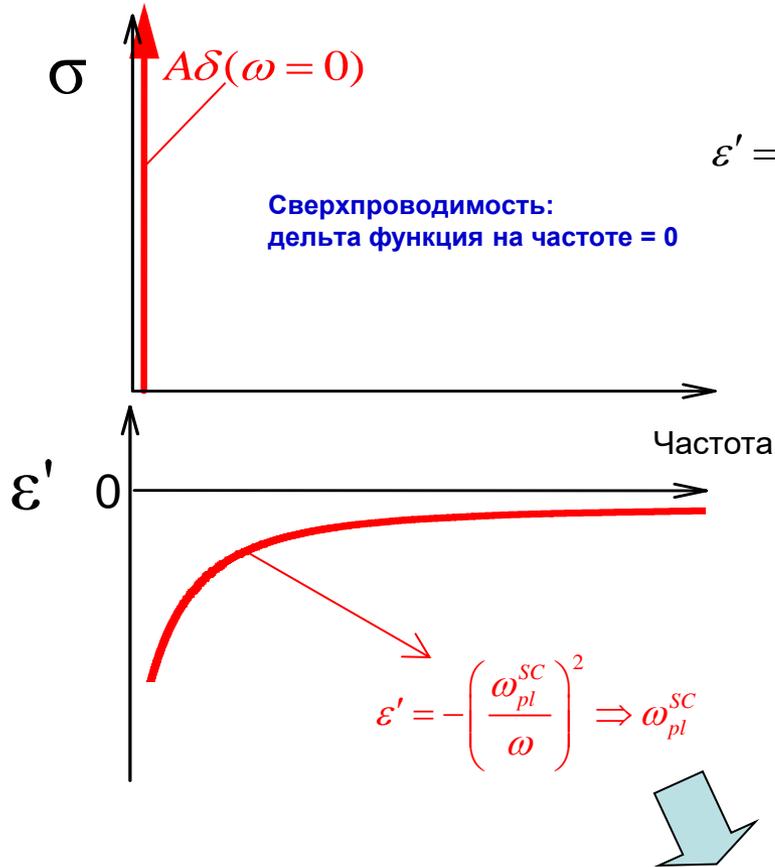
Оптика сверхпроводящего состояния: δ -функция

Сверхпроводимость: $\rho_{dc} = \rho(\omega=0) = 0 \rightarrow \sigma_{dc} = 1/\rho_{dc} \rightarrow \infty$

δ - функция!

Крамерс-Крониг «образ» δ - функции :

$$\varepsilon' = -\frac{4}{\omega} P \int_0^{\infty} \frac{\sigma_1(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' = -\frac{4}{\omega} P \int_0^{\infty} \frac{A\delta(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' = -\frac{4A}{\omega^2} = -\left(\frac{\omega_{pl}^{SC}}{\omega}\right)^2$$



1. Плотность СП-конденсата ρ_{SC} .
2. Глубина проникновения магнитного поля $\lambda_L = c/\omega_{pl}^{SC}$. (с – скорость света)

Оптика БКШ-сверхпроводника

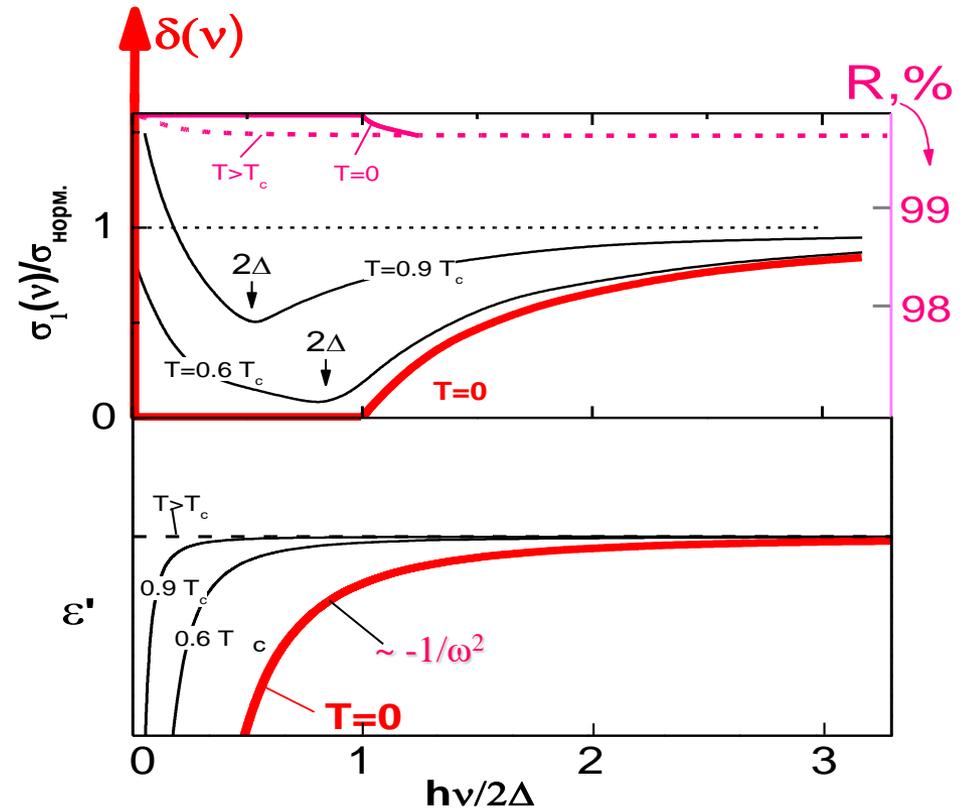
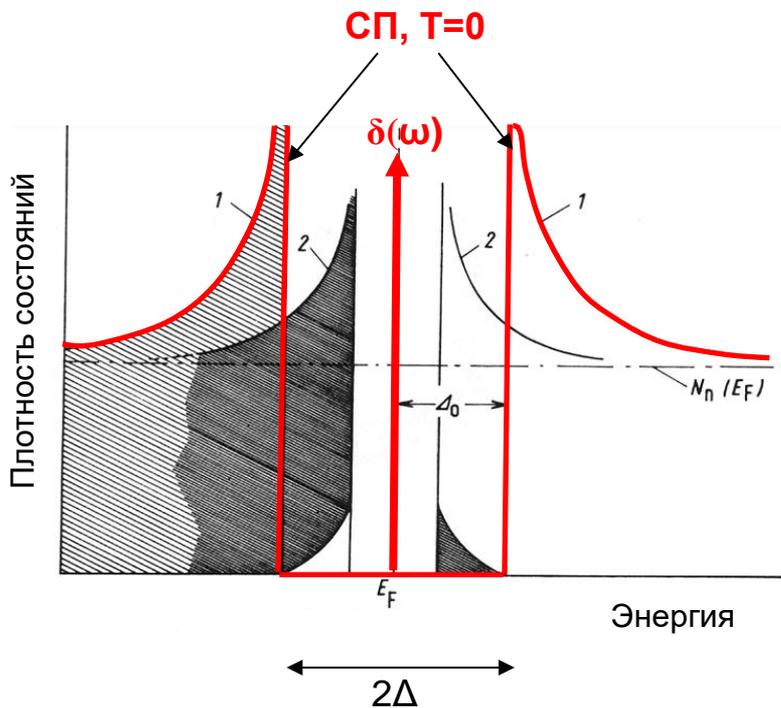
Маттис, Бардин:

$$\sigma^*(\omega, T) = \sigma_1(\omega, T) + i\sigma_2(\omega, T)$$

$$\frac{\sigma_1(\omega, T)}{\sigma_n} = \frac{2}{\hbar\omega} \int_{\Delta}^{\infty} \frac{[f(E) - f(E + \hbar\omega)](E^2 + \Delta^2 + \hbar\omega E)}{\sqrt{E^2 - \Delta^2} \sqrt{(E + \hbar\omega)^2 - \Delta^2}} dE +$$

$$+ \int_{\Delta - \hbar\omega}^{-\Delta} \frac{[1 - 2f(E + \hbar\omega)](E^2 + \Delta^2 + \hbar\omega E)}{\sqrt{E^2 - \Delta^2} \sqrt{(E + \hbar\omega)^2 - \Delta^2}} dE$$

$$\frac{\sigma_2(\omega, T)}{\sigma_n} = \frac{1}{\hbar\omega} \int_{\Delta - \hbar\omega, -\Delta}^{\Delta} \frac{[1 - 2f(E + \hbar\omega)](E^2 + \Delta^2 + \hbar\omega E)}{\sqrt{E^2 - \Delta^2} \sqrt{(E + \hbar\omega)^2 - \Delta^2}} dE$$



Двухжидкостная модель сверхпроводника

Феноменологическая модель (Гортер, Казимир):

2 типа электронов

$$n_n(T=0) = 0; n_s(T=0) = n_0$$

$$n_n(T \geq T_c) = n_0; n_s(T \geq T_c) = 0$$

$$n_0 = n_s(T) + n_n(T)$$

Наилучшее согласие с экспериментом:

$$n_s / n_0 = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^4 \quad n_n / n_0 = \left(\frac{T}{T_c} \right)^4$$

Уравнения движения для n- и s-компонент:

Сверхпроводник

$$m\ddot{\mathbf{r}}_s = e\mathbf{E}$$

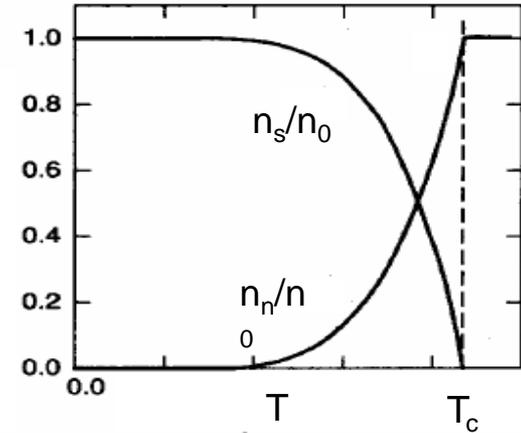
Норм. металл

$$m\ddot{\mathbf{r}}_n = e\mathbf{E} - \eta\dot{\mathbf{r}}_n$$

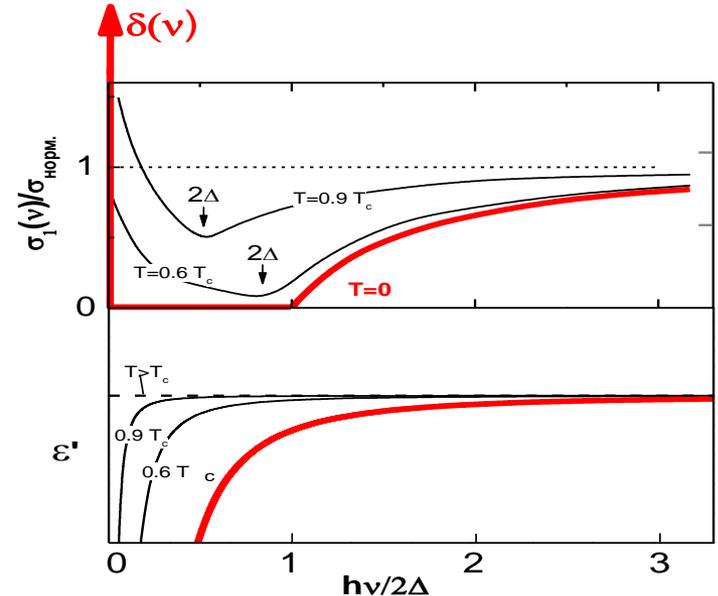
Диэлектрик: $m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} - k\mathbf{r} - \eta\dot{\mathbf{r}}$

Металл: $m\ddot{\mathbf{r}} = e\mathbf{E} - \eta\dot{\mathbf{r}}$

$$\epsilon' = -\frac{4}{\omega} P \int_0^\infty \frac{\sigma_1(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' = -\frac{4}{\omega} P \int_0^\infty \frac{A\delta(\omega')}{\omega' - \omega} d\omega' = -\frac{4A}{\omega^2} = -\left(\frac{\omega_{pl}^{sc}}{\omega} \right)^2$$

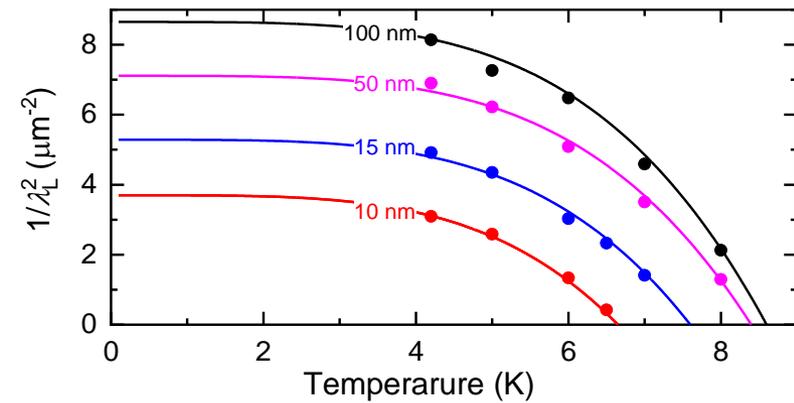
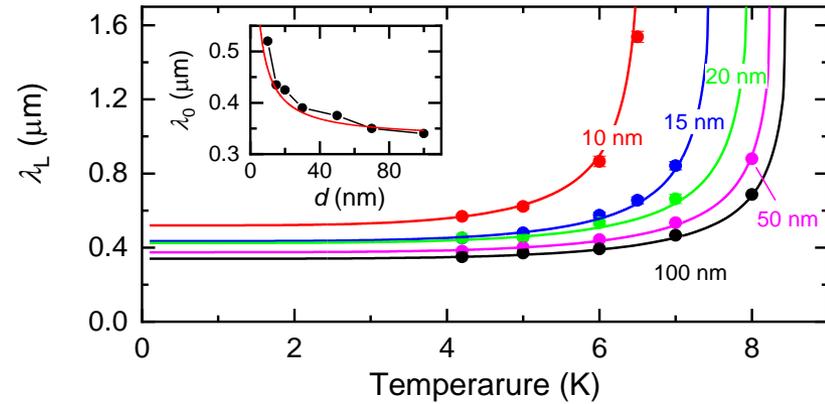
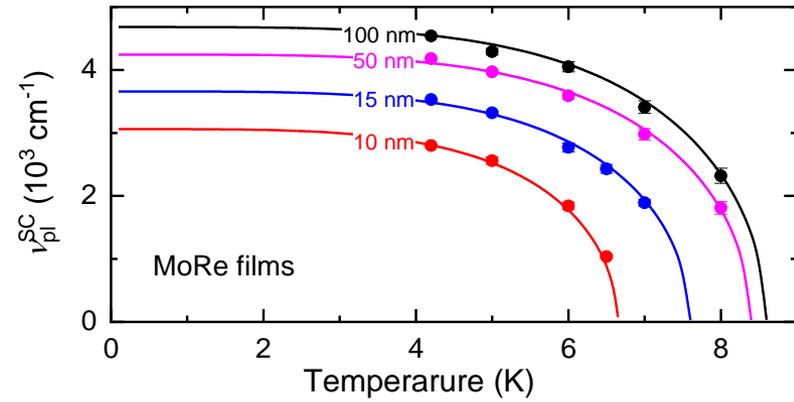


$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_1(\omega) = \frac{\pi n_s e^2}{2m} \delta(\omega=0) + \frac{n_n e^2 \tau}{m(1 + \omega^2 \tau^2)} \\ \sigma_2(\omega) = \frac{n_s e^2}{m\omega} + \frac{n_n e^2 (\omega\tau)^2}{m\omega(1 + \omega^2 \tau^2)} \\ n_s / n_0 = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^4 \\ n_n / n_0 = \left(\frac{T}{T_c} \right)^4 \end{array} \right. \quad \text{система уравнений двухжидкостной модели СП}$$

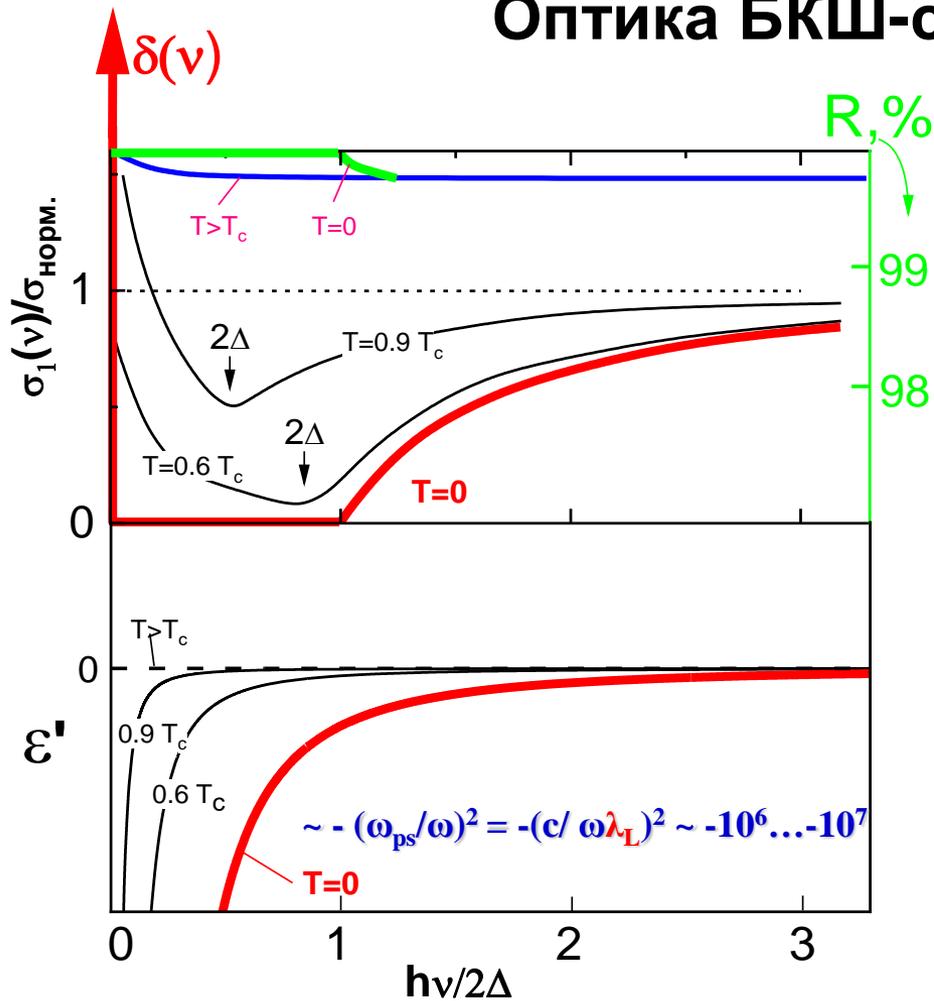


Сверхпроводимость тонких плёнок MoRe

Two-fluid model



Оптика БКШ-сверхпроводника



Оптическая спектроскопия:

- Наличие, величина, температурная зависимость СП-щели (или псевдощели, $T > T_c$).
- Абс. величина и температурная зависимость λ_L .
- Концентрация СП-электронов, $n_s(T)$.
- Тип симметрии параметра порядка [по $n_s(T)$].
- Изменение кинетической энергии электронов (правило сумм).
- Коллективные возбуждения, поглощение.

Идеальное отражение

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\omega}{4\pi} \varepsilon'' = \frac{\omega n k}{2\pi} = 0 \\ \varepsilon' &= n^2 - k^2 \rightarrow -\infty \end{aligned} \right\}$$

$$n k = 0$$

$$n^2 - k^2 < 0$$

БКШ-сверхпроводник

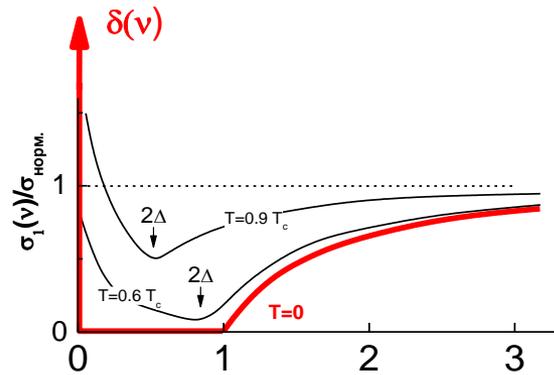
при $T=0$:

$$n=0$$

$$k \gg 1$$

$$R = \frac{(n-1)^2 + k^2}{(n+1)^2 + k^2} = \frac{1+k^2}{1+k^2} = 100\%$$

БКШ-сверхпроводники: эксперимент



Свинец

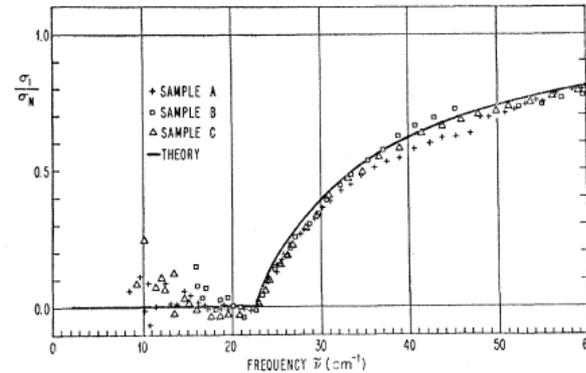


FIG. 3. Results of measurements of the real part of the normalized conductivity of three thin lead films at 2°K, compared with Mattis-Bardeen theory with gap frequency fitted to 22.5 cm⁻¹. To reduce the clutter in the figure, only about one fourth as many points are shown as were taken and recorded in Ref. 7. The points shown are selected typical points above the gap and local averages below the gap.

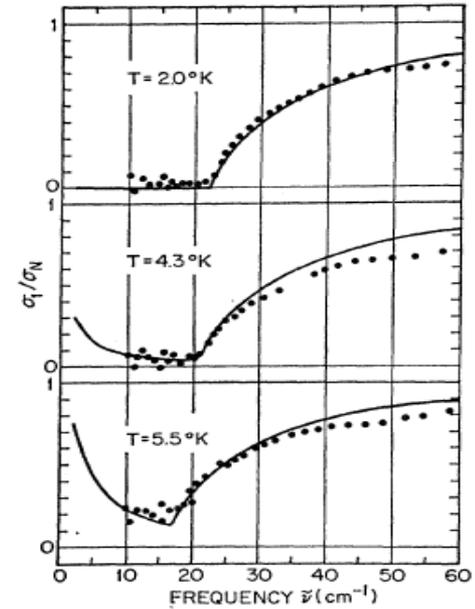


FIG. 4. Temperature and frequency dependence of normalized conductivity σ_1/σ_N in a thin superconducting lead film (sample C), compared with predictions of Mattis-Bardeen theory (calculated with the assistance of a program supplied by Harris), shown as solid curve. The gap frequency was fitted only for the low-temperature limit. The number of data points shown has been reduced as in Fig. 3.

- R.E.Glover, M.Tinkham. Phys. Rev., vol.108. N15, p.243-256, 1957.
- L.H.Palmer, M.Tinkham. Phys. Rev., vol.165, N2, p.588-595, 1968.
- D.M.Ginsberg, M.Tinkham. Phys. Rev. Vol.118, N4, p.990-1000, 1960.
- P.L.Richards, M.Tinkham. Phys. Rev., vol.119, N2, p.575-590, 1960.

$T_c \approx 10 \text{ K} \rightarrow 2\Delta = 3.5 k_B T_c \rightarrow \text{несколько мэВ} \rightarrow 2\Delta/h \rightarrow \text{ТГц-субТГц частоты}$

Проблемы Фурье-спектроскопии отражения СП

- Крамерс-Крониг анализ спектров $R(\omega)$.
- Необходимость *точного абсолютного* определения $R(\omega)$ на уровне 99%.

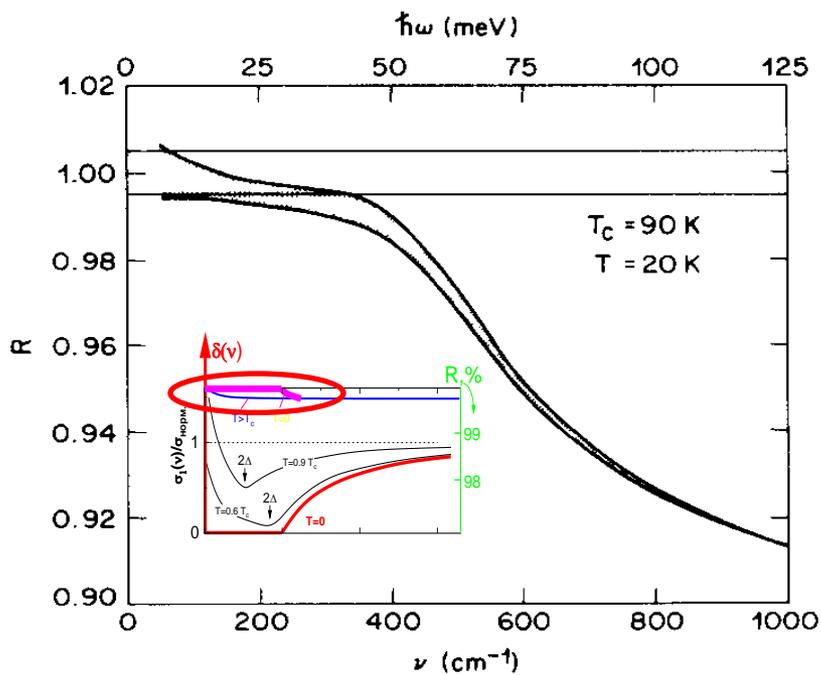


FIG. 13. Reflectivity as a function of frequency for a sample with $T_c = 90$ K at $T = 20$ K. The uncertainty associated with oscillations or noise in the data which have been taken out by smoothing is indicated by the shaded region. The uncertainty associated with the absolute magnitude of R is indicated by the two solid lines located 0.005 above and below $R = 1$.

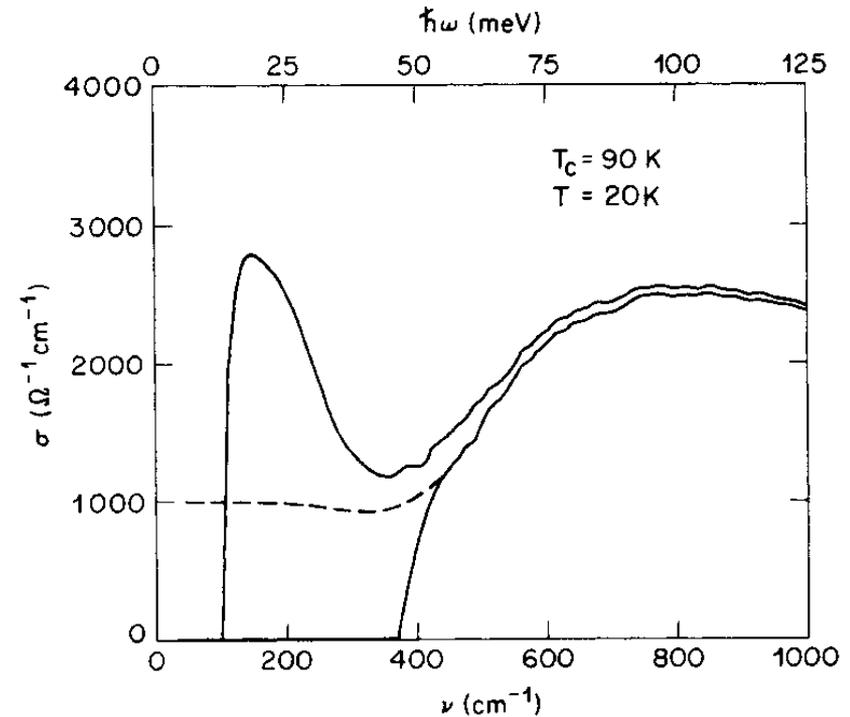
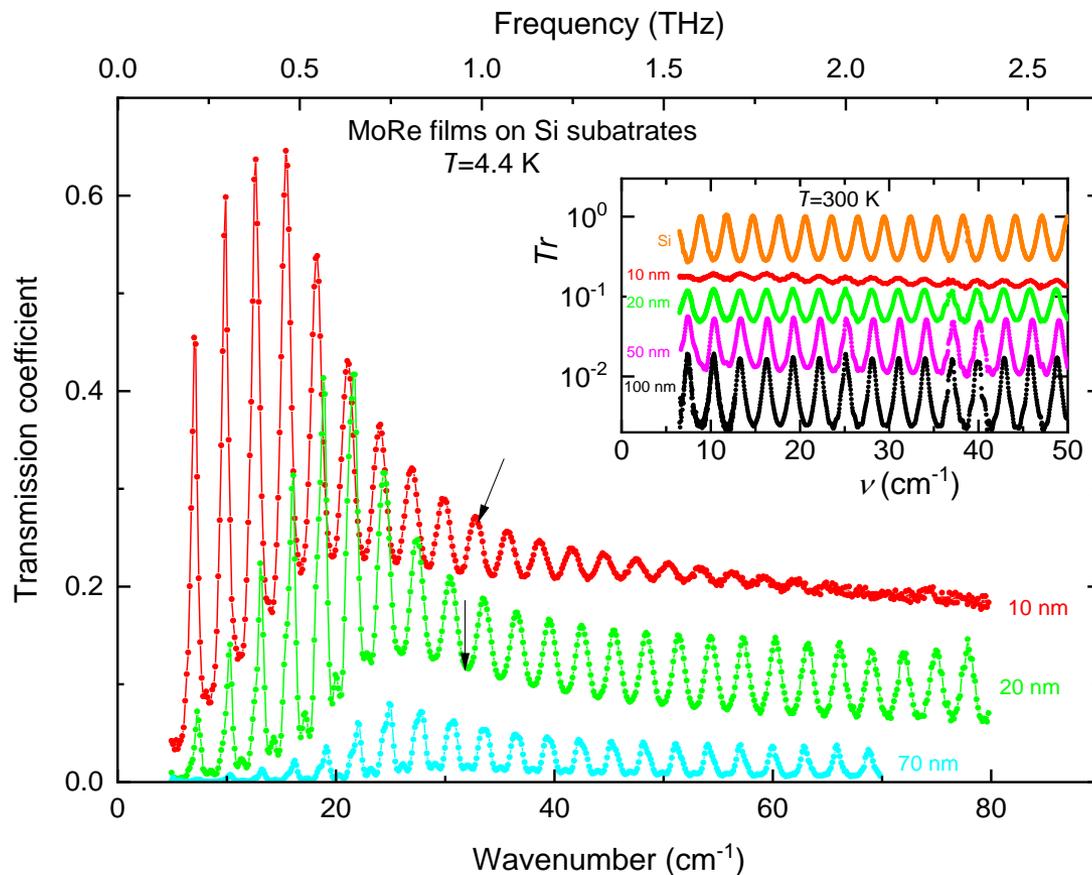
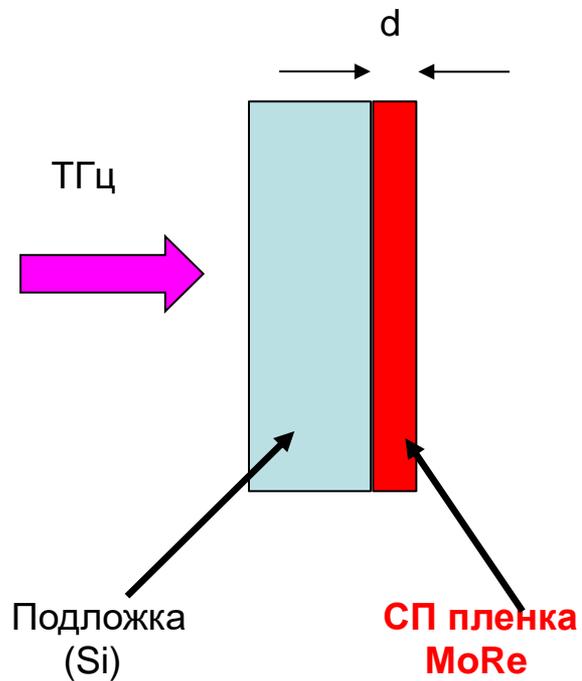
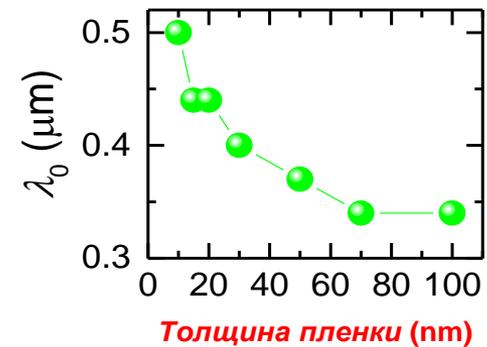
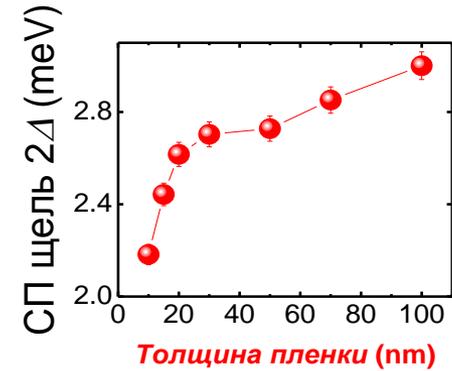
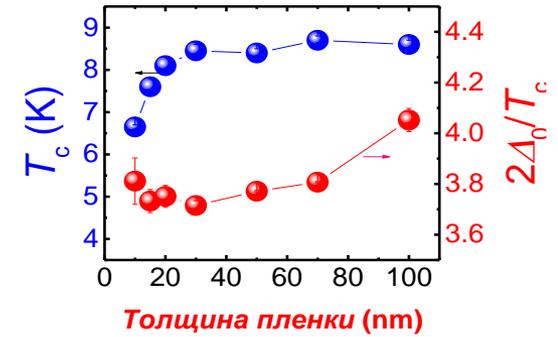
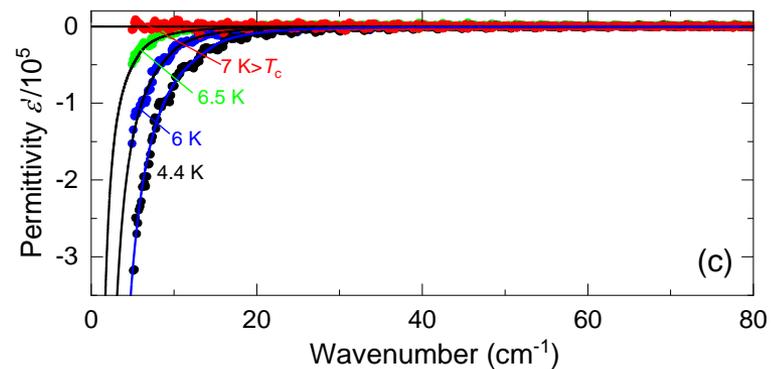
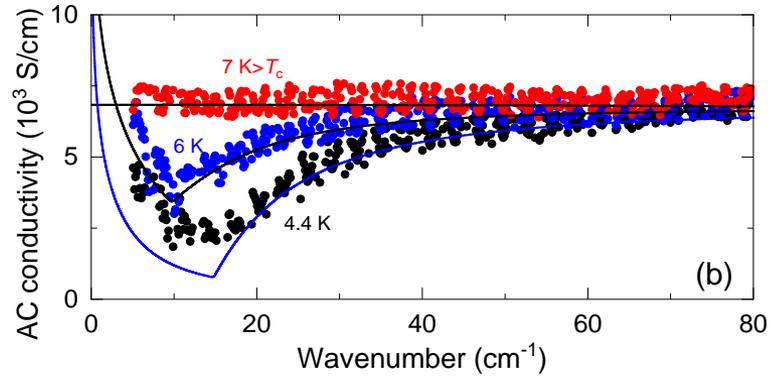
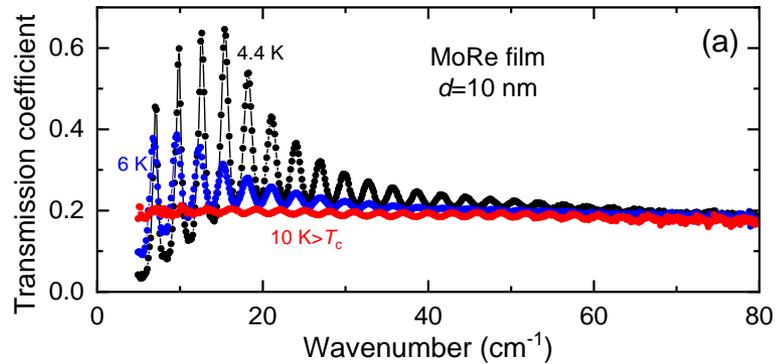


FIG. 14. Conductivity as a function of frequency calculated from the data of Fig. 13. To illustrate the substantial uncertainty in values of σ derived from R where R is near 1, we have shown three behaviors that are possible for this data set when we take into account the uncertainties illustrated in Fig. 13.

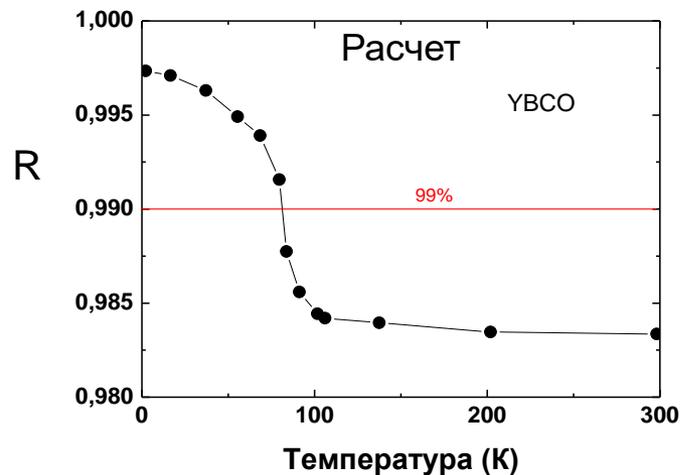
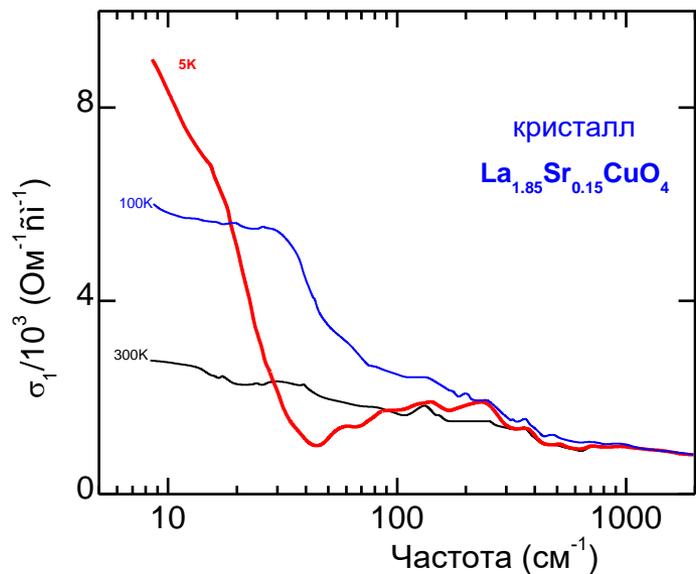
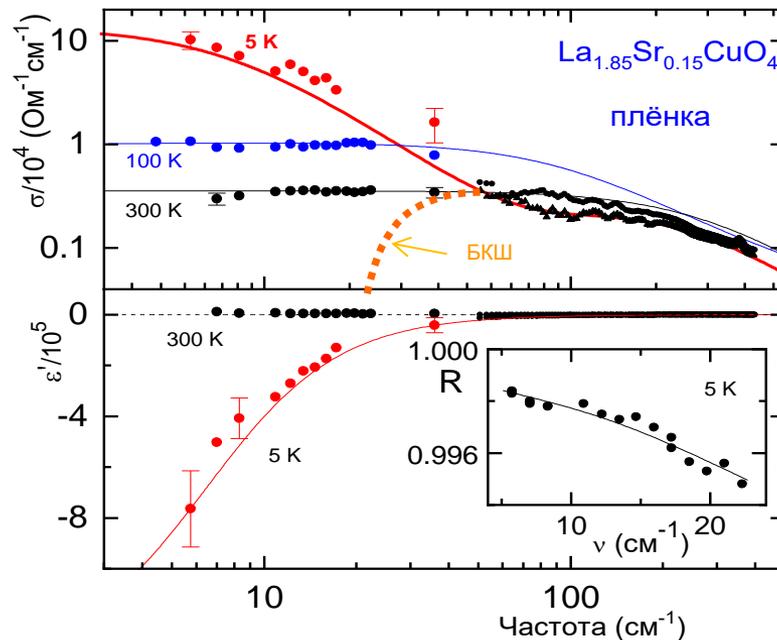
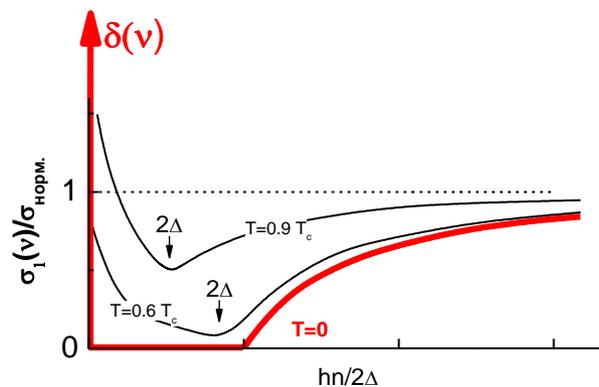
ТГц спектроскопия сверхпроводников!



Сверхпроводимость тонких плёнок MoRe

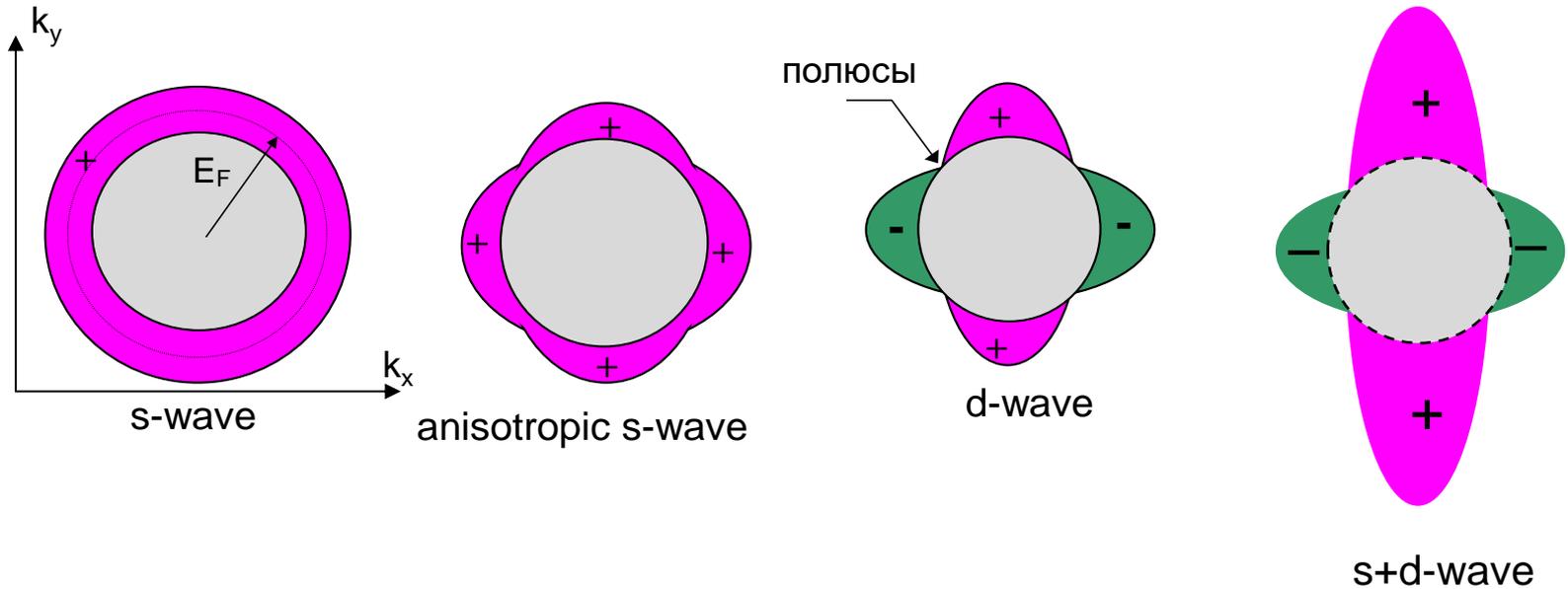


«Аномальное» поглощение в ВТСП-купратах

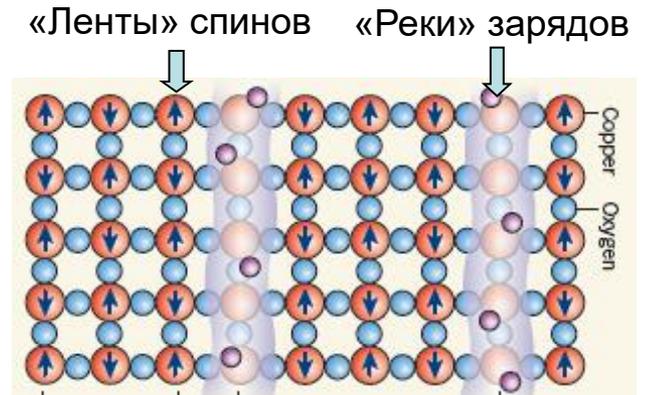


Происхождение «аномального» поглощения в ВТСП-купратах

1. d-тип симметрии сверхпроводящей щели.



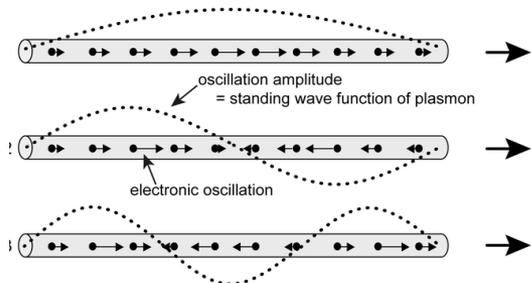
2. Образование «страйпов» .



3. Локальное подавление сверхпроводимости примесями, например, цинком.

Поперечный (!) плазмон в слоистых СП

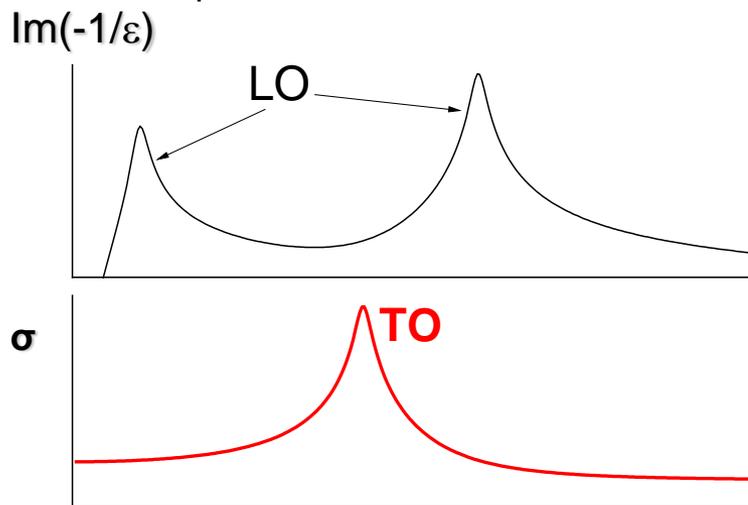
Обычно: продольные плазмоны



Теоретики предсказали: поперечные плазмоны!

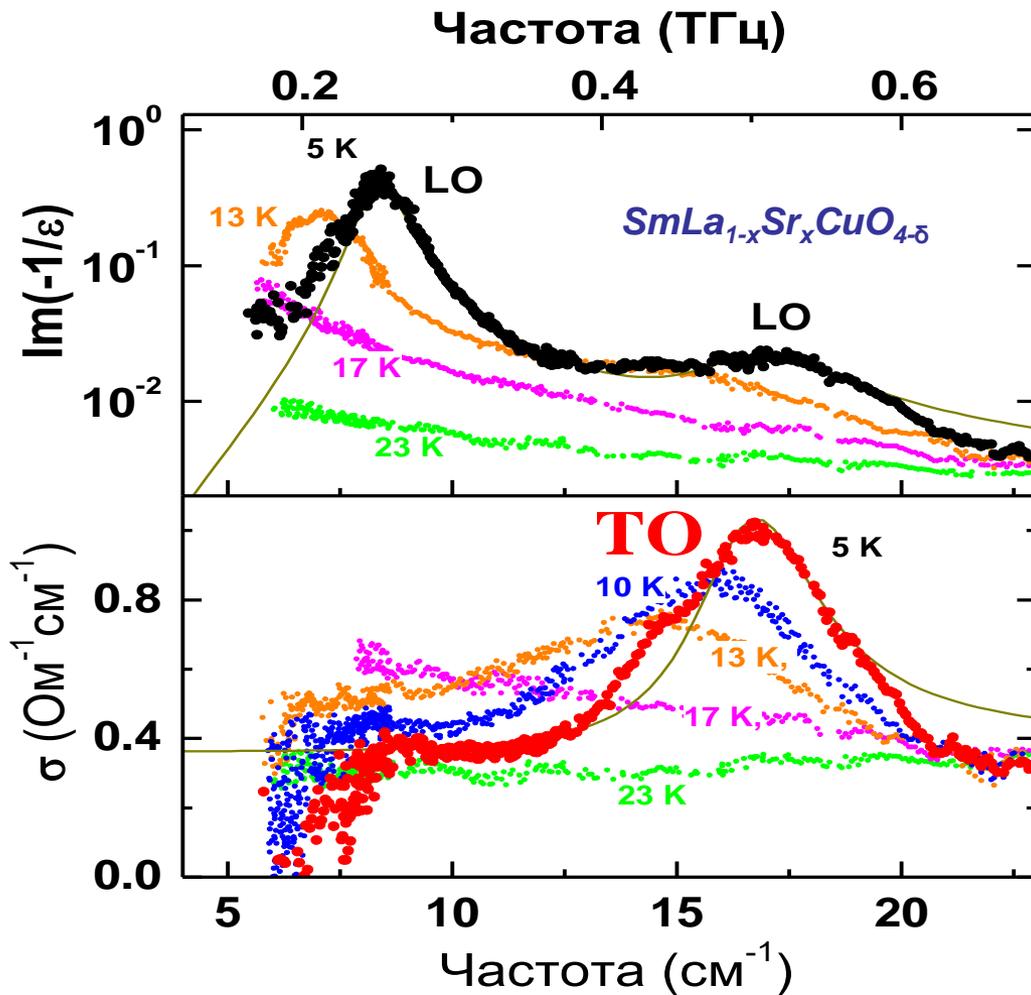
D. Van der Marel, A. Tsvetkov. Czech. J. Phys., 46, 3165 (1996);

Функция потерь



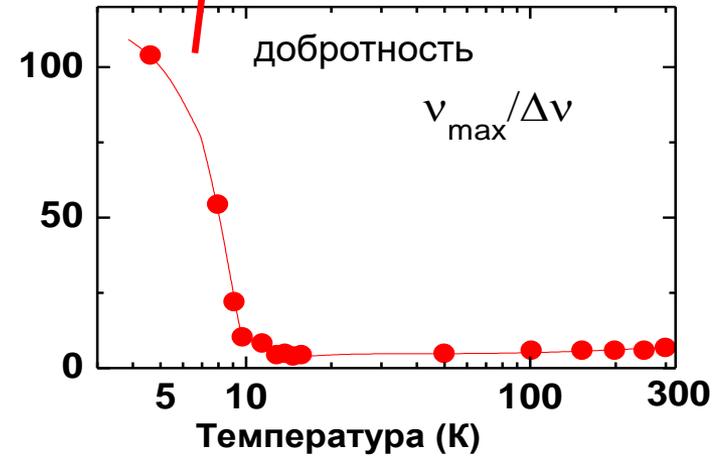
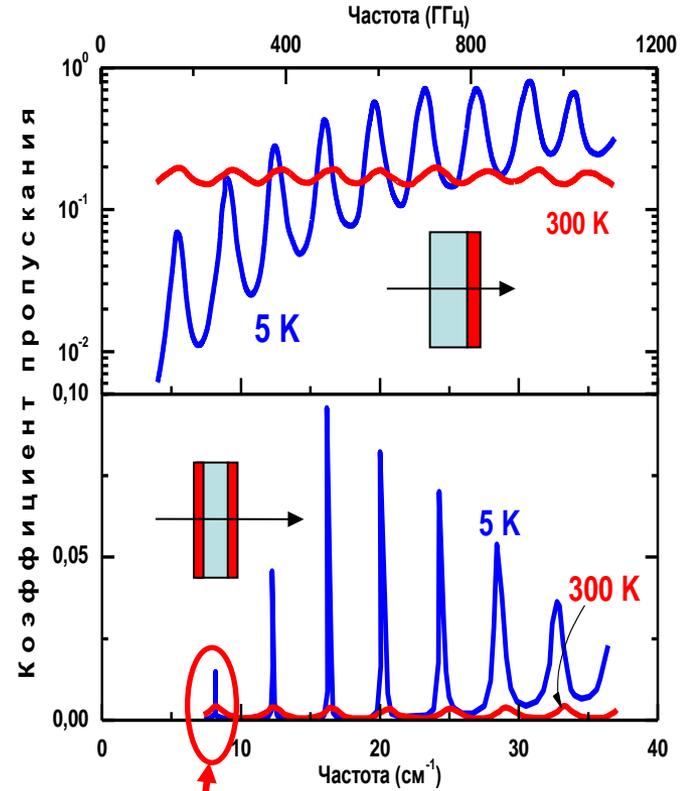
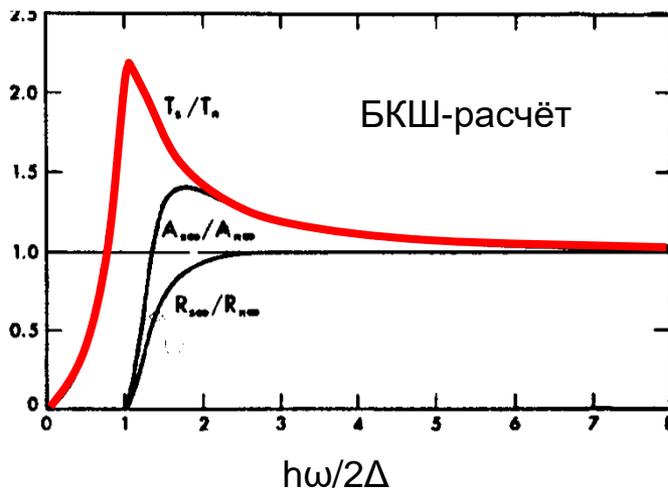
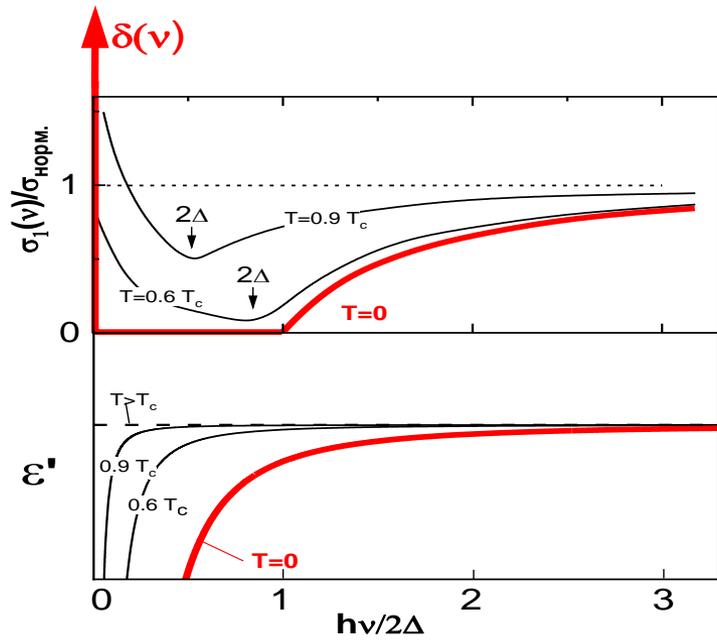
Частота

Экспериментаторы (МЫ) обнаружили!



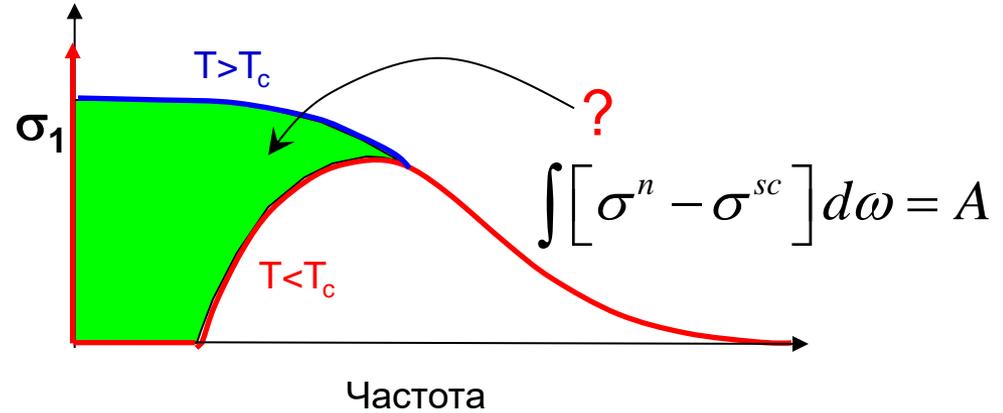
B. Gorshunov, M. Dressel. Phys. Rev. Lett., vol. 86, N18, p. 4140, 2001.

Коэффициент пропускания тонкой СП плёнки



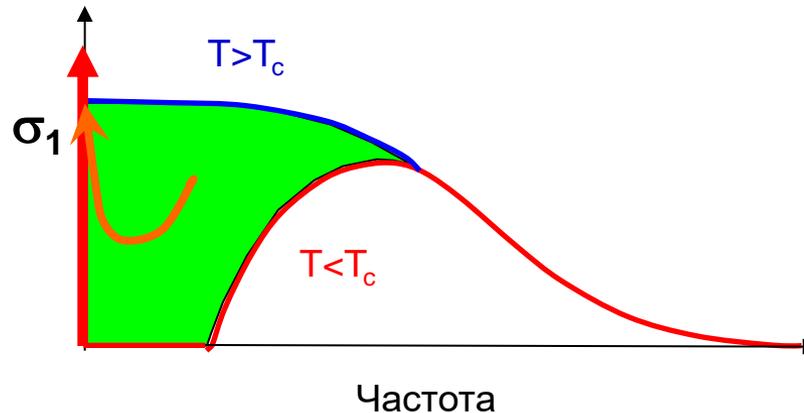
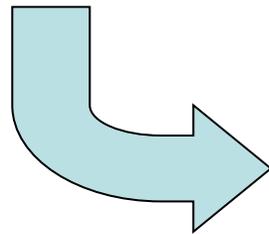
Правило сумм для сверхпроводника

$$\int \sigma(\omega) d\omega = \frac{\omega_p^2}{8} = \frac{\pi n e^2}{2m}$$



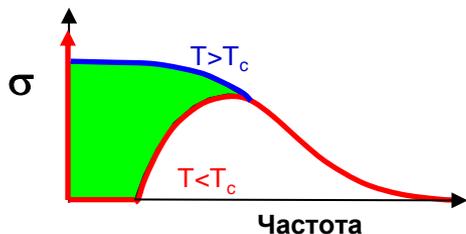
Правило сумм Феррела-Гловера-Тинкхама
(Ferrell-Glover-Tinkham)
для сверхпроводника:

$$\int [\sigma^n - \sigma^{sc}] d\omega = A \delta(\omega = 0)$$



Но не всё так «просто»: $\int \sigma_1(\omega) d\omega = -\frac{\pi e^2 a^2}{2h^2} K$ (K – кинетическая энергия электронов)

Правило сумм как метод исследования СП



$$A - \int_{0+}^W [\sigma_1^n(\omega) - \sigma_1^s(\omega)] d\omega = \frac{\pi e^2 a^2}{2h^2} \Delta K$$

Информация об изменении кинетической энергии электронов при переходе в СП-состояние



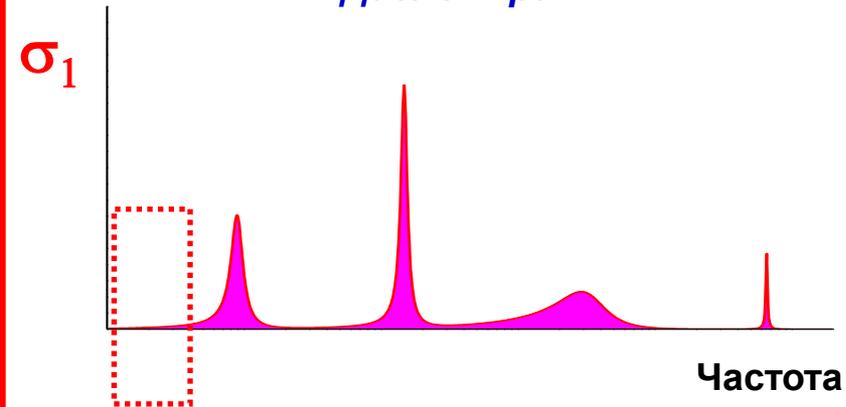
Механизм сверхпроводимости!!!

Практические проблемы:

1. Точное измерение коэффициента отражения на уровне 99%
2. До какой частоты интегрировать?

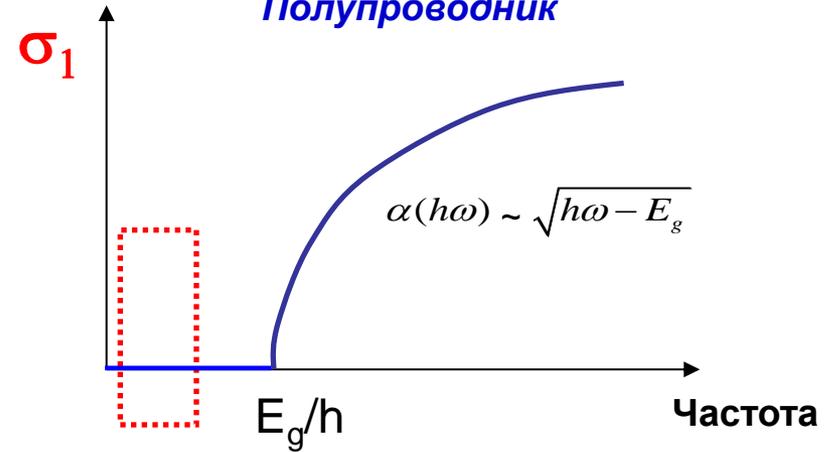
Характерные величины n и k в 4-х видах материалов

Диэлектрик



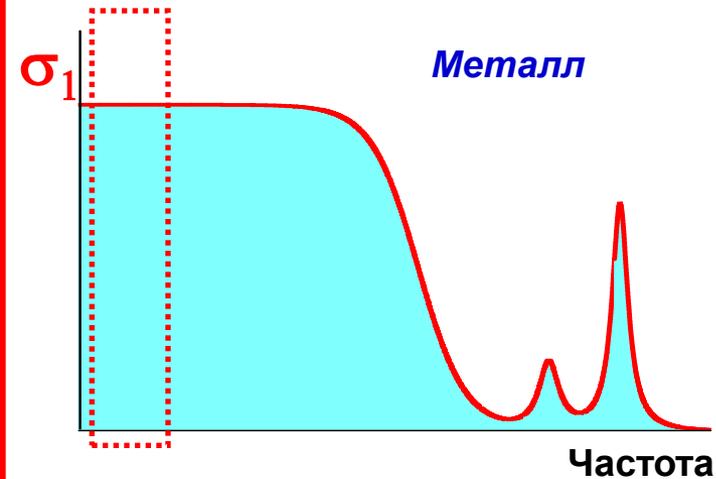
$n \approx 2 \dots 5; k \approx 0$

Полупроводник



$n \approx 10-15; k \approx 0$

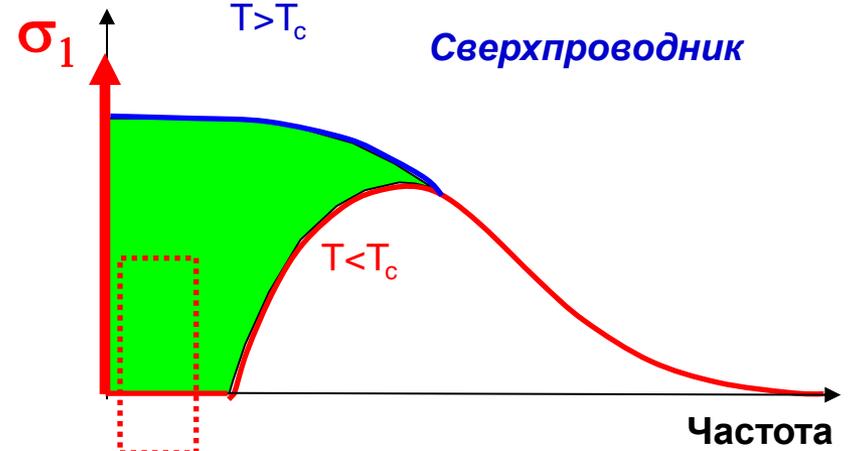
Металл



$n \approx k \gg 1$

$T > T_c$

Сверхпроводник



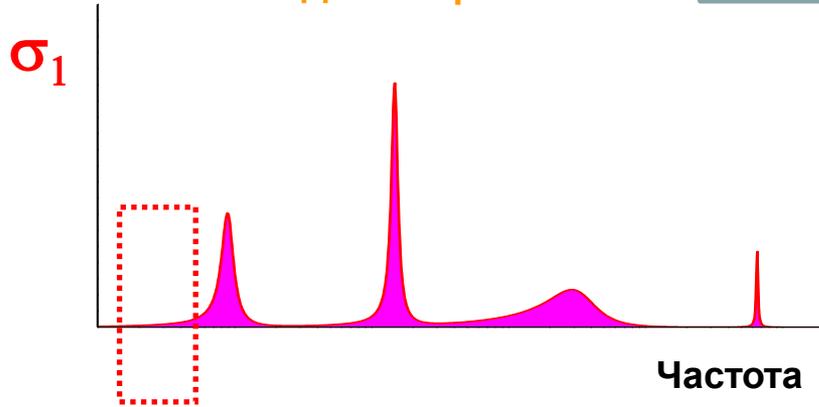
$n \approx 0; k \gg 1$

Оптические свойства слоистых структур

Характерные величины n и k в 4-х видах материалов

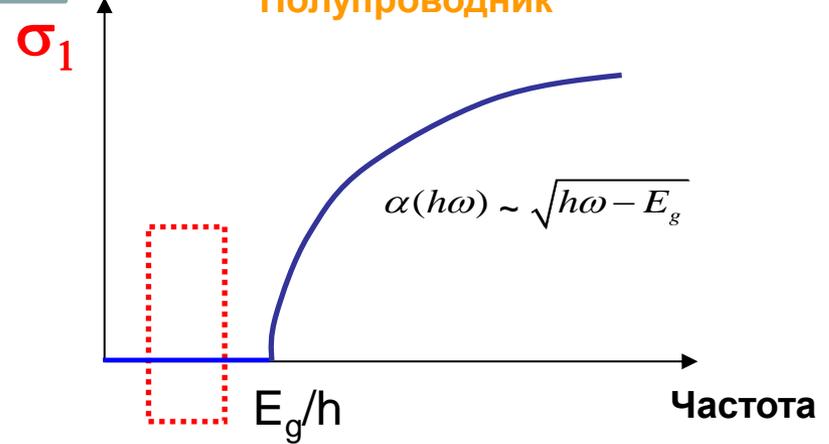
$$n^* = n + ik$$

Диэлектрик



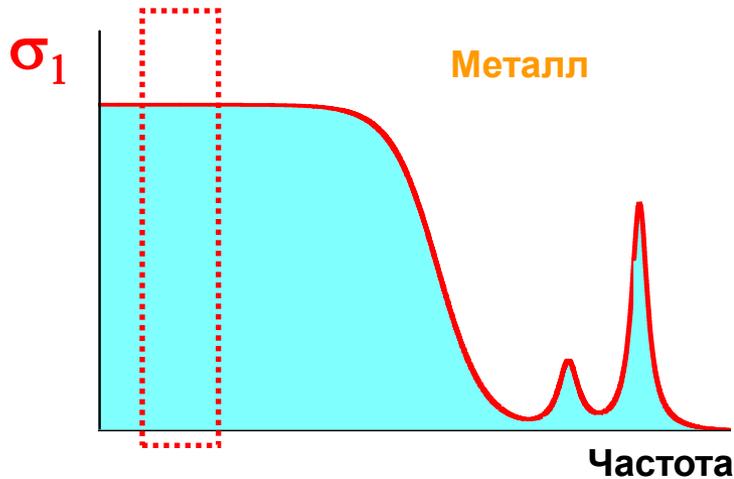
$n \approx 2 \dots 5; k \approx 0$

Полупроводник



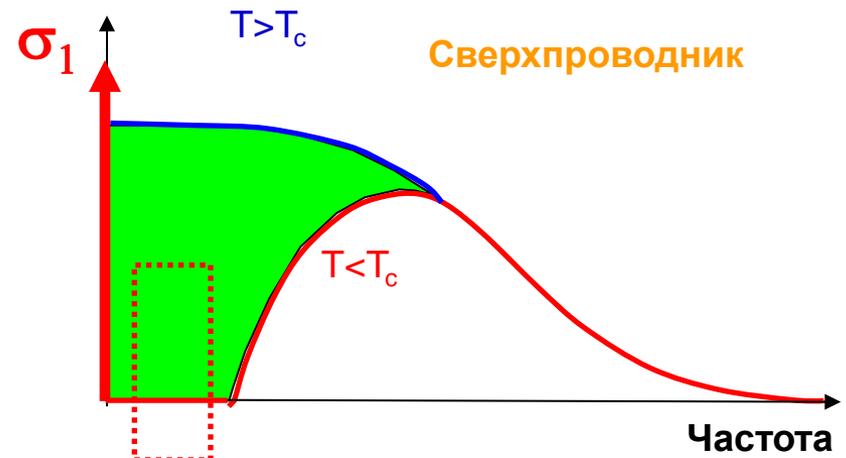
$n \approx 10-15; k \approx 0$

Металл



$n \approx k \gg 1$

Сверхпроводник

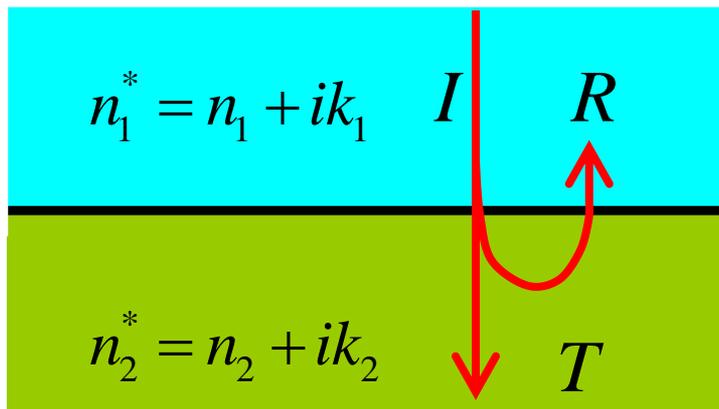


$n \approx 0; k \gg 1, k \approx 1000 \dots$

Оптические свойства многослойных структур

$$n^* = n + ik$$

Формулы Френеля для границы раздела двух сред
(нормальное падение)



Комплексные коэффициенты:

отражения

пропускания

$$R_{12} = r_{12} e^{i\phi_{12}^R}$$

$$T_{12} = t_{12} e^{i\phi_{12}^T}$$

$$I_R = I_I * R$$

$$I_T = I_I * T$$

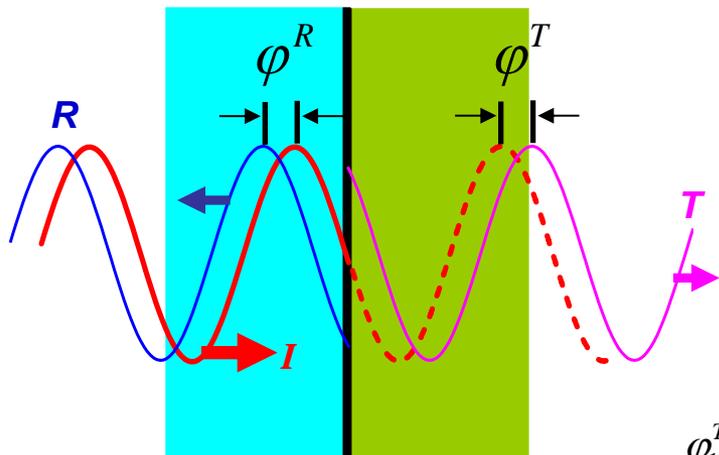
Формулы Френеля

Амплитуды:

$$t_{12}^2 = \frac{4(n_1^2 + k_1^2)}{(k_1 + k_2)^2 + (n_1 + n_2)^2} \quad r_{12}^2 = \frac{(n_1 - n_2)^2 + (k_1 - k_2)^2}{(k_1 + k_2)^2 + (n_1 + n_2)^2}$$

Фазы:

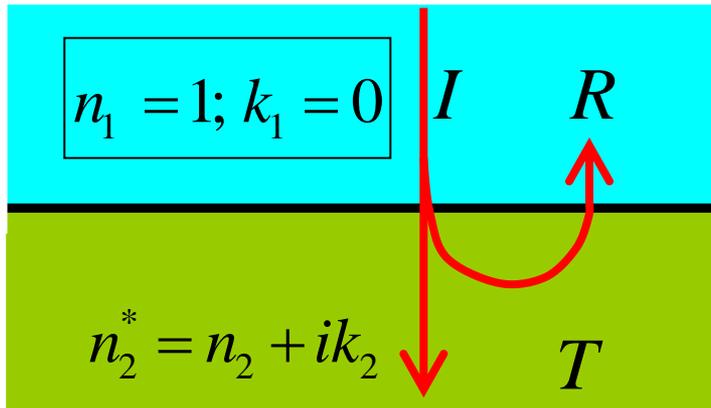
$$\phi_{12}^T = \arctg \left(\frac{k_1 n_2 - k_2 n_1}{n_1^2 + k_2^2 + n_1 n_2 + k_1 k_2} \right) \quad \phi_{12}^R = \arctg \left[\frac{2(k_1 n_2 - k_2 n_1)}{n_1^2 + k_1^2 - n_2^2 - k_2^2} \right]$$



Фазовые сдвиги на границе раздела

Формулы Френеля для границы раздела воздух (вакуум)-материал (нормальное падение)

$$R_{12} = r_{12} e^{i\varphi_{12}^R} \quad T_{12} = t_{12} e^{i\varphi_{12}^T}$$



$$t_{12}^2 = \frac{4(n_1^2 + k_1^2)}{(k_1 + k_2)^2 + (n_1 + n_2)^2}$$

$$r_{12}^2 = \frac{(n_1 - n_2)^2 + (k_1 - k_2)^2}{(k_1 + k_2)^2 + (n_1 + n_2)^2}$$

$$\varphi_{12}^T = \operatorname{arctg} \left(\frac{k_1 n_2 - k_2 n_1}{n_1^2 + k_2^2 + n_1 n_2 + k_1 k_2} \right)$$

$$\varphi_{12}^R = \operatorname{arctg} \left[\frac{2(k_1 n_2 - k_2 n_1)}{n_1^2 + k_1^2 - n_2^2 - k_2^2} \right]$$

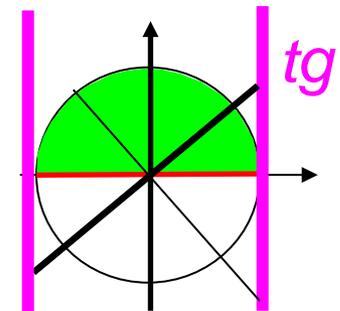
Воздух (вакуум)

$$t_{12}^2 = \frac{4}{(1+n_2)^2 + k_2^2}$$

$$r_{12}^2 = \frac{(1-n_2)^2 + k_2^2}{(1+n_2)^2 + k_2^2}$$

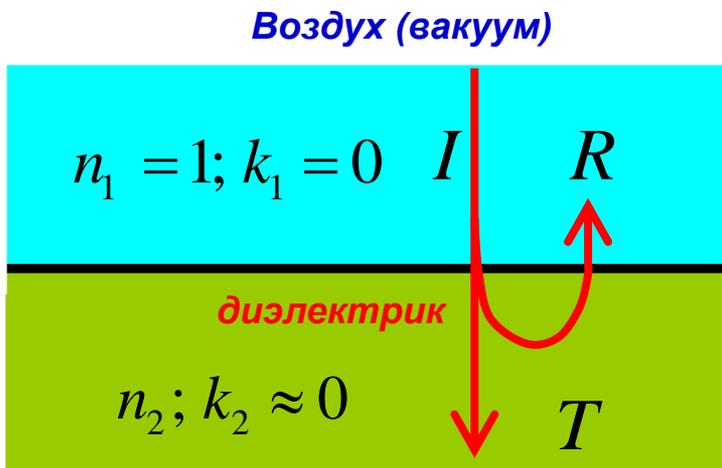
$$\varphi_{12}^T = \operatorname{arctg} \left[\frac{-k_2}{1+k_2^2+n_2} \right]$$

$$\varphi_{12}^R = \operatorname{arctg} \left[\frac{-2k_2}{1-n_2^2-k_2^2} \right]$$



≈ 0 или $\approx \pi$?

Воздух (вакуум) - диэлектрик $n_2 \geq 1; k_2 \approx 0$



$$t_{12}^2 = \frac{4(n_1^2 + k_1^2)}{(k_1 + k_2)^2 + (n_1 + n_2)^2}$$

$$t_{12}^2 = \frac{4}{(1 + n_2)^2 + k_2^2}$$

$$r_{12}^2 = \frac{(n_1 - n_2)^2 + (k_1 - k_2)^2}{(k_1 + k_2)^2 + (n_1 + n_2)^2}$$

$$r_{12}^2 = \frac{(1 - n_2)^2 + k_2^2}{(1 + n_2)^2 + k_2^2}$$

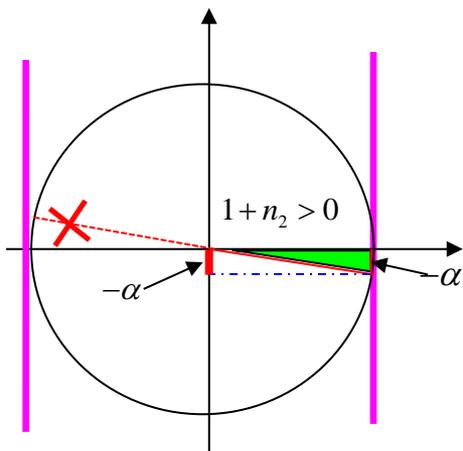
$$\varphi_{12}^T = \arctg \left(\frac{k_1 n_2 - k_2 n_1}{n_1^2 + k_2^2 + n_1 n_2 + k_1 k_2} \right)$$

$$\varphi_{12}^R = \arctg \left[\frac{2(k_1 n_2 - k_2 n_1)}{n_1^2 + k_1^2 - n_2^2 - k_2^2} \right]$$

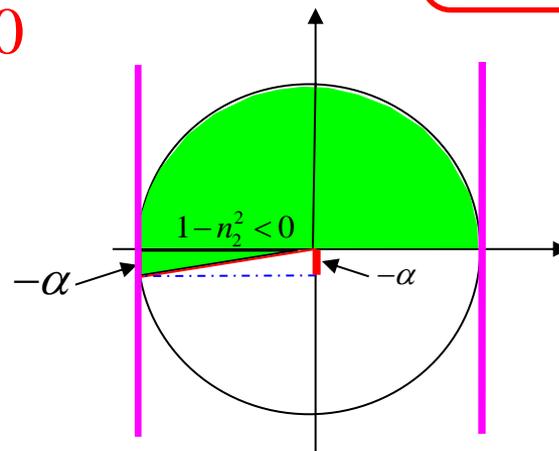
$$\varphi_{12}^T = \arctg \left(\frac{-k_2}{1 + k_2^2 + n_2} \right) \approx \arctg \left(\frac{-\alpha}{1 + n_2} \right);$$

$$\varphi_{12}^R = \arctg \left(\frac{-2k_2}{1 - n_2^2 - k_2^2} \right) \approx \arctg \left(\frac{-\alpha}{1 - n_2^2} \right)$$

$$\alpha \ll 1; \alpha > 0$$



$$\varphi_{12}^T \approx -\alpha \approx -0$$



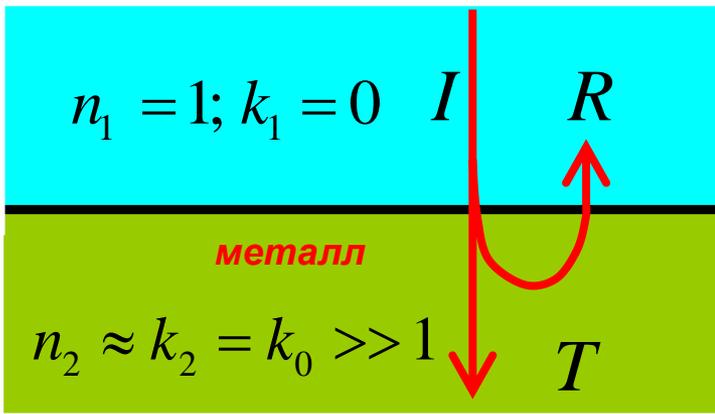
$$\varphi_{12}^R = \pi + \alpha \approx \pi$$

Воздух (вакуум) - металл

Воздух (вакуум)

$$n_2 \approx k_2 = k_0 \gg 1$$

Модель Друде: $n \approx k = k_0 = \sqrt{\frac{\sigma_0}{\nu}} \gg 1$



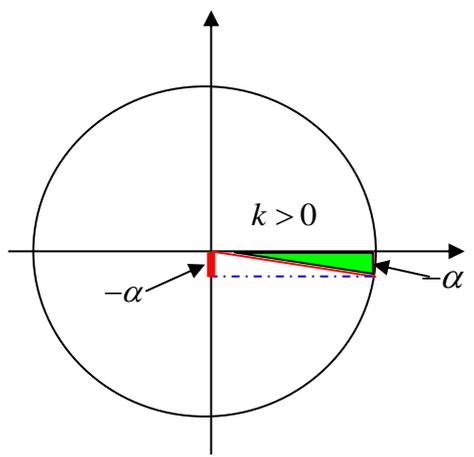
$$t_{12}^2 = \frac{4}{(1+n_2)^2 + k_2^2} \Rightarrow t_{12}^2 \approx \frac{4}{2k_0^2} = \frac{2}{k_0^2} = 2 \frac{\nu}{\sigma_0} \ll 1$$

$$r_{12}^2 = \frac{(1-n_2)^2 + k_2^2}{(1+n_2)^2 + k_2^2} \Rightarrow r_{12}^2 = \frac{(1-n)^2 + k^2}{(1+n)^2 + k^2} \approx 1 - 2\sqrt{\frac{\nu}{\sigma_0}} \rightarrow 100\%$$

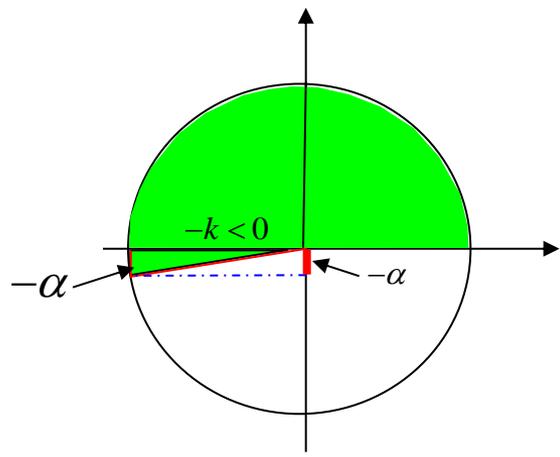
Хаген-Рубенс

$$\varphi_{12}^T = \arctg\left(\frac{-k_0}{1+k_0^2+k_0}\right) \approx \arctg\left(\frac{-1}{k_0}\right) \rightarrow \arctg\left(\frac{-\alpha}{k_0}\right); \quad \varphi_{12}^R = \arctg\left(\frac{-2k_0}{1-2k_0^2}\right) \approx \arctg\left(\frac{-1}{-k_0}\right) \rightarrow \arctg\left(\frac{-\alpha}{-k_0}\right)$$

$$\alpha \ll 1; \alpha > 0$$



$$\varphi_{12}^T \approx -\alpha \approx -0$$

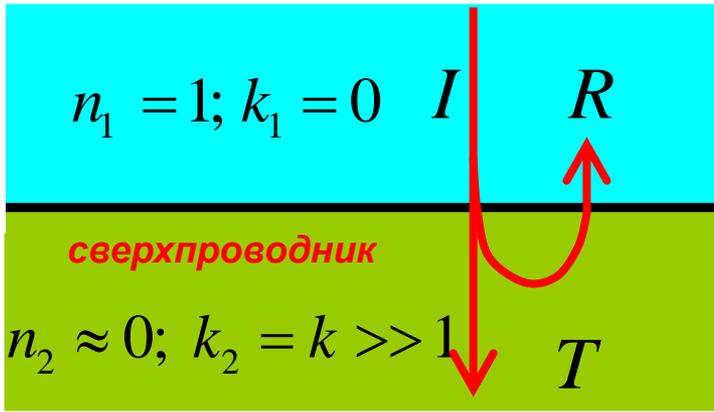


$$\varphi_{12}^R = \pi + \alpha \approx \pi$$

Воздух (вакуум) - **сверхпроводник**

$$n_2 \approx 0; k_2 = k \gg 1$$

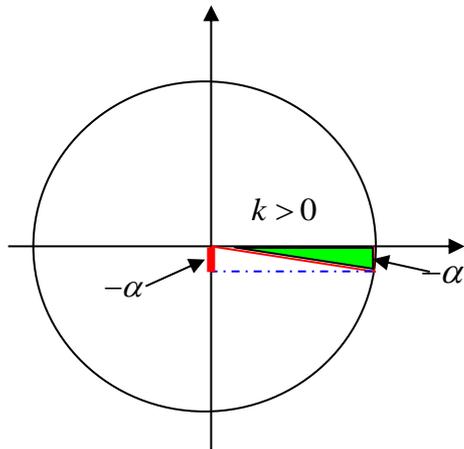
Воздух (вакуум)



$$t_{12}^2 = \frac{4}{(1+n_2)^2 + k_2^2} \Rightarrow t_{12}^2 \approx \frac{4}{k^2} \ll 1$$

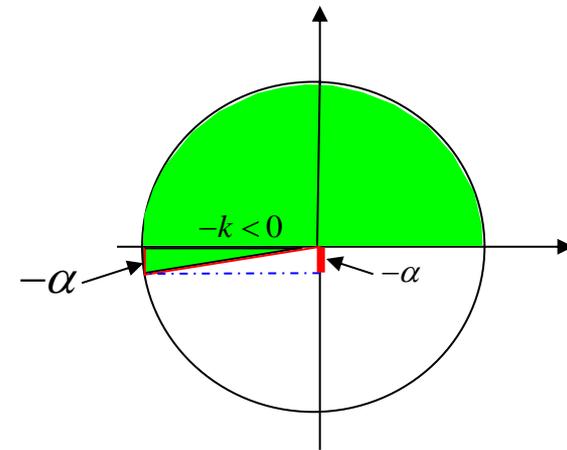
$$r_{12}^2 = \frac{(1-n_2)^2 + k_2^2}{(1+n_2)^2 + k_2^2} \Rightarrow r_{12}^2 \approx \frac{k^2}{k^2} \rightarrow 100\%$$

$$\varphi_{12}^T = \arctg\left(\frac{-k}{1+k^2+k}\right) \approx \arctg\left(\frac{-1}{k}\right) \rightarrow \arctg\left(\frac{-\alpha}{k}\right); \quad \varphi_{12}^R = \arctg\left(\frac{-2k}{1-2k^2}\right) \approx \arctg\left(\frac{-1}{-k}\right) \rightarrow \arctg\left(\frac{-\alpha}{-k}\right)$$



$$\varphi_{12}^T \approx -\alpha \approx -0$$

$$\alpha \ll 1; \alpha > 0$$



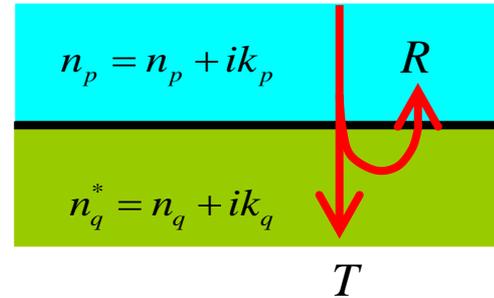
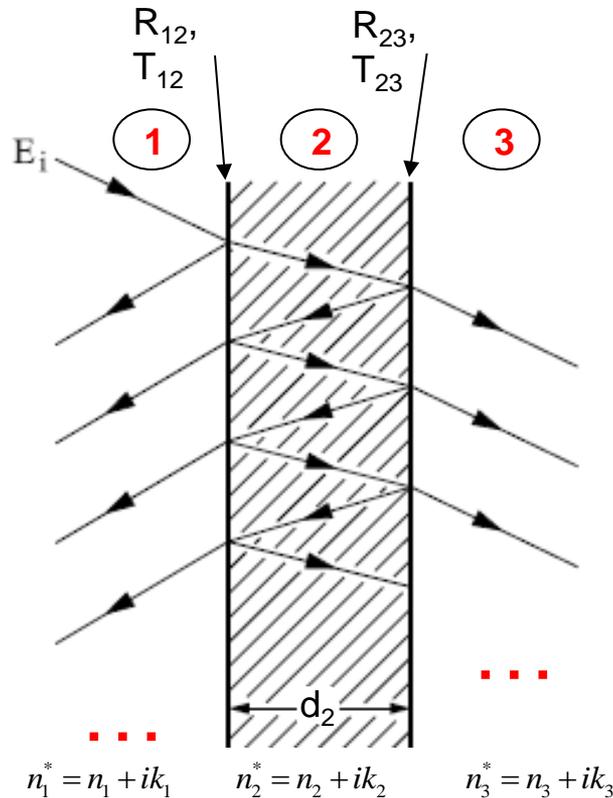
$$\varphi_{12}^R = \pi + \alpha \approx \pi$$

Плоско-параллельный слой

Плоско-параллельный слой

Нормальное падение.

$$R_{12} = r_{12} e^{i\varphi_{12}^R} \quad T_{12} = t_{12} e^{i\varphi_{12}^T} \quad R_{23} = r_{23} e^{i\varphi_{23}^R} \quad T_{23} = t_{23} e^{i\varphi_{23}^T}$$



Амплитуды:

$$t_{pq}^2 = \frac{4(n_p^2 + k_p^2)}{(k_p + k_q)^2 + (n_p + n_q)^2}$$

$$r_{pq}^2 = \frac{(n_p - n_q)^2 + (k_p - k_q)^2}{(k_p + k_q)^2 + (n_p + n_q)^2}$$

Фазы:

$$\varphi_{pq}^T = \arctg \left(\frac{k_p n_q - k_q n_p}{n_p^2 + k_q^2 + n_p n_q + k_p k_q} \right)$$

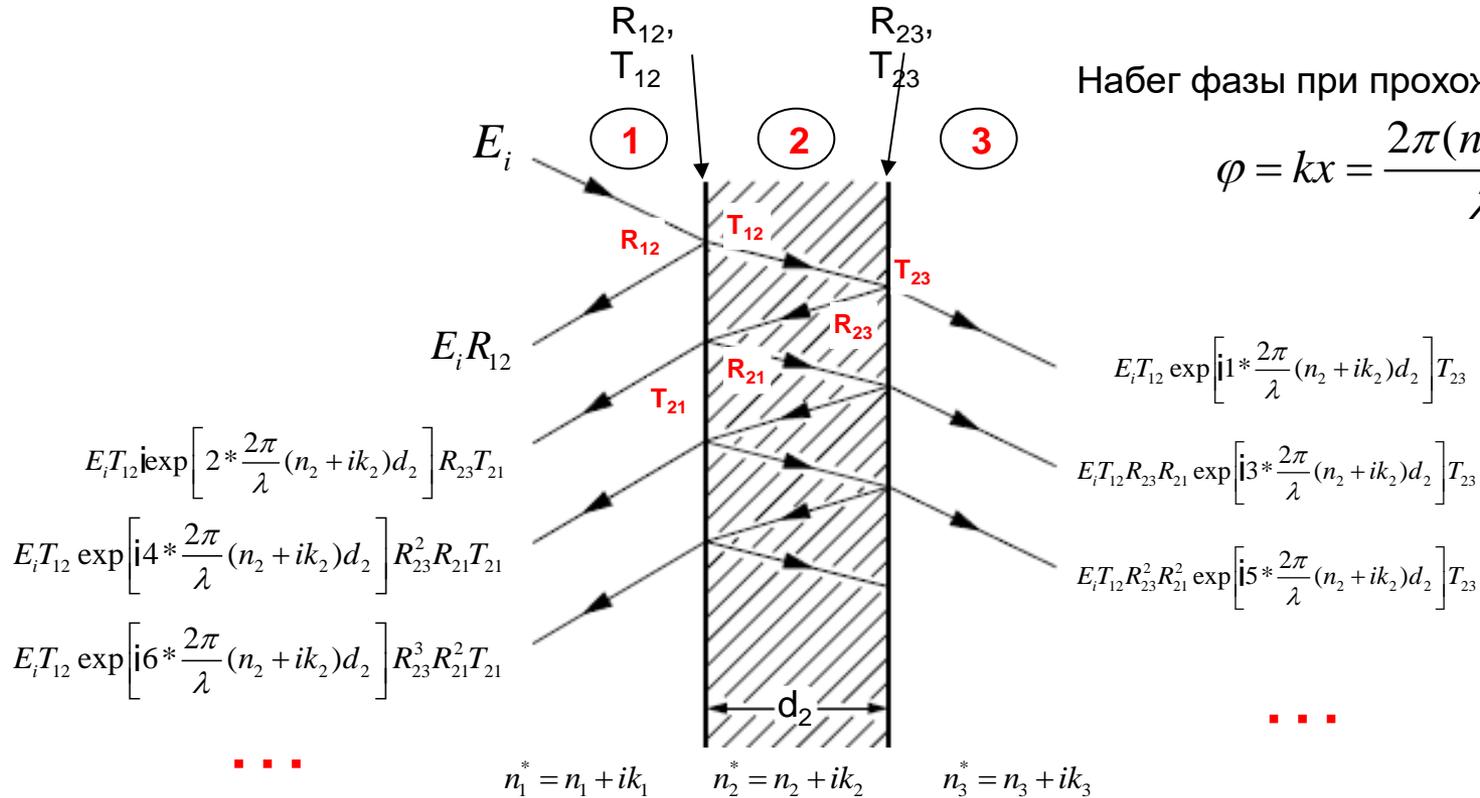
$$\varphi_{pq}^R = \arctg \left[\frac{2(k_p n_q - k_q n_p)}{n_p^2 + k_p^2 - n_q^2 - k_q^2} \right]$$

$p, q = 1, 2, 3$

Плоско - параллельный слой

Набег фазы при прохождении среды:

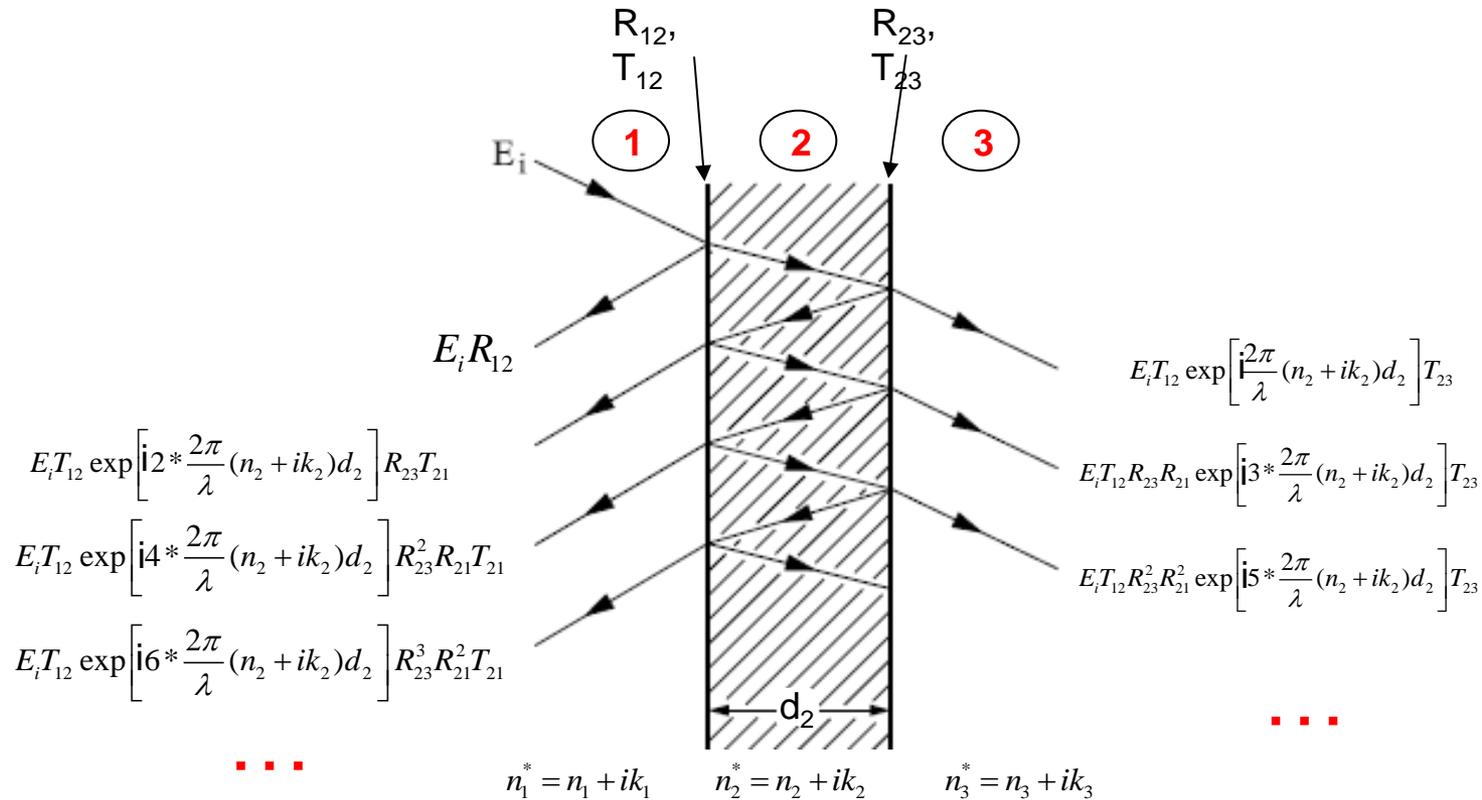
$$\varphi = kx = \frac{2\pi(n + ik)}{\lambda} x$$



$$R_{123} = R_{12} + T_{12} \exp\left[i2 * \frac{2\pi}{\lambda} (n_2 + ik_2) d_2\right] R_{23}^2 T_{21} + T_{12} \exp\left[i4 * \frac{2\pi}{\lambda} (n_2 + ik_2) d_2\right] R_{23}^2 R_{21} T_{21} + T_{12} \exp\left[i6 * \frac{2\pi}{\lambda} (n_2 + ik_2) d_2\right] R_{23}^3 R_{21}^2 T_{21} + \dots$$

$$T_{123} = T_{12} \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda} (n_2 + ik_2) d_2\right] T_{23} + T_{12} R_{23} R_{21} \exp\left[i3 * \frac{2\pi}{\lambda} (n_2 + ik_2) d_2\right] T_{23} + T_{12} R_{23}^2 R_{21}^2 \exp\left[i5 * \frac{2\pi}{\lambda} (n_2 + ik_2) d_2\right] T_{23} + \dots$$

Плоско-параллельный слой

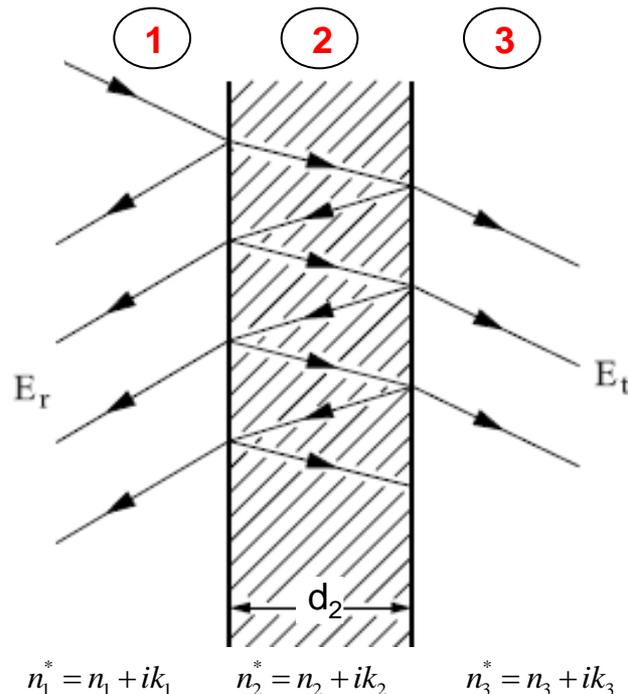


Суммирование геометрической прогрессии: $S = a_1 / (1 - q)$

$$T_{123}^* = \frac{T_{12} T_{23} e^{i\delta_2}}{1 + T_{12} T_{23} e^{2i\delta_2}} \quad R_{123}^* = \frac{R_{12} + R_{23} e^{2i\delta_2}}{1 + R_{12} R_{23} e^{2i\delta_2}}$$

$$\delta_2 = \frac{2\pi d_2}{\lambda} (n_2 + ik_2)$$

Плоско-параллельный слой

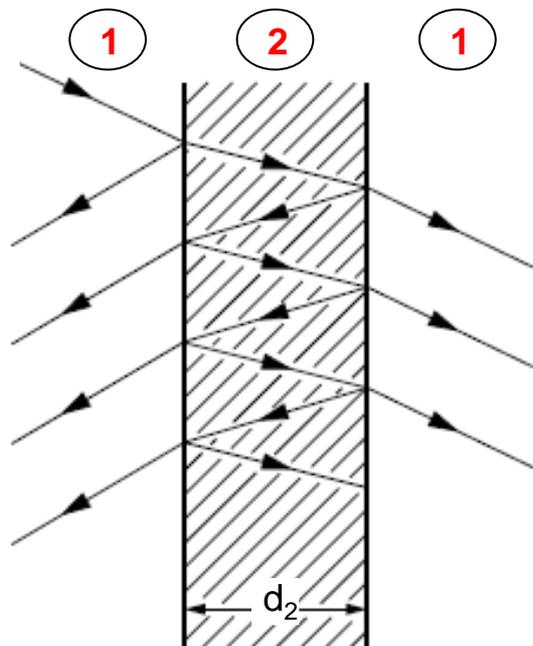


$$\gamma_2 = \frac{4\pi d_2}{\lambda}$$

$$|R_{123}|^2 = \frac{r_{12}^2 + r_{23}^2 e^{-2\gamma_2 k_2} + 2r_{12} r_{23} e^{-\gamma_2 k_2} \cos(\varphi_{12}^R - \varphi_{23}^R - \gamma_2 n_2)}{1 + r_{12}^2 r_{23}^2 e^{-2\gamma_2 k_2} + 2r_{12} r_{23} e^{-\gamma_2 k_2} \cos(\varphi_{12}^R + \varphi_{23}^R + \gamma_2 n_2)}$$

$$|T_{123}|^2 = \frac{t_{12}^2 t_{23}^2 e^{-2\gamma_2 k_2}}{1 + r_{12}^2 r_{23}^2 e^{-2\gamma_2 k_2} + 2r_{12} r_{23} e^{-\gamma_2 k_2} \cos(\varphi_{12}^R + \varphi_{23}^R + \gamma_2 n_2)}$$

Плоско-параллельный слой диэлектрика в воздухе



$$n_1 = 1; k_1 = 0$$

$$n_2; k_2 = 0$$

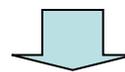
$$n_3 = 1; k_3 = 0$$

Общие формулы:

$$t_{12}^2 = \frac{4(n_1^2 + k_1^2)}{(k_1 + k_2)^2 + (n_1 + n_2)^2} \quad r_{12}^2 = \frac{(n_1 - n_2)^2 + (k_1 - k_2)^2}{(k_1 + k_2)^2 + (n_1 + n_2)^2}$$

$$\varphi_{12}^T = \arctg \left(\frac{k_1 n_2 - k_2 n_1}{n_1^2 + k_2^2 + n_1 n_2 + k_1 k_2} \right) \quad \varphi_{12}^R = \arctg \left[\frac{2(k_1 n_2 - k_2 n_1)}{n_1^2 + k_1^2 - n_2^2 - k_2^2} \right]$$

В диэлектрике сводятся к:



$$t_{12} = t_{21} = t \quad \varphi_{12}^T = \varphi_{21}^T = 0$$

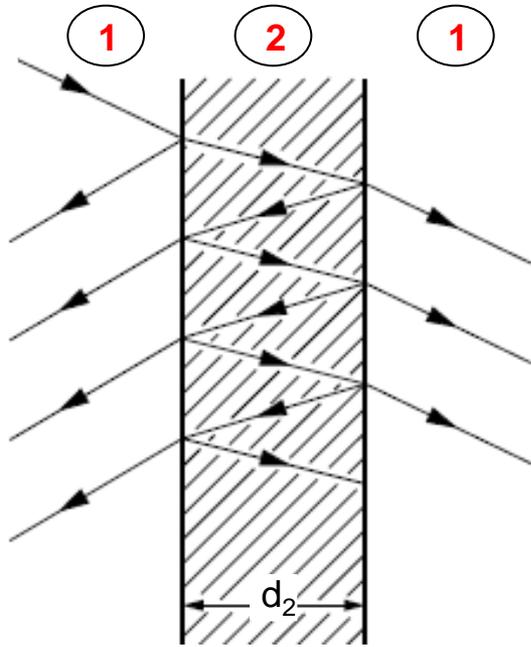
$$r_{12} = r_{21} = r \quad \varphi_{12}^R = \pi \quad \varphi_{21}^R = 0$$

$$|R_{123}|^2 = \frac{2r^2 + 2r^2 \cos(\pi - \gamma_2 n_2)}{1 + r^4 + 2r^2 \cos(\pi + \gamma_2 n_2)} = \frac{2r^2 - 2r^2 \cos(\gamma_2 n_2)}{1 + r^4 - 2r^2 \cos(\gamma_2 n_2)}$$

$$\gamma_2 = \frac{4\pi d_2}{\lambda}$$

$$|T_{123}|^2 = \frac{t^4}{1 + r^4 + 2r^2 \cos(\pi + \gamma_2 n_2)} = \frac{t^4}{1 + r^4 - 2r^2 \cos(\gamma_2 n_2)}$$

Плоско-параллельный слой диэлектрика в воздухе



$$n_1 = 1; k_1 = 0$$

$$n_2; k_2 = 0$$

$$n_3 = 1; k_3 = 0$$

Периодические функции:

$$|R_{123}|^2 = \frac{2r^2 - 2r^2 \cos(\gamma_2 n_2)}{1 + r^4 - 2r^2 \cos(\gamma_2 n_2)}$$

$$|T_{123}|^2 = \frac{t^4}{1 + r^4 - 2r^2 \cos\left(\frac{4\pi n_2 d_2}{\lambda}\right)}$$

Максимум пропускания, **минимум** отражения при:

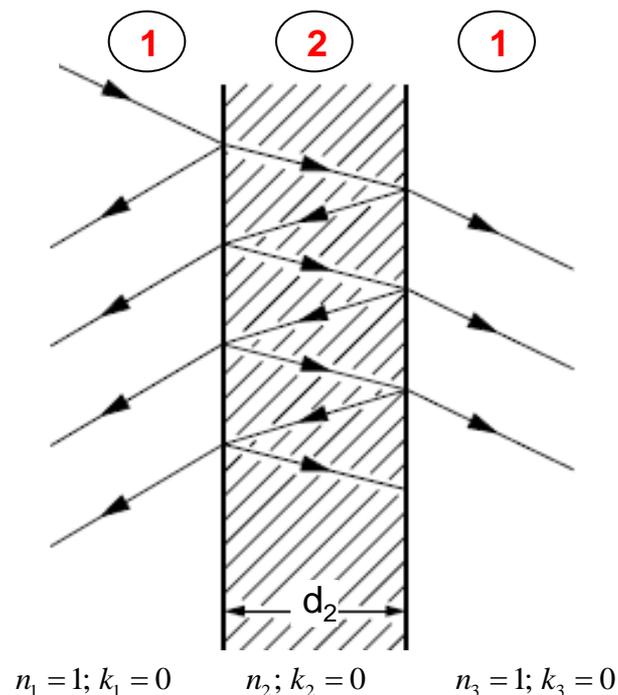
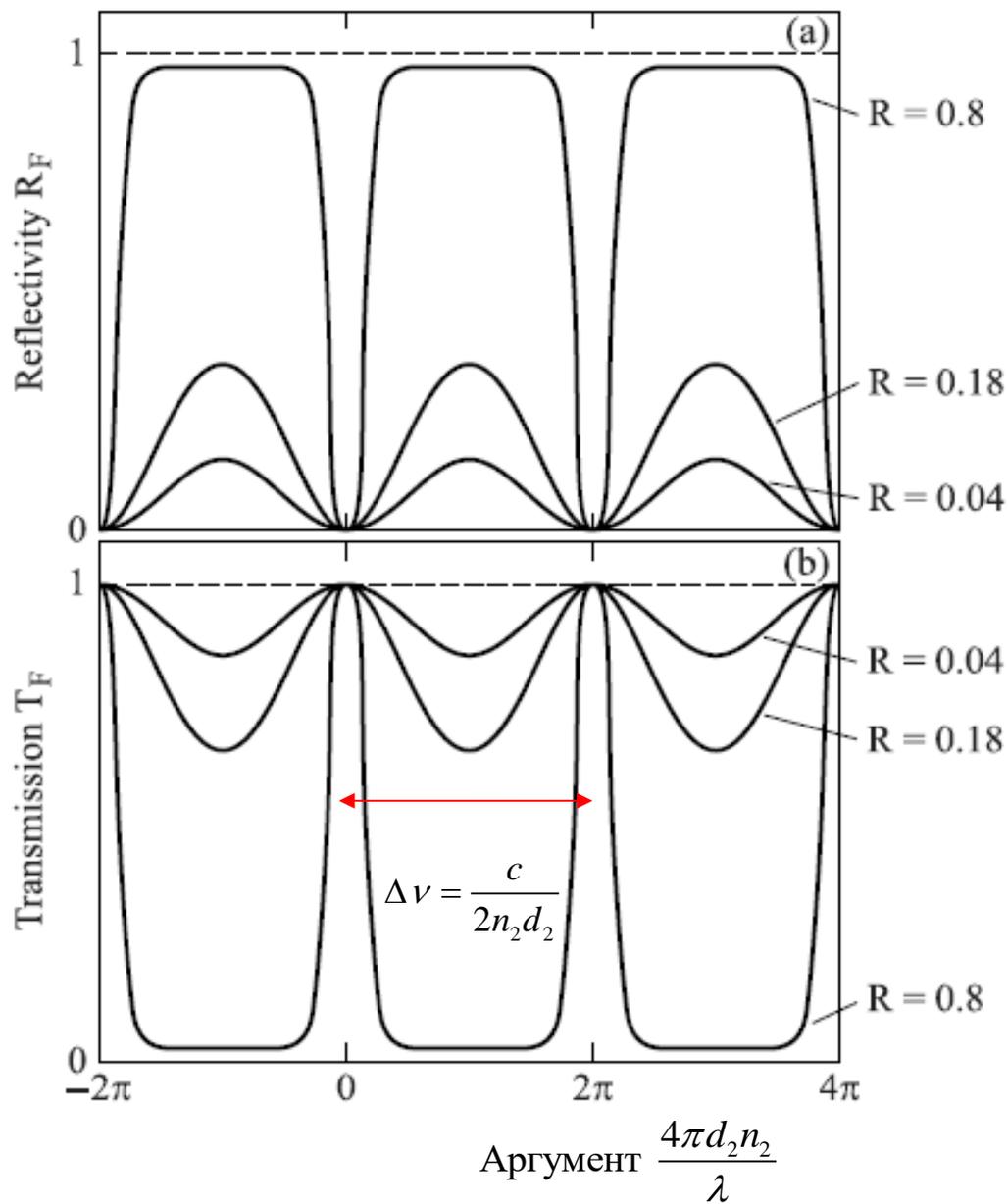
$$\cos\left(\frac{4\pi n_2 d_2}{\lambda}\right) = +1$$

$$\frac{4\pi d_2 n_2}{\lambda} = 2\pi m, m=0, 1, 2, 3, \dots$$

$$d = m \frac{\lambda}{2n_2}$$

Аналог резонатора Фабри-Перо (Fabry-Perot)

Плоско-параллельный слой диэлектрика в воздухе



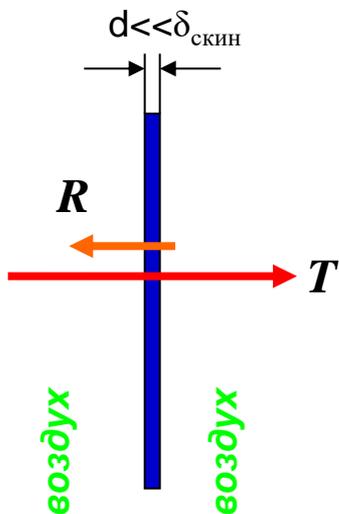
$$\frac{4\pi d_2 n_2}{\lambda} = 2\pi m, m=0, 1, 2, 3, \dots$$



$$\Delta \nu = \frac{c}{2n_2 d_2}$$

Металлическая плёнка малой толщины ($d \ll \delta_{\text{скин}}$)

Металлическая плёнка малой толщины ($d \ll \delta_{\text{скин}}$)



$$|R_{123}|^2 = \frac{r_{12}^2 + r_{23}^2 e^{-2\gamma_2 k_2} + 2r_{12}r_{23} e^{-\gamma_2 k_2} \cos(\varphi_{12}^R - \varphi_{23}^R - \gamma_2 n_2)}{1 + r_{12}^2 r_{23}^2 e^{-2\gamma_2 k_2} + 2r_{12}r_{23} e^{-\gamma_2 k_2} \cos(\varphi_{12}^R + \varphi_{23}^R + \gamma_2 n_2)}$$

$$\gamma_2 = \frac{4\pi d_2}{\lambda}$$

$$|T_{123}|^2 = \frac{t_{12}^2 t_{23}^2 e^{-2\gamma_2 k_2}}{1 + r_{12}^2 r_{23}^2 e^{-2\gamma_2 k_2} + 2r_{12}r_{23} e^{-\gamma_2 k_2} \cos(\varphi_{12}^R + \varphi_{23}^R + \gamma_2 n_2)}$$

$$n \approx k = k_0 \approx \sqrt{\frac{\sigma}{\nu}} \gg 1$$

$$\delta_{\text{скин}} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\sigma\nu}}$$

Разложение по малому параметру $\gamma_2 k_2 = \frac{4\pi d_2}{\lambda} = \frac{4\pi k_2 d_2}{\lambda} = \frac{4\pi d_2}{c} \sqrt{\sigma\nu} = \frac{2d}{\delta_{\text{скин}}} \ll 1$

$$t_{pq}^2 = \frac{4(n_p^2 + k_p^2)}{(k_p + k_q)^2 + (n_p + n_q)^2} \quad r_{pq}^2 = \frac{(n_p - n_q)^2 + (k_p - k_q)^2}{(k_p + k_q)^2 + (n_p + n_q)^2}$$

с учётом $n \approx k = k_0 \approx \sqrt{\frac{\sigma}{\nu}} \gg 1$ для $(r, t, \varphi^R, \varphi^T)_{i,j} r_{12} = r_{23} = r_{21} \approx \frac{k_0}{1+k_0} \approx 1 - \frac{2}{k_0} = 1 - 2\sqrt{\frac{\nu}{\sigma}}$

$$|R|^2 = \frac{1}{(1+h/d)^2} \quad |T|^2 = \frac{1}{(1+d/h)^2} \quad A = 1 - |R|^2 - |T|^2 = \frac{2}{(\sqrt{h/d} + \sqrt{d/h})^2} \quad h = \frac{c}{2\pi\sigma}$$

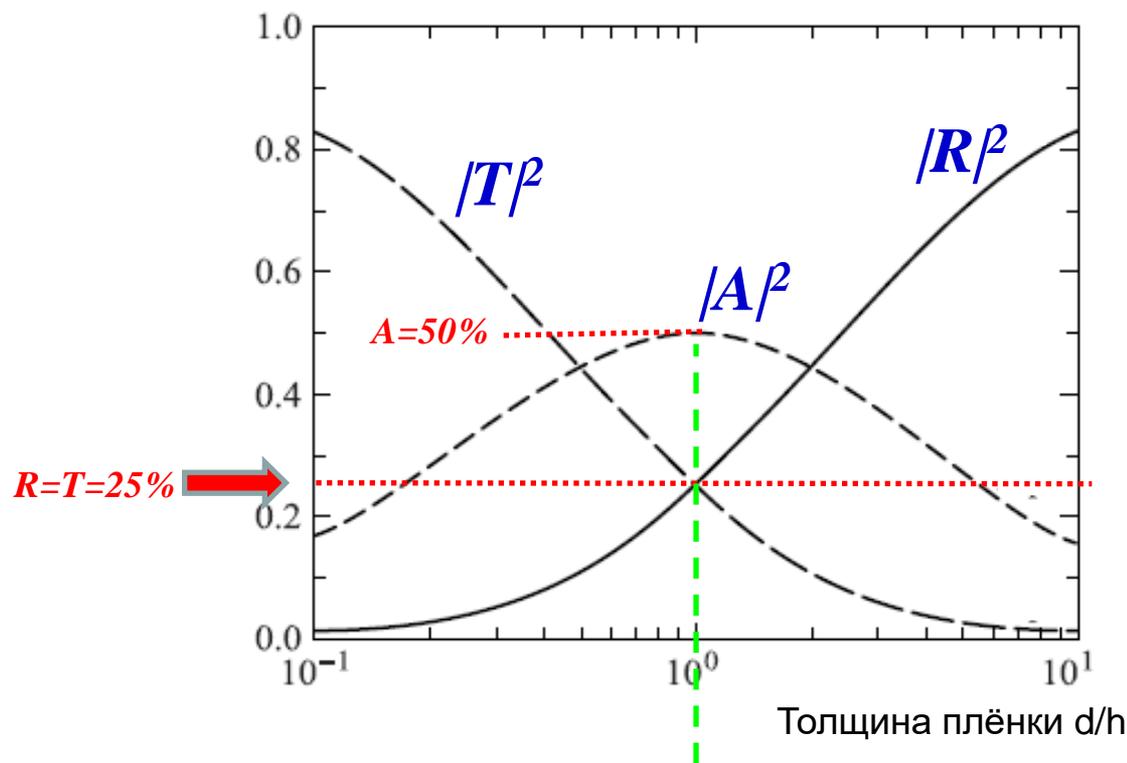
Следствия:

1. Не входит частота излучения: «выключена» зависимость через скин-слой $\delta_{\text{скин}} = c/(2\pi\sqrt{\sigma\nu})$
2. Металл $\sigma = 10^6 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1} \rightarrow h \approx \text{несколько Ангстрем}$. \rightarrow Для $d \gg h$ и $d \ll \delta_{\text{скин}}$ $R \approx 100\%$!
3. $|R| + |T| = 1$; $A = 2|R|*|T|$ - не входят ни частота, ни параметры материала!

Металлическая плёнка малой толщины ($d \ll \delta_{\text{скин}}$)

Слой Вольтерсдорфа

$$|R|^2 = \frac{1}{(1+h/d)^2} \quad |T|^2 = \frac{1}{(1+d/h)^2} \quad A = 1 - |R|^2 - |T|^2 = \frac{2}{(\sqrt{h/d} + \sqrt{d/h})^2} \quad h = \frac{c}{2\pi\sigma}$$



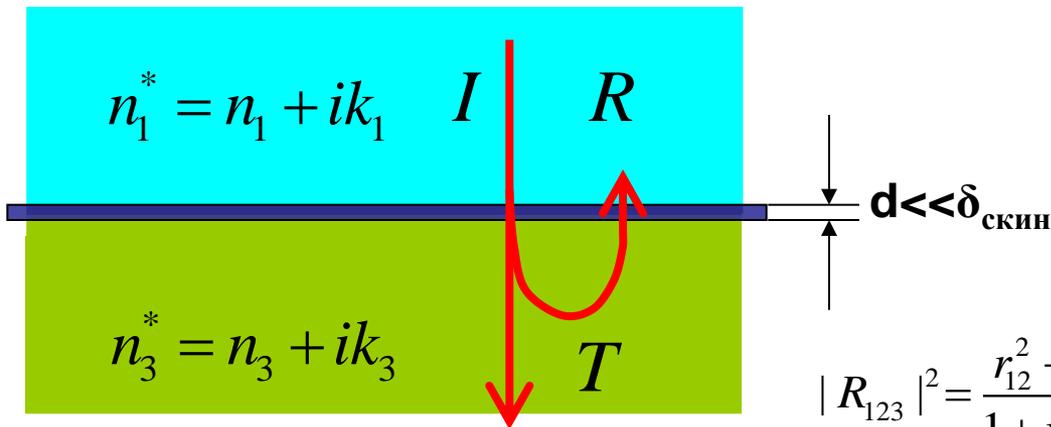
слой Вольтерсдорфа (Woltersdorff): $d_w = h = \frac{c}{2\pi\sigma}$

Оценка:

$$\sigma = 100 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1} \rightarrow d_w = 0.53 \text{ мкм}$$

Металлическая плёнка малой толщины ($d \ll \delta_{\text{скин}}$)

Согласование границы раздела двух сред ($R=0$)



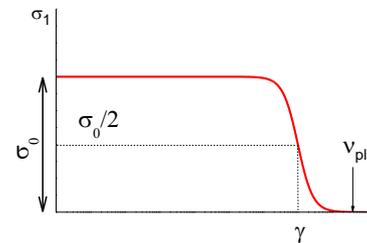
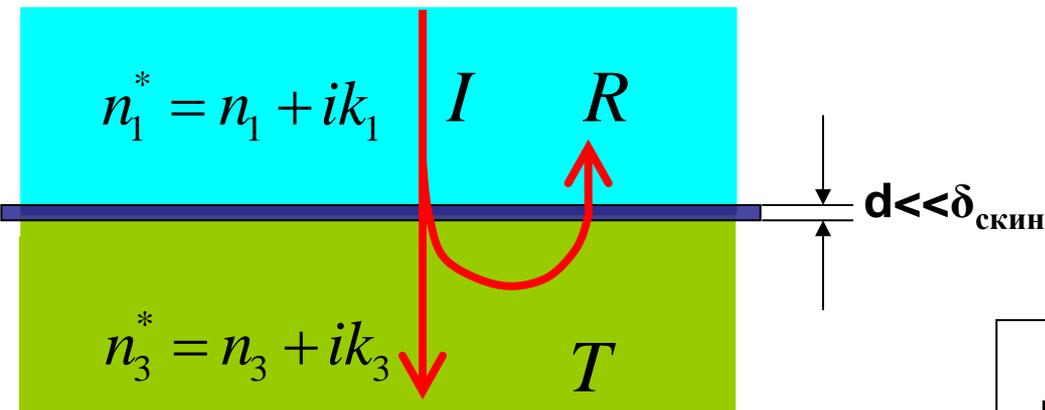
$$|R_{123}|^2 = \frac{r_{12}^2 + r_{23}^2 e^{-2\gamma_2 k_2} + 2r_{12}r_{23} e^{-\gamma_2 k_2} \cos(\varphi_{12}^R - \varphi_{23}^R - \gamma_2 n_2)}{1 + r_{12}^2 r_{23}^2 e^{-2\gamma_2 k_2} + 2r_{12}r_{23} e^{-\gamma_2 k_2} \cos(\varphi_{12}^R + \varphi_{23}^R + \gamma_2 n_2)}$$

Разложение по малому параметру $\gamma_2 k_2 = \frac{4\pi k_2 d_2}{\lambda} = \frac{4\pi d_2}{c} \sqrt{\sigma \nu} = \frac{2d}{\delta_{\text{skin}}} \ll 1$

с учётом $n \approx k = k_0 = \sqrt{\frac{\sigma}{\nu}} \gg 1$ для $(r, t, \varphi^R, \varphi^T)_{i,j}$ $r_{12} = r_{23} = r_{21} \approx \frac{k_0}{1+k_0} \approx 1 - \frac{1}{k_0} = 1 - \sqrt{\frac{\nu}{\sigma}}$

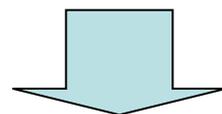
$$|R_{123}|^2 = \text{Const} \cdot (n_1 + k_1 - n_3 - k_3 - \frac{4\pi d \sigma}{c})$$

Согласование границы раздела двух сред (R=0)



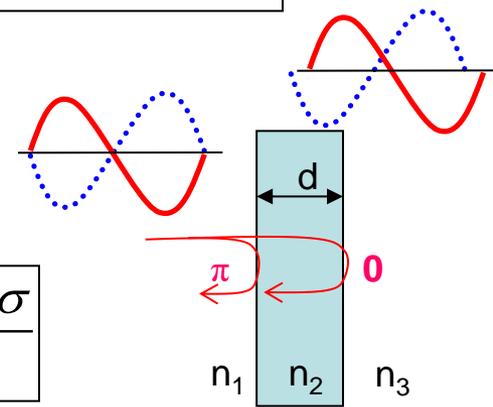
При $k_1=k_3=0$ (для простоты):

$$\pi \quad |R_{123}|^2 = \text{Const} \cdot \left(n_1 - n_3 - \frac{4\pi d \sigma}{c} \right)$$



Согласование:

$$|R_{123}|^2 = 0 \quad \text{при} \quad n_1 - n_3 = \frac{4\pi d \sigma}{c}$$



Согласование в 0-м порядке интерференции

$n_1 < n_2 > n_3$

«Обычное»
 $\lambda/4$ - согласование

	φ^R	φ^R
$n_1 < n_2 < n_3$	π	π
$n_1 > n_2 > n_3$	0	0

n_1 n_2 n_3
 d

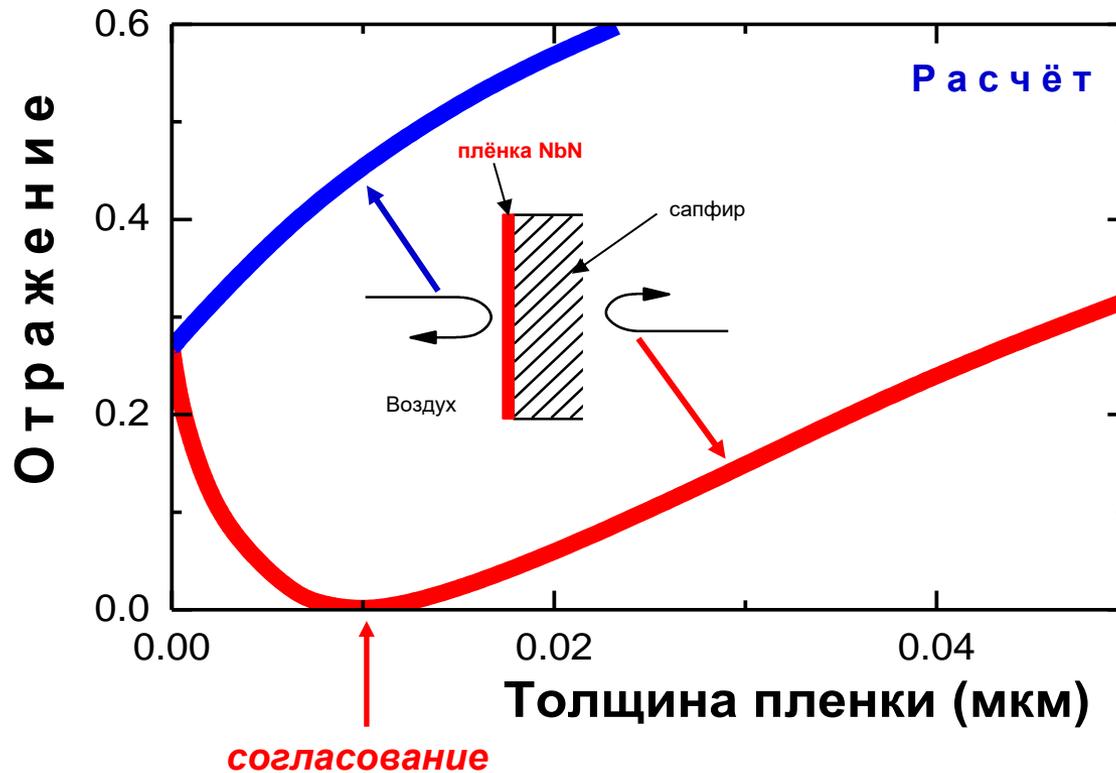
Согласование **в 1-м, 2-м, ...** порядке интерференции

$n_1 < n_2 < n_3$ или $n_1 > n_2 > n_3$

1. Возможно лишь при $n_1 > n_3$. (Падение излучения из оптически более плотной среды).

2. Независимость от частоты, при $n \approx k$ и $\sigma = \text{const} \neq f(\omega)$ (низкочастотный предел модели Друде).

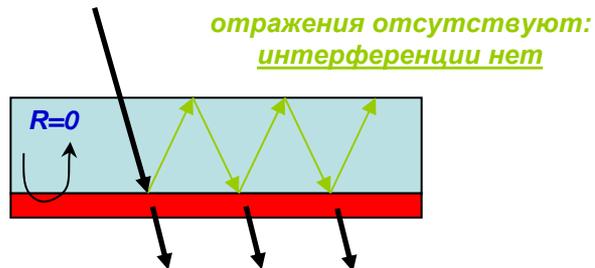
Согласование границы раздела двух сред ($R=0$)



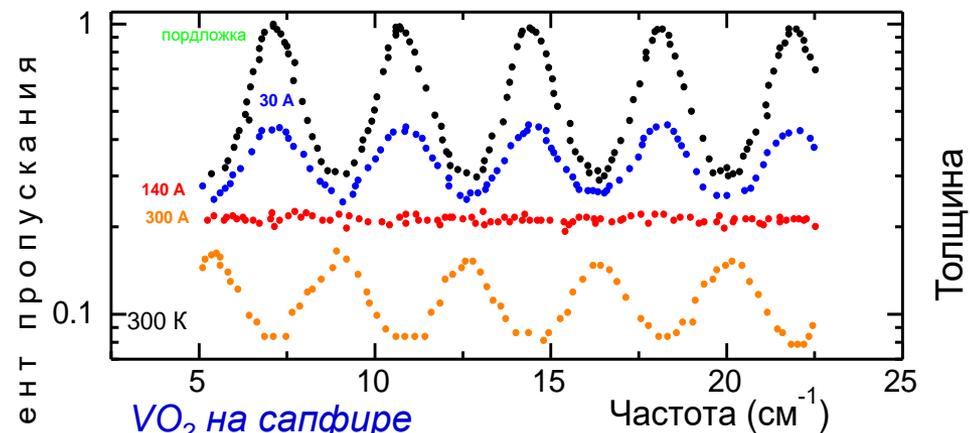
$$|R_{123}|^2 = 0 \quad \text{при} \quad n_1 - n_3 = \frac{4\pi d\sigma}{c}$$

Согласование границы раздела двух сред ($R=0$)

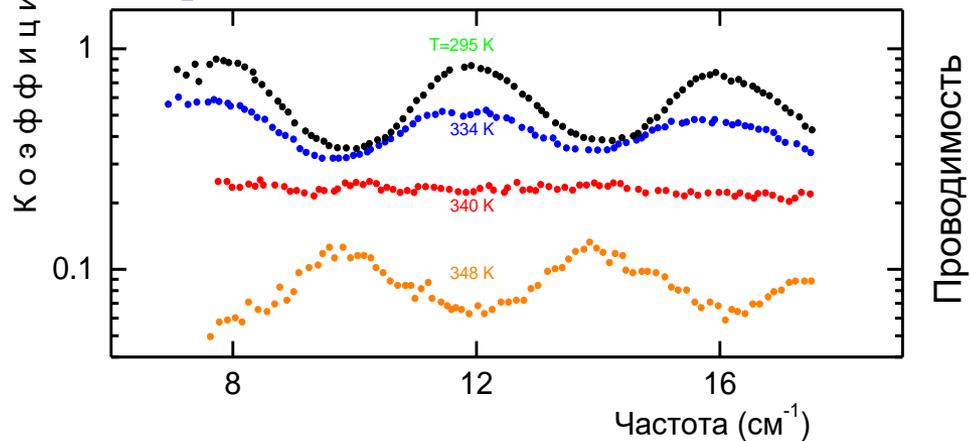
Эксперимент: плёнка на подложке



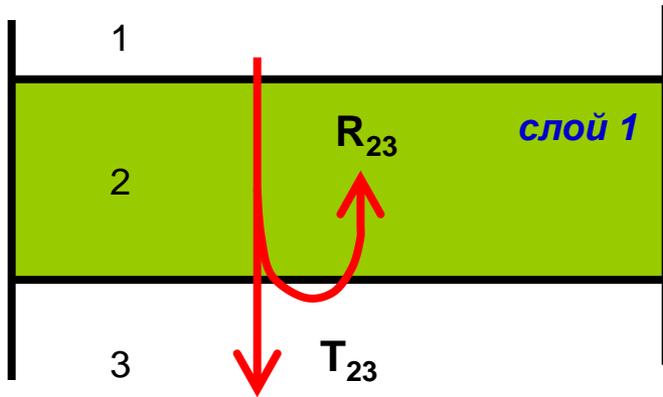
NbN на сапфире



VO₂ на сапфире



Оптика многослойных сред.



1 слой:

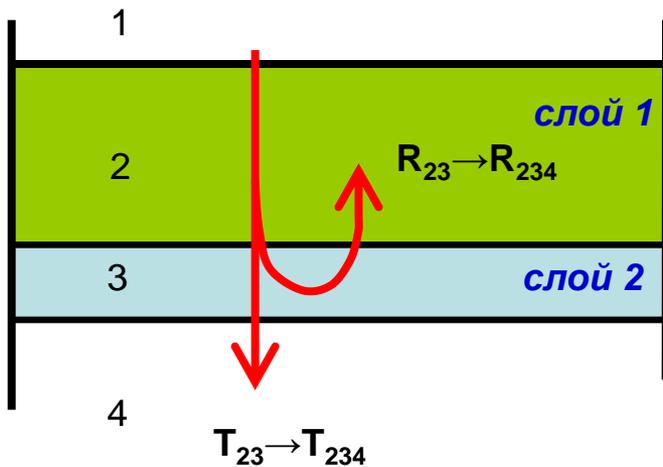
$$T_{123}^* = \frac{T_{12}T_{23}e^{i\delta_2}}{1+T_{12}T_{23}e^{2i\delta_2}} \quad R_{123}^* = \frac{R_{12} + R_{23}e^{2i\delta_2}}{1+R_{12}R_{23}e^{2i\delta_2}}$$

$$\delta_2 = \frac{2\pi d_2}{\lambda} (n_2 + ik_2)$$

2 слоя:

$$R_{23} \rightarrow R_{234}$$

$$T_{23} \rightarrow T_{234}$$



$$T_{1234}^* = \frac{T_{12}T_{234}e^{i\delta_2}}{1+T_{12}T_{234}e^{2i\delta_2}} \quad R_{1234}^* = \frac{R_{12} + R_{234}e^{2i\delta_2}}{1+R_{12}R_{234}e^{2i\delta_2}}$$

$$R_{234}^* = \frac{R_{23} + R_{34}e^{2i\delta_3}}{1+R_{23}R_{34}e^{2i\delta_3}} \quad T_{234}^* = \frac{T_{23}T_{34}e^{i\delta_3}}{1+T_{23}T_{34}e^{2i\delta_3}}$$

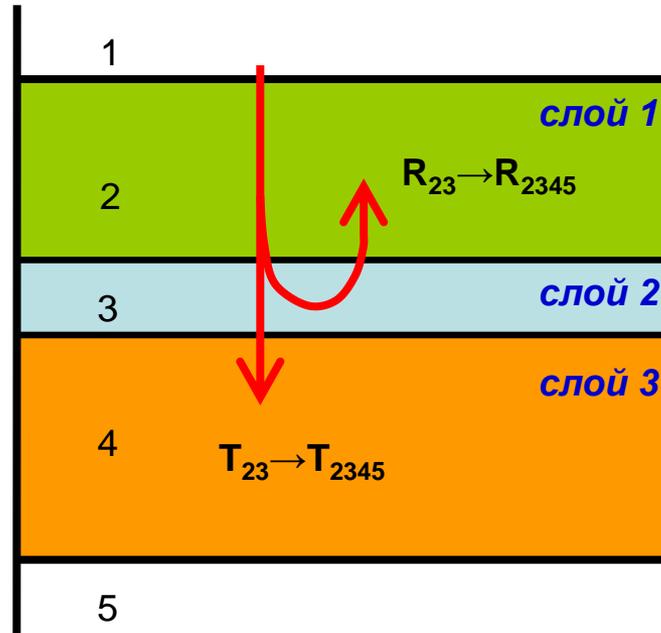
$$n_p^* = n_p + ik_p; \quad \delta_q = \frac{2\pi d_q}{\lambda} (n_q + ik_q)$$

$$p=1,2,3,4; \quad q=2,3$$

$$T_{1234}^* = \frac{T_{12}T_{23}T_{34}e^{i(\delta_2+\delta_3)}}{1+R_{23}R_{34}e^{2i\delta_3} + R_{12}R_{23}e^{2i\delta_2} + R_{12}R_{34}e^{2i(\delta_2+\delta_3)}}$$

$$R_{1234}^* = \frac{R_{12} + R_{23}e^{2i\delta_2} + R_{34}e^{2i(\delta_2+\delta_3)} + R_{12}R_{23}R_{34}e^{2i\delta_3}}{1+R_{23}R_{34}e^{2i\delta_3} + R_{12}R_{23}e^{2i\delta_2} + R_{12}R_{34}e^{2i(\delta_2+\delta_3)}}$$

Оптика многослойных сред. 3 слоя.

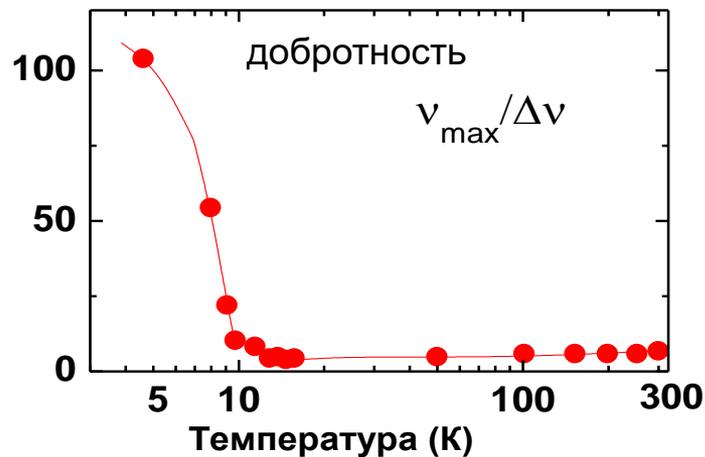
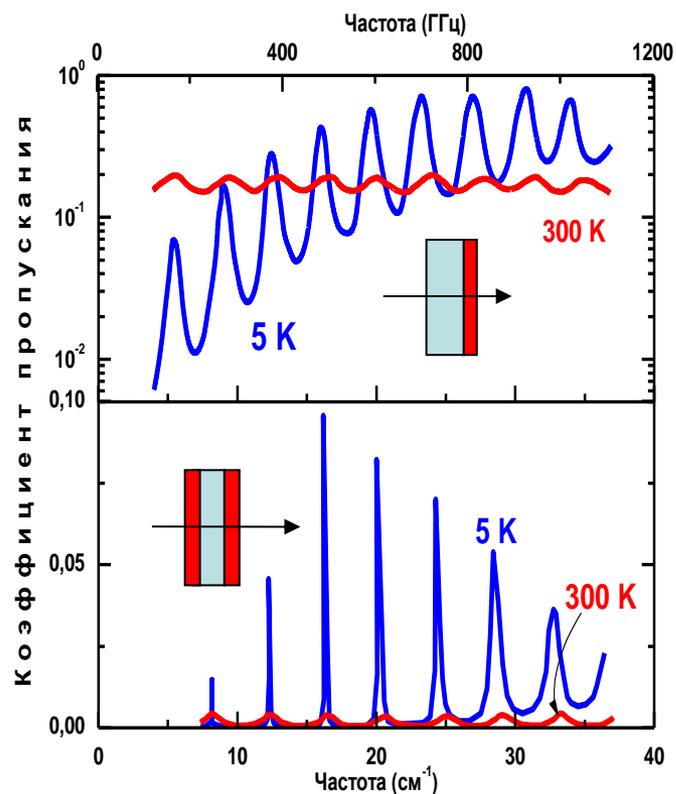
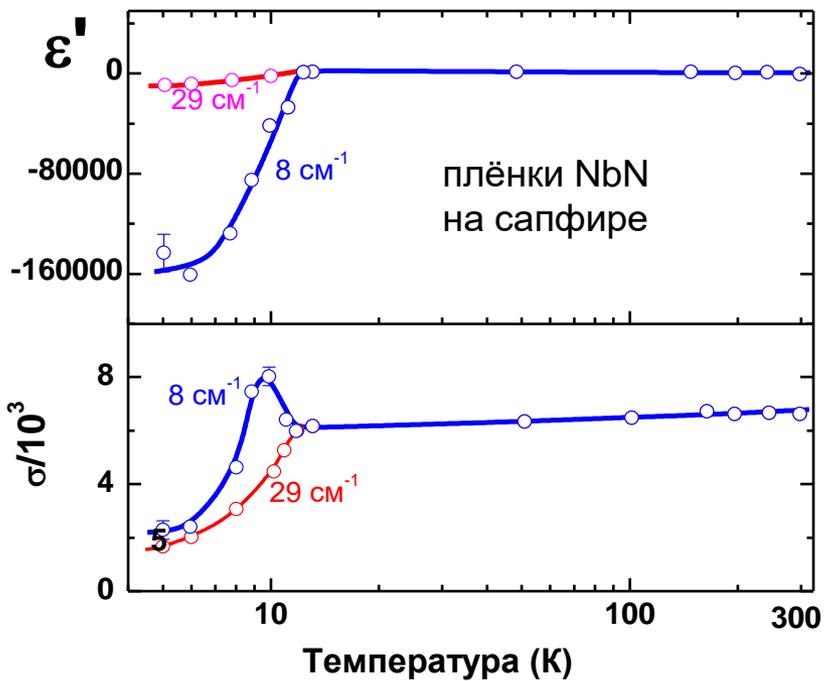
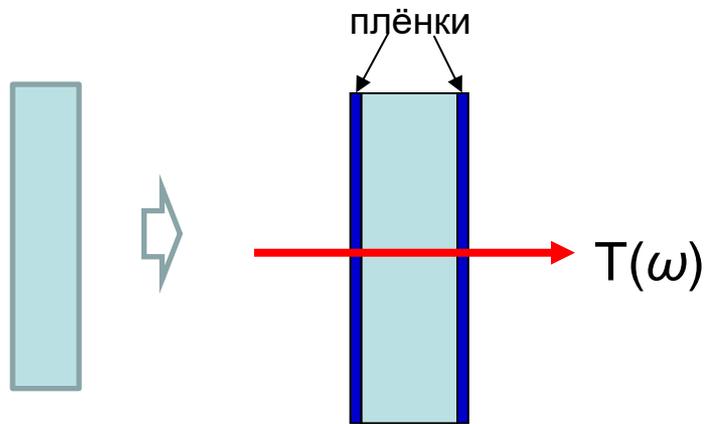


Пример: коэффициент пропускания:

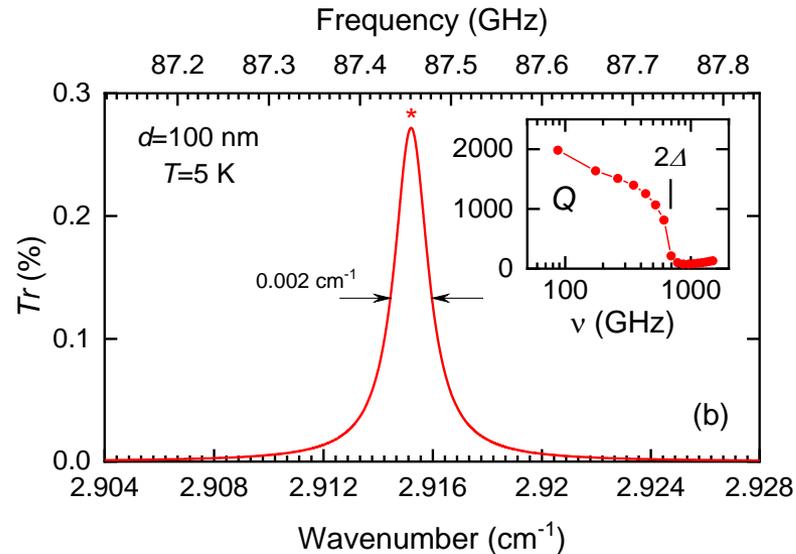
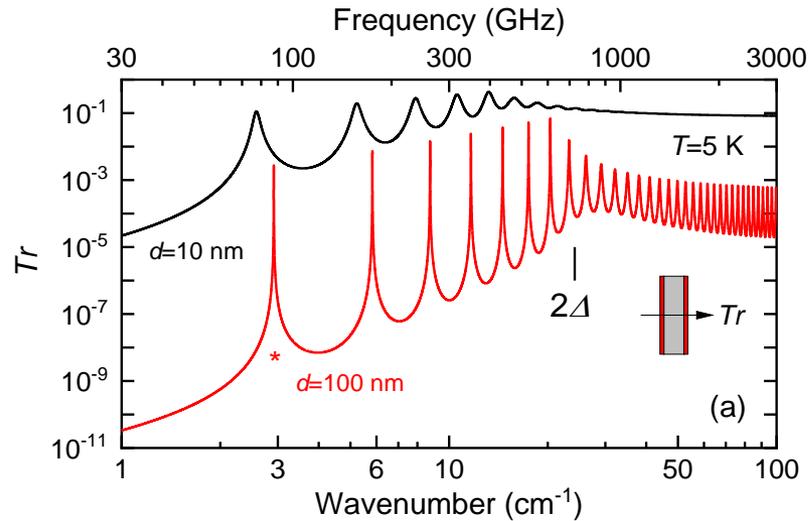
$$T_{12345}^* = \frac{T_{12} T_{23} T_{34} T_{45} e^{i(\delta_2 + \delta_3 + \delta_4)}}{1 + R_{12} R_{23} e^{2i\delta_2} + R_{23} R_{34} e^{2i\delta_3} + R_{34} R_{45} e^{2i\delta_4} + R_{12} R_{34} e^{2i(\delta_2 + \delta_3)}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{R_{23} R_{45} e^{2i(\delta_3 + \delta_4)} + R_{12} R_{45} e^{2i(\delta_2 + \delta_3 + \delta_4)} + R_{12} R_{23} R_{34} R_{45} e^{2i(\delta_2 + \delta_4)}}{}$$

Тонкие (сверх)проводящие плёнки на подложке ($d \ll \delta_{\text{скин}}$).

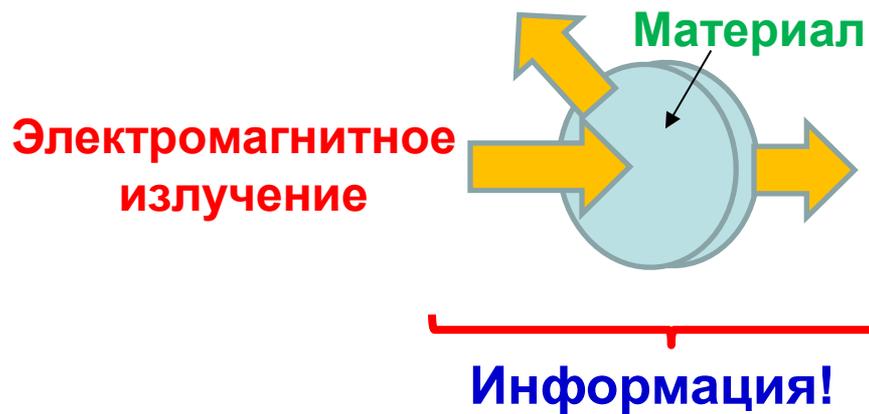


СП пленки MoRe на Si-подложке



Экспериментальные методы оптической спектроскопии

Спектроскопия



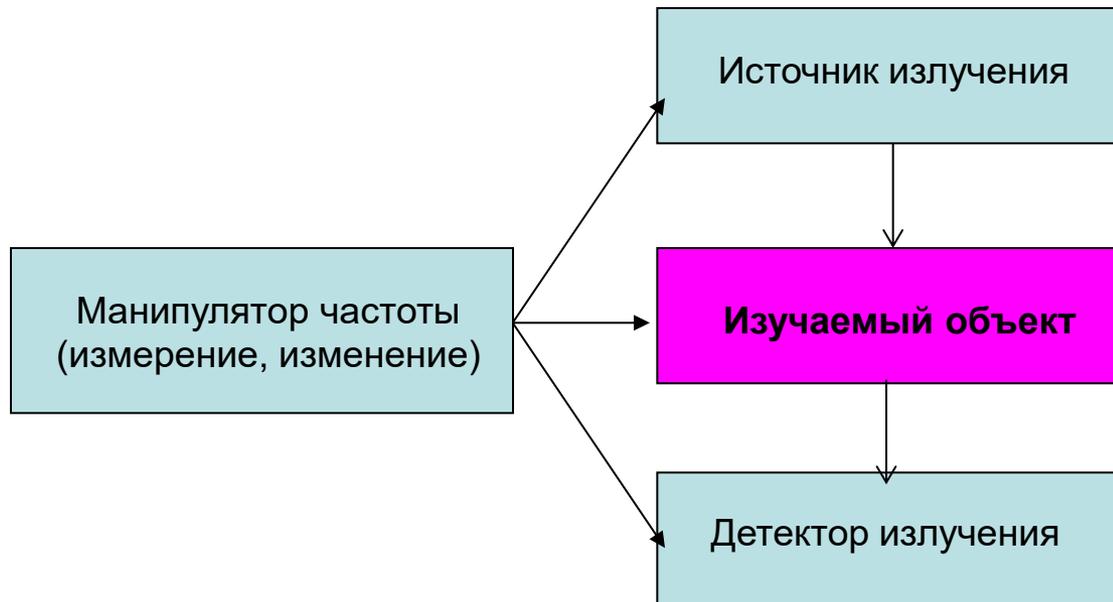
Экспериментальные методы оптической спектроскопии

Цель спектроскопии:

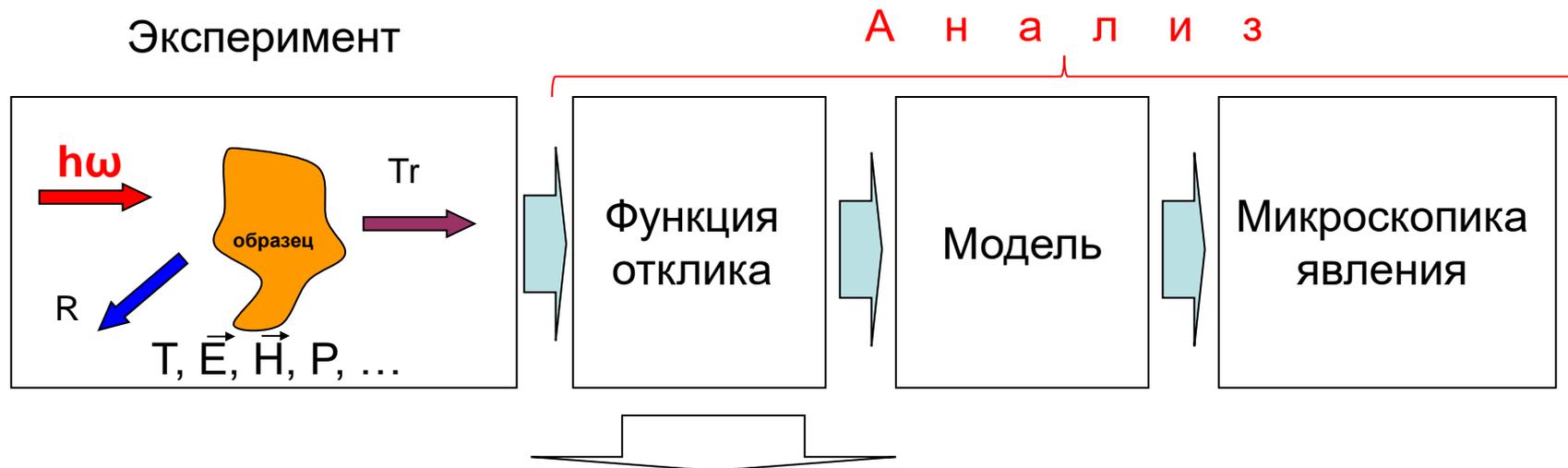
изучение свойств веществ

путём измерения оптического отклика

В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЧАСТОТЫ, ВОЛНОВОГО ВЕКТОРА, ТЕМПЕРАТУРЫ,
МАГНИТНОГО (ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО) ПОЛЯ, ДАВЛЕНИЯ, ...



Оптическая спектроскопия – экспериментальный метод исследования



Функция диэлектрического отклика.
Комплексные:

показатель
преломления

$$n^*(\omega, T, \dots) = n(\omega, T, \dots) + i k(\omega, T, \dots)$$

диэлектрическая
проницаемость

$$\varepsilon^*(\omega, T, \dots) = \varepsilon'(\omega, T, \dots) + i \varepsilon''(\omega, T, \dots)$$

проводимость

$$\sigma^*(\omega, T, \dots) = \sigma_1(\omega, T, \dots) + i \sigma_2(\omega, T, \dots)$$

поверхностный
импеданс

$$Z_s(\omega, T, \dots) = R_s(\omega, T, \dots) + i X_s(\omega, T, \dots)$$

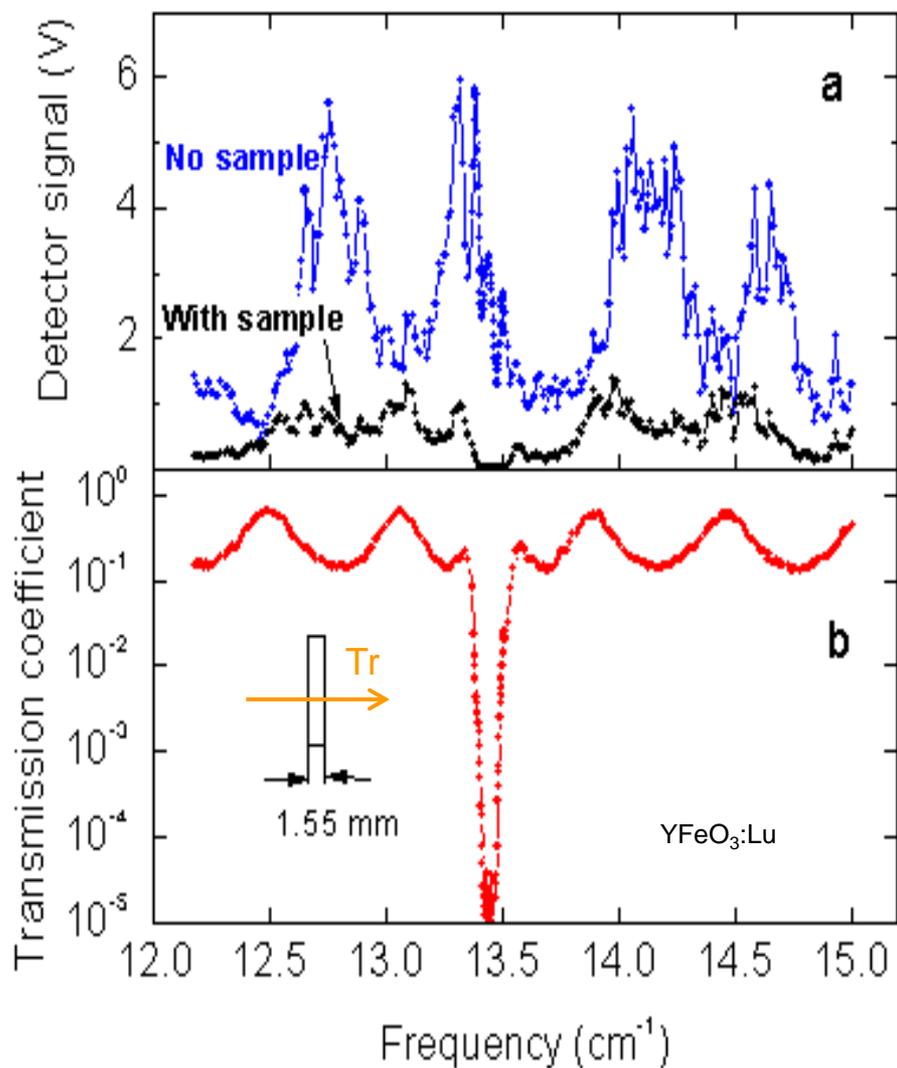
оптические частоты
и выше

инфракрасный
диапазон

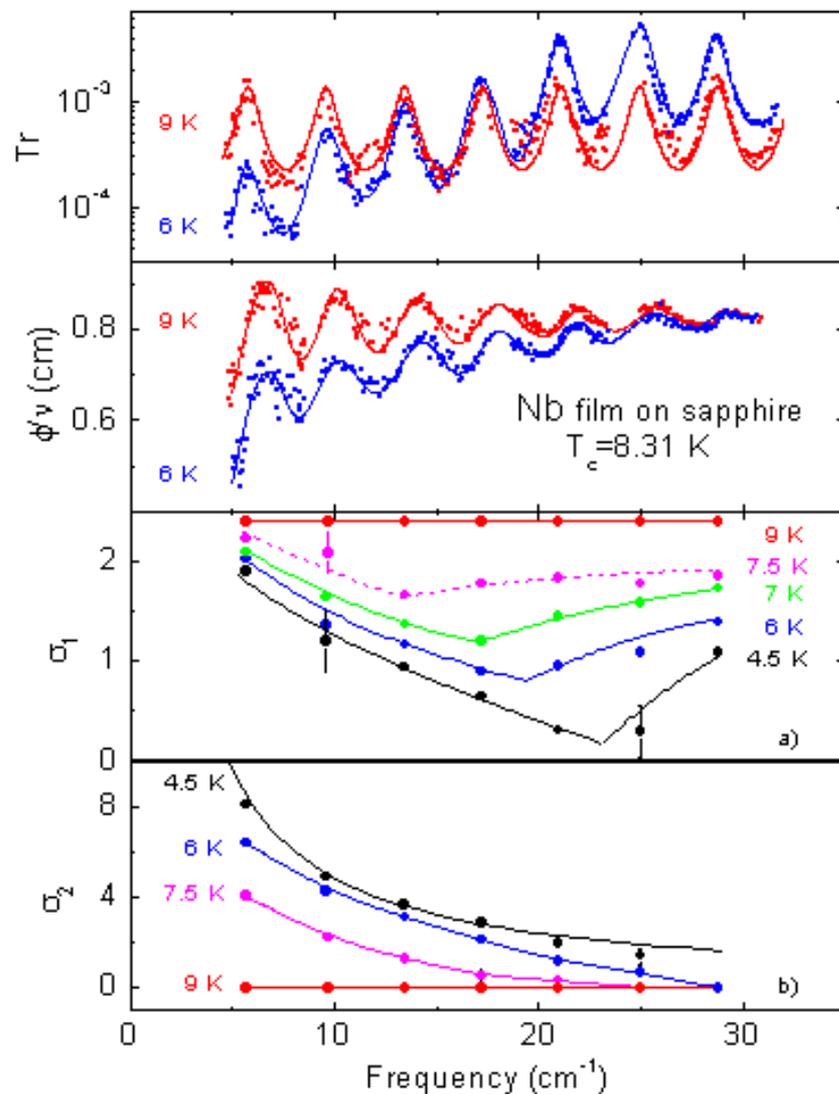
СВЧ

Спектроскопия: пример

Магнитная линия поглощения



Энергетическая щель в сверхпроводнике



Характерные энергии физических явлений в твёрдых телах

ТЯЖ. ФЕРМИОНЫ, 1,2-м проводники

ВСП ВЗП

СТЁКЛА

БКШ СВЕРХПР-КИ

ВТСП

ПОЛУПРОВОДНИКИ

СП квазичастицы

ВТСП псевдощель

затухание
 $1/\tau$

сверхпроводящая щель
джозефсоновский плазмон

поляроны

гибридизационная щель

корреляционная щель

релаксация

локализация

коллект. моды

фононы

зонная стр-ра

тяж. ферм. плазмон

мобильные ионы

межзонные переходы

Энергия (мэВ)

10^{-5} 10^{-4} 10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 10^0 10^1 10^2 10^3 10^4

10^{-5} 10^{-4} 10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 10^0 10^1 10^2 10^3 10^4 10^5

Частота (см^{-1})

аудио-радио

СВЧ

Субмм, ТГц

ДИК

ИК

вид.

УФ

$\lambda > a$

$\lambda \approx a$

$\lambda < a$

Спектроскопические методы

аудио-радио

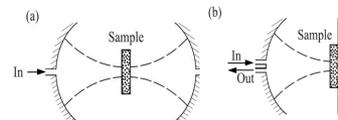
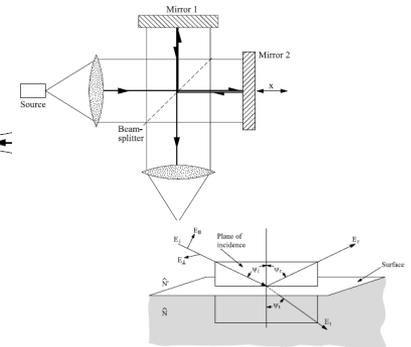
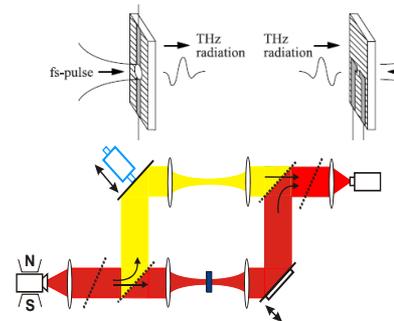
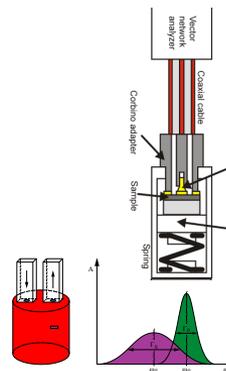
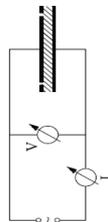
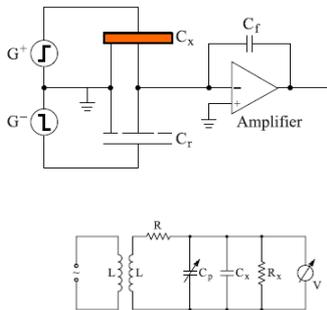
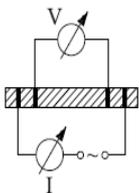
СВЧ

субмм ДИК

ИК

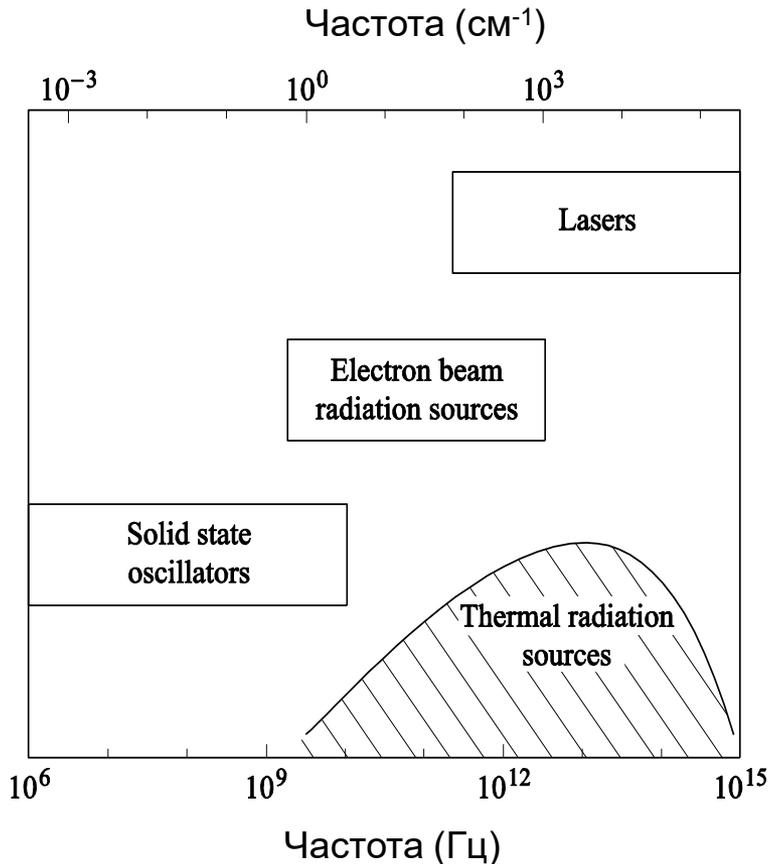
вид.

УФ

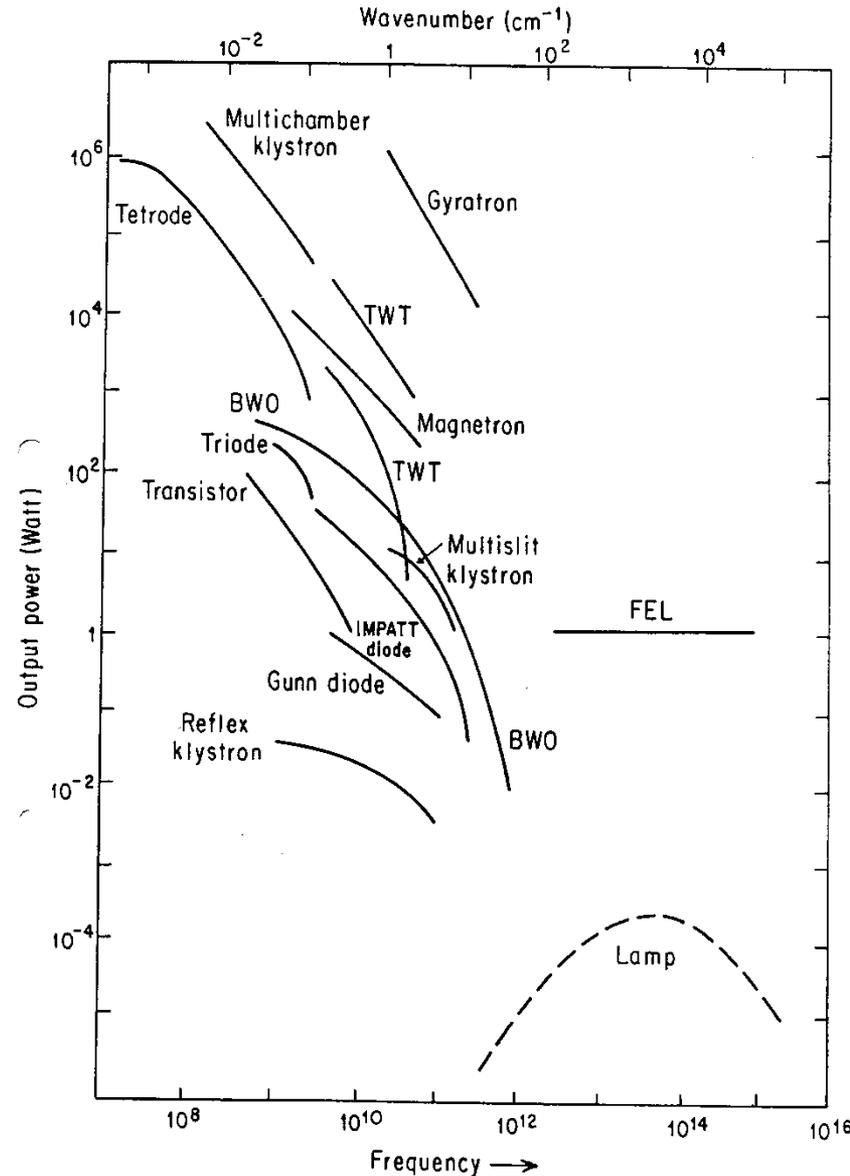


Источники излучения

- **микроволны** – п/п элементы. Диоды Ганна, клистроны, ЛБВ, ...
- **ИК** – тепловые источники. Глобар (globar), Hg дуговые лампы, лазеры
- **видимая область** – тепловые источники, лазеры
- **УФ** - Hg дуговые лампы, лазеры

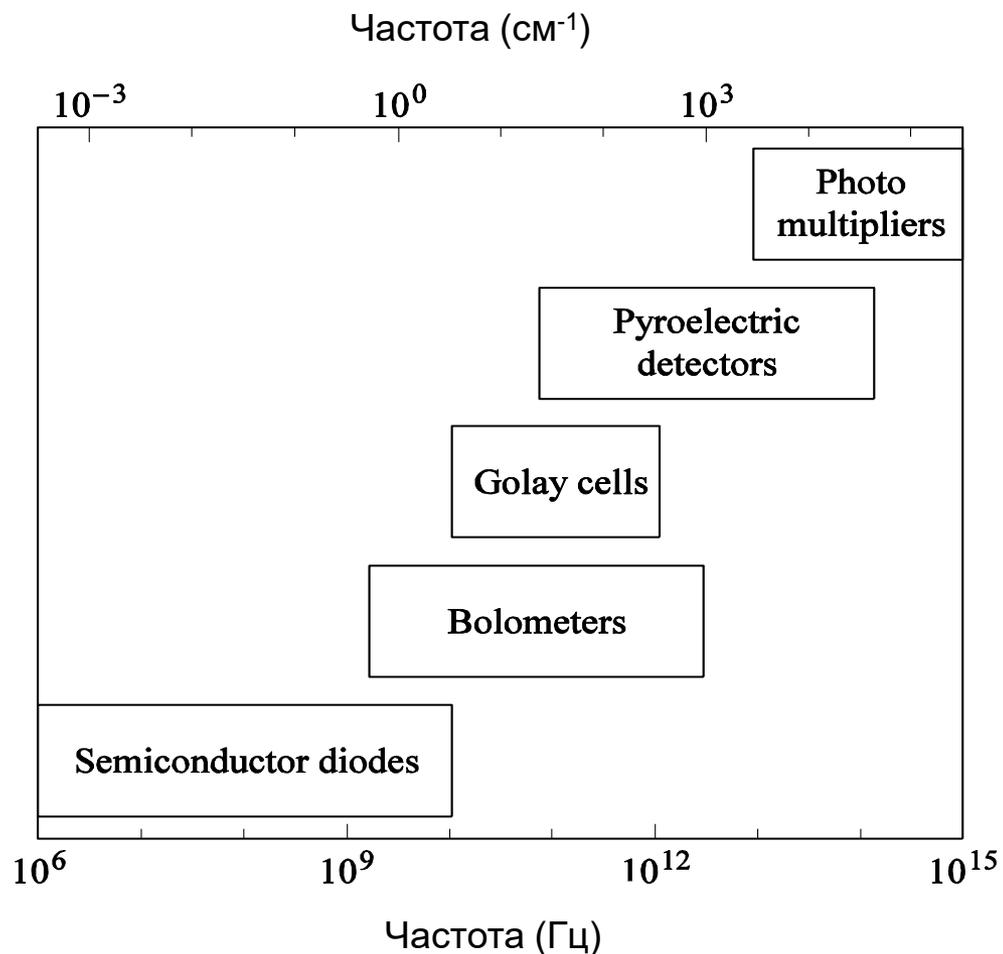


Интенсивность падает с ростом частоты



Детекторы (приёмники) излучения

- микроволны п/п диоды, болометры
- ИК фотодиоды, болометры
- видимая область фотоумножители, фотодиоды
- УФ фотоумножители



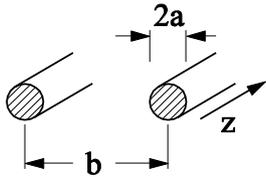
Методы спектроскопии



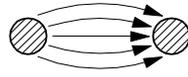
Распространение электромагнитных волн. Проводные линии и волноводы



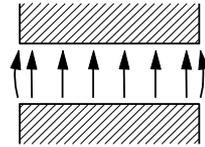
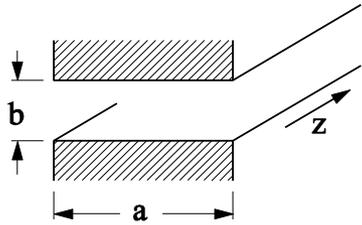
Конструкция



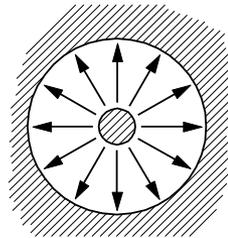
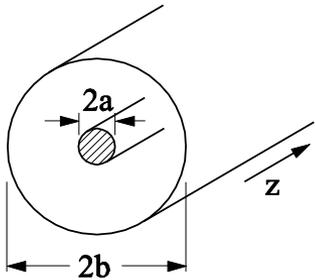
Конфигурация электр. поля



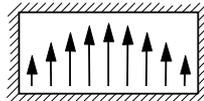
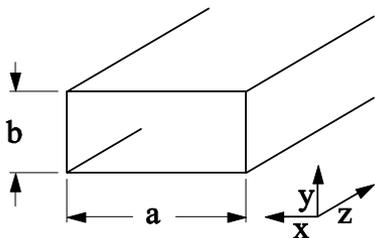
Двухпроводные линии



Две поверхности

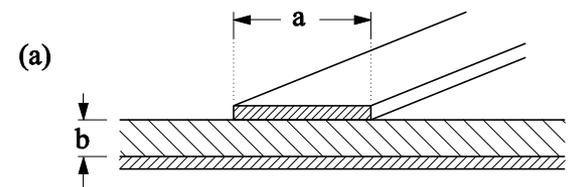


Коаксиальный волновод

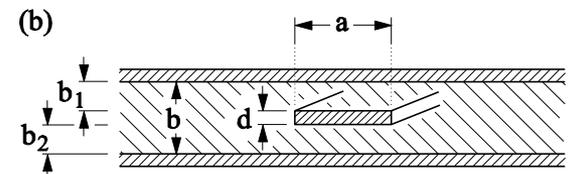


Полый прямоугольный волновод

Полосковые линии



Диэлектрические волноводы



Принципы оптической спектроскопии

Общий случай: 4 неизвестные оптически характеристики: ϵ' , ϵ'' , μ' , μ''

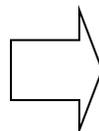


Необходимо измерение 4-х независимых экспериментальных величин

Немагнитная среда: $\mu' = 1$, $\mu'' = 0$: необходимо измерение 2-х экспериментальных величин

1

Частотно-зависимый отклик объекта
(монохроматическая спектроскопия)
(frequency-domain spectroscopy)



На фиксированной частоте ω :
(частота сканируется)

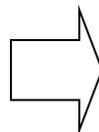
$$\left. \begin{aligned} P_1(\epsilon', \epsilon'') &= P_{\text{изм.}} \\ P_2(\epsilon', \epsilon'') &= P_{\text{изм.}} \end{aligned} \right\} \epsilon', \epsilon''$$

Параметры P:

R, C
Tr, ϕ_{tr} , r, ϕ_r
 R_S , X_S

2

Временно-зависимый отклик объекта
(time-domain spectroscopy)

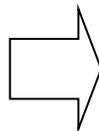


Реакция объекта на «ступеньку»
или на импульс напряжения



3

Фурье-спектроскопия



Широкополосный источник излучения + интерферометр



Фурье-анализ

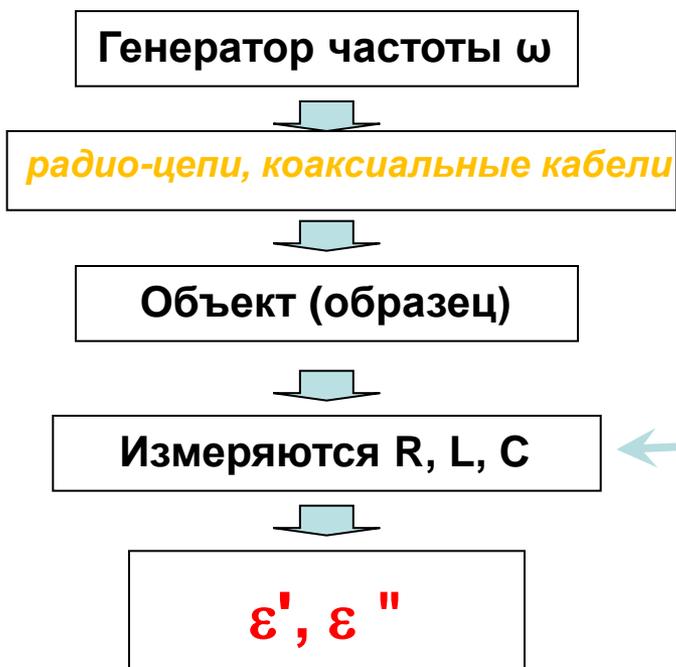


Спектры ϵ' , ϵ''

Спектроскопия с **частотным** разрешением. (Frequency-domain spectroscopy)

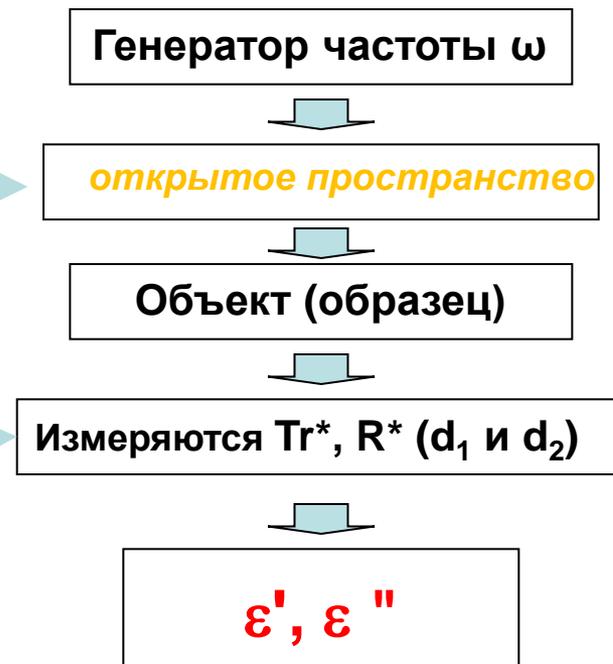
Аудио-радио-мм диапазоны.

$$\lambda \gg a$$

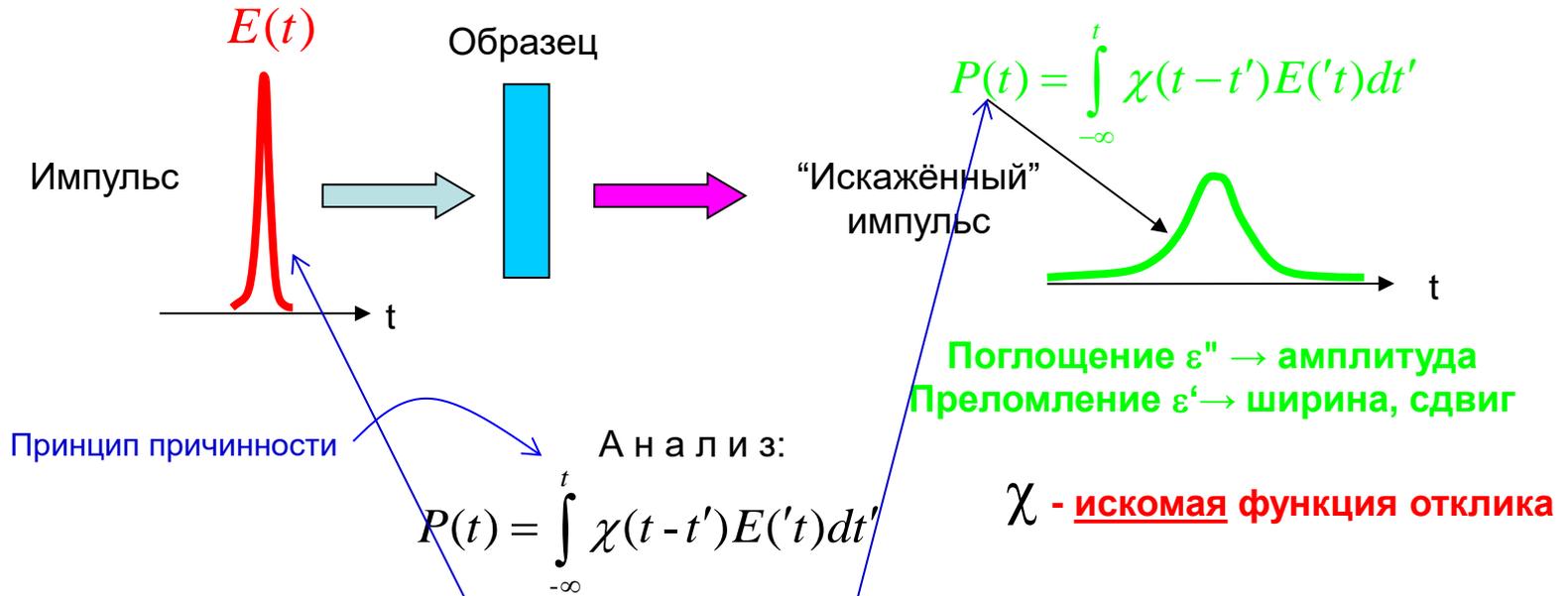


ИК – оптический диапазоны.

$$\lambda \ll a$$



Спектроскопия с **временным** разрешением. (Time-domain spectroscopy). Принцип.



Фурье-компонента: $P(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P(t) \exp\{-i\omega t\} dt = \chi(\omega) E(\omega)$

$$\chi(\omega) = \frac{1}{E(\omega)} \int_{-\infty}^{\infty} P(t) \exp\{-i\omega t\} dt$$

Например,
«размытая» ступенька

Фронт $E(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ E_0(1 - \exp\{-\eta t\}) & t > 0 \end{cases}$

полуширина

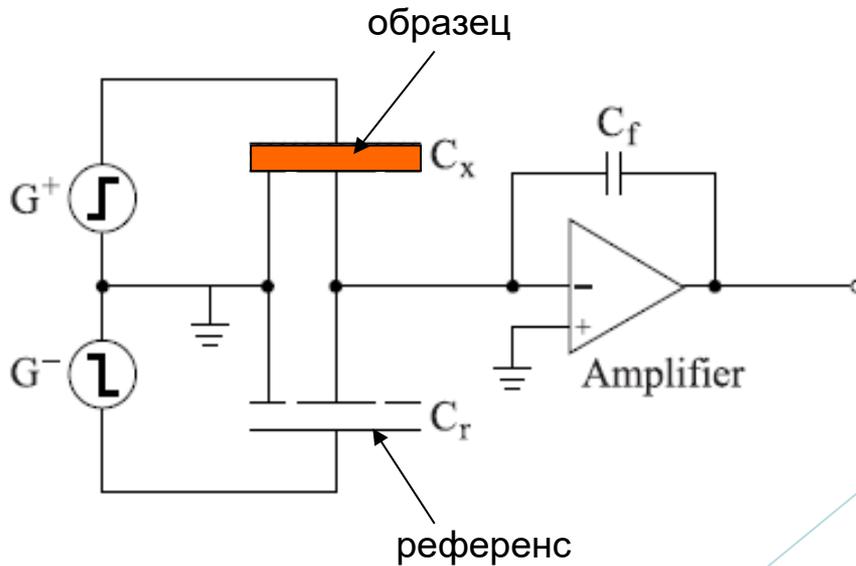
$$\chi(\omega) = \frac{1}{E_0} \frac{\eta^2 + \omega^2}{\eta} \int_{-\infty}^{\infty} P(t) \exp\{-i\omega t\} dt$$

Спектроскопия с временным разрешением. *Методы.*

Низкочастотная область: импульс + образец в конденсаторе: зарядка/разрядка

Высокочастотная часть: импульс + образец в открытом пространстве: искажение импульса

Низкие частоты ($10^{-6} - 10^6$ Гц): аудио-радио частоты

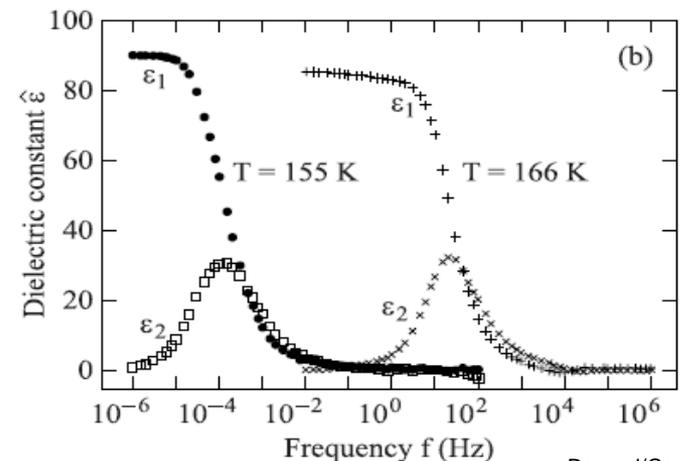
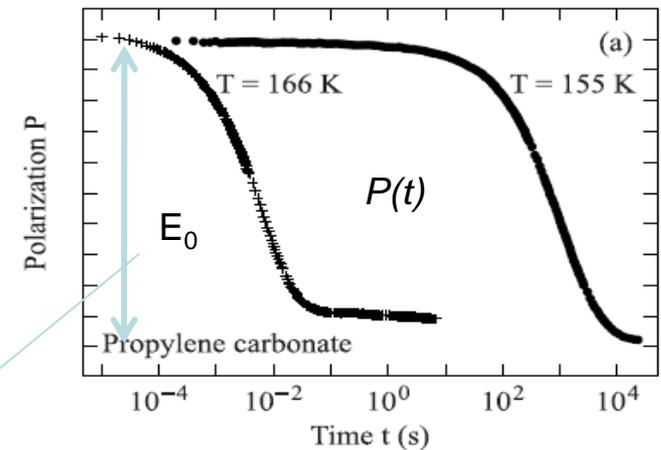


Ступенька:

$$\epsilon_1(\omega) = 1 + 4\pi \int_0^{\infty} \frac{J(t)}{E_0} \cos\{-\omega t\} dt$$

$$\epsilon_2(\omega) = 4\pi \int_0^{\infty} \frac{J(t)}{E_0} \sin\{-\omega t\} dt \quad .$$

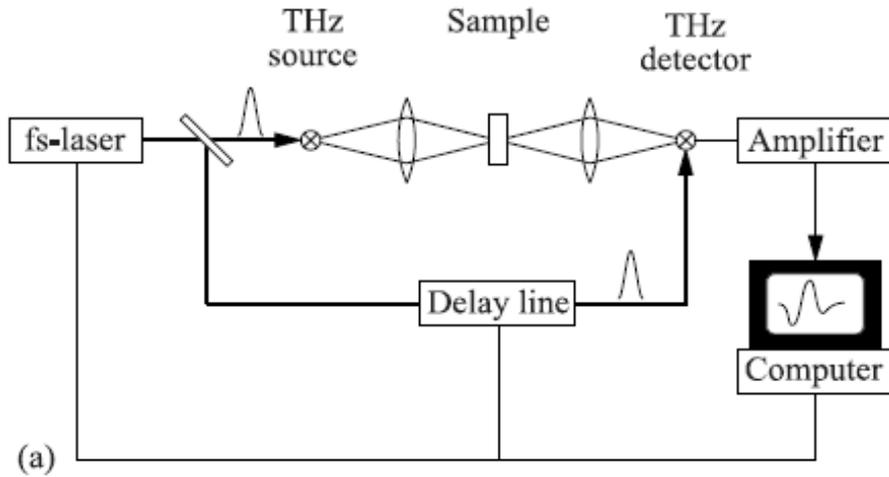
Пример



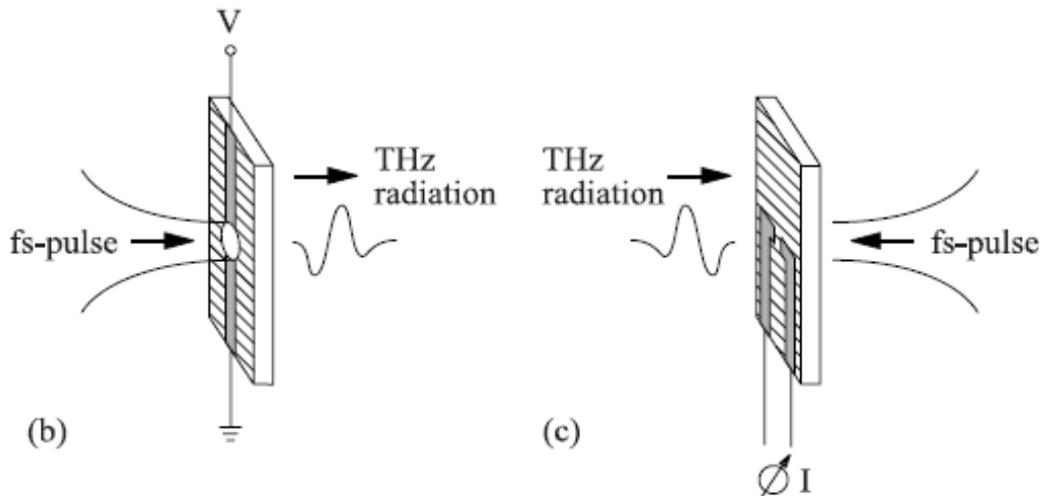
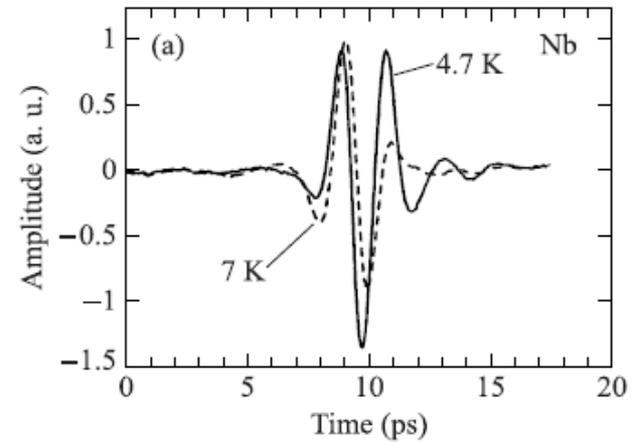
Спектроскопия с временным разрешением. *Методы.*

Терагерцы

Кабели/волноводы не годятся (потери) → квазиоптика (открытое пространство)
Конденсаторы → **оптические** импульсы

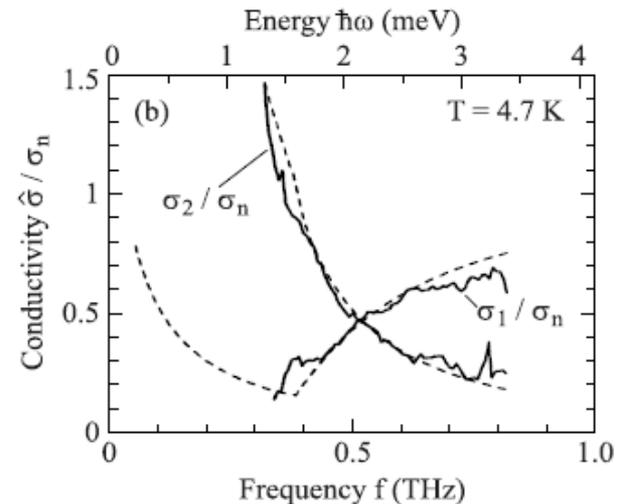


Пример



генератор импульса

детектор (антенна)



Фурье-спектроскопия. (10 – 10 000) см⁻¹; СВЧ.

Метод/анализ.

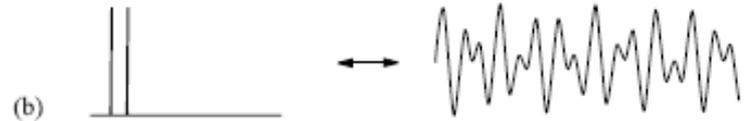


Интенсивность на детекторе = f (разность хода)

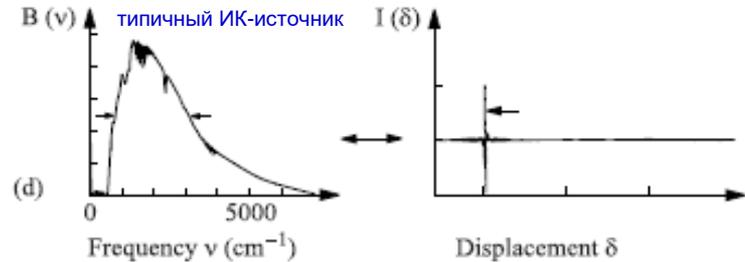
монохроматическое излучение



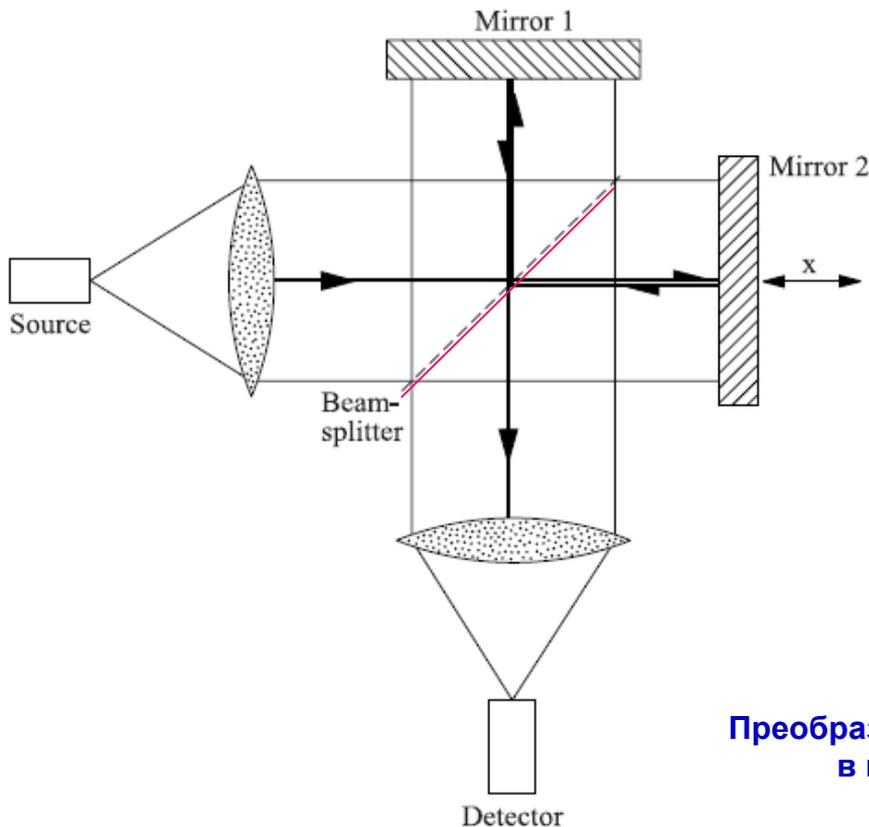
две частоты



Лоренциан



Интерферометр Майкельсона



Преобразование временной/частотной зависимости поля излучения в пространственную зависимость сигнала на приёмнике

Фурье-спектроскопия. Анализ.

На делителе (*beamsplitter*) два пучка:

$$E_R(\delta, \nu) d\nu = |\hat{r}||\hat{t}| E_0(\nu) \left[\exp\{i(4\pi\nu L - \omega t)\} + \exp\{i[2\pi\nu(2L + \delta) - \omega t]\} \right] d\nu$$

Интенсивность на детекторе на фиксированных частоте и разности хода:

$\nu = 1/\lambda$ –
ВОЛНОВОЕ ЧИСЛО

$$I(\delta, \nu) d\nu \propto E_0^2(\nu) [1 + \cos\{2\pi\nu\delta\}] d\nu$$

Интегральная (по частотам) интенсивность $|E_R|^2$:

$$I(\delta) \propto \int_0^{\infty} E_0^2(\nu) [1 + \cos\{2\pi\nu\delta\}] d\nu$$

Записывают как:

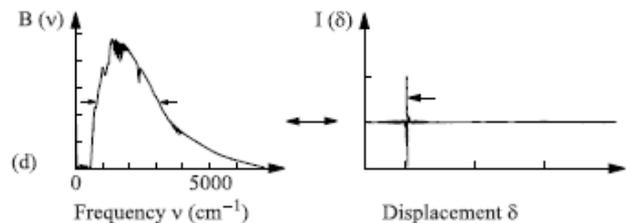
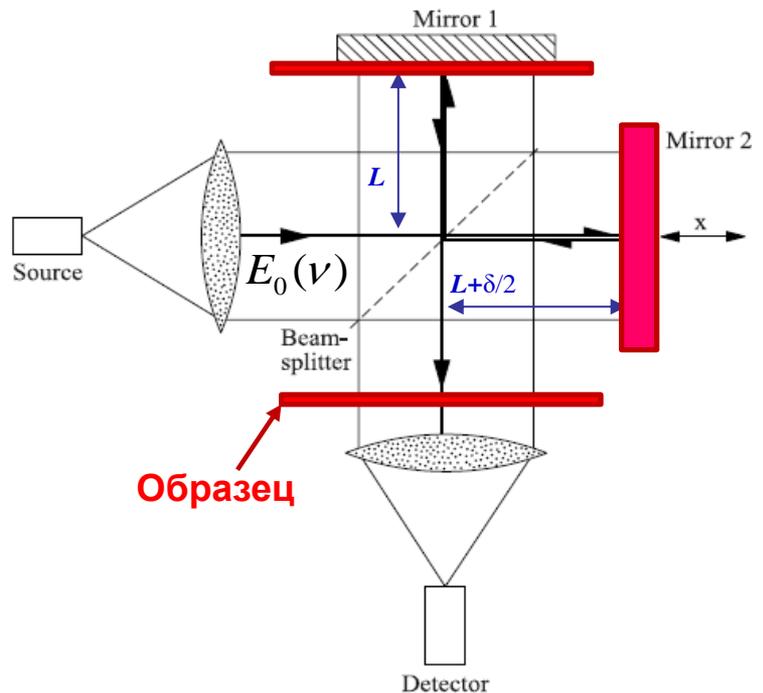
$$\left[I(\delta) - \frac{1}{2} I(0) \right] \propto \int_0^{\infty} E_0^2(\nu) \cos\{2\pi\nu\delta\} d\nu$$

интерферограмма

Обратное Фурье-преобразование

$$B(\nu) \approx E_0^2(\nu) \propto \int_0^{\infty} \left[I(\delta) - \frac{1}{2} I(0) \right] \cos\{2\pi\nu\delta\} d\delta$$

Т.е. измерил $I(\delta) \rightarrow$ рассчитал $B(\nu)$

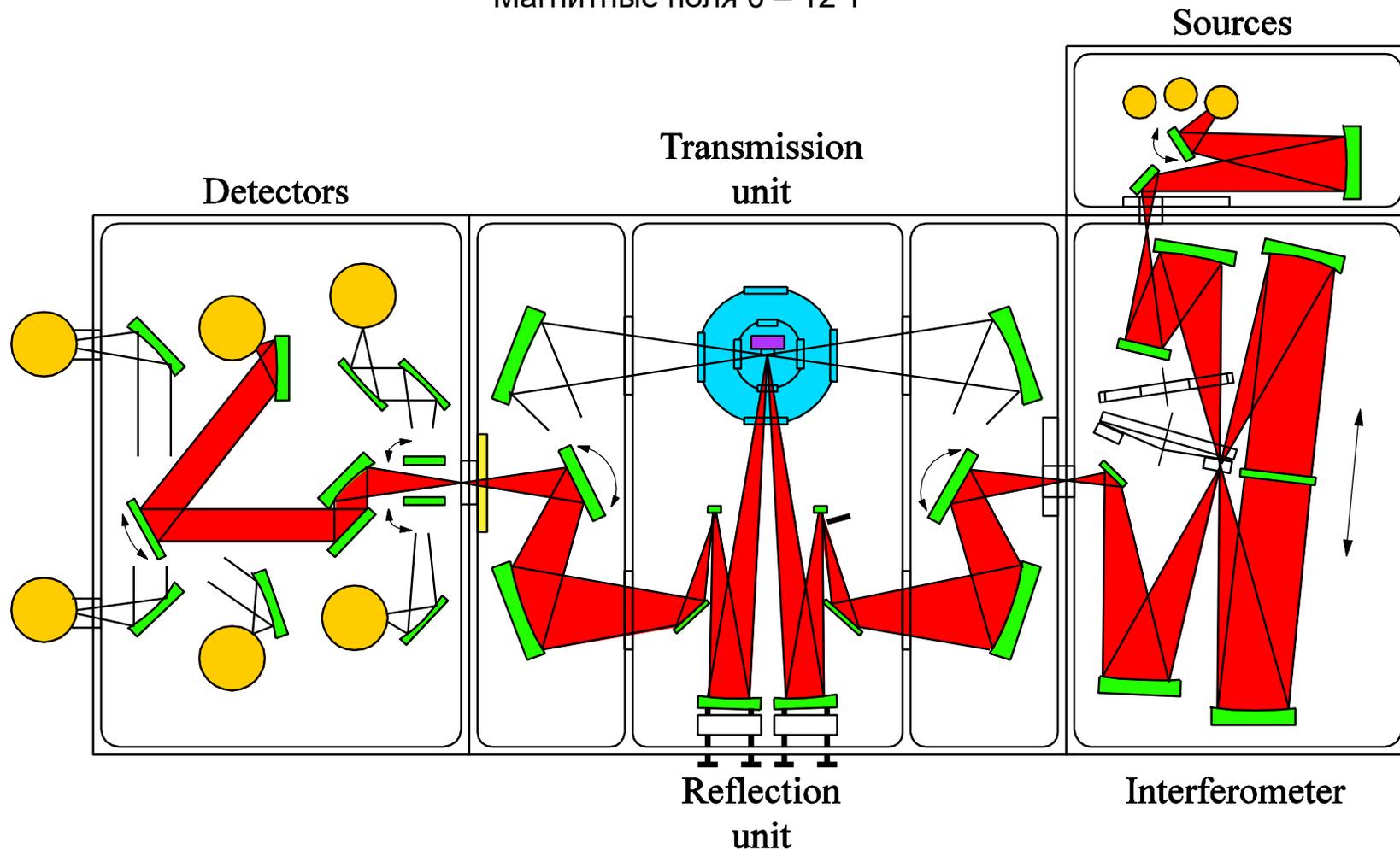


Фурье-спектрометр фирмы Брукер.

Частоты: 10 – 30 000 cm^{-1}

Температуры: 3 – 300 К

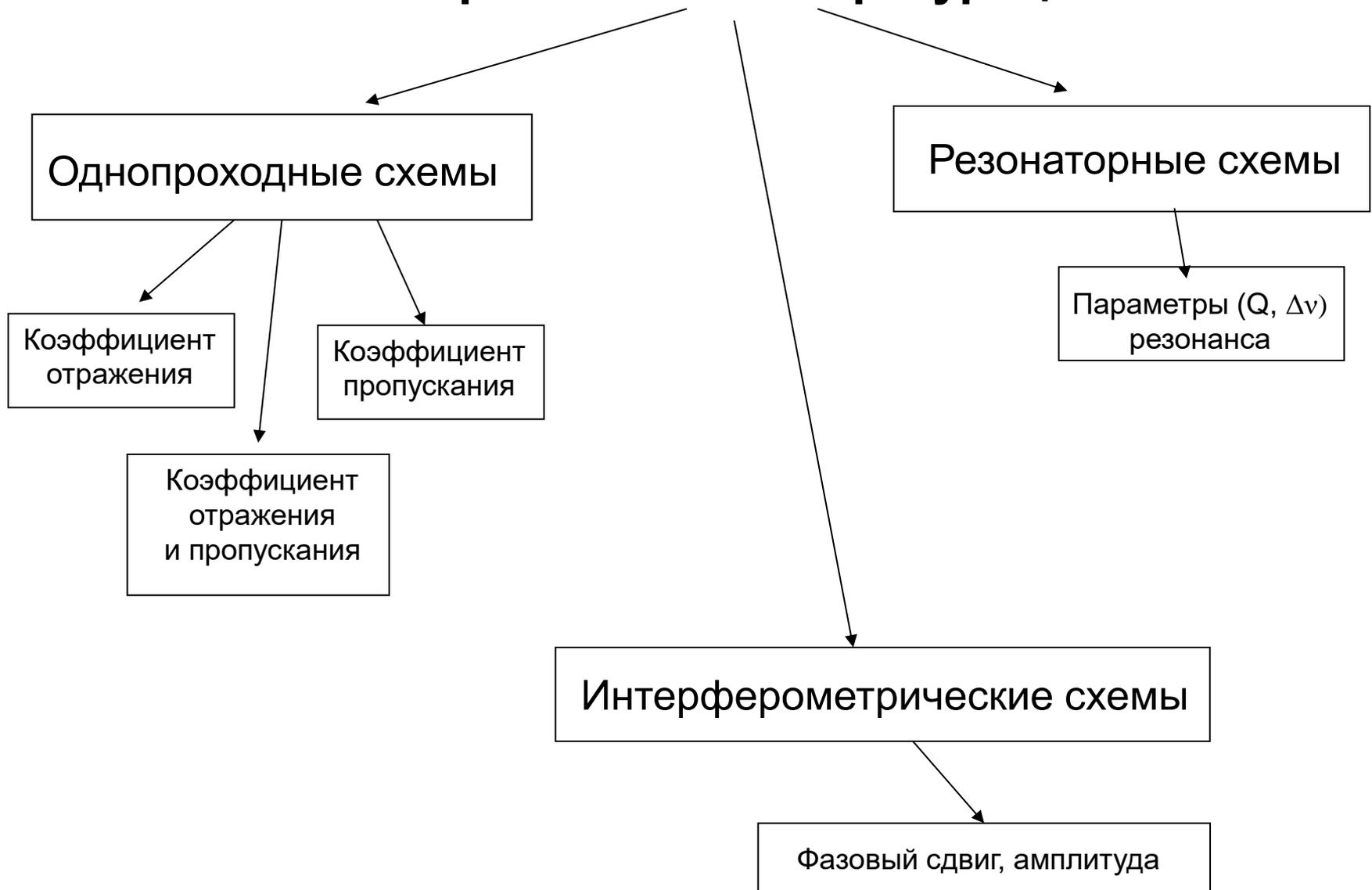
Магнитные поля 0 – 12 Т



Фурье-спектрометр фирмы Брукер: работа.



Измерительные конфигурации.

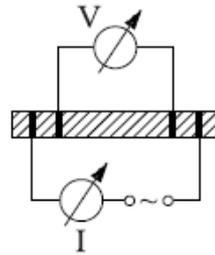
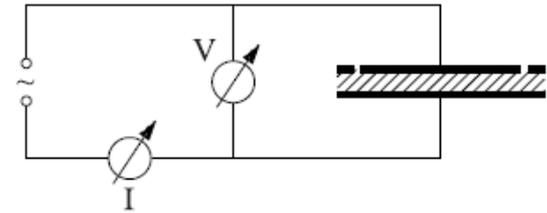


Измерительные конфигурации. Однопроходные схемы. Радио, СВЧ.

Низкие частоты
(аудио, радио)

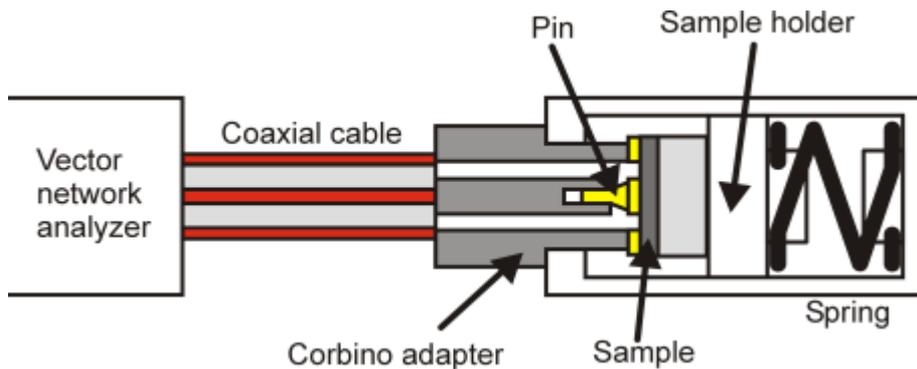
диэлектрик

проводник



Метод Корбино (Corbino)

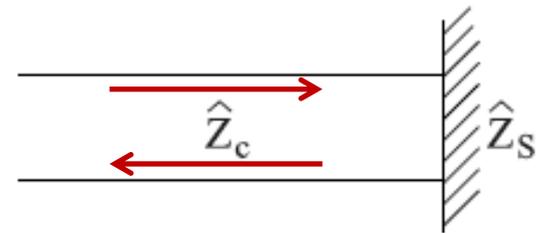
45 МГц – 20 ГГц



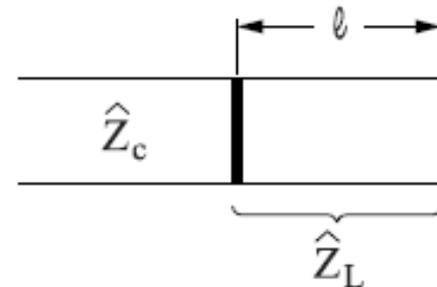
СВЧ
(МГц – 50 ГГц)

передающие линии
(волноводы, кабели, полосы, ...)

проводник

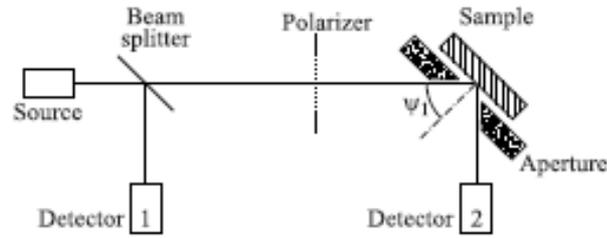


диэлектрик

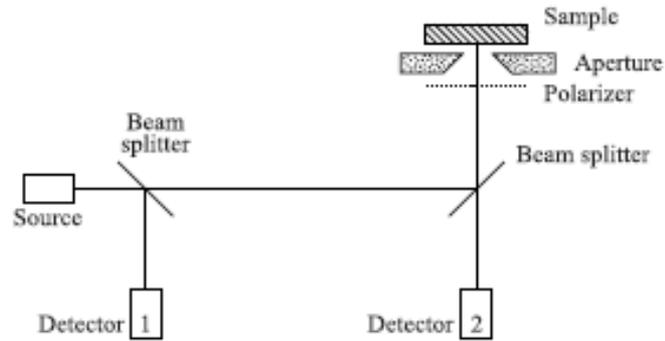


Измерительные конфигурации. Однопроходные схемы. ТГц, ИК.

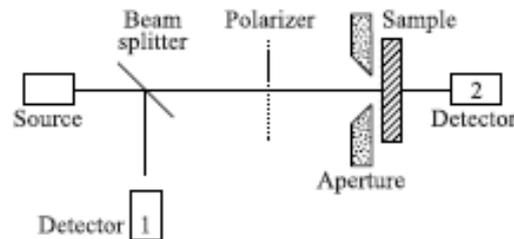
Оптические схемы: $\lambda < 1$ мм; частота > 300 ГГц



Коэффициент отражения
при наклонном падении



Коэффициент отражения
при нормальном падении



Коэффициент пропускания

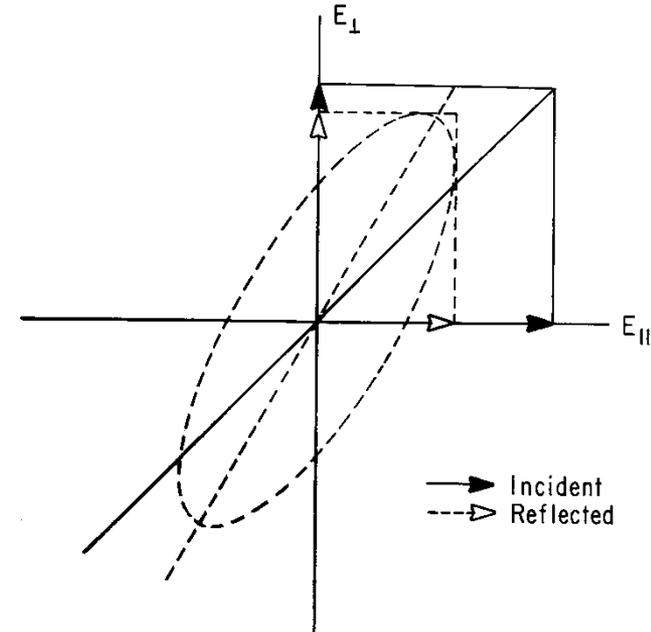
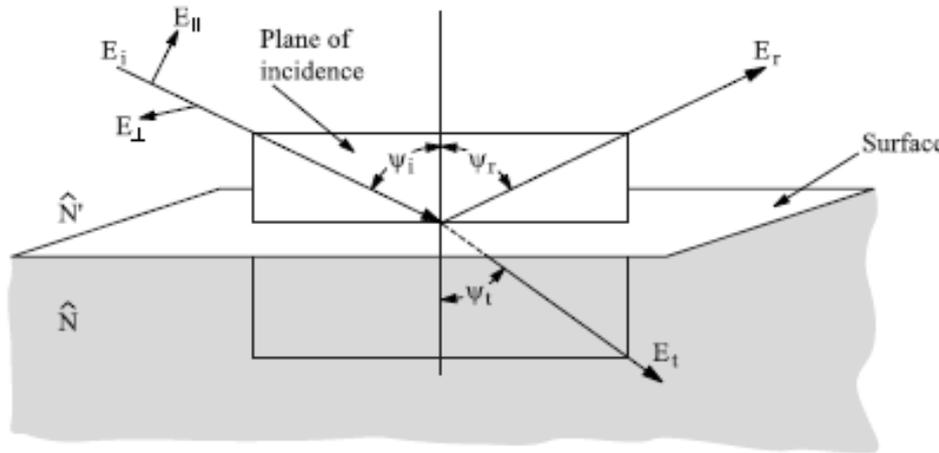
Измерительные конфигурации.

Однопроходные схемы.

Эллипсометрия. Далёкий-ИК – УФ.

Измеряется отношение комплексных коэффициентов отражения p- и s- компонент

$$\rho^* = \frac{r_{\parallel}^*}{r_{\perp}^*} = \operatorname{tg}(\theta) \exp(i\Delta) \quad \operatorname{tg}(\theta) = \frac{r_{\parallel}}{r_{\perp}}; \Delta = \varphi_{\parallel}^R - \varphi_{\perp}^R$$

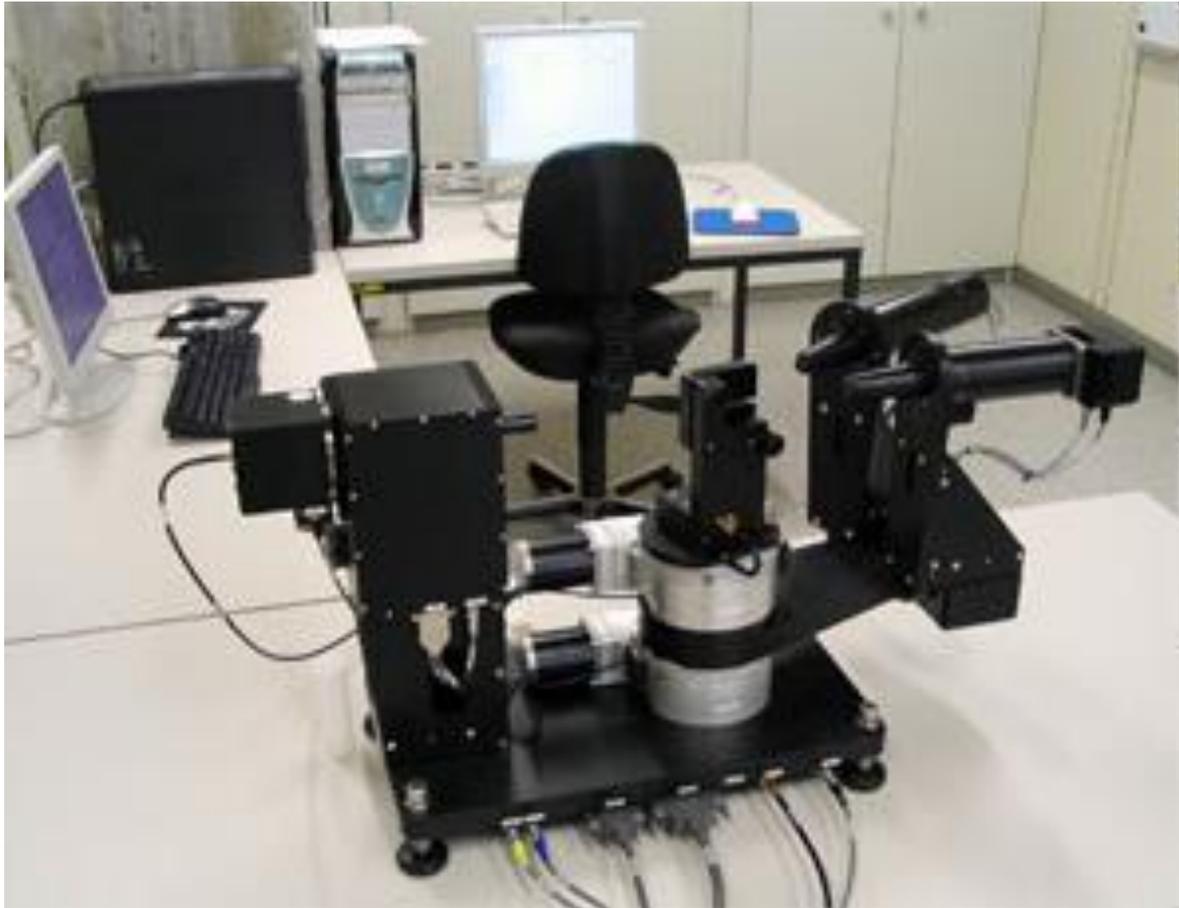


«Полубесконечный» образец:

$$\epsilon_1 = \sin^2\{\psi_i\} \left[1 + \frac{\tan^2\{\psi_i\} (\cos^2\{2\theta\} - \sin^2\{\Delta\} \sin^2\{2\theta\})}{(1 + \sin 2\{\theta\} \cos\{\Delta\})^2} \right]$$

$$\epsilon_2 = \sin^2\{\psi_i\} \frac{\tan^2\{\psi_i\} \sin\{4\theta\} \sin\{\Delta\}}{(1 + \sin\{2\theta\} \cos\{\Delta\})^2} .$$

VASE type (Variable Angle Spectroscopic Ellipsometers) ЭЛЛИПСОМЕТР



spectral range:

230 - 2200 nm, 5,39 - 0,56 eV, 43478 - 4545 cm^{-1}

angle of incident: 20 - 90 Grad

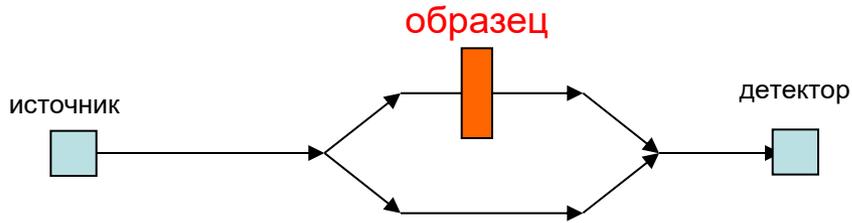
source: Xe arc lamp

detector: Si-photodiode: UV - VIS

Si/InGaAs-photodiode: ExNIR - IR

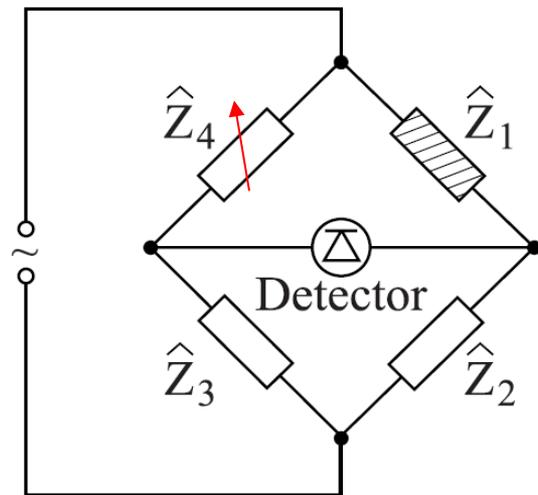
Измерительные конфигурации.

Интерферометрические схемы.

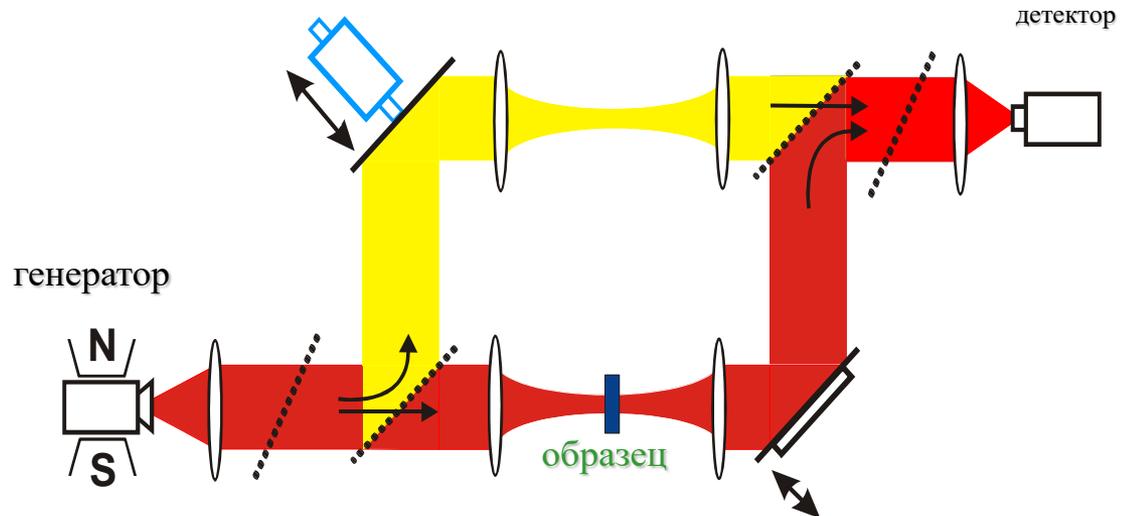


- фазовый сдвиг
 - изменение амплитуды
- } ϵ', ϵ''

Радиочастотные
мостовые схемы



Интерферометр Маха-Цандера
(Рождественского)
мм волны – видимая область



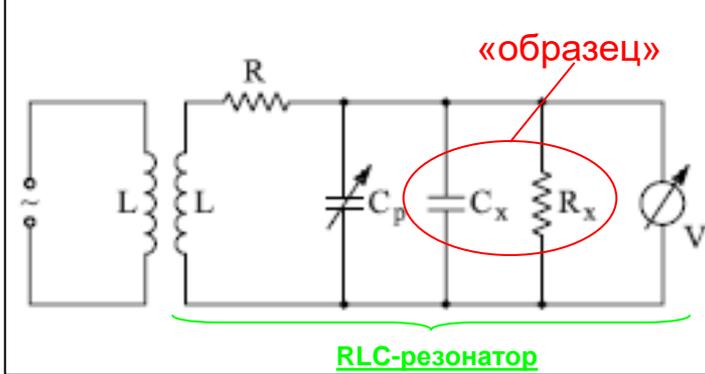
Измерительные конфигурации.

Резонаторные схемы.

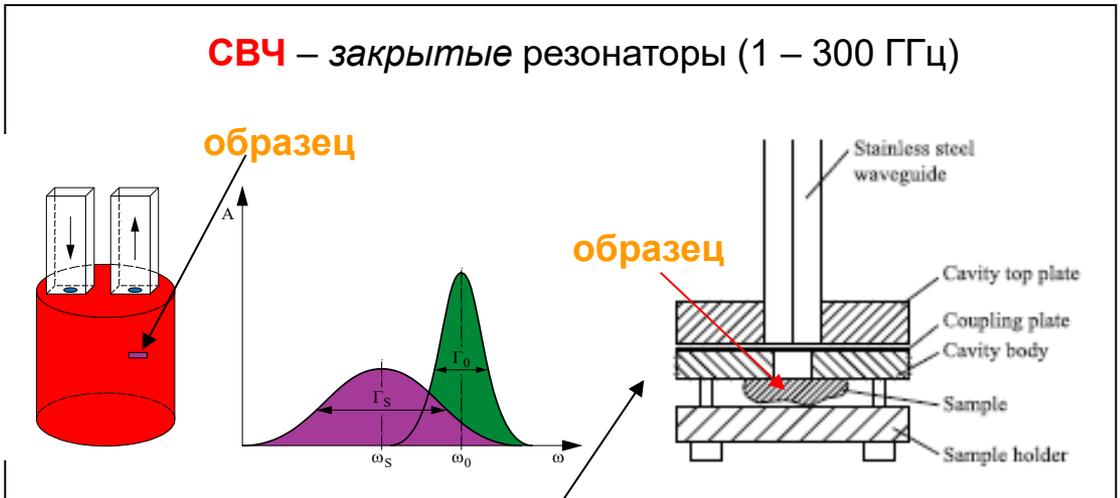
Увеличение чувствительности в Q раз (Q – добротность резонатора)

Изменение Q
Сдвиг резонансной частоты } ϵ', ϵ''

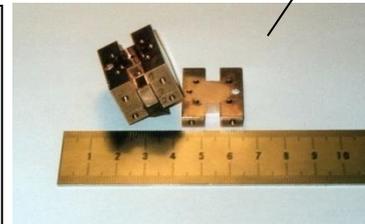
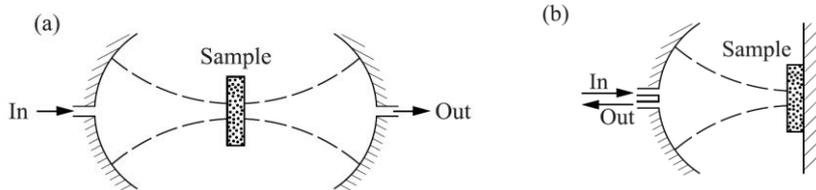
Радиочастотные резонансные схемы



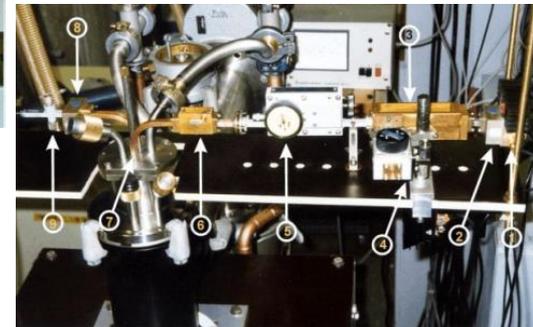
СВЧ – закрытые резонаторы (1 – 300 ГГц)



Открытые резонаторы (1 – 100 см⁻¹)

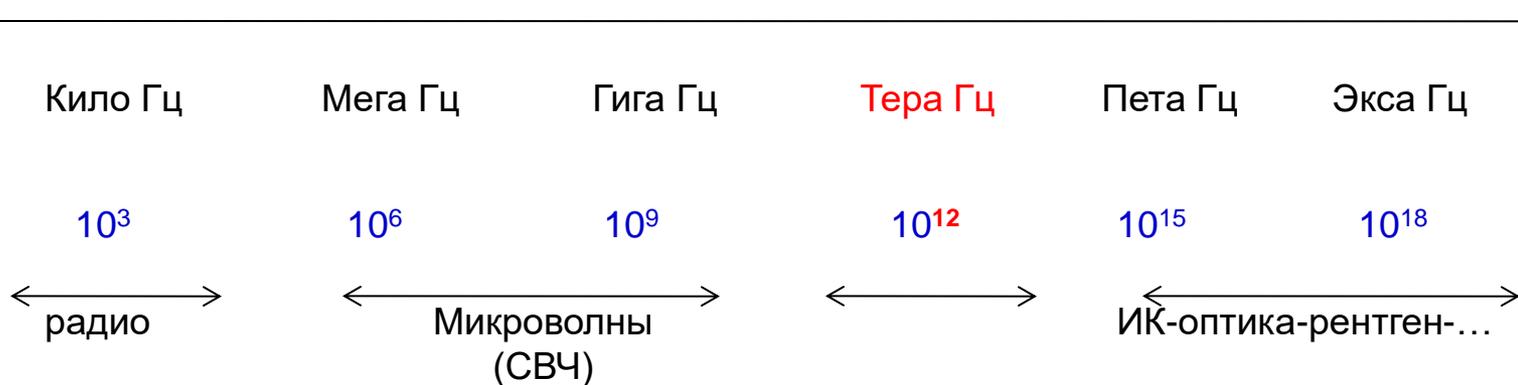


Эксп. установка

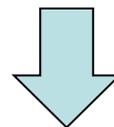


ТераГерцовая спектроскопия

Ч а с т о т а



**Терагерцовый
Провал
 10^{11} Гц- 10^{12} Гц**

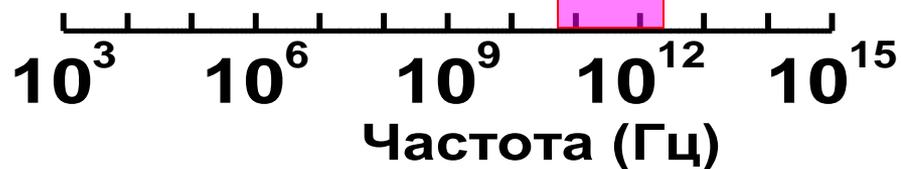


Аудио, радио, ...

Оптика ...

СВЧ

ИК

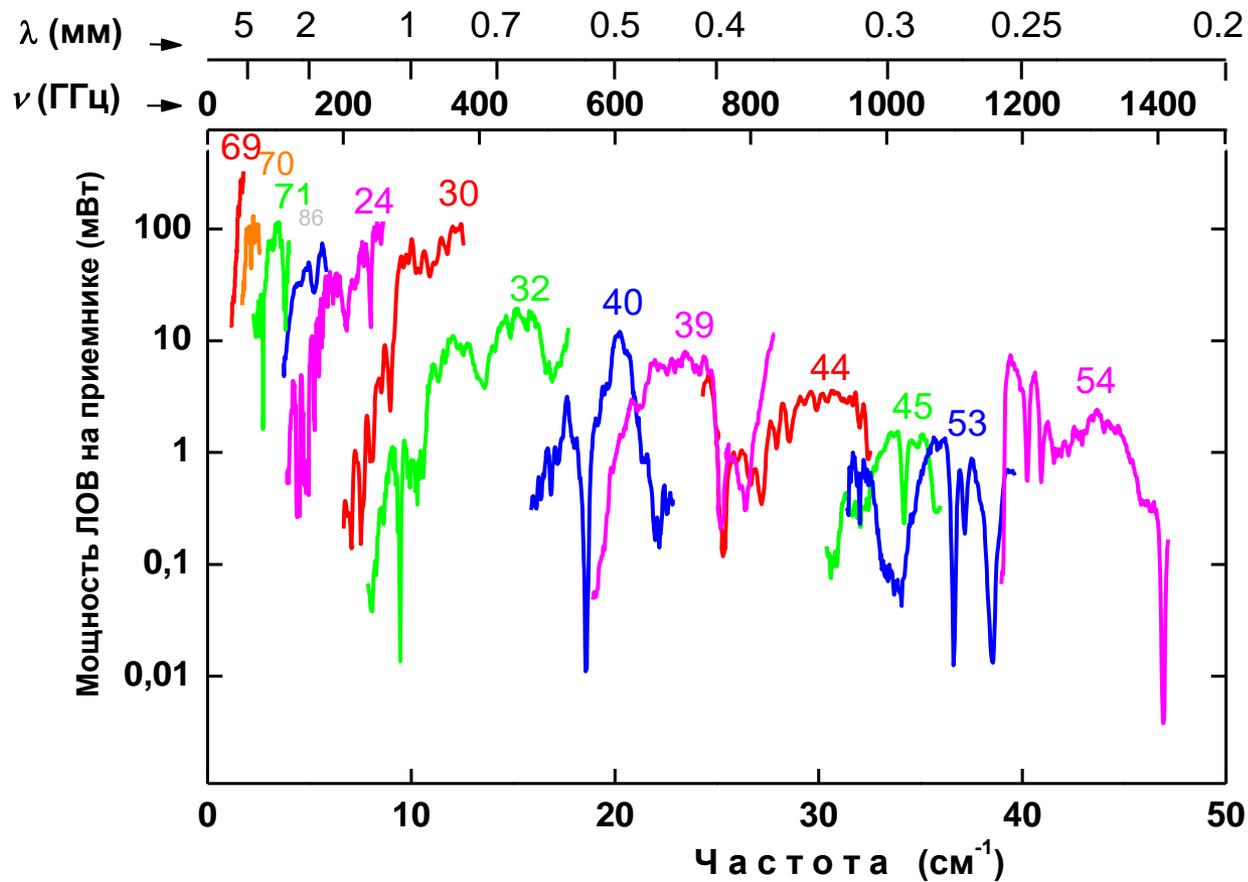


Лампы Обратной Волны

30 ГГц - 180 ГГц

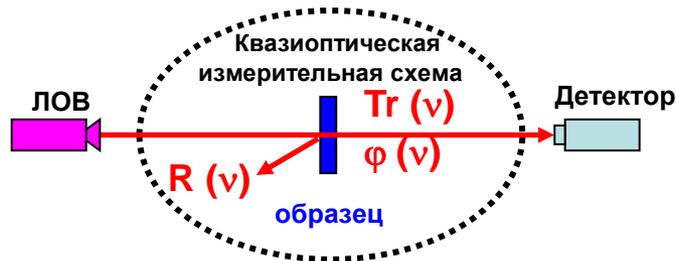


180 ГГц - 1450 ГГц



Терагерцовый ЛОВ – спектрометр (частоты 0.03 ТГц – 1.5 ТГц) (энергии 0.13 мэВ – 6 мэВ)

Принцип



Спектры
 $Tr(v), \phi(v), R(v)$

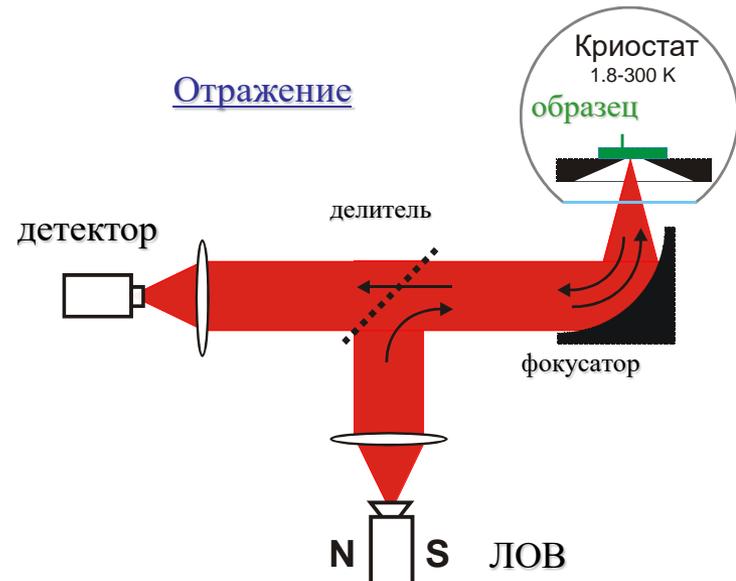
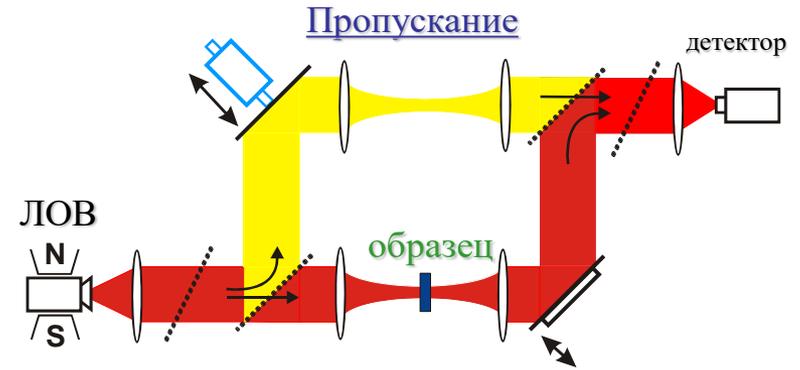
Система уравнений относительно n и k :

$$\begin{cases} Tr_{\text{эксп.}} = Tr(n, k) & \text{формулы Френеля} \\ \phi_{\text{эксп.}} = \phi(n, k) & \text{Френеля} \end{cases}$$

Спектры диэлектрических констант:

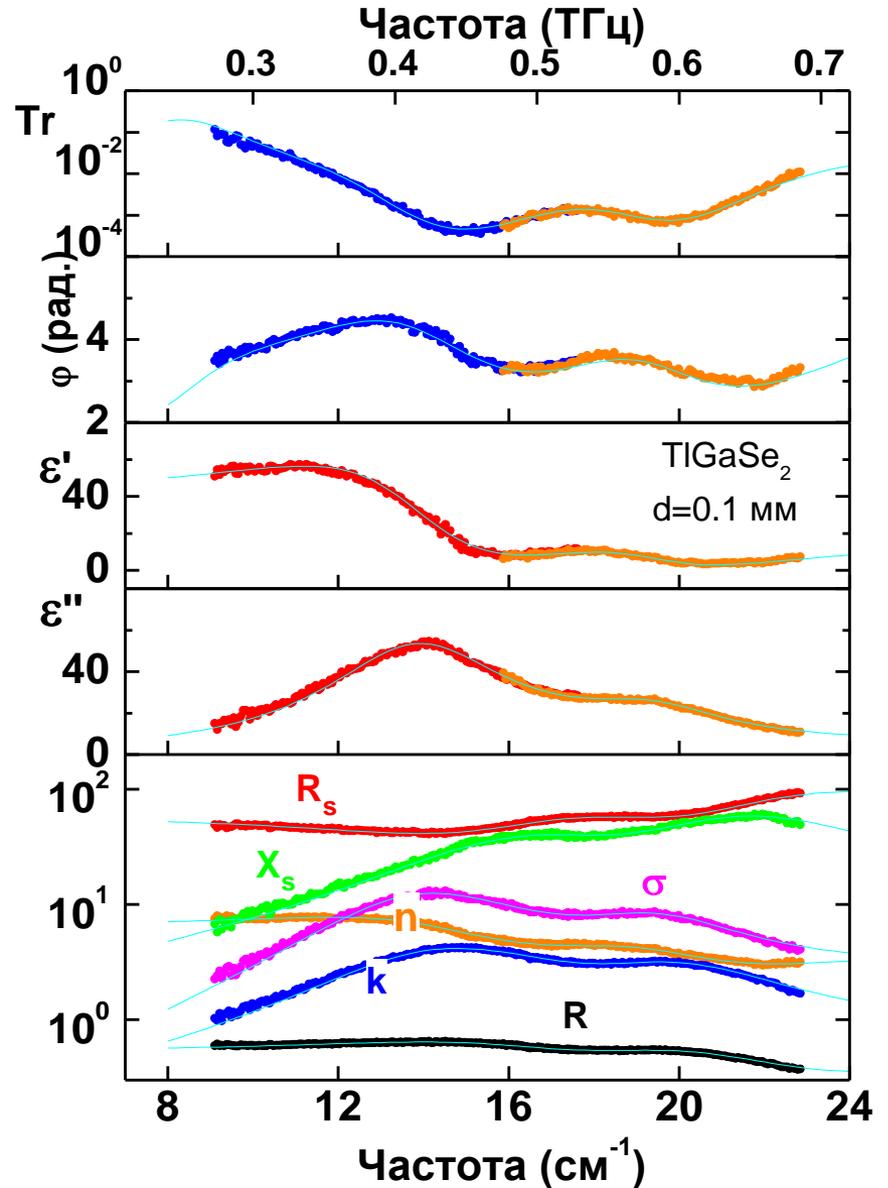
$n(v), k(v), \epsilon'(v), \epsilon''(v), \sigma_1(v), \sigma_2(v), R_S(v), X_S(v), \mu', \mu'', \dots$

Схемы



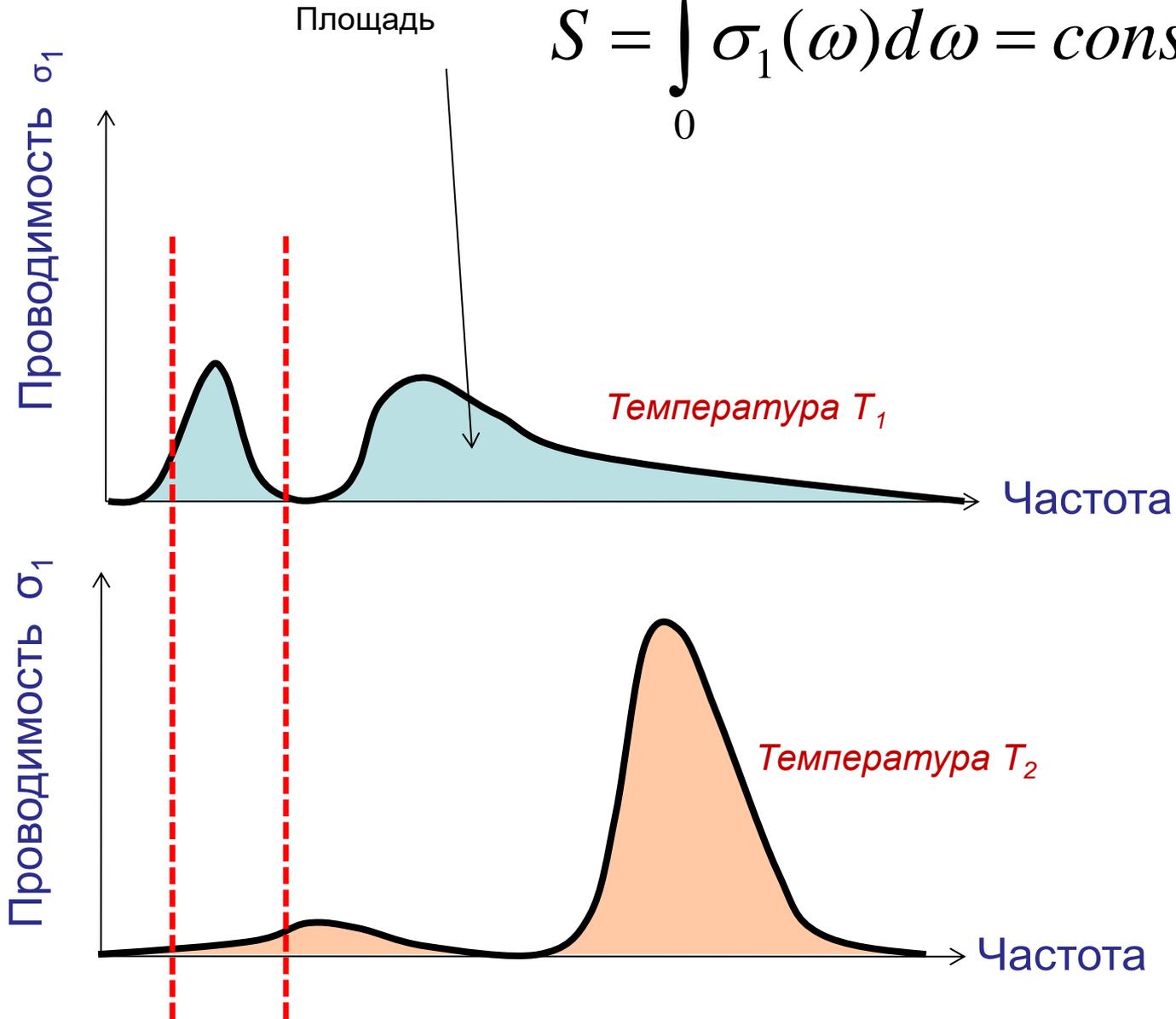
Комплексный коэффициент пропускания $T^* = Tr \cdot \exp(i\varphi)$

ТГц спектрометр, ЛК 130

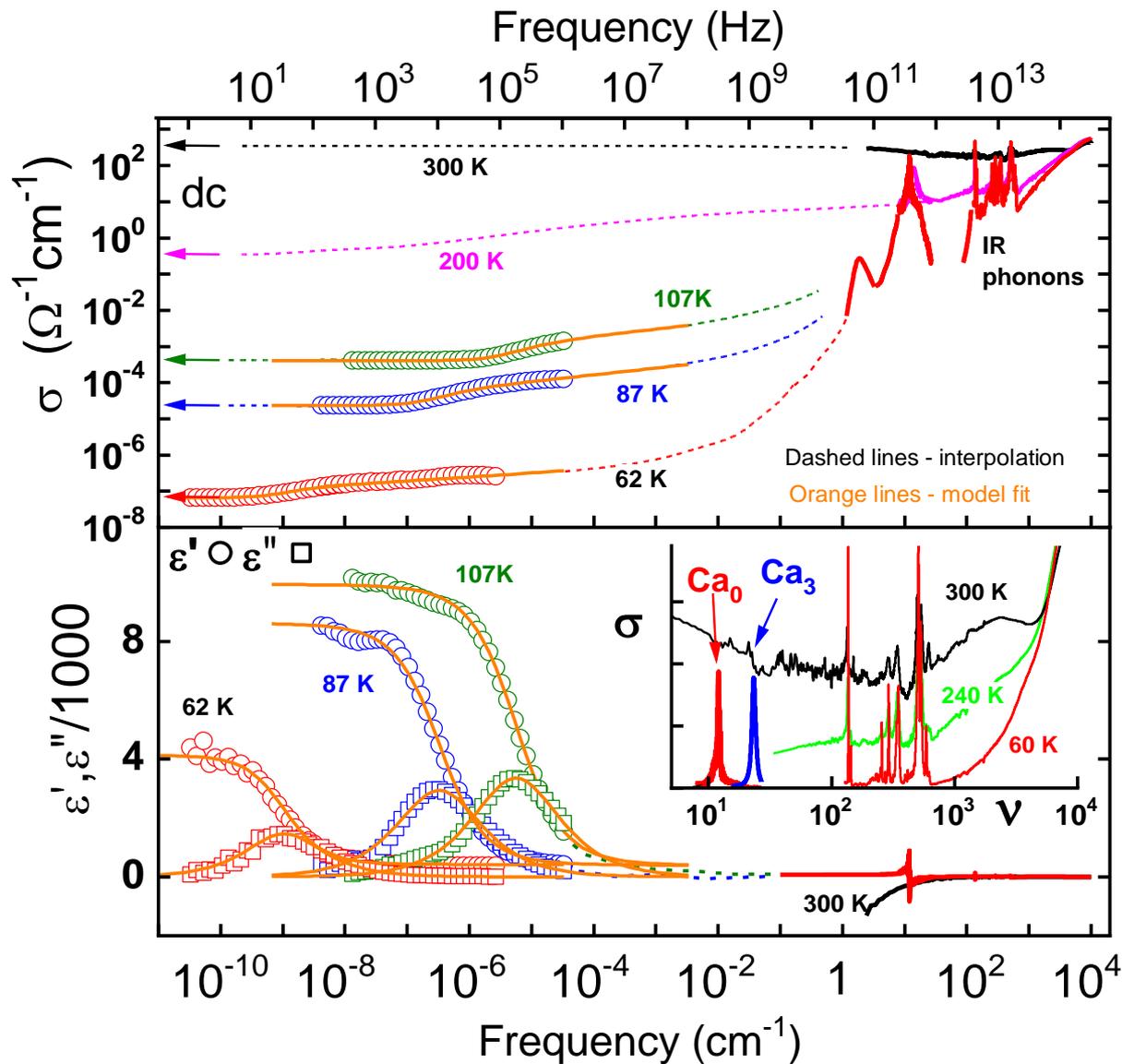


Правило сумм для проводимости

$$S = \int_0^{\infty} \sigma_1(\omega) d\omega = const$$



ПАНОРАМНАЯ спектроскопия



ТГц-ИК спектрометры (130 ЛК)

Монохроматический терагерцовый ЛОВ-спектрометр

- ❑ Spectral range: **0.03 THz – 1.5 THz**;
- ❑ Temperature range: 2 K – 450 K;
- ❑ Spectral resolution: 10^{-6}
- ❑ Dynamical range: 10^5

Импульсные терагерцовые спектрометры TeraView и Menlo systems

- ❑ Spectral range: **0.3 THz – 3.5 THz**;
- ❑ THz Imaging system;
- ❑ Temperature range: 2 K – 450 K;
- ❑ Spectral resolution: 3 GHz
- ❑ Dynamical range: 60 dB

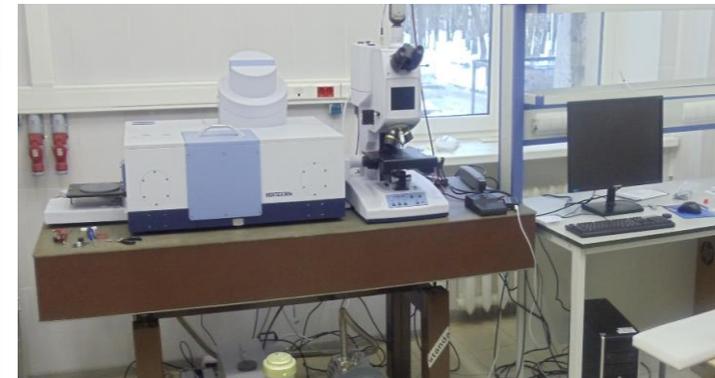
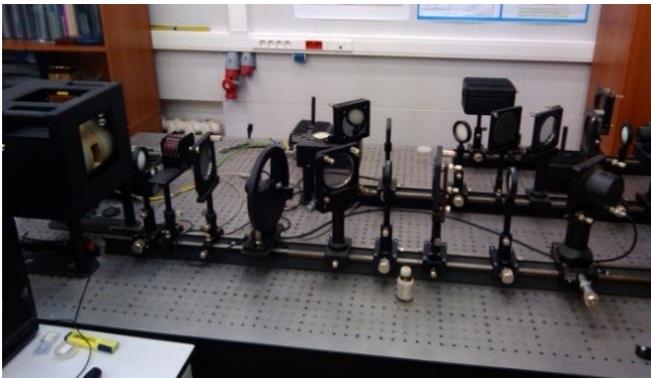
Радиочастоты. Анализатор импеданса MFA, Zurich Instruments

- Frequency range : **1 Гц – 3 МГц**
- Temperature range : 2 – 300 K.



Инфракрасный Фурье-спектрометр Vertex 80v

- Frequency range : **$5 \text{ cm}^{-1} - 25\,000 \text{ cm}^{-1}$**
- Frequency resolution : 0.06 cm^{-1} .
- Temperature range : 2 – 600 K.



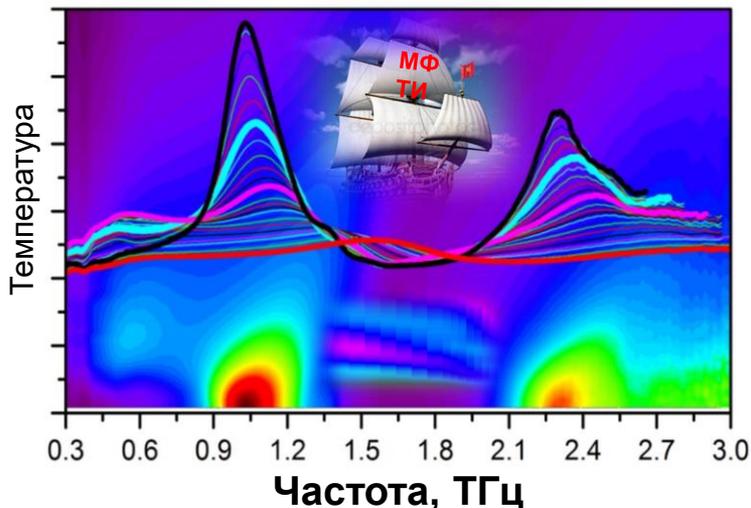
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕРАГЕРЦОВОЙ СПЕКТРОСКОПИИ МФТИ



<https://mipt.ru/thz>

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕРАГЕРЦОВОЙ СПЕКТРОСКОПИИ МФТИ

По терагерцовым волнам



Incipient ferroelectricity of water molecules confined to nano-channels of beryl;
Dielectric ordering in dipolar lattice of water in cordierite;
Resonant Terahertz Detection Using Graphene Plasmons;
Ultrastrong coupling between nanoparticle plasmons and cavity photons at ambient conditions



High Coercivity Hexaferrite Ceramics Featuring Sub-Terahertz Ferromagnetic Resonance



Multifunctional Elastic Nanocomposites with Extremely Low Concentrations of Single-Walled Carbon Nanotubes

RSC Advances

Redox chemistry in the pigment eumelanin as a function of temperature using broadband dielectric spectroscopy

Materials Today

Hexaferrite materials displaying ultra-high coercivity and sub-terahertz ferromagnetic resonance frequencies

ADVANCED SCIENCE

High-quality graphene using Boudouard Reaction

ADVANCED FUNCTIONAL MATERIALS

Lithography for Delicate Materials

npg asia materials

Lead-substituted barium hexaferrite for tunable terahertz optoelectronics



The Higgs mode in disordered superconductors close to a quantum phase transition



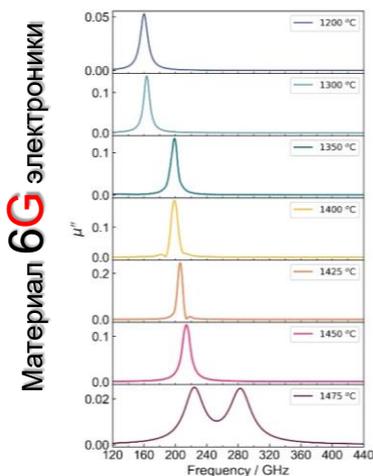
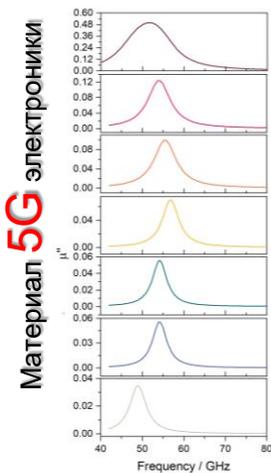
Quantum Spin Liquids Unveil the Genuine Mott State

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕРАГЕРЦОВОЙ СПЕКТРОСКОПИИ МФТИ

Сверхтвердые магниты для 5G/6G электроники

Твердые магниты: частота ФМП 1-10 ГГц,
 Сверхтвердые магниты: 10-50 ГГц (5G связь)
Рекордно-сверхтвердые: 100-1000 ГГц
 (терагерцовый диапазон, частоты связи 6G и выше)

Гексаферрит стронция



T=300 K: 224 ГГц – 270 ГГц *мировые рекорды 2020-2021 гг.*

T=4 K: **500 ГГц**

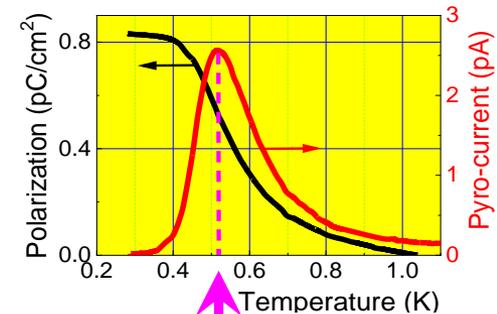
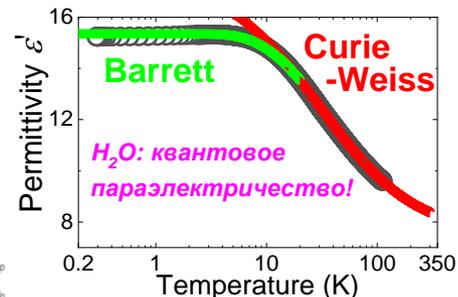
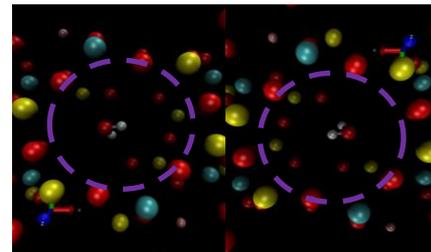
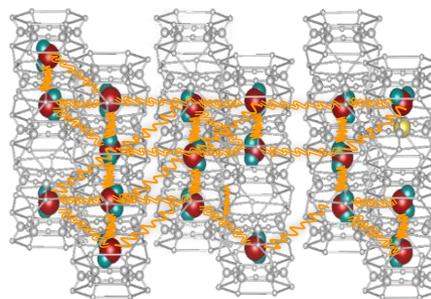
Materials Horizons, Advanced Science, NPG Asia Mater., Materials Today,...

Квантовая физика нано-локализованной воды

Изумруд

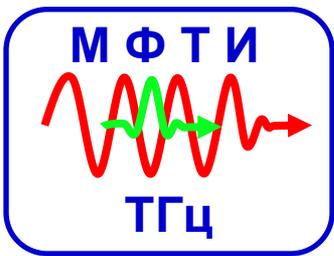


Нано-вода



$T_c = 0.52 \text{ K}$
 H₂O: фазовый переход
 пока неизвестной природы

Nature Communications, Nano Letters, J. Physical Chemistry Letters, ...



Лаборатория терагерцовой Спектроскопии (130 ЛК)



Физика конденсированного состояния

- Коллективные электронные эффекты (сверхпроводники, мультиферроики, ...)
- Физические свойства объектов на наномасштабах.
- Природа фазовых переходов в системах с конкурирующими параметрами порядка.
- Коллективные взаимодействия в одномерных и двумерных органических проводниках и сверхпроводниках.

Биофизика

- Механизмы электронного транспорта в биологических системах.
- Динамика и структурно-функциональная роль кластеров воды в биологических системах.

