
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»
Физтех-школа физики и исследований им. Ландау
Кафедра фундаментальной и прикладной физики микро- и наноструктур

Направление подготовки / специальность: 03.04.01 Прикладные математика и физика

Направленность (профиль) подготовки: Общая и прикладная физика

**ВЛИЯНИЕ ПРИМЕСЕЙ НА ЭФФЕКТ БЛИЗОСТИ В
ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ
СВЕРХПРОВОДНИК/АНТИФЕРРОМАГНЕТИК**

(магистерская диссертация)

Студент:

Бобков Григорий Александрович

(подпись студента)

Научный руководитель:

Голубов Александр Авраамович,
д-р физ.-мат. наук

(подпись научного руководителя)

Консультант (при наличии):

(подпись консультанта)

Москва 2025

Аннотация

Целью данной работы является теоретическое исследование влияния немагнитных примесей на эффект близости в гетероструктурах сверхпроводник/антиферромагнетик. К задачам работы относятся: изучение зависимости критической температуры сверхпроводника в гетероструктуре сверхпроводник/антиферромагнетик (S/AF) от концентрации и силы примесей в сверхпроводящем слое, изучение влияния уровня заполнения зоны проводимости на вышеуказанную зависимость и исследование связанного состояния на одиночной немагнитной примеси в данной гетероструктуре.

Несмотря на кажущуюся невозможность влияния антиферромагнетика на сверхпроводник из-за нулевой суммарной намагниченности, в последние годы показано, что эффект близости на интерфейсе S/AF содержит богатую физику, в первую очередь объясняющуюся особым типом сверхпроводящих корреляций, названных неелевскими. В том числе множество новых эффектов возникает при рассмотрении влияния примесей на такой эффект близости. В результате исследования показано, что немагнитные примеси способны влиять на критическую температуру сверхпроводника в гетероструктурах S/AF как в сторону увеличения, так и сторону уменьшения, хотя для обычного s-волнового сверхпроводника такие примеси не влияют на сверхпроводимость. Кроме того, на немагнитной примеси в тонкопленочной S/AF системе возникают связанные Андреевские состояния, также обладающие рядом особенностей, связанных с неелевскими триплетными корреляциями.

Оглавление

Глава 1. Введение	4
1.1. Влияние примесей на сверхпроводимость в изолированном сверхпроводнике	4
1.2. Эффект близости в гетероструктурах S/AF	5
1.3. Связанные состояния Ю-Шибы-Русинова	8
Глава 2. Влияние примесей на критическую температуру сверх- проводника в бислое S/AF	10
2.1. Используемые методы: уравнения Горькова и Эйленбергера	10
2.2. Восстановление сверхпроводимости примесями в случае по- ловинного заполнения	16
2.3. Подавление сверхпроводимости немагнитными примесями в случае сильного отклонения системы от случая половинного заполнения зоны проводимости	27
2.4. Итоги: общее решение для произвольного уровня заполнения и силы примесей	31
Глава 3. Связанные состояния на одиночной примеси в гете- роструктуре S/AF	33
3.1. Т-матричный подход	33
3.2. Энергия связанного состояния	36
3.3. Анализ различных пространственных масштабов	41
Глава 4. Публикации и доклады на конференциях по теме диплома	49
4.1. Публикации	49
4.2. Доклады на конференциях	49
Список литературы	52

Глава 1

Введение

Данная работа посвящена исследованию влияния примесей на сверхпроводимость в гетероструктурах сверхпроводник/антиферромагнетик. Для последовательного изложения этого вопроса сначала обсудим давно известные в литературе результаты, предваряющие данную тематику. А именно, отдельно влияние примесей на изолированный сверхпроводник, и отдельно эффект близости в гетероструктурах сверхпроводник/антиферромагнетик без учета примесей.

1.1. Влияние примесей на сверхпроводимость в изолированном сверхпроводнике

Можно смело утверждать, что все проводящие материалы содержат центры рассеяния для электронов в том или ином количестве. Это могут быть примесные атомы, вакансии, протяженные дефекты (дислокации), колебания решетки (фононы), границы образца и так далее. Наиболее распространенным способом описывать рассеяние электронов на всех вышеуказанных типах рассеивателей (в дальнейшем для краткости будем использовать единый термин «примеси») является так называемое τ -приближение, когда пренебрегается взаимодействием электрона проводимости с несколькими примесями одновременно и единственной характеристикой примесей является обратное время рассеяния $\frac{1}{\tau_{imp}}$. Тем не менее, даже в данном приближении различные типы примесей влияют на электроны по-разному - а именно, можно разделить все примеси на немагнитные и магнитные. Немагнитными называются те примеси, рассеяние на которых не зависит от спина рассеиваемого электрона. Для магнитных же примесей зависимость присутствует.

Данная работа посвящена роли примесей в сверхпроводящих системах, поэтому сначала приведем известные результаты для влияния примесей на изолированный сверхпроводник. В 1959 году получен результат, известный как теорема Андерсона [1]. Он гласит, что немагнитные примеси в любом количестве не подавляют сверхпроводимость. Разумеется, мы не говорим о столь высоких концентрациях, что, например, произойдет андерсоновский переход проводник/изолятор, после которого исчезает не только сверхпроводимость, но и просто проводимость. Ситуация совершенно меняется при внесении в сверхпроводник магнитной примеси. Вывод теоремы Андерсона опирался на симметрию системы по обращению времени, а так как любой магнетизм, и магнитные примеси в частности, нарушают её, то параметр сверхпроводящего порядка и критическая температура начина-

ют зависеть от обратного времени рассеяния на магнитных примесях [2, 3], а на самих магнитных примесях появляются связанные состояния, также называемые состояниями Ю-Шибы-Русинова [4–6], см. далее.

Вышеописанный результат справедлив для сверхпроводников с синглетным, однозонным спариванием s-типа. В более общем случае теорема Андерсона может нарушаться, например межзонная сверхпроводимость может разрушаться даже немагнитными примесями, осуществляющими межзонное рассеяние [7–11]. Тем не менее, самые распространенные низкотемпературные сверхпроводники (Nb, Al и т.д.) отвечают условиям теоремы Андерсона, что и обуславливает её значимость. В случае более экзотических сверхпроводников влияние примесей на сверхпроводимость позволяет получить информацию о структуре и свойствах сверхпроводящего параметра порядка. В качестве примера можно упомянуть купратные высокотемпературные сверхпроводники, имеющие d-тип спаривания, немагнитные примеси в которых также разрушают сверхпроводимость [12, 13] из-за зависимости сверхпроводящего параметра порядка от направления импульса (который меняется при рассеянии электронов на примеси). Другим примером являются триплетные нечетные по импульсу сверхпроводники или многозонные сверхпроводники, рассмотренные в работах [14–18]. Кроме того, за последнее время возрос интерес к гетероструктурам, содержащим магнетики с d-волновой в импульсном пространстве симметрией магнитного порядка, называемые альтермагнетиками [19–21]. В таких системах также изучается влияние примесей. Например в работе [22] немагнитные примеси разрушают d-волновую симметрию альтермагнетика что приводит к повышению критической температуры. В целом примеси часто рассматриваются как один из самых мощных инструментов для определения природы возникновения сверхпроводимости, типа и симметрии спаривания в конкретном материале [3, 23–28].

1.2. Эффект близости в гетероструктурах S/AF

На протяжении более чем шестидесяти лет не утихает интерес к изучению гетероструктур сверхпроводник/магнетик, на границе раздела (интерфейсе) которых возникает новая фундаментальная физика, несвойственная этим материалам по отдельности. Чаще всего изучают такие структуры с ферромагнетиком, что позволяет получать в них такие эффекты как нечетная по мацубаровской частоте сверхпроводимость [32], спин-триплетные куперовские пары [33–36] и композитные магнитные возбуждения, называемые магнон-купаронами [37]. Также, за счет интерференционных эффектов, вызванных осциляциями волновой функции синглетных корреляций в ферромагнетике (эти осцилляции возникают из-за взаимной переодической коверсии синглетных и триплетных куперовских пар друг в друга

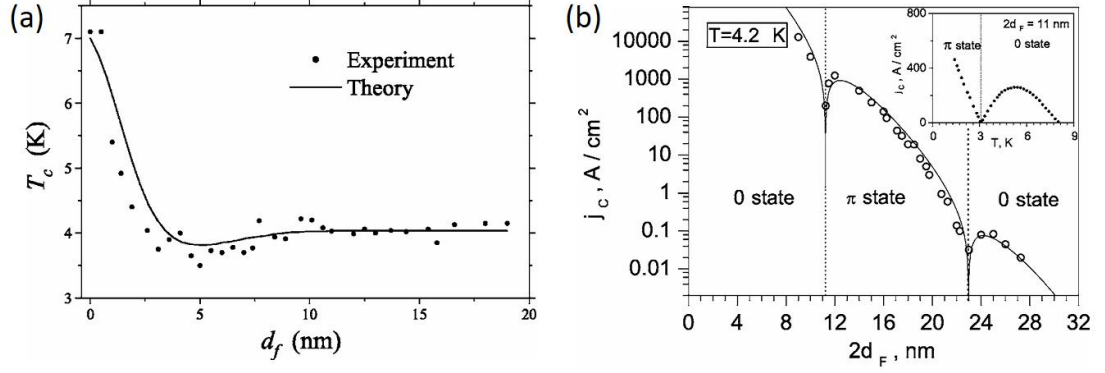


Рис. 1. (a) Экспериментальное измерение немонотонного поведения критической температуры S/F бислоя от толщины ферромагнитного слоя (экспериментальные точки [29], теоретическая кривая [30]). (b) Экспериментальное наблюдение двух 0 — π переходов в S/F/S джозефсоновском контакте при вариации толщины ферромагнитной прослойки [31].

по мере распространения в ферромагнетике), возможно наблюдать немонотонное поведение критической температуры бислоя S/F в зависимости от толщины ферромагнетика [30] и 0 — π переходы в S/F/S джозефсоновских контактах [33, 34, 38], что было предсказано теоретически [39] и продемонстрировано экспериментально [40]. На рисунке 1(a) демонстрируется экспериментальное наблюдение [29] вышеупомянутой немонотонной зависимости критической температуры системы от толщины ферромагнитного слоя. На рисунке 1(b) демонстрируется экспериментальное наблюдение сразу двух 0 — π переходов в джозефсоновском контакте через ферромагнетик в зависимости от толщины ферромагнитной прослойки [31].

В то же время антиферромагнетики обладают еще большими перспективами для приложений из-за нечувствительности к рассеянным магнитным полям и гораздо более высоким (ТГц вместо ГГц, характерных для ферромагнетиков) тактовым частотам [41—43]. Основным препятствием к исследованию антиферромагнетиков в контексте гетероструктур с сверхпроводником являлось сложившееся представление о невозможности воздействия скомпенсированной границы антиферромагнетика на сверхпроводник, так как масштаб изменения намагниченности в антиферромагнетике атомный и, соответственно, много меньше длины сверхпроводящей когерентности (лежащей для разных материалов в диапазоне 10 — 100 нм). Чтобы получить нетривиальный эффект близости с антиферромагнетиком, например, предлагалось рассмотреть нескомпенсированную границу непроводящего антиферромагнетика, т. е. такую терминацию антиферромагнитного материала, чтобы на интерфейс с сверхпроводником выходили только (или хотя бы преимущественно) магнитные моменты определенной ориентации [44]. В таком случае влияние антиферромагнетика сводилось к влиянию поверхностного слоя, который по сути являлся ферромагнит-

ным, в связи с чем эффект близости соответствовал эффекту близости в гетероструктурах сверхпроводник/ферромагнетик. Кроме того, предсказывалось, что в антиферромагнитных сверхпроводниках или сверхпроводниках, в которых индуцирован обменный антиферромагнитный порядок, подавляется сверхпроводимость из-за открытия антиферромагнитной щели на уровне Ферми, что приводит к уменьшению числа состояний, участвующих в спаривании и формировании сверхпроводящего параметра порядка [45, 46].

Тем не менее в последнее время появились работы, подтверждающие возможность нетривиального влияния антиферромагнетика на сверхпроводник даже при условии скомпенсированного интерфейса [47, 48]. Следует отметить, что в рамках данной работы мы обсуждаем исключительно антиферромагнетики G-типа, т.е. имеющие шахматное упорядочение. Результаты для полосатых (L-тип), спиральных и т.п. магнитных порядков будут совершенно другими и лежат за рамками нашего изложения. И по вышеописанным причинам мы сосредоточимся на изучении только гетероструктур со скомпенсированным интерфейсом. Одним из ключевых элементов в механизме подавления сверхпроводимости антиферромагнитным порядком является возникновение так называемых *неелевских* триплетных корреляций - сверхпроводящих корреляций, меняющих знак на соседних атомарных узлах, то есть повторяющих антиферромагнитный порядок магнетика, который их создал [47]. Из-за антиферромагнитного порядка система в целом перестаёт быть трансляционно инвариантной при смещении на один атом. Элементарная ячейка содержит два атома, и, как следствие, в первой зоне Бриллюэнна возникает вторая ветвь электронного спектра, что открывает возможность для построения межзонной куперовской пары (заметим, материалы рассматриваются обычные - однозонные!). Именно корреляции между двумя этими ветвями в реальном пространстве будут иметь шахматную структуру. Возникновение любых триплетных корреляций (в том числе и неелевских) приводит к уменьшению числа синглетных пар и, соответственно, к подавлению сверхпроводимости. Из того, что неелевские корреляции имеют межзонную природу (это утверждение не всегда верно, они могут иметь и внутризонную структуру, см. раздел 2.3) вытекает сразу два следствия. Во-первых изменение уровня заполнения зоны проводимости будет приводить к сближению или удалению двух обсуждаемых ветвей, что будет влиять на возможность возникновения неелевских корреляций (в соответствии с [47] наиболее сильное подавление сверхпроводимости антиферромагнитным порядком возникает в случае половинного заполнения зоны проводимости, что соответствует пересечению обеих ветвей ровно на уровне Ферми). Во-вторых, как уже было сказано, обыкновенные немагнитные примеси разрушают межзонные корреляции, то есть возможно сильное влияние немагнитных примесей на сверхпроводимость в гетероструктурах S/AF, чему и посвящена данная работа. Такое восста-

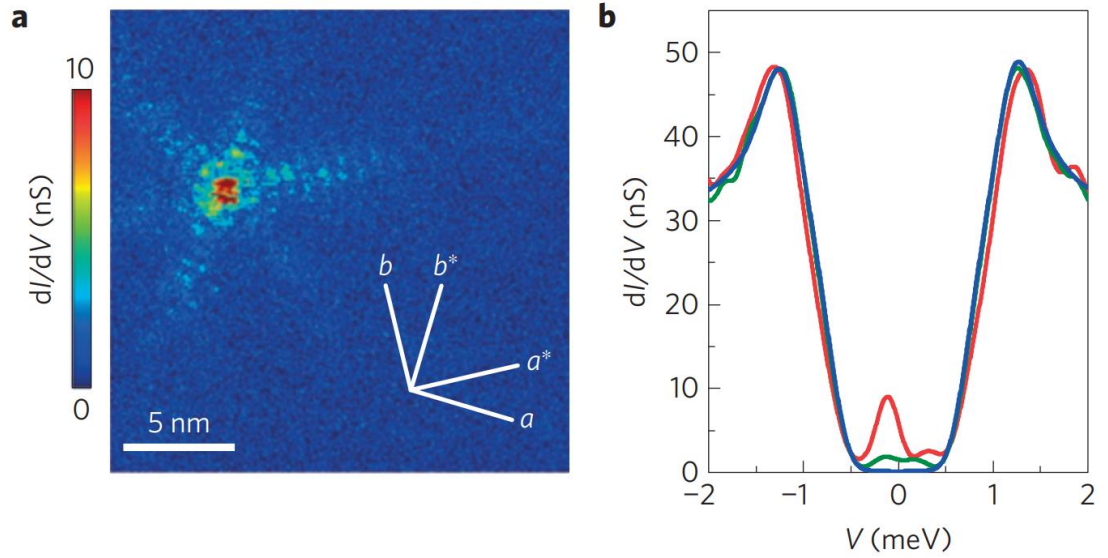


Рис. 2. Экспериментальная демонстрация связанного состояния Ю-Шибы-Русинова на магнитной примеси (одиночный атом железа) в слоистом сверхпроводнике NbSe_2 методом сканирующей туннельной микроскопии (из работы [49]). (a) Пространственно разрешенные измерения туннельной проводимости. Резкий максимум дифференциальной проводимости с характерным поперечным размером $\sim 2\text{nm}$ соответствует связанному состоянию. (b) Спектр туннельной дифференциальной проводимости $\frac{dI}{dV}(V)$ точно на примеси (красный), в 4 nm от примеси (зеленый) и вдали (синий). Четко виден пик в сверхпроводящей щели, соответствующий связанному состоянию.

новление сверхпроводимости немагнитными примесями в значительной степени близко рассмотренному в работе [22] восстановлению примесями изначально подавленной сверхпроводимости в гетероструктуре сверхпроводник/альтермагнетик, где вместо разрушения межзонного спаривания разрушается d-волновая симметрия триплетных корреляций, индуцированных альтермагнетиком.

1.3. Связанные состояния Ю-Шибы-Русинова

Как уже было сказано подавление сверхпроводимости - не единственный эффект, возникающий из-за наличия магнитных примесей в сверхпроводящем материале. На таких примесях возникают связанные состояния, энергия которых находится в сверхпроводящей щели. Такие состояния на одиночной магнитной примеси называют связанными состояниями Ю-Шибы-Русинова [4–6]. Также часто они же называются связанными андреевскими состояниями, так как могут рассматриваться как состояния, локализованные в потенциальной яме из-за андреевского отражения. Возникновение такого состояния (по факту происходящего из триплетных корреляций) на магнитной примеси приводит к локальному подавлению сверхпроводящего параметра порядка. Из-за того что магнитные приме-

си нарушают симметрию по обращению времени, эти связанные состояния являются разрешенными по спину. Состояние с одним спином имеет положительную (относительно уровня Ферми) энергию, с противоположным спином - отрицательную. Их энергию ε_b можно записать как:

$$\varepsilon_b = \pm \Delta \frac{1 - (\pi N_F U)^2}{1 + (\pi N_F U)^2}, \quad (1)$$

где U - потенциал магнитной примеси, N_F - плотность состояний, Δ - параметр порядка в сверхпроводнике. Знак $\pm$ отвечает двум возможным проекциям спина, соответственно.

Первое прямое наблюдение состояний Ю-Шибы-Русинова было проведено на адатомах марганца в 1997 году [23] с помощью сканирующей туннельной микроскопии. В настоящее время такие состояния наблюдаются в сверхпроводящей щели в различных системах: в сверхпроводниках, в которые интегрированы отдельные молекулы, обладающие магнитным моментом [50], в цепочках атомов на поверхности сверхпроводника, как самоорганизованных [51], так и искусственно созданных [52], также состояния Ю-Шибы-Русинова удаётся наблюдать на более крупных образованиях - магнитных островках на поверхности сверхпроводника [53, 54], и в сверхпроводящих контактах через 1 магнитный атом [55]. На рисунке 2 показан пример прямого наблюдения такого состояния на одном магнитном атоме (из работы [49]).

В последнее время такие состояния привлекают интерес, благодаря появлению экспериментальных техник по контролируемому высаживанию одиночных примесей на сверхпроводник, что позволяет в том числе контролируемо реализовывать различные искусственные системы с массивами одиночных примесей. В том числе создаются периодические системы [26—28], в которых из-за гибридизации состояний Ю-Шибы-Русинова на соседних примесях образуются проводящие зоны, что позволяет экспериментально моделировать кристаллы на искусственных квазиатомах. Если же в системе также присутствует спин-орбитальное взаимодействие, то ряд работ предсказывает, что в цепочках магнитных примесей должна возникать топологическая сверхпроводимость и наблюдаться майорановские фермионы [51, 56].

Глава 2

Влияние примесей на критическую температуру сверхпроводника в бислое S/AF

В этой главе будет описано влияние немагнитных примесей (множества хаотически распределенных примесей, в отличие от следующей главы, в которой будет рассмотрена одиночная примесь) на сверхпроводящий параметр порядка в гетероструктурах S/AF. Основными результатами здесь являются два принципиально разных режима влияния примесей на сверхпроводимость. В случае половинного заполнения зоны проводимости, когда наиболее сильно возникает межзонных неелевских триплетных корреляций, примеси будут разрушать эти корреляции, что приведет к усилению сверхпроводимости с увеличением концентрации примесей. В противоположном случае, при заполнении зоны проводимости далеко от половинного, возникает неелевская поляризация волновых функций электронов проводимости, что приводит к тому, что электроны с определенным спином лучше чувствуют немагнитные примеси, расположенные на «своей» подрешетке, из-за чего примеси эффективно становятся магнитными и начинают подавлять сверхпроводимость.

2.1. Используемые методы: уравнения Горькова и Эйленбергера

Формализм функций Грина является мощным теоретическим аппаратом для описания многоэлектронных систем в физике твердого тела. Для описания сверхпроводимости чаще всего используются уравнения Горькова для электронных функций Грина, а также уравнения Эйленбергера и Узаделя для квазиклассических функций Грина. Последнее в данной работе мы не рассматриваем, а первые два будут подробно выведены в данном разделе с учетом специфики, присущей антиферромагнетикам. Дело в том, что антиферромагнетик содержит два магнитных атома в элементарной ячейке и можно ввести две подрешетки A и B, соответствующие этим двум атомам, так что в каждой элементарной ячейке будет один атом A-типа и один B-типа. Нашей целью является охватить описание эффектов, в которых параметры системы (как минимум намагниченность антиферромагнетика) могут сильно отличаться на этих двух подрешетках, то есть необходимо выделить в явном виде корреляции на каждой подрешетке и между ними. По этой причине мы будем индексировать любой атом двумя параметрами: радиус-вектором элементарной ячейки и отдельно указывать подрешеточный индекс (A,B).

Для описания гетероструктуры S/AF воспользуемся следующим прыж-

ковым гамильтонианом в приближении сильной связи на кубической решетке:

$$\begin{aligned} \hat{H} = & -t \sum_{\langle i\mathbf{j}\nu\bar{\nu} \rangle, \sigma} \hat{\psi}_{i\sigma}^{\nu\dagger} \hat{\psi}_{j\sigma}^{\bar{\nu}} + \sum_{i, \nu} (\Delta_i^\nu \hat{\psi}_{i\uparrow}^{\nu\dagger} \hat{\psi}_{i\downarrow}^{\nu\dagger} + H.c.) - \mu \sum_{i\nu, \sigma} \hat{n}_{i\sigma}^\nu + \\ & + \sum_{i\nu, \alpha\beta} \hat{\psi}_{i\alpha}^{\nu\dagger} (\mathbf{h}_i^\nu \boldsymbol{\sigma})_{\alpha\beta} \hat{\psi}_{i\beta}^\nu + \sum_{i\nu, \sigma} V_i^\nu \hat{n}_{i\sigma}^\nu, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\nu = A, B$ - индекс, обозначающие подрешетки, $\bar{\nu} = A(B)$ если $\nu = B(A)$ символизирует, что соответствующая величина принадлежит противоположной подрешетке, $\langle i\mathbf{j}\nu\bar{\nu} \rangle$ - означает сумму по шести ближайшим соседям, $\hat{\psi}_{i\sigma}^{\nu\dagger} (\hat{\psi}_{i\sigma}^\nu)$ это операторы рождения (уничтожения) для электронов со спином σ на подрешетке ν элементарной ячейки с радиус-вектором $\mathbf{i}$. t - амплитуда прыжка (интеграл перекрытия) между соседними атомами, Δ_i^ν - сверхпроводящий параметр порядка (предполагается локальным, s-волновым), μ обозначает уровень химического потенциала, отвечая за степень заполнения зоны проводимости, и V_i^ν - локальный потенциал на конкретном атоме, моделирующий наличие примеси. $\hat{n}_{i\sigma}^\nu = \hat{\psi}_{i\sigma}^{\nu\dagger} \hat{\psi}_{i\sigma}^\nu$ - оператор числа частиц на атоме, принадлежащем подрешетке ν в элементарной ячейке $\mathbf{i}$. $\mathbf{h}_i^\nu$ - обменное поле на конкретном атоме. Предполагается, что обменное поле, действующее на электроны на конкретном атоме всегда пропорционально намагниченности, локализованной на этом атоме. В однородном антиферромагнетике можно записать $\mathbf{h}_i^{A,B} = \pm \mathbf{h}$.

Теоретическое описание гетероструктур сильно упрощается при условии, что толщина отдельных слоёв гетероструктуры много меньше характерного пространственного масштаба изменения изучаемых характеристик (если речь идет о сверхпроводимости, то в качестве такого пространственного масштаба выступает длина сверхпроводящей когерентности $\xi_S = \frac{v_F}{2\pi T_c}$. Здесь можно отметить, что для грязных материалов, когда длина свободного пробега много меньше длины когерентности, вводят соответствующую «диффузную» длину когерентности $\xi_D = \sqrt{\xi_S v_F \tau_{imp}}$, но в рамках этой работы мы не будем рассматривать столь грязные сверхпроводники). В таком случае распространенной моделью является усреднение всех параметров поперек всех слоёв (по сути усреднение гамильтониана поперек слоёв). В результате мы получим гамильтониан, совпадающий с (2), но трансляционно-инвариантный в направлении нормали к интерфейсу, и в котором обменное поле и сверхпроводимость находятся в одном и том же узле одновременно (см. рис. 3). С такой моделью в дальнейшем мы и будем работать. Аналогичный подход, состоящий в замене тонкопленочной гетероструктуры на однородный сверхпроводник в эффективном обменном поле, широко используется также и для гетероструктур с ферромагнетиками [35, 57]. Важно отметить, что так как процедуру усреднения по координате i_z

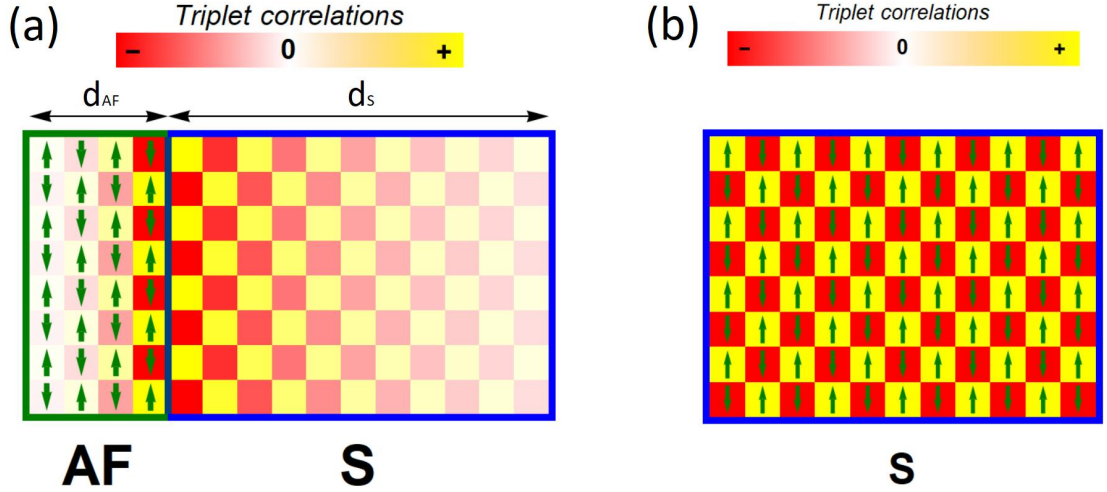


Рис. 3. Схематичное изображение (а) гетероструктуры сверхпроводник/антиферромагнетик с толщинами слоев d_{AF} , d_S соответственно и (б) однородного сверхпроводника с наведенным обменным Неелевским полем. Каждому квадрату соответствует один атом. Стрелками показано локальное обменное поле на конкретных узлах, цветом - амплитуда Неелевских триплетных корреляций. Их затухание от интерфейса происходит на координатном масштабе длины когерентности ξ_S . В случае когда $d_S, d_{AF} \ll \xi_S$ системы, изображенные на панелях (а) и (б) эквивалентны.

поперек гетероструктуры мы проводим после введения двухподрешеточного формализма, то даже усредненные уравнения по-прежнему содержат две подрешетки и антиферромагнитное обменное поле не усредняется в ноль. В этом состоит принципиальное отличие от классических работ, посвященных структурам сверхпроводник/ферромагнетик. Прямые численные расчеты в рамках уравнений Боголюбова-де Жена для гетероструктуры сверхпроводник/антиферромагнетик [47] напрямую подтверждают корректность такого подхода.

Для исследования систем, описываемых двухподрешеточным гамильтонианом (2) введем мацубаровскую функцию Грина также в двух подрешеточном формализме. Она будет иметь вид матрицы 8×8 , являясь прямым произведением матриц в спиновом, частично-дырочном и подрешеточном пространствах. Вводя соответствующий двухподрешеточный спинор $\check{\psi}_i = (\hat{\psi}_{i,\uparrow}^A, \hat{\psi}_{i,\downarrow}^A, \hat{\psi}_{i,\uparrow}^B, \hat{\psi}_{i,\downarrow}^B, \hat{\psi}_{i,\uparrow}^{A\dagger}, \hat{\psi}_{i,\downarrow}^{A\dagger}, \hat{\psi}_{i,\uparrow}^{B\dagger}, \hat{\psi}_{i,\downarrow}^{B\dagger})^T$ мы определяем функцию Грина следующим образом:

$$\check{G}_{ij}(\tau_1, \tau_2) = -\langle T_\tau \check{\psi}_i(\tau_1) \check{\psi}_j^\dagger(\tau_2) \rangle, \quad (3)$$

где $\langle T_\tau \dots \rangle$ означает усреднение по термодинамическому ансамблю, упорядоченное по мнимому времени. Сначала получим уравнения Горькова и Эйленберга для чистых систем, что соответствует $V_i^\nu = 0$. Для систем, описываемых гамильтонианом (2) уравнение движения Гейзенберга для спино-

ра $\check{\psi}_i$ имеет вид:

$$\frac{d\check{\psi}_i}{d\tau} = [\hat{H}, \check{\psi}_i] = \tau_z \left(t\hat{j} + \mu - \check{\Delta}_i \sigma_y - \mathbf{h}\check{\sigma} \rho_z \right) \check{\psi}_i, \quad (4)$$

где введены обозначения σ_k , τ_k и ρ_k ($k = x, y, z$) для матриц Паули в спиновом, частично-дырочном и подрешеточном пространствах. $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)^T$ - вектор матриц Паули в спиновом пространстве, $\check{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma}(1 + \tau_z)/2 + \boldsymbol{\sigma}^*(1 - \tau_z)/2$ - величина, часто называемая квазичастичным оператором спина и $\check{\Delta}_i = \Delta_i \tau_+ + \Delta_i^* \tau_-$, где $\tau_{\pm} = (\tau_x \pm i\tau_y)/2$. Здесь мы положили, что $\Delta_i^A = \Delta_i^B = \Delta_i$, т.е. параметр порядка одинаков на обеих (A и B) подрешетках элементарной ячейки. Поэтому $\check{\Delta}_i$ имеет структуру единичной матрицы в подрешеточном пространстве. Это следует из соображений симметрии: при взаимной замене подрешеток A и B друг на друга, $\mathbf{h}$ меняется на $-\mathbf{h}$, а параметр порядка (скалярная величина) может зависеть только от четных степеней векторной величины $\mathbf{h}$, что означает что перестановка подрешеток местами переводит параметр порядка самого в себя. Кроме того, этот факт подтверждается последующим решением уравнения самосогласования. В общем же случае, если бы подрешетки были неравноправны, параметр порядка имел бы вид диагональной матрицы в подрешеточном пространстве $\check{\Delta}_i$ но с различными элементами на диагоналях $\check{\Delta}_i^A \neq \check{\Delta}_i^B$. Вклад от прыжковых слагаемых имеет вид:

$$\hat{j}\check{\psi}_i = \rho_+ \sum_{\mathbf{a}} \check{\psi}_{i+\mathbf{a}-\mathbf{a}_z} + \rho_- \sum_{\mathbf{a}} \check{\psi}_{i+\mathbf{a}+\mathbf{a}_z}. \quad (5)$$

Здесь $\mathbf{a} \in \{\pm\mathbf{a}_x, \pm\mathbf{a}_y, \pm\mathbf{a}_z\}$ - вектора трансляции исходной квадратной решетки. $\rho_{\pm} = (\rho_x \pm i\rho_y)/2$. Дифференцируя определение функции Грина можно получить следующее уравнение для $\check{G}_{ij}$:

$$\frac{d\check{G}_{ij}}{d\tau_1} = -\delta(\tau_1 - \tau_2)\delta_{ij} - \langle T_{\tau} \frac{d\check{\psi}_i(\tau_1)}{d\tau_1} \check{\psi}_j^{\dagger}(\tau_2) \rangle. \quad (6)$$

Подставляя сюда производную для оператора уничтожения из уравнения (4), можно получить уравнение Горькова для функции Грина.

$$G_{i,l}^{-1} \check{G}_{ij}(\omega_m) = \delta_{ij}, \quad (7)$$

$$G_{i,l}^{-1} = \tau_z \left(t\hat{j} + \mu - \check{\Delta}_i i\sigma_y - \mathbf{h}\check{\sigma} \rho_z \right) + i\omega_m. \quad (8)$$

Перейдем в смешанное представление (сделаем фурье по разнице координат):

$$\check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) = F(\check{G}_{ij}) = \int d^3r e^{-i\mathbf{p}(\mathbf{i}-\mathbf{j})} \check{G}_{ij}, \quad (9)$$

где $\mathbf{R} = (\mathbf{i} + \mathbf{j})/2$. Также, для более удобной формы дальнейших выкладок, используют модифицированную функцию Грина:

$$\check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i\sigma_y \end{pmatrix}_\tau \rho_x e^{\frac{-ip_z a_z \rho_z}{2}} \check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) e^{\frac{ip_z a_z \rho_z}{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i\sigma_y \end{pmatrix}_\tau. \quad (10)$$

Тогда уравнение Горькова примет вид:

$$\begin{aligned} & [i\omega_m \tau_z + \mu + \tau_z \check{\Delta}(\mathbf{R}) - \mathbf{h}(\mathbf{R}) \boldsymbol{\sigma} \tau_z \rho_z] \rho_x \check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) + \\ & + t \frac{\rho_0 + \rho_z}{2} \sum_a e^{-ipa} \check{G}(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{a}}{2} - \frac{\mathbf{a}_z}{2}, \mathbf{p}) + \\ & + t \frac{\rho_0 - \rho_z}{2} \sum_a e^{-ipa} \check{G}(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{a}}{2} + \frac{\mathbf{a}_z}{2}, \mathbf{p}) = 1. \end{aligned} \quad (11)$$

Отметим, что так как мы исследуем трансляционно инвариантную задачу (действительно, после вышеупомянутого усреднения тонкой гетероструктуры по толщине, мы имеем однородное обменное поле $\mathbf{h}(\mathbf{R}) = \mathbf{h}$ по всей системе), то в нашем случае от $\mathbf{R}$ функция Грина и сверхпроводящий параметр порядка зависеть не будут: $\check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) = \check{G}(\mathbf{p})$, $\Delta(\mathbf{R}) = \Delta$.

Решение уравнения Горькова часто рассматривается как избыточно сложная задача: в него входит двухкоординатная функция Грина, нахождение которой сопряжено с большими вычислительными трудностями и почти нереализуемо аналитически. Но многие ключевые свойства удаётся описать в рамках квазиклассического приближения, поэтому теперь выведем уравнение Эйленбергера (часто также упоминается как квазиклассическая теория):

Для этого, аналогично (11), получим правое уравнение Горькова:

$$\begin{aligned} & \check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) [i\omega_m \tau_z + \mu + \tau_z \check{\Delta}(\mathbf{R}) - \mathbf{h}(\mathbf{R}) \boldsymbol{\sigma} \tau_z \rho_z] \rho_x + \\ & + t \sum_a e^{ipa} \check{G}(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{a}}{2} + \frac{\mathbf{a}_z}{2}, \mathbf{p}) \frac{\rho_0 + \rho_z}{2} \\ & + t \sum_a e^{ipa} \check{G}(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{a}}{2} - \frac{\mathbf{a}_z}{2}, \mathbf{p}) \frac{\rho_0 - \rho_z}{2} = 1. \end{aligned} \quad (12)$$

Введем квазиклассическую гриновскую функцию (также называют ξ -интегрированная функция Грина):

$$\check{g}(\mathbf{R}, \mathbf{p}_F) = -\frac{1}{i\pi} \int \check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) d\xi, \quad (13)$$

где $\xi(\mathbf{p}) = -2t(\cos p_x a_x + \cos p_y a_y + \cos p_z a_z)$ - дисперсия электронов в нормальном состоянии в рассматриваемой модели сильной связи. Вычитая (11) и (12) мы получаем

$$\left[(i\omega_m \tau_z + \mu + \tau_z \check{\Delta}(\mathbf{R}) - \mathbf{h}(\mathbf{R}) \boldsymbol{\sigma} \tau_z \rho_z) \rho_x, \check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) \right] + \check{A} = 0, \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned}
\check{A} = & t \frac{\rho_0 + \rho_z}{2} \sum_a e^{-ipa} \check{G}(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{a}}{2} - \frac{\mathbf{a}_z}{2}, \mathbf{p}) + \\
& + t \frac{\rho_0 - \rho_z}{2} \sum_a e^{-ipa} \check{G}(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{a}}{2} + \frac{\mathbf{a}_z}{2}, \mathbf{p}) - \\
& - t \sum_a e^{ipa} \check{G}(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{a}}{2} + \frac{\mathbf{a}_z}{2}, \mathbf{p}) \frac{\rho_0 + \rho_z}{2} - \\
& - t \sum_a e^{ipa} \check{G}(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{a}}{2} - \frac{\mathbf{a}_z}{2}, \mathbf{p}) \frac{\rho_0 - \rho_z}{2}.
\end{aligned} \tag{15}$$

Для вывода уравнения Эйленберга мы используем следующее приближение (квазиклассическое): $\check{G}(\mathbf{R} + \mathbf{a}/2 \pm \mathbf{a}_z/2, \mathbf{p}) \approx \check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) + (\mathbf{a} \pm \mathbf{a}_z) \nabla \check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p})/2$ и, соответственно, мы получаем:

$$-\frac{1}{i\pi} \int \check{A} d\xi = it \sum_a \sin \mathbf{p}_F \mathbf{a} (\nabla \check{g}(\mathbf{R}, \mathbf{p}_F) \mathbf{a}) = i \mathbf{v}_F \nabla \check{g}(\mathbf{R}, \mathbf{p}_F), \tag{16}$$

где $\mathbf{v}_F = d\xi/d\mathbf{p}|_{\mathbf{p}=\mathbf{p}_F} = 2t(\mathbf{a}_x \sin[p_x a_x] + \mathbf{a}_y \sin[p_y a_y] + \mathbf{a}_z \sin[p_z a_z])$. После ξ -интегрирования итоговое уравнение Эйленберга примет вид:

$$[(i\omega_m \tau_z + \mu + \tau_z \check{\Delta}(\mathbf{R}) - \mathbf{h}(\mathbf{R}) \boldsymbol{\sigma} \tau_z \rho_z) \rho_x, \check{g}(\mathbf{R}, \mathbf{p}_F)] + i \mathbf{v}_F \nabla \check{g}(\mathbf{R}, \mathbf{p}_F) = 0. \tag{17}$$

Это уравнение необходимо дополнить условием нормировки:

$$\check{g}^2(\mathbf{R}, \mathbf{p}_F) = 1, \tag{18}$$

которое характерно для квазиклассической теории. Для его обоснования в нашем случае умножим уравнение (17) на $\check{g}(\mathbf{R}, \mathbf{p}_F)$ слева и справа и сложим полученные выражения. Эта процедура показывает, что $\check{g}^2(\mathbf{R}, \mathbf{p}_F)$ также является решением того же самого уравнения (17). В том числе годится и постоянное решение: $\check{g}^2(\mathbf{R}, \mathbf{p}_F) = \text{const}$ также является решением такого же уравнения. Теперь предположим что $\check{\Delta}(\mathbf{R})$ и $\mathbf{h}(\mathbf{R})$ плавно изменяются от своих значений в рассматриваемой области к нулевым значениям на бесконечности. Там решение должно соответствовать решениям для нормального металла, которое можно найти из уравнения Горькова и оно равно $\check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) = \rho_x \tau_z \text{sign} \omega_m$. Его квадрат равен единице, и, по выше изложенным причинам, если $\check{g}^2(\mathbf{R}, \mathbf{p}_F) = 1$ где-то, то равно единице везде, что и обосновывает условие нормировки для квазиклассической функции Грина.

До сих пор мы рассматривали сверхпроводник без примесей. Еще одним преимуществом квазиклассической модели является то, что она может учитывать несколько неидеальностей, таких как рассеяние на примесях или беспорядок. Это особенно важно при моделировании и понимании

экспериментов, в которых используются сверхпроводники с различной степенью беспорядка. Учитывая примесный потенциал в Борновском приближении [58], можно получить, что уравнение (14) изменяется следующим образом:

$$\left[\left(i\omega_m \tau_z + \mu + \tau_z \check{\Delta}(\mathbf{R}) - \mathbf{h}(\mathbf{R}) \boldsymbol{\sigma} \tau_z \rho_z \right) \rho_x - \check{\Sigma}_{\text{imp}}(\mathbf{R}), \check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) \right] + \check{A} = 0, \quad (19)$$

где примесная собственная энергетическая часть $\check{\Sigma}_{\text{imp}}$ имеет вид:

$$\begin{aligned} \check{\Sigma}_{\text{imp}} &= \frac{1}{\pi N_F \tau} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} [\rho_+ \check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) \rho_+ + \rho_- \check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) \rho_-] \\ &= \frac{1}{\pi N_F \tau} \int d\xi \langle N_F(\mathbf{p}_F) [\rho_+ \check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) \rho_+ + \rho_- \check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) \rho_-] \rangle_{\mathbf{p}_F}, \end{aligned} \quad (20)$$

где $\langle \dots \rangle_{\mathbf{p}_F}$ означает усреднение по поверхности Ферми, $N_F(\mathbf{p}_F)$ это разрешенная по направлениям импульса плотность состояний на поверхности Ферми, а N_F - усредненная по поверхности Ферми плотность состояний. τ - время свободного пробега для квазичастиц, которое связано с случайным примесным потенциалом V_i в гамильтониане (2) как $\langle V_i V_j \rangle = (1/\pi N_F \tau) \delta_{ij}$. Для квазиклассической функции Грина уравнение (20) примет вид:

$$\check{\Sigma}_{\text{imp}}(\mathbf{R}) = \frac{-i}{\tau} [\rho_+ \check{g}(\mathbf{R}) \rho_+ + \rho_- \check{g}(\mathbf{R}) \rho_-], \quad (21)$$

где $\check{g}(\mathbf{R}) = \langle \frac{N_F(\mathbf{p}_F)}{N_F} g(\mathbf{R}, \mathbf{p}_F) \rangle_{\mathbf{p}_F}$. Тогда уравнение Эilenберга (17) с учетом примесей принимает вид:

$$\begin{aligned} \left[\left(i\omega_m \tau_z + \mu + \tau_z \check{\Delta}(\mathbf{R}) - \mathbf{h}(\mathbf{R}) \boldsymbol{\sigma} \tau_z \rho_z \right) \rho_x - \check{\Sigma}_{\text{imp}}(\mathbf{R}), \check{g}(\mathbf{R}, \mathbf{p}_F) \right] + \\ + i v_F \nabla \check{g}(\mathbf{R}, \mathbf{p}_F) = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Квазиклассическая теория предоставляет мощный инструмент для исследования эффекта близости в гетероструктурах, но имеет и серьезные ограничения. В процессе вывода использовалось ξ -интегрирование с пределами $\pm\infty$, что предполагает что все остальные величины, входящие в уравнения Горькова и Эilenберга малы по сравнению с энергией Ферми (более точно по сравнению с характерным энергетическим масштабом изменения плотности состояний). Это означает что данную теорию нельзя будет использовать для рассмотрения ситуация, когда $\hbar, \mu, \frac{1}{\tau} \sim t$, в таком случае придется ограничиться решением уравнения Горькова.

2.2. Восстановление сверхпроводимости примесями в случае половинного заполнения

Теперь перейдем к решению уравнения Эilenберга. Для этого сначала найдем решение в отсутствие сверхпроводимости (найдем гриновскую

функцию нормального металла), а потом уже перейдем к сверхпроводящему случаю.

В таком случае функция Грина $\check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p})$ не зависит от $\mathbf{R}$ и уравнение (11) сводится к:

$$\left[\left(i\omega_m \tau_z + \mu - \mathbf{h}\boldsymbol{\sigma}\tau_z \rho_z \right) \rho_x - \xi(\mathbf{p}) - \check{\Sigma}_{\text{imp}} \right] \check{G}(\mathbf{p}) = 1. \quad (23)$$

В чистом случае, т.е. когда $\tau \rightarrow \infty$, решение легко найти:

$$\check{G} = \frac{-\xi - (\mu + i\omega_m \tau_z) \rho_x + i\mathbf{h}\boldsymbol{\sigma}\tau_z \rho_y}{h^2 + \xi^2 - (\mu + i\omega_m \tau_z)^2}. \quad (24)$$

И ξ -интегрированная функция Грина (13) примет вид:

$$\check{g} = \tau_z \frac{\mathbf{h}\boldsymbol{\sigma} \rho_y + (\omega_m - i\tau_z \mu) \rho_x}{\sqrt{h^2 + (\omega_m - i\mu \tau_z)^2}}. \quad (25)$$

Отметим, что данное выражение автоматически удовлетворяет условию нормировки (18). Важным свойством полученного результата является то, что в присутствии антиферромагнетизма хорошо известный ответ для квазиклассической функции Грина нормального металла $\check{g}_N = \rho_x \text{sgn} \omega_m$ (в нашей нотации (10) общепринятый вид $\check{g}_N = \text{sgn} \omega_m$, заменяется именно на такой) радикально изменяется, в отличии от, например, случая с ферромагнитным обменным полем, в котором квазиклассическая функция Грина оставалась единичной. Причиной этого является открытие антиферромагнитной щели в плотности состояний (LDOS) из-за антиферромагнитного обменного поля. LDOS рассчитывается по следующей формуле:

$$N(\varepsilon) = \frac{1}{4} \text{Tr}_8 \left[\frac{1 + \tau_z}{2} \rho_x \text{Re}[\check{g}(i\omega_m \rightarrow \varepsilon + i\delta)] \right], \quad (26)$$

причем центр щели расположен на энергии $\varepsilon = -\mu$. LDOS при $\mu = 0$ и в отсутствии примесей показан на рис. 4 красной линией. LDOS для конечного μ получается тривиальным сдвигом всей плотности состояний как целого по энергии: $N_{\mu \neq 0}(\varepsilon) = N_{\mu=0}(\varepsilon + \mu)$.

В присутствии примесей решение уравнение (23) не может быть записано в явном виде. Тем не менее квазиклассическая функция Грина по-прежнему имеет в подрешеточном пространстве только оффдиагональную структуру (т.е., принимая во внимание нашу нотацию (10) содержит только локальные корреляции):

$$\check{g} = \begin{pmatrix} 0 & \check{g}^{AB} \\ \check{g}^{BA} & 0 \end{pmatrix}, \quad (27)$$

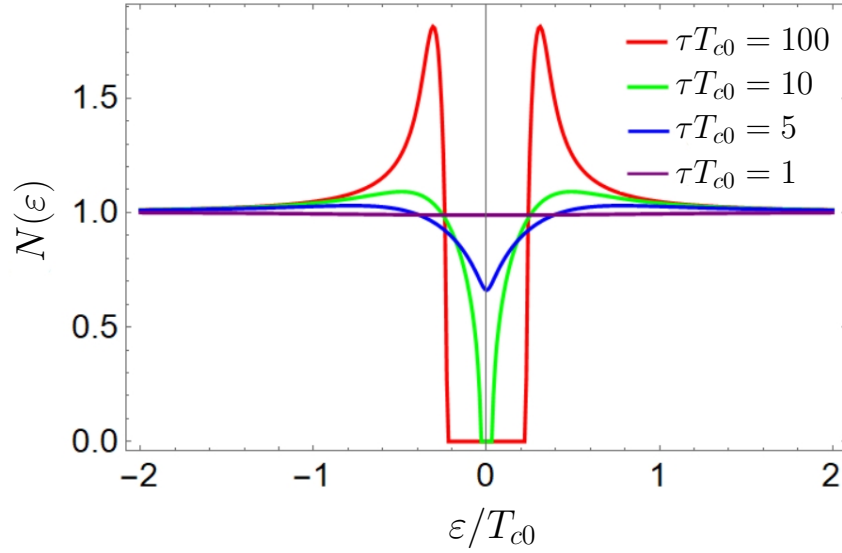


Рис. 4. Плотность состояний $N(\varepsilon)$ для сверхпроводника в нормальном состоянии в антиферромагнитном обменном поле для разной концентрации примесей: от чистого случая (красная кривая) до значительно грязного (фиолетовая кривая). Параметры: $\mu = 0, h = 0.3T_{c0}$

где

$$\begin{aligned}\check{g}^{AB} &= \sqrt{[\check{\beta} + \frac{i}{\tau}\check{g}^{BA}]^{-1}[\check{\alpha} + \frac{i}{\tau}\check{g}^{AB}]}, \\ \check{g}^{BA} &= \sqrt{[\check{\alpha} + \frac{i}{\tau}\check{g}^{AB}]^{-1}[\check{\beta} + \frac{i}{\tau}\check{g}^{BA}]}.\end{aligned}\quad (28)$$

и введены обозначения

$$\check{\alpha}(\check{\beta}) = \mp \mathbf{h}\boldsymbol{\sigma}\tau_z + i(\omega_m\tau_z - i\mu). \quad (29)$$

Можно проверить, что уравнения (27) и (28) по-прежнему соответствуют условию нормировки (18).

Независимо от силы примесей, структура гриновской функции всегда имеет одинаковый вид:

$$\check{g} = \begin{pmatrix} \hat{g}_N & 0 \\ 0 & \hat{\hat{g}}_N \end{pmatrix}_{\tau}, \quad (30)$$

где электронная и дырочная функции Грина имеют следующую структуру в подрешеточном пространстве:

$$\begin{aligned}\hat{g}_N &= A\rho_x + B\rho_y\mathbf{n}_h\boldsymbol{\sigma}, \\ \hat{\hat{g}}_N &= \tilde{A}\rho_x + \tilde{B}\rho_y\mathbf{n}_h\boldsymbol{\sigma},\end{aligned}\quad (31)$$

где $\mathbf{n}_h = \mathbf{h}/h$. Второй член отвечает за разницу между двумя подрешетками и возникает как раз из-за антиферромагнитного обменного поля.

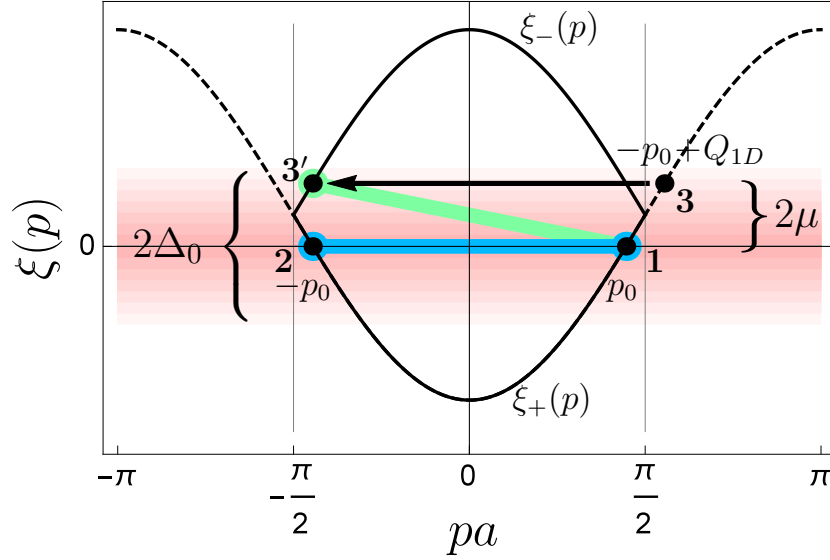


Рис. 5. Дисперсия нормальных электронов $\xi_{\pm}(p) = \mp 2t \cos pa - \mu$ в одномерном случае, в отсутствии антиферромагнитного поля, но в двухрешеточном формализме, чему соответствует редуцированная зона Бриллюэна $pa \in [-\pi/2, \pi/2]$ (т.е. вектор обратной решетки $Q_{1D} = \pi/a$ - вдвое меньше чем обычно из-за двух атомов в элементарной ячейке). Можно видеть две ветви спектра в зоне Бриллюэна, что опять же объясняется редуцированием зоны. Синей линией показано классическое спаривание между $(p_0, \xi_1 = 0)$ (1) and $(-p_0, \xi_2 = 0)$ (2) электронами, что соответствует обыкновенной куперовской паре. Зеленой линией показано спаривание между электронами с разных ветвей p_0 (1) and $-p_0 + Q_{1D}$ (3), такие корреляции называются неелевскими и в координатном пространстве они повторяют неелевский порядок антиферромагнетика. Легко получить разницу энергий между электронами (1) и (3'): $\xi_1 - \xi_{3'} = 2\mu$, что означает ухудшение возможности возникновения неелевских корреляций при $\mu \neq 0$.

Теперь перейдем к рассмотрению сверхпроводящего состояния. В первую очередь нам потребуется подробно обсудить понятие неелевских триплетных корреляций, так как механизм восстановления примесями сверхпроводимости тесно связан с разрушением ими таких сверхпроводящих корреляций. Понять физическую картину можно, рассматривая для простоты одномерную модель. Дисперсия электронов, пренебрегая антиферромагнетизмом, показана на рис. 5. Обычно кристаллу с периодом a соответствует зона Бриллюэна с импульсом $pa \in [-\pi, \pi]$, её будем называть полной. Для описания антиферромагнетизма потребуется использовать трансляционно инвариантную элементарную ячейку из двух атомов. Следовательно, необходимо использовать зону Бриллюэна $pa \in [-\pi/2, \pi/2]$, которую будем называть редуцированной. Шахматное обменное поле приводит к тому, что состояния с импульсами p и $p + \pi/a$ в полной зоне Бриллюэна смешиваются, или, говоря о редуцированной зоне, возникает межзонное взаимодействие. Такие процессы часто называют Umklapp рассеянием или процессами переброса [59—61].

Если же говорить о спаривании в сверхпроводнике, то спаривание между электронами с импульсами p и $-p$ в полной зоне Бриллюэна - это и

есть классическая куперовская синглетная пара с нулевым импульсом. Но в присутствии антиферромагнетика электрон с импульсом $-p + \pi/a$ скоррелирован с электроном с импульсом $-p$, что означает что возникают новые корреляции между электронами с импульсами p и $-p + \pi/a$. В редуцированной зоне Бриллюэна же следует говорить о межзонных корреляциях (см. рис. 5). Такие триплетные корреляции в координатном пространстве имеют шахматную структуру, повторяющую антиферромагнитный порядок, за что и были названы неелевскими. Возникновение любых корреляций происходит за счет уменьшения синглетных куперовских пар, что означает что антиферромагнитное обменное поле подавляет сверхпроводимость. Видно, что неелевские корреляции возникают между электронами с разными энергиями (с разницей $\sim 2\mu$), что означает, что при сильном отличии от половинного заполнения $|\mu| \gg \Delta_0$ возникновение таких корреляций будет затруднено. Такие рассуждения показывают, что подавление сверхпроводимости антиферромагнитным порядком наиболее эффективно при половинном заполнении и уменьшается при возрастании модуля химического потенциала.

В вышеприведенных рассуждениях мы пренебрегли антиферромагнитной щелью в плотности состояний. В случае когда $|\mu| > h$ щель не попадает на уровень Ферми и, соответственно, наши рассуждения остаются правомочны. Если же $|\mu| < h$ то, строго говоря, на уровне Ферми нет состояний и в нормальном состоянии материал представляет собой изолятор. Тем не менее, в сверхпроводящий параметр порядка дают вклад состояния в энергетической окрестности $\sim \Delta$ вокруг уровня Ферми и если $h < \Delta$ (а как мы увидим в дальнейшем, именно при $h \sim \Delta$ достигается полное подавление сверхпроводимости), то система может по-прежнему находиться в сверхпроводящем состоянии, несмотря на антиферромагнитную щель на уровне Ферми. Следовательно, и в этом случае качественные рассуждения выше остаются в силе, а щель приведет только к дополнительному частичному подавлению сверхпроводящего параметра порядка, так как часть энергий не будет доступна для спаривания.

Теперь подтвердим качественные рассуждения выше решением уравнения Эйленбергера - найдем критическую температуру сверхпроводника с примесями в обменном антиферромагнитном поле. Так как около критической температуры параметр порядка мал, то можно линеаризовать уравнение Эйленбергера, записав функцию Грина в виде:

$$\check{g} = \begin{pmatrix} \hat{g}_N & \hat{f} \\ \hat{f} & \hat{g}_N \end{pmatrix}_\tau, \quad (32)$$

где все компоненты, это матрицы 4×4 в прямом произведении спинного и подрешеточного пространств. Диагональные компоненты $\hat{g}_N$ и $\hat{g}_N$ следует вычислять для нормального состояния (т.е. они нулевого порядка по Δ/T_c),

что было сделано ранее, а аномальные функции $\hat{f}$ и $\hat{\tilde{f}}$ будут первого порядка по Δ/T_c и содержат синглетные корреляции и неелевские триплетные корреляции. Уравнение на аномальную функцию принимает вид:

$$\begin{aligned} \left\{ i\omega_m \rho_x - \mathbf{h}\boldsymbol{\sigma} \rho_z \rho_x, \hat{f} \right\} + \left[\mu \rho_x, \hat{f} \right] + \Delta \left(\rho_x \hat{\tilde{g}}_N - \hat{g}_N \rho_x \right) - \\ \frac{i}{\tau} \left([\rho_+ \hat{g}_N \rho_+ + \rho_- \hat{g}_N \rho_-] \hat{f} - \hat{f} [\rho_+ \hat{\tilde{g}}_N \rho_+ + \rho_- \hat{\tilde{g}}_N \rho_-] \right) - \\ \frac{i}{\tau} \left([\rho_+ \hat{f} \rho_+ + \rho_- \hat{f} \rho_-] \hat{\tilde{g}}_N - \hat{g}_N [\rho_+ \hat{f} \rho_+ + \rho_- \hat{f} \rho_-] \right) = 0. \end{aligned} \quad (33)$$

Для упрощения расчетов без потери общности положим обменное поле вдоль оси z : $\mathbf{h} = h\mathbf{e}_z$. Тогда решение уравнения (33) принимает вид:

$$\hat{f} = f_s \rho_x + f_t \rho_y \sigma_z, \quad (34)$$

где синглетная и триплетная компоненты принимают вид:

$$f_s = \Delta \frac{-i \left(A^2 - \tilde{A}^2 \right) + \tau \left[(\tilde{A} - A)\mu + i h_{eff} (B + \tilde{B}) \right]}{2 \left[(B + \tilde{B}) h_{eff} + \omega_m (A + \tilde{A} - i\mu\tau) \right]}, \quad (35)$$

$$f_t = \Delta \frac{i(B + \tilde{B})(A - \tilde{A} + \omega_m \tau)}{2 \left[(B + \tilde{B}) h_{eff} + \omega_m (A + \tilde{A} - i\mu\tau) \right]}. \quad (36)$$

где обозначения A, B соответствуют выражению (31). В отсутствии примесей, выражения (35) и (36) упрощаются до

$$\begin{aligned} f_s = \frac{\Delta}{2i\omega_m} \left(\frac{\omega_m - i\mu}{\sqrt{h_{eff}^2 + (\omega_m - i\mu)^2}} + \frac{\omega_m + i\mu}{\sqrt{h_{eff}^2 + (\omega_m + i\mu)^2}} \right) \\ + \frac{\Delta h_{eff}^2}{2\mu\omega_m} \left(\frac{1}{\sqrt{h_{eff}^2 + (\omega_m - i\mu)^2}} - \frac{1}{\sqrt{h_{eff}^2 + (\omega_m + i\mu)^2}} \right), \end{aligned} \quad (37)$$

$$f_t = \frac{h_{eff}\Delta}{2\mu} \left(\frac{1}{\sqrt{h_{eff}^2 + (\omega_m - i\mu)^2}} - \frac{1}{\sqrt{h_{eff}^2 + (\omega_m + i\mu)^2}} \right). \quad (38)$$

Из (34) видно, что синглетная часть аномальной функции одинакова на обеих подрешетках, а триплетная имеет противоположные знаки (ρ_y структура в подрешеточном пространстве), что повторяет структуру обменного антиферромагнитного поля и является вышеобсужденными неелевскими триплетными корреляциями. Их зависимость от амплитуды обменного поля и силы примесей показана на рисунке 6.

На первый взгляд ситуация аналогична случаю ферромагнитного обменного поля, которое также наводит триплетные корреляции пропорциональные своей амплитуде, но ключевым отличием здесь является подавление неелевских триплетных корреляций примесями. Это происходит из-за

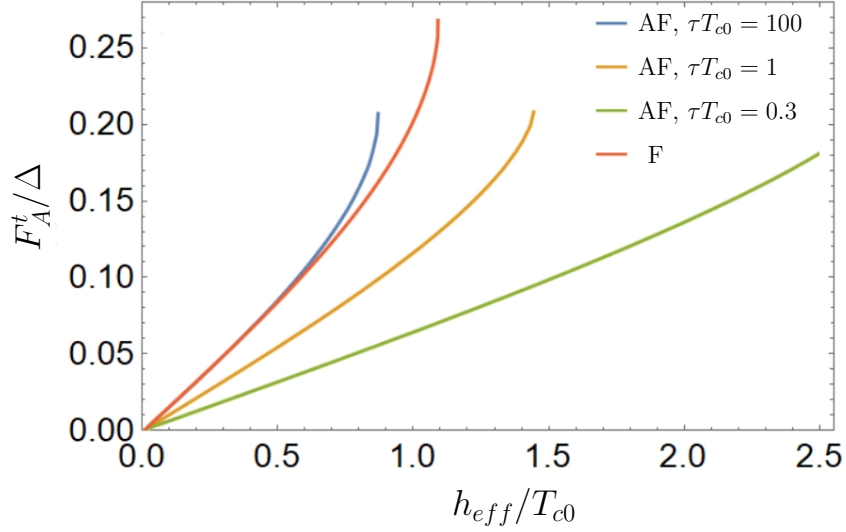


Рис. 6. Триpletная часть аномальной функции Грина (сумма по положительным мацубаровским частотам) как функция эффективного антиферромагнитного обменного поля $h_{eff} \equiv h$ для различных значений концентрации примесей. Красная линия представляет аналогичный расчет для случая ферромагнитного обменного поля, в соответствии с теоремой Андерсона немагнитные примеси не влияют на сверхпроводимость, поэтому кривая всего одна. Каждая линия заканчивается на амплитуде поля, соответствующей полному подавлению сверхпроводящего параметра порядка. Данные результаты получены для случая половинного заполнения.

того, что неелевские корреляции, как было указано выше, аналогичны межзонным корреляциям, а межзонные корреляции разрушаются рассеянием на примесях. В случае же чистого сверхпроводника (для случая половинного заполнения $\mu = 0$) можно видеть что неелевские корреляции наводятся антиферромагнетиком ровно с той же силой что и обычные tripletные корреляции наводятся ферромагнетиком. Разница имеется только при высоких значениях обменных полей - когда почти полностью подавляется сверхпроводимость. Причина этого в том, что в случае с антиферромагнетиком на уровне Ферми возникает антиферромагнитная щель, которая вытесняет проводящие состояния, что затрудняет спаривание электронов.

Теперь перейдем к исследованию влияния примесей на критическую температуру сверхпроводника. Для этого необходимо решать уравнение самосогласования:

$$1 = i\pi\lambda T_c \sum_{\omega_m} \frac{f_s}{\Delta}, \quad (39)$$

где λ - безразмерная константа спаривания. Зависимость критической температуры от амплитуды антиферромагнитного обменного поля для разных значения времени свободного пробега построена на рисунке 7. Обсудим два важных следствия из этой зависимости.

Во-первых, действительно, критическая температура подавляется ан-

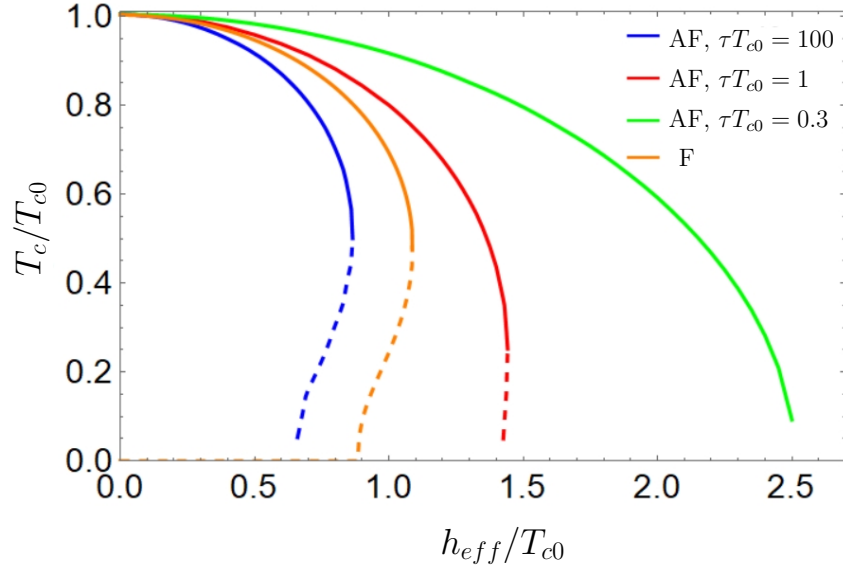


Рис. 7. Критическая температура сверхпроводника в обменном антиферромагнитном поле как функция амплитуды этого поля. Показаны результаты для чистого, грязного и промежуточного случаев, а также аналогичная зависимость (оранжевая линия) для подавления критической температуры ферромагнитным полем. Пунктирные линии представляют собой неустойчивые ветви решения. Приведенные результаты вычислены для $\mu = 0.01T_{c0}$.

тиферромагнитным обменным полем. В чистом случае подавление антиферромагнитным порядком близко к аналогичному подавлению ферромагнитным, даже немного сильнее из-за открытия антиферромагнитной щели, что обсуждалось выше.

Во-вторых, наличие примесей восстанавливает критическую температуру сверхпроводника. Этот результат совершенно отличен от поведения структур сверхпроводник/ферромагнетик в присутствии примесей (напомним, в соответствии с теоремой Андерсона немагнитные примеси не влияют на критическую температуру сверхпроводника). Такое поведение имеет две причины, действующие одновременно. Во-первых, неелевские триплетные корреляции, обсужденные выше, разрушаются примесями, что приводит к восстановлению синглетных корреляций (которые до этого были частично конвертированы в неелевские триплетные), а значит критическая температура растет. Вторая причина - антиферромагнитная щель также замывается примесями (см. рис. 4), а это означает что в окрестности поверхности Ферми становится больше состояний для спаривания, что и приводит к восстановлению сверхпроводимости.

Пунктирными линиями на рисунке 7 обозначены нестабильные решения для уравнения на критическую температуру. Так как уравнение самосогласования (39) нелинейно, то оно может иметь несколько решений. Во-первых, тривиальное решение $\Delta = 0$ существует всегда. Кроме того, может быть одно или несколько ненулевых. Любое решение соответствует

экстремуму свободной энергии и может быть как устойчивым (минимум свободной энергии), так и абсолютно неустойчивым (максимум свободной энергии). Когда любое из этих решений обращается в ноль, этому соответствует своя критическая температура, так как мы работаем здесь с линеаризованным по Δ/T_c уравнением Эйленбергера. Еще могут существовать решения уравнения самосогласования, которые исчезают, не обращаясь в ноль. Т.е. пропадает минимум свободной энергии, находящийся при конечном значении параметра порядка (и это значение к нулю при этом не стремится), иными словами это фазовый переход первого рода. Такие решения наш метод не позволяет получить.

Дело в том, что когда значение Δ при данной температуре неоднозначно, возникает вопрос, что вообще мы ищем, используя линеаризацию по Δ/T_c . Классически, в таких случаях критической температурой называют такую температуру, что ниже её сверхпроводящее состояние оказывается более энергетически выгодным. Но такое, термодинамическое, определение требует сравнения энергий системы в различных состояниях, что лежит за рамками данной работы. Можно ввести следующие два определения, которые назовем «нижней» и «верхней» критическими температурами (хотя они не являются критической температурой в прямом, термодинамическом, смысле): «нижняя» критическая температура, это температура, ниже которой нормальное состояние становится абсолютно неустойчивым и переходит в сверхпроводящее (именно такое определение и соответствует линеаризации уравнения самосогласования и нашим расчетам), а «верхняя» критическая температура, это температура, выше которой невозможно существование сверхпроводящего состояния. В области неоднозначности решения уравнения самосогласования, «верхняя» критическая температура отлична от «нижней» и больше по величине. В нашем случае линия, соответствующая такой «верхней» критической температуре пойдет от точки перегиба зависимости $T_c(h_{eff})$ (точки, где соединяются сплошное и пунктирное решение) вправо, в большие обменные поля. Для полного анализа таких состояний требуется сравнивать свободные энергии и термодинамически корректная кривая пройдет где-то между «верхним» и «нижним» определением. Подробный анализ данного многообразия критических температур лежит далеко за рамками данной работы и здесь мы сосредоточились для определенности на одном, «нижнем», определении, которое соответствует линеаризованному решению. Тем не менее, отметим, что в области сплошной кривой на рис. 7 неоднозначность решения уравнения самосогласования отсутствует и «нижняя», «верхняя» и термодинамическая критические температуры совпадают и, соответственно, в этой области наше решение полно.

Чтобы понять почему часть решений уравнения (39) неустойчива, можно рассматривать итеративное решение уравнения самосогласования как решение временного уравнения на параметр сверхпроводящего поряд-

ка. И если итеративное решение сходится из некоторой окрестности, то решение устойчиво (и ему отвечает минимум свободной энергии), а если, наоборот, отталкивается от, собственно, точки решения, то такое решение является неустойчивым и соответствует максимуму свободной энергии. Такая ситуация абсолютно аналогична физике в гетероструктурах сверхпроводник/ферромагнетик, обсуждавшейся в работах [62–65].

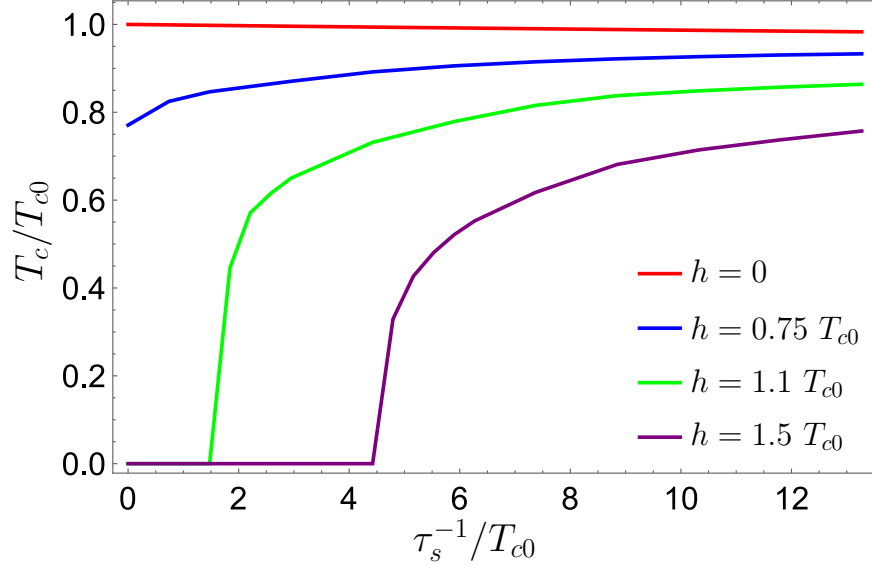


Рис. 8. $T_c(\tau_s^{-1})$ при $\mu = 0$ для различных амплитуд обменных антиферромагнитных полей h . Все величины нормированы на критическую температуру изолированного сверхпроводника $T_{c0} = 0.0067t$.

Теперь мы вынуждены вернуться к решению напрямую уравнения Горькова (11), так как, как было сказано при выводе уравнения Эйлера-Бергера, его применимость ограничивается условием $\mu, h, \Delta, \frac{1}{\tau} \ll t$. Для случая половинного заполнения, рассмотренного в этом разделе, это условие выполняется, так как $\mu \sim 0$ - определение половинного заполнения, как мы увидели выше, в этом случае h должно быть $\sim \Delta$ чтобы полностью подавить сверхпроводимость. Соответственно, большие обменные поля рассматривать не имеет смысла. Параметр порядка же всегда должен быть много меньше энергии Ферми и константы прыжка t , так как это прямое требование теории слабой связи БКШ. Далее мы хотим рассмотреть, что же будет, когда уровень химического потенциала далек от половинного заполнения, и, как мы увидим, в таком случае также актуальным станет высокое значение обменного поля. Именно поэтому далее мы переходим к решению уравнения Горькова, и, сначала, воспроизведем частично описанные выше результаты для случая половинного заполнения.

Уравнение Горькова имеет вид:

$$[\check{H}(\mathbf{R})\rho_x - \check{\Sigma}_{\text{imp}}(\mathbf{R}) + T\check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p})]\check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) = 1, \quad (40)$$

$$\check{H}(\mathbf{R}) = i\omega_m \tau_z \rho_0 + \mu \tau_0 \rho_0 + \tau_z \check{\Delta}(\mathbf{R}) \rho_0 - \mathbf{h}(\mathbf{R}) \boldsymbol{\sigma} \tau_z \rho_z,$$

$$\check{\Sigma}_{\text{imp}} = \frac{1}{\pi N_F \tau_s} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} [\rho_+ \check{G} \rho_+ + \rho_- \check{G} \rho_-], \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \check{T}(\mathbf{R}) \check{G}(\mathbf{R}, \mathbf{p}) &= t \frac{\rho_0 + \rho_z}{2} \sum_{\mathbf{a}} e^{-i\mathbf{p}\mathbf{a}} \check{G}(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{a}}{2} - \frac{\mathbf{a}_z}{2}, \mathbf{p}) \\ &+ t \frac{\rho_0 - \rho_z}{2} \sum_{\mathbf{a}} e^{-i\mathbf{p}\mathbf{a}} \check{G}(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{a}}{2} + \frac{\mathbf{a}_z}{2}, \mathbf{p}). \end{aligned}$$

Также повторно приведем ключевые выражения, которые мы использовали, выраженные теперь через Горьковскую функцию Грина. Уравнение самосогласования принимает вид:

$$\Delta = -T \sum_{|\omega_m| < \Omega_D} \gamma \int \frac{\text{Tr}(\check{G}(\mathbf{p}) \tau_+ \sigma_0 \rho_x)}{8} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}, \quad (42)$$

где γ - размерная константа спаривания, Ω_D - дебаевская частота, ограничивающая энергии электронов, участвующих в спаривании. И для анализа синглетных и триплетных корреляций используем следующие выражения:

$$F_t = T \sum_{\omega_m > 0} \int \frac{\text{Tr}[\check{G}(\mathbf{p}) \tau_+ \sigma_z \rho_y]}{8} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}, \quad (43)$$

$$F_s = T \sum_{\omega_m > 0} \int \frac{\text{Tr}[\check{G}(\mathbf{p}) \tau_+ \sigma_0 \rho_x]}{8} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}. \quad (44)$$

Рисунок 8 показывает зависимость критической температуры сверхпроводника от силы примесей для случая половинного заполнения. Мы видим, что в чистом случае чем больше обменное поле, тем сильнее подавлена критическая температура (обратите внимание, что в неквазиклассических расчетах появляется новый параметр t , полностью исключенный из квазиклассической теории и теперь критическая температура сверхпроводника должна иметь четкое определение через него. В реальных материалах обычно $t \sim 100\text{meV}$, $\Delta < 1\text{meV}$, поэтому в нашем случае для численных расчетов мы использовали $T_{c0} = 0.0067t$). В то же время с ростом концентрации примесей подавление уменьшается в том числе можно наблюдать и восстановление сверхпроводимости из несверхпроводящего состояния. Все это объясняется вышеописанной физикой и подтверждает корректность квазиклассической теории, которую мы использовали.

2.3. Подавление сверхпроводимости немагнитными примесями в случае сильного отклонения системы от случая половинного заполнения зоны проводимости

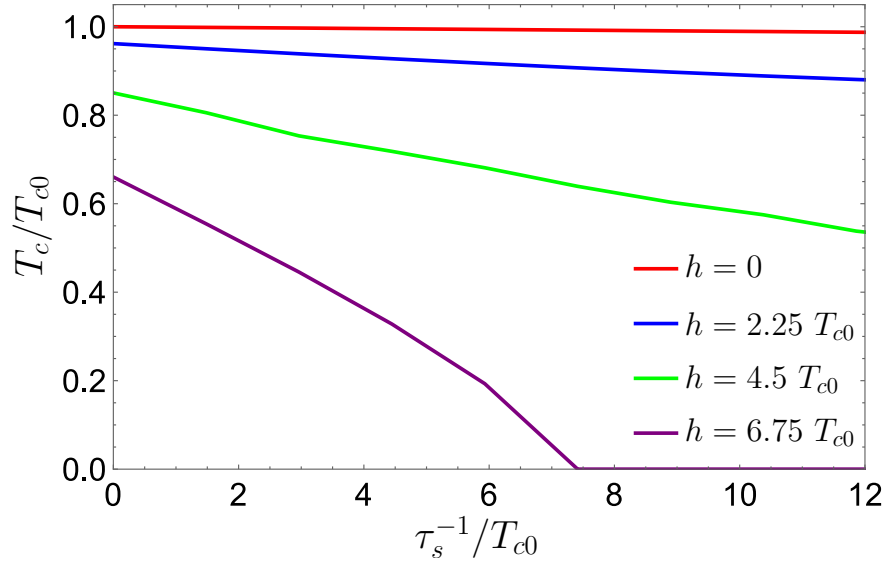


Рис. 9. $T_c(\tau_s^{-1})$ при $\mu = 0.1t$ для различных амплитуд обменных антиферромагнитных полей h . Все величины нормированы на критическую температуру изолированного сверхпроводника $T_{c0} = 0.0067t$.

Теперь перейдем к рассмотрению принципиально иного случая: когда химический потенциал столь велик, что возникновение межзонных неелевских корреляций невозможно.

Следует отметить, что хотя квазиклассическая теория для рассматриваемого здесь случая была выведена в работе [66], тем не менее нам она не подходит, так как в ней были полностью опущены межзонные корреляции и рассматривается случай $h \ll t$, иными словами полностью опущены неелевские триплетные корреляции, что означает что такая теория охватывает только часть интересующих нас эффектов. Полной квазиклассической теории, применимой к данному случаю не существует по причинам изложенным выше, поэтому здесь мы продолжим работать с уравнением Горькова (40).

Критическая температура, полученная его решением, показана на рисунках 9 и 10, которые построены при $\mu = 0.1t$ и $\mu = t$ соответственно. Они представляют предел, противоположный половинному заполнению, когда критическая температура подавляется примесями. Оба случая соответствуют $\mu \gg T_{c0}$, где $T_{c0} = 0.0067t$ — критическая температура изолированного сверхпроводника. В этом пределе только одна из двух электронных зон проводимости, существующих в зоне Бриллюэна, расположена вблизи уровня

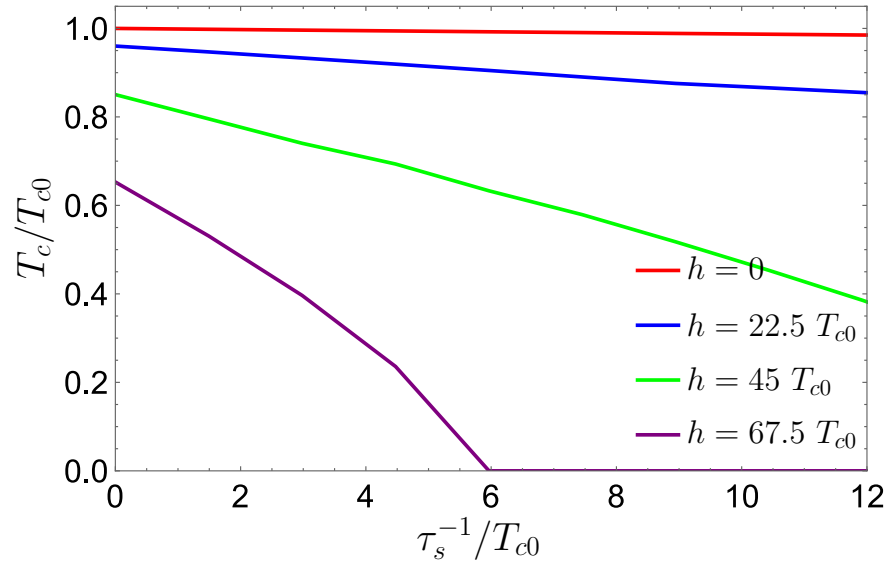


Рис. 10. $T_c(\tau_s^{-1})$ при $\mu = t$ для различных амплитуд обменных антиферромагнитных полей h . Все величины нормированы на критическую температуру изолированного сверхпроводника $T_{c0} = 0.0067t$.

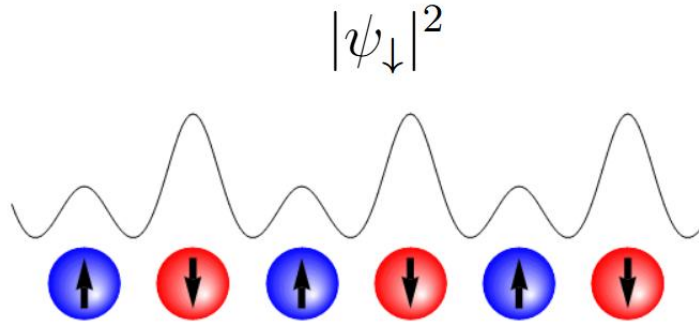


Рис. 11. Схематичное изображение волновой функции электрона в неелевском обменном поле. Она более локализована на одной подрешетке, определяемой спином электрона. Рисунок перерисован из [48].

Ферми. Тем не менее, это не означает, что неелевские триплетные корреляции исчезают. Как видно из рис. 9 и 10, в чистом пределе (при $\tau_s^{-1} = 0$) критическая температура постепенно подавляется с ростом величины обменного поля h . Это и есть проявление подавления сверхпроводимости неелевскими триплетами. Сравнивая рис. 9 и 10, можно отметить, что степень подавления критической температуры при $\tau_s^{-1} = 0$ на этих зависимостях одинакова для кривых одинаковых цветов. При $(h, \mu) \gg T_{c0}$ степень подавления пропорциональна параметру h/μ . Это объясняется тем, что амплитуда неелевских триплетных корреляций контролируется именно этим параметром. Однако при $\mu \gg T_{c0}$ неелевские триплетные корреляции имеют в основном внутризонное происхождение (подробно физическую причину их возникновения мы обсудим ниже). По этой причине они практически не

разрушаются немагнитными примесями.

Казалось бы, из выше изложенного следует, что при $\mu \gg T_{c0}$ критическая температура не должна зависеть от концентрации примесей, аналогично случаю S/F гетероструктур. Тем не менее, как видно из рис. 9 и 10, в этом пределе сверхпроводимость подавляется примесями. Значит существует какой-то механизм, ответственный за это подавление. Оказывается, что в этом пределе основную роль в подавлении критической температуры играют именно примеси. Механизм подавления сверхпроводимости немагнитными примесями в гетероструктурах сверхпроводник/антиферромагнетик подробно описан в работе [48]. Основная физическая причина состоит в том, что амплитуда волновой функции электронов отличается для подрешеток А и В, поскольку для электрона со спином вверх энергетически выгодно сосредоточить волновую функцию на подрешетке В, а для электрона со спином вниз, напротив, на подрешетке А, см. рисунок 11. Поэтому электрон с определенным значением спина лучше взаимодействует с примесью, находящейся на соответствующей подрешетке, а значит с точки зрения электрона примесь становится эффективно магнитной. Магнитные же примеси, как обсуждалось выше, подавляют сверхпроводимость. Параметром, контролирующим силу подавления примесей в данном случае, является $(h/\mu)^2 \tau_s^{-1}$, как и сообщалось в работе [48].

Продemonстрируем этот эффект количественно: собственные векторы электронных состояний в несверхпроводящем состоянии представляют собой смесь компонент, сохраняющих знак и меняющих знак между узлами А и В одной и той же элементарной ячейке:

$$\begin{pmatrix} \hat{\psi}_{i\sigma}^A \\ \hat{\psi}_{i\sigma}^B \end{pmatrix}(\mathbf{p}) = \left[C_{p\sigma} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_{f\sigma} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right] e^{i\mathbf{p}\mathbf{i}}, \quad (45)$$

где

$$C_{p(f)\sigma} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \sigma h/\mu} \pm \sqrt{1 - \sigma h/\mu} \right]. \quad (46)$$

Можно видеть, что неоднородность волновой функции определяется параметром h/μ , независимо от абсолютных величин этих параметров по отдельности. Именно этот факт объясняет то, что на рисунках 9 и 10 зависимости полностью подобны.

Та же неоднородность волновой функции электронов проводимости является причиной возникновения неелевских триплетных корреляций, которые и приводят к подавлению сверхпроводимости в отсутствии примесей (описанное в предыдущем разделе спаривание электронов с двух электронных зон невозможно, так как $\mu \gg \Delta$. Наоборот, эти неелевские корреляции являются внутризонными). Действительно, так как собственные волновые функции неоднородны, то куперовская пара, построенная на таких функциях с импульсами электронов p и $-p$ будет иметь знакопостоянную

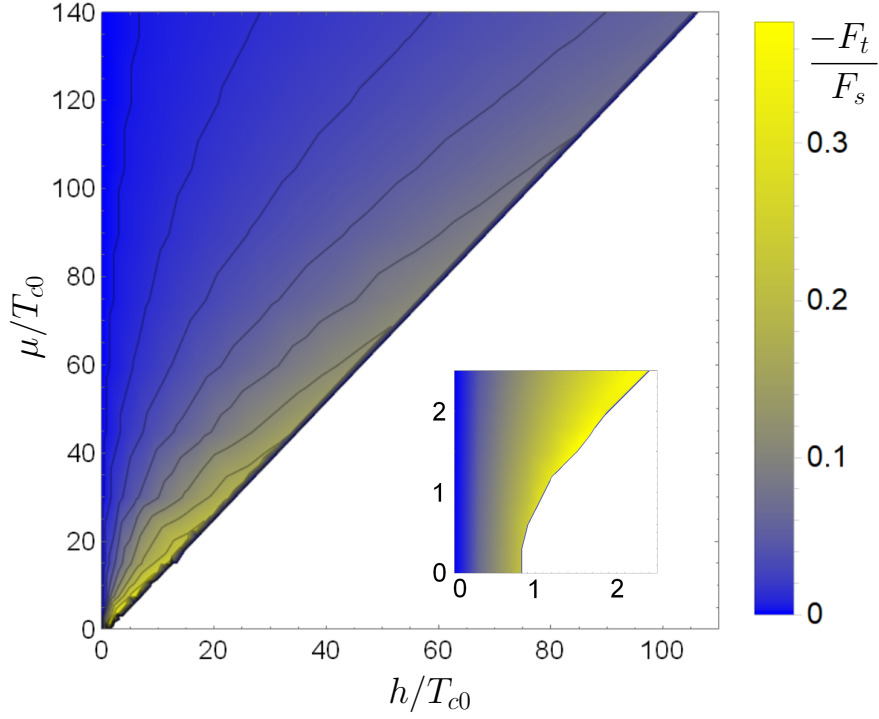


Рис. 12. Амплитуда триплетных неелевских корреляций (нормированная на амплитуду синглетных) как функция антиферромагнитного обменного поля и химического потенциала. Вставка показывает область $(h, \mu) \sim T_{c0}$ с большим масштабом. Расчеты проведены для чистого случая $\tau_s^{-1} = 0$ и $T \rightarrow T_c$.

и знакопеременную по подрешеткам компоненту. Причем знакопостоянная компонента будет иметь синглетную спиновую структуру, а знакопеременная - триплетную. Амплитуда соответствующих триплетных корреляций представлена на рисунке 12. Можно заметить, что амплитуда неелевских триплетных корреляций (нормированная на синглетные) достигает максимального значения при $h/\mu = \text{const} \approx 0.8$. При дальнейшем увеличении этого параметра сверхпроводимость в системе полностью подавляется. Для заданной величины обменного поля относительная амплитуда неелевских триплетов уменьшается с ростом μ . Однако мы видим, что в общем случае они могут быть существенными даже при больших значениях μ .

Отклонение от этого поведения наблюдается только при малых $(\mu, h) \sim T_{c0}$. Оно представлено на вставке к рис. 12. В этом случае в окрестности уровня Ферми имеются две электронные ветви, которые следует рассматривать на равных основаниях. Возникающее спаривание неелевских триплетов носит в основном межзонный характер, что было подробно обсуждено в прошлом разделе.

В итоге мы показали, что в случае неполновинного заполнения зоны $|\mu| \gg T_{c0}$ возникает шахматная (неелевская) структура волновой функции электронов, что одновременно приводит к появлению внутризонных триплетных корреляций и тому факту, что немагнитные примеси становятся эффективно магнитными.

2.4. Итоги: общее решение для произвольного уровня заполнения и силы примесей

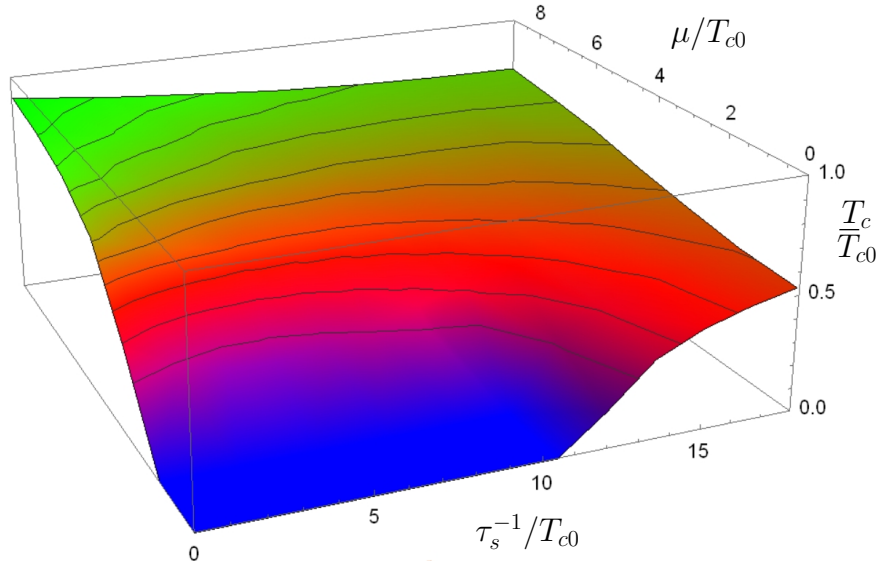


Рис. 13. Зависимость критической температуры в плоскости (τ_s^{-1}, μ) при фиксированном значении $h = 2.25T_{c0}$.

В этом разделе мы подведем итоги двух противоположных предельных случаев (половинного заполнения зоны $\mu \sim 0$ проводимости и сильно не половинного $|\mu| \gg T_{c0}$) обсуждавшихся в двух предыдущих разделах и представим результаты для случая произвольного уровня химического потенциала.

Рис. 13 демонстрирует поведение критической температуры в плоскости (τ_s^{-1}, μ) для заданного $h = 2.25T_{c0}$. Передняя и задняя грань изображения соответствуют двум противоположным вышерассмотренным пределам. Передняя грань является пределом, где доминируют межзонные неелевские триплетные корреляции и, следовательно, сверхпроводимость восстанавливается с ростом концентрации примеси (из-за разрушения примесями неелевских триплетных корреляций). Задняя грань представляет предел, где сверхпроводимость подавляется немагнитными примесями. Кроме того, наблюдается кроссовер между двумя этими режимами при промежуточном значении химического потенциала. В частности, для определенного диапазона μ можно увидеть немонотонную зависимость $T_c(\tau_s^{-1})$. Начальное подавление T_c сменяется некоторым увеличением. Это происходит потому, что синглетная сверхпроводимость подавляется примесями быстрее, чем разрушаются неелевские триплетные корреляции.

И для больших, и для меньших значений обменного поля h зависимости $T_c(\tau_s^{-1}, \mu)$ качественно подобны рассмотренной. Для больших h неелевские триплетные корреляции сильнее и, следовательно, область подавленной сверхпроводимости в переднем левом углу шире. Подавление

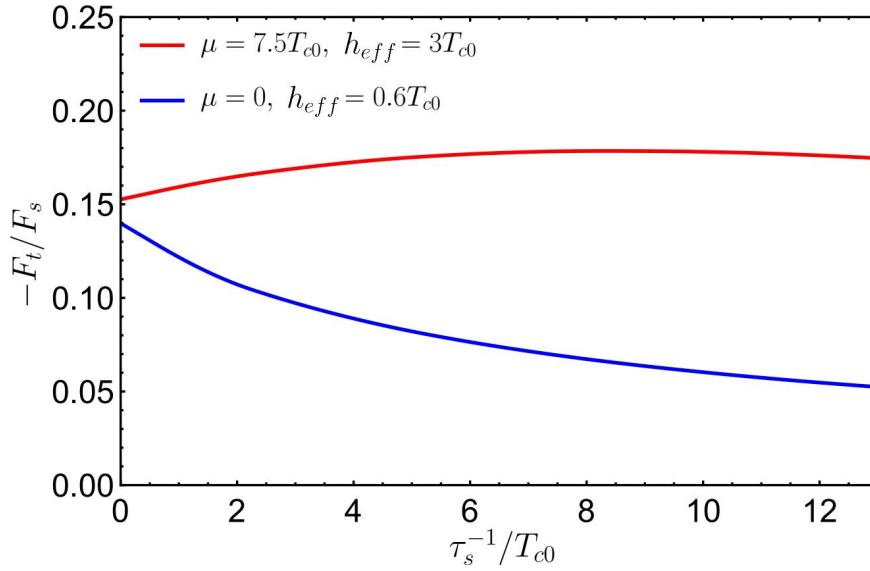


Рис. 14. Амплитуда неелевских триплетных корреляций нормированных на синглетные как функция обратного времени рассеяния примесей для сверхпроводника в присутствии эффективного обменного поля неелевского типа h_{eff} . Разные кривые соответствуют разным значениям химического потенциала μ и соответствующим значениям h_{eff} .

сверхпроводимости примесями также сильнее и происходит быстрее, поскольку сила подавления $\sim (h/\mu)^2 \tau_s^{-1}$. Для меньших амплитуд h степень подавления сверхпроводимости обоими факторами меньше.

Также возникает вопрос: работают ли оба механизма (подавление эффективно магнитными примесями и разрушение примесями межзонных корреляций) одновременно всегда, просто в одном пределе доминирует один, а в противоположном - второй, или в каждом пределе работает только один соответствующий механизм, а лишь в переходных значениях химического потенциала механизмы сосуществуют. Чтобы ответить на этот вопрос, была построена зависимость триплетных корреляций от силы примесей в двух этих предельных случаях (см. рис. 14). Видно что для случая половинного заполнения триплетные корреляции разрушаются примесями, в то же время для случая неполновинного заполнения не наблюдается даже минимального разрушения триплетных корреляций примесями, наоборот их амплитуда немного подрастает (что, возможно, является следствием того, что решается неквазиклассическое уравнение Горькова и просто заметно влияние высокой концентрации примесей на свойства нормального металла). Отсюда мы можем сделать вывод, что два вышеописанных механизма требуют принципиально разных физических условий и возникновение одного сопутствует исчезновению второго.

Глава 3

Связанные состояния на одиночной примеси в гетероструктуре S/AF

В этой главе мы сконцентрируемся на обсуждении эффектов, возникающих в гетероструктуре сверхпроводник/антиферромагнетик из-за одиночной немагнитной примеси (в отличие от массива примесей, рассмотренного ранее). Используемые в прошлой главе методы относились к решению трансляционно инвариантной задачи, и, соответственно, непригодны для рассмотрения одиночной примеси. Поэтому здесь мы опишем другой метод, называемый Т-матричным подходом, который часто применяется именно для таких задач.

3.1. Т-матричный подход

Снова рассмотрим гетероструктуру сверхпроводник/антиферромагнетик, которую будем моделировать сверхпроводником с наведенным внутри постоянным антиферромагнитным обменным полем. Но вместо хаотического потенциала примесей рассмотрим одну примесь и будем интересоваться связанным состоянием на этой примеси.

Гамильтониан системы:

$$\begin{aligned} \hat{H} = & -t \sum_{\langle \mathbf{r}\mathbf{r}' \rangle, \sigma} \hat{c}_{\mathbf{r}\sigma}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{r}'\sigma} + \sum_{\mathbf{r}} (\Delta \hat{c}_{\mathbf{r}\uparrow}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{r}\downarrow}^\dagger + H.c.) - \mu \sum_{\mathbf{r}, \sigma} \hat{n}_{\mathbf{r}\sigma} \\ & - \sum_{\mathbf{r}, \alpha\beta} \hat{c}_{\mathbf{r}\alpha}^\dagger (\mathbf{h}_{\mathbf{r}}^N \boldsymbol{\sigma})_{\alpha\beta} \hat{c}_{\mathbf{r}\beta} + \sum_{\sigma} U_0 \hat{c}_{\mathbf{r}_{imp}, \sigma}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{r}_{imp}, \sigma}, \end{aligned} \quad (47)$$

где $\langle \mathbf{r}\mathbf{r}' \rangle$ означает сумму по ближайшим соседям, $\hat{c}_{\mathbf{r}\sigma}^\dagger (\hat{c}_{\mathbf{r}\sigma})$ - операторы рождения(уничтожения) электрона со спином σ на узле $\mathbf{r}$. t параметризует электронные прыжки между соседними узлами, Δ - сверхпроводящий параметр порядка, предполагаемый s-волновым синглетным локальным. $\mathbf{h}$ - антиферромагнитное обменное поле, для определенности направленное вдоль оси z . μ - электронный химический потенциал. $\hat{n}_{\mathbf{r}\sigma} = \hat{c}_{\mathbf{r}\sigma}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{r}\sigma}$ - оператор числа частиц, $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)^T$ - Паули матрицы в спиновом пространстве. Постоянную решетки обозначаем как a . U_0 - потенциал одиночной немагнитной примеси, локализованной на узле с координатой $\mathbf{r}_{imp}$.

Для расчета энергий связанных состояний и плотности состояний вокруг одиночной примеси мы обобщили формализм Т-матрицы [3] для учета антиферромагнитного порядка в системе. Это сделано на основе функций Грина Горькова в двухподрешеточном формализме, выведенном в прошлой главе. Элементарная ячейка с двумя узлами в ней выбрана так, как показано на рис. 15. Уравнение Горькова в двухрешеточном формализме имеет

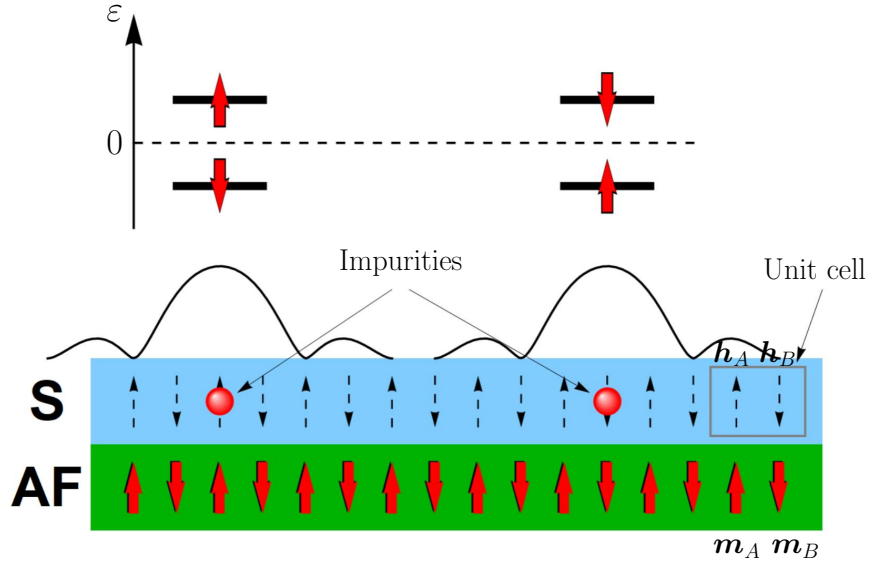


Рис. 15. Эскиз рассматриваемой системы. Двухподрешеточный антиферромагнетик (изолятор) с шахматной антиферромагнитной намагниченностью $\mathbf{m}_A = -\mathbf{m}_B$ индуцирует шахматное обменное поле $\mathbf{h}_A = -\mathbf{h}_B$ за счет эффекта близости в соседнем тонком сверхпроводнике. Элементарная ячейка показана прямоугольником. Примесь может занимать позиции A или B в слое S. Оба возможных варианта показаны красными шарами. Схематически показана плотность состояний андреевских связанных состояний, локализованных на соответствующей примеси. Энергетический спектр связанных состояний с соответствующей спиновой структурой (красные стрелки) также показан над соответствующей примесью.

ВИД:

$$(\check{H}_i^0 - \check{U}_i)\check{G}_{ij} = \delta_{ij}, \quad (48)$$

где $\check{H}_i^0$ - гамильтониан системы без примеси (однородный):

$$\check{H}_i^0 \check{G}_{ij} = [(\varepsilon + i\Gamma)\tau_z + \mu + h\sigma_z\rho_z + \Delta i\tau_y]\rho_x \check{G}_{ij} + \check{K}_i \check{G}_{ij}, \quad (49)$$

здесь $\Gamma > 0$ - параметр Дайнса, который феноменологически описывает уширение когерентных пиков из-за различных процессов распаривания. $\check{K}_i$ - кинетическое слагаемое, содержащее ближайшие прыжки:

$$\check{K}_i \check{G}_{ij} = \rho_+ \sum_{\mathbf{a}} \check{G}_{i+\mathbf{a}-\mathbf{a}_z, j} + \rho_- \sum_{\mathbf{a}} \check{G}_{i+\mathbf{a}+\mathbf{a}_z, j}, \quad (50)$$

и $\mathbf{a} \in \{\pm\mathbf{a}_x, \pm\mathbf{a}_y, \pm\mathbf{a}_z\}$. $\check{U}_i$ потенциал примеси, в двухподрешеточном формализме имеющий вид:

$$\check{U}_i = \check{U}_0 \delta_{i, i_{imp}} = U_0 \frac{(\rho_x + \nu i\rho_y)}{2} \delta_{i, i_{imp}}, \quad (51)$$

$\nu = \pm 1$ если примесь локализована на узле A(B).

Классический T -матричный анзац для Горьковской функции Грина имеет вид:

$$\check{G}_{ij} = \check{G}_{ij}^0 + \sum_{m,l} \check{G}_{im}^0 \check{T}_{ml} \check{G}_{lj}^0, \quad (52)$$

где $\check{G}_{i,j}^0$ - функция Грина однородной системы (в отсутствии примеси). Эта функция Грина является решением уравнения:

$$\check{H}_i^0 \check{G}_{ij}^0 = \delta_{ij}. \quad (53)$$

Вычитая возмущенное (48) и невозмущенное (53) уравнения и умножая на H_j^0 справа, получаем:

$$\check{T}_{ij} - \check{U}_i \sum_m \check{G}_{im}^0 \check{T}_{mj} - \check{U}_i \delta_{ij} = 0. \quad (54)$$

Из-за того, что потенциал примеси изотропен, мы можем записать:

$$\check{T}_{ij} = \check{T}^0 \delta_{i,i_{imp}} \delta_{j,i_{imp}}. \quad (55)$$

Тогда из уравнения (54) следует, что

$$\check{T}^0 = (1 - \check{U}_0 \check{G}_{i_{imp},i_{imp}}^0)^{-1} \check{U}_0. \quad (56)$$

Энергия связанных состояний определяется полюсами T -матрицы, то есть энергии связанных состояний получаются из следующего уравнения

$$\det(1 - \check{U}_0 \check{G}_{i_{imp},i_{imp}}^0) = 0. \quad (57)$$

Однородная функция Грина $\check{G}_{ij}^0$ может быть найдена аналитически:

$$G_{ij}^0 = \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} \check{G}^0(\mathbf{p}) e^{i\mathbf{p}(\mathbf{i}-\mathbf{j})}, \quad (58)$$

где $\check{G}^0(\mathbf{p})$ - решение однородной задачи в импульсном представлении:

$$(\varepsilon \tau_z + \mu + h \sigma_z \rho_z + i \tau_y \Delta) \rho_x \check{G}^0(\mathbf{p}) - 2t(\cos(p_x a) + \cos(p_y a)) \check{G}^0(\mathbf{p}) = 1. \quad (59)$$

Тогда $\check{G}_{ij}^0$ будет диагональной в спиновом пространстве, т.е. $\check{G}_{ij}^0 = \check{G}_{ij,\uparrow}^0 (1 + \sigma_z)/2 + \check{G}_{ij,\downarrow}^0 (1 - \sigma_z)/2$ каждая компонента в спиновом пространстве имеет следующую структуру в электрон-дырочном и подрешеточном пространствах:

$$\begin{aligned} G_{ij,\sigma}^0 = & G_{0x}^\sigma \tau_0 \rho_x + G_{yx}^\sigma \tau_y \rho_x + G_{zx}^\sigma \tau_z \rho_x + \\ & G_{0y}^\sigma \tau_0 \rho_y + G_{yy}^\sigma \tau_y \rho_y + G_{zy}^\sigma \tau_z \rho_y, \end{aligned} \quad (60)$$

где соответствующие амплитуды даются выражениями:

$$\begin{cases} G_{0x}^\sigma = \mu((-h^2 + \Delta^2 - \varepsilon^2 + \mu^2)I_1 - I_2) \\ G_{yx}^\sigma = -i\Delta((-h^2 + \Delta^2 - \varepsilon^2 + \mu^2)I_1 + I_2) \\ G_{zx}^\sigma = \varepsilon((-h^2 - \Delta^2 + \varepsilon^2 - \mu^2)I_1 - I_2) \\ G_{0y}^\sigma = 2i\sigma h\varepsilon\mu I_1 \\ G_{yy}^\sigma = 2\sigma h\Delta\varepsilon I_1 \\ G_{zy}^\sigma = i\sigma h((h^2 - \Delta^2 - \varepsilon^2 - \mu^2)I_1 + I_2) \end{cases} \quad (61)$$

где $I_1 = -\frac{2\sqrt{2}i\pi}{(\alpha_1+\alpha_2)\alpha_1\alpha_2}$, $I_2 = \frac{\sqrt{2}i\pi}{\alpha_1+\alpha_2}$, $\alpha_{1,2} = \sqrt{-\beta_1 \mp \sqrt{\beta_1^2 - 4\beta_0}}$, $\beta_0 = h^4 + (\Delta^2 - \varepsilon^2 + \mu^2)^2 - 2h^2(\Delta^2 + \varepsilon^2 + \mu^2)$, $\beta_1 = 2(\Delta^2 - \varepsilon^2 - \mu^2 + h^2)$.

Большой интерес представляет электронная плотность состояний в окрестности одиночной примеси. Разрешенная по спину плотность состояний на A и B подрешетках в ячейке $\mathbf{i}$ определяется мнимой частью западывающей функции Грина:

$$N(\varepsilon, \mathbf{i})_{\uparrow,\downarrow}^{A,B} = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \left[\text{Tr} \left[\frac{\check{G}_{ii}(\sigma_0 + \sigma\sigma_z)(\tau_0 + \tau_z)(\rho_x - \nu i\rho_y)}{8} \right] \right], \quad (62)$$

где $\sigma = \pm 1$ для спина $\uparrow$ ($\downarrow$) и $\nu = \pm 1$ для $A(B)$ подрешеток. Функция Грина $\check{G}_{ii}$ вычисляется в соответствии с (52), (55), (56). Сверхпроводящий параметр порядка принимается $\Delta = 0.1t$ для всех дальнейших расчетов. В принципе, он также подавляется примесью, и должен рассчитываться самосогласованно, но мы не проводим процедуру самосогласования, что является вполне стандартным приближением при рассмотрении проблем с одной примесью, поскольку подавление параметра порядка определяется фермиевской длиной волны и не влияет на положение связанного состояния [3].

3.2. Энергия связанного состояния

В этом разделе мы остановимся на изучении энергии связанного состояния. Для этого будем исследовать суммарную по спину плотность состояний (LDOS): $N(\varepsilon, \mathbf{i})^{A,B} = N(\varepsilon, \mathbf{i})_{\uparrow}^{A,B} + N(\varepsilon, \mathbf{i})_{\downarrow}^{A,B}$ как функцию энергии для атома на котором локализована примесь, а также для ближайшего к нему соседа. LDOS для этих случаев показана на рисунке 16. Связанные состояния представлены пиками при $\varepsilon = \pm\varepsilon_b$ с асимметричными высотами внутри сверхпроводящей щели. Более высокие внешние пики на панели (b) соответствуют сверхпроводящим когерентным пикам с сверхпроводящей щелью $2E_g^S$ (отметим, что в присутствии антиферромагнетика сверхпроводящая щель $2E_g^S$ не обязана совпадать с удвоенным сверхпроводящим параметром порядка 2Δ). На атоме, в точности соответствующем примеси,

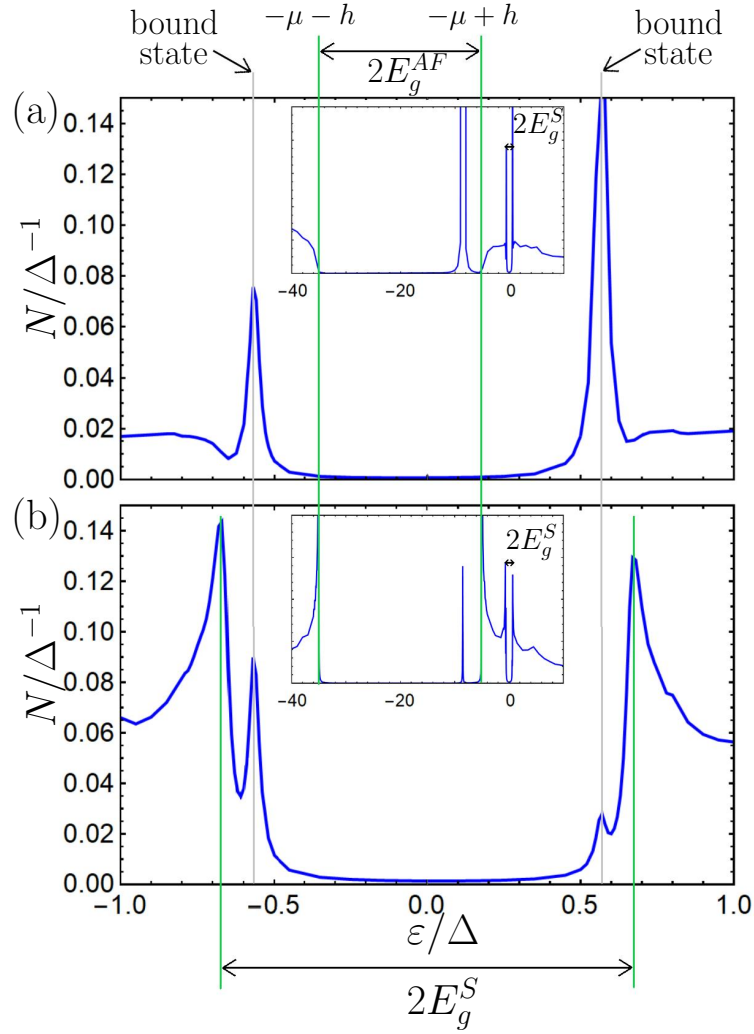


Рис. 16. LDOS как функция энергии. (a) LDOS на атоме примеси. (b) LDOS на ближайшем соседе примеси. Вставки показывают ту же LDOS для большего диапазона энергий. $2E_g^S$ - сверхпроводящая щель на уровне Ферми. Также видны антиферромагнитная щель $2E_g^{AF}$ при $\varepsilon \in [-\mu - h, -\mu + h]$ и несверхпроводящее дополнительное связанное состояние внутри этой щели. $t = 10\Delta$, $\mu = 20\Delta$, $h = 15\Delta$, $U_0 = 10\Delta$. Параметр Дайнса, описывающий уширение уровня $\Gamma = 0.02\Delta$.

когерентные пики полностью разрушены примесью и видны только пики, соответствующие связанному состоянию [см. панель (a)]. Асимметрия пиков связанного состояния связана с общей частично-дырочной асимметрией плотности состояний (мы решаем уравнение Горькова, а оно учитывает конкретный электронный спектр и ограниченность зоны проводимости). Эта асимметрия отчетливо видна на вставках, которые показывают плотность состояний для большего диапазона энергий. Здесь мы также можем видеть антиферромагнитную щель $2E_g^{AF}$ при энергиях $\varepsilon \in [-\mu - h, -\mu + h]$ и дополнительный пик внутри этой щели. Этот пик соответствует другому связанному состоянию, вызванному примесью, которое не связано со сверхпроводимостью и сохраняется также в нормальном состоянии. Мы не будем здесь фокусироваться на этом несверхпроводящем связанном состоянии.

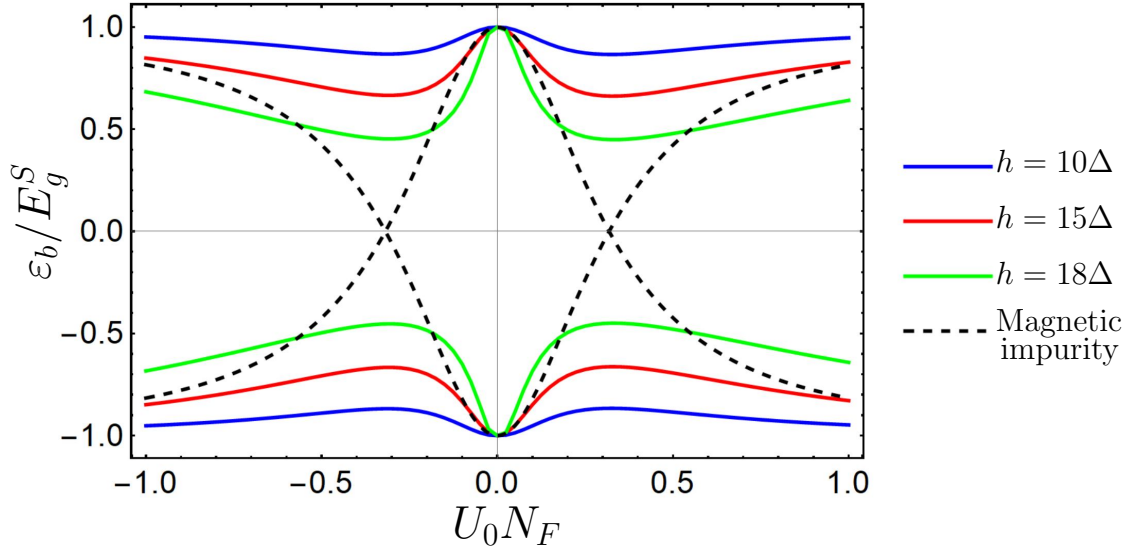


Рис. 17. Энергии связанных состояний как функции силы примеси. $\mu = 20\Delta$. Разные цвета соответствуют разным антиферромагнитным обменным полям h . Пунктирные линии представляют энергии связанных состояний на магнитной примеси с той же силой в обычном s -волновом сверхпроводнике.

Как было упомянуто в прошлом разделе, физическая причина появления этих связанных состояний заключается в том, что немагнитная примесь в S/AF-гетероструктуре ведет себя как магнитная примесь. Ниже мы обсудим качественную физику этого эффекта более подробно. Энергии связанных состояний как функции силы примеси представлены на рис. 17. Видно, что при более сильном антиферромагнитном эффективном обменном поле h связанное состояние смещается глубже в область сверхпроводящей щели. Для выбранного набора параметров мы не можем рассматривать $h > 0.9\mu = 18\Delta$ из-за общего подавления сверхпроводимости триплетными неелевскими корреляциями. Для сравнения энергии связанных состояний Ю-Шибы-Русинова на магнитной примеси с той же силой в обычном s -волновом сверхпроводнике показаны пунктирными линиями. В отличие от случая магнитной примеси рассматриваемые немагнитные примеси в бислоях сверхпроводник/антиферромагнетик не способны поддерживать связанные состояния с низкой и нулевой энергией. В этом смысле можно сказать, что они являются более слабыми разрушителями пар по сравнению с магнитными примесями.

Все результаты, обсуждавшиеся выше, относятся к случаю большого химического потенциала $\mu = 20\Delta$, что далеко от половинного заполнения. Для $\mu = 0$ LDOS $N^A(\varepsilon, \mathbf{i}_{imp})$, т.е. на узле, занятом примесью, как функция ε показана на рис. 18. Видно, что если химический потенциал близок к половинному заполнению $\mu = 0$, то связанные состояния не возникают. Следовательно, можно сделать вывод, что становится ли примесь в бислое S/AF эффективно магнитной, зависит от значения химического потенциа-

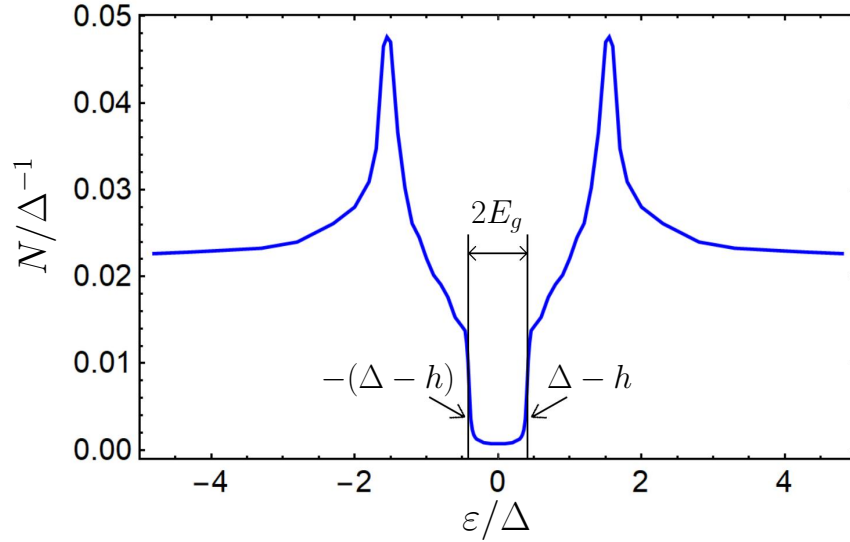


Рис. 18. LDOS на атоме примеси как функция энергии. При $\mu = 0$ имеется единственная щель $2E_g = 2(\Delta - h)$. В этом случае на уровне Ферми открыты как антиферромагнитная, так и сверхпроводящая щели и, следовательно, $2E_g$ имеет смешанное происхождение. $\mu = 0$, $h = 0.6\Delta$, $U_0 = 10\Delta$.

ла. Чтобы понять основную физическую причину, снова рассмотрим волновые функции блоховских электронов в однородном сверхпроводнике в присутствии антиферромагнитного обменного поля:

$$\begin{pmatrix} \hat{\psi}_{i\sigma}^A \\ \hat{\psi}_{i\sigma}^B \end{pmatrix}(\mathbf{p}) = \begin{pmatrix} \sqrt{1 + \sigma h / (\mu + \varepsilon)} \\ \sqrt{1 - \sigma h / (\mu + \varepsilon)} \end{pmatrix} e^{i\mathbf{p}\mathbf{i}}. \quad (63)$$

Нас в основном интересуют низкие энергии $\varepsilon \sim \Delta$. Если $\mu \gg \Delta$, то плотность вероятности электронов со спином вверх более сосредоточена в узлах A , а плотность вероятности электронов со спином вниз — в узлах B . Следовательно, если примесь расположена в узле A , то она сильнее взаимодействует с электронами со спином вверх и наоборот [48]. Это является причиной эффективно магнитного поведения немагнитных примесей в бислоях S/AF. Напротив, если $\mu = 0$, то при $\varepsilon > 0$ электроны со спином вверх концентрируются в узлах A , а при $\varepsilon < 0$ электроны со спином вниз концентрируются там же. Поскольку все энергии $\varepsilon \sim \Delta$ вокруг уровня Ферми вносят вклад в сверхпроводящее спаривание симметрично, нет никакой разницы во вкладе спина вверх и спина вниз во взаимодействие между примесью и электронами. Поэтому примеси не ведут себя как эффективно магнитные.

Более количественно области существования связанных состояний и зависимость энергий связанных состояний от μ и h можно обобщить в виде фазовой диаграммы, представленной на рис. 19. На этом рисунке энергия связанного состояния ε_b показана в плоскости (h, μ) . Белая область соответствует полному подавлению сверхпроводимости обменным антиферромагнитным полем. Хотя, как было сказано, мы не вычисляем сверхпроводящий

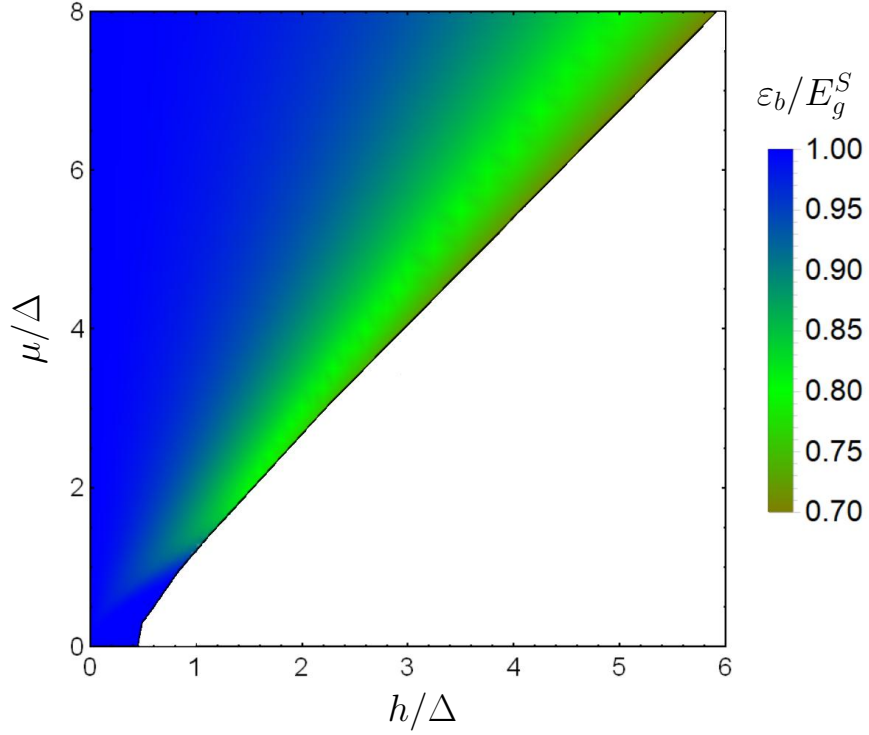


Рис. 19. Энергия связанного состояния ε_b в плоскости (h, μ) . Белая область соответствует полностью подавленной сверхпроводимости. $U_0 N_F = 0.3$.

параметр порядка самосогласованно, граница подавления сверхпроводимости в плоскости (h, μ) уже была рассчитана ранее и проводить расчеты в той области не имеет физического смысла. Из рис. 19 видно, что при малых $\mu \lesssim \Delta$ связанное состояние действительно сливается со сверхпроводящей щелью E_g^S для произвольного h . При больших μ возникает связанное состояние. Его энергия регулируется параметром h/μ , поскольку именно этот параметр отвечает за то, чтобы примесь была эффективно магнитной, см. уравнение (63). Сила примеси U_0 для построения рис. 19 выбрана так, чтобы обеспечить максимальное отклонение энергии связанного состояния от края щели. Чтобы доказать, что области в плоскости (h, μ) , где существуют связанные состояния, качественно не зависят от конкретного выбора U_0 , и предоставить больше информации о фазовой диаграмме, также построена кривизна $|d^2\varepsilon_b/dU_0^2|_{U_0=0}$ в плоскости (h, μ) , см. рис. 20. Если эта величина больше нуля, это указывает на существование связанных состояний для заданного набора (h, μ) при произвольном значении U_0 . Этот рисунок показывает те же тенденции, что и рис. 19, тем самым указывая на то, что области существования/отсутствия связанных состояний качественно не зависят от конкретного значения U_0 . Заштрихованная область соответствует области малых μ , где связанные состояния не существуют при всех значениях U_0 и, следовательно, невозможно определить кривизну.

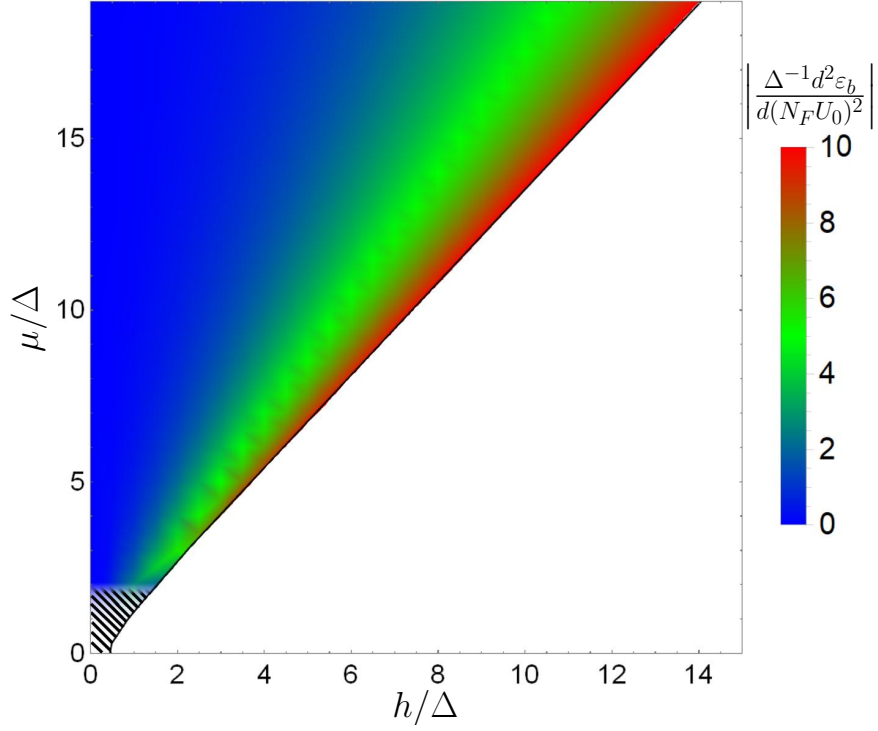


Рис. 20. $|d^2\varepsilon_b/dU_0^2|_{U_0=0}$ в плоскости (h, μ) . Белая область соответствует полностью подавленной сверхпроводимости.

3.3. Анализ различных пространственных масштабов

В этом разделе мы перейдем к изучению пространственного распределения плотности состояний вокруг примеси. Эта структура при энергии связанного состояния $\varepsilon = -\varepsilon_b$ рассчитывается по уравнению (62) и представлена на рис. 21. Пространственная область, занимаемая связанным состоянием, имеет пространственный масштаб порядка сверхпроводящей длины когерентности $\xi \sim v_F/\Delta \sim 2at/\Delta$, где $v_F \sim 2at$ — скорость Ферми электрона в нормальном состоянии сверхпроводника. На экспоненциальный спад накладывается степенное подавление аналогично случаю магнитных примесей в обычных сверхпроводниках [3]. Однако, в отличие от магнитных примесей в обычных сверхпроводниках, здесь плотность состояний имеет "шахматную" компоненту, т.е. её значение колеблется между подрешетками.

Видно, что если примесь локализована в A -узле, то LDOS связанного состояния в основном сосредоточена в B -подрешетке везде, за исключением области атомного масштаба вблизи примесного узла. Этот факт тесно связан со спиновой поляризацией LDOS связанного состояния. Спин-разрешенная LDOS, индуцированная примесью, представлена на рис. 22. Показано только изменение δN_σ плотности состояний, вызванное примесью. Здесь $\delta N_\sigma = N_\sigma - N_{0,\sigma}$, где $N_{0,\sigma}$ — плотность состояний на том же месте в отсутствие примеси. Видно, что связанные состояния действительно рас-

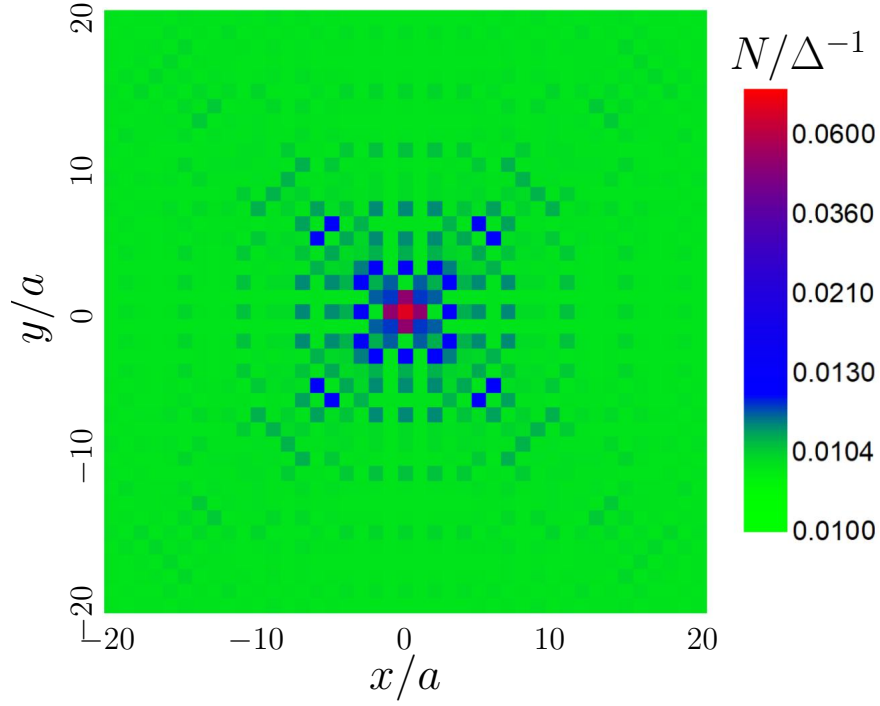


Рис. 21. LDOS при $\varepsilon = -\varepsilon_b$ как функция координат. Примесь находится в A -узле элементарной ячейки $\mathbf{i}_{imp} = (0, 0)$. $\mu = 20\Delta$, $h = 15\Delta$, $U_0 = 10\Delta$.

цеплены по спину, и если примесь находится в узле A , то нижнее связанное состояние $\varepsilon = -\varepsilon_b$ соответствует поляризации со спином вниз (если примесь находится в узле B , то спиновая поляризация связанных состояний меняется на противоположную), как показано на рис. 15. Согласно уравнению (47) энергетически выгодно концентрировать плотность состояний для электронов со спином вниз в B -подрешетке, чтобы минимизировать обменную энергию. Видно, что в этом случае только отвечающая спину вниз LDOS $N_\downarrow$ возмущена примесью для нижнего граничного состояния $-\varepsilon_b$, за исключением примесного узла. Непосредственно на примесном узле мы видим локальное возмущение LDOS в подзоне с спином вверх, которое является результатом того, что немагнитная примесь сама по себе работает как локальное возмущение химического потенциала.

Еще одной интересной особенностью пространственной структуры связанного состояния LDOS является то, что на общее затухание плотности состояний связанного состояния и «шахматные» колебания, связанные с антиферромагнитным порядком, также накладываются колебания большего пространственного масштаба по сравнению с атомным, который, тем не менее, существенно меньше сверхпроводящего масштаба длины когерентности. Мы связываем эти колебания с возникновением триплетных неелевских корреляций с конечным импульсом, которые первоначально были предсказаны для бислоев S/AF с металлическими антиферромагнетиками из-за процессов Umklapp-рассеяния электронов на интерфейсе антиферромагнетик/сверхпроводник [67]. Период колебаний равен $L_{osc} =$

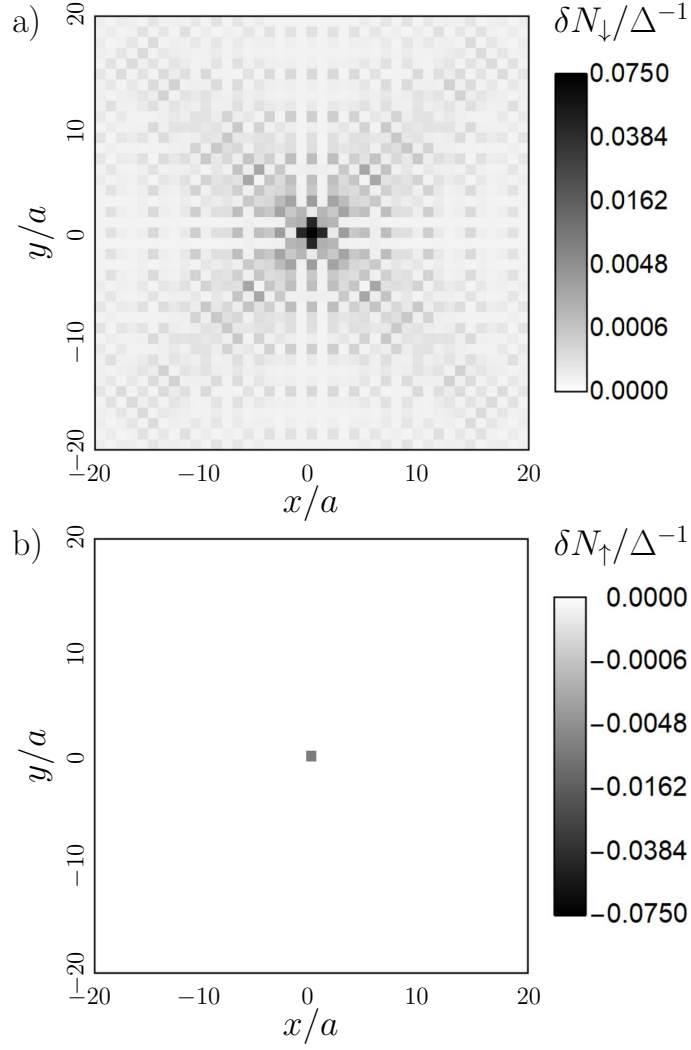


Рис. 22. Отклонение $\delta N_{\sigma} = N_{\sigma} - N_{0,\sigma}$ плотности состояний из-за примеси. Здесь $N_{0,\sigma}$ - плотность состояний в той же точке в отсутствие примеси. (а) Отклонение плотности состояний для электронов со спином вниз $\delta N_{\downarrow}$ и (б) для спина вверх $\delta N_{\uparrow}$. $\mu = 20\Delta$, $h = 15\Delta$, $U_0 = 10\Delta$.

$\pi v_F/\sqrt{\mu^2 - h^2}$. Данные, представленные на рис. 21, рассчитаны при $h = 1.5t$ и $\mu = 2t$. Тогда $L_{osc} \approx 4a$, что согласуется с дополнительным периодом колебаний, видимым на рисунке.

Приведем объяснение возникновения таких неелевских триплетных пар с конечным импульсом. Снова обратимся к рисунку 5. Если раньше мы рассматривали однородную задачу, и, соответственно, считали, что куперовская пара образуется из электронов с противоположными импульсами, но разными энергиями, чем объяснялось подавление неелевских корреляций ненулевым значением химического потенциала, то теперь, рассматривая задачу рассеяния (неважно, это рассеяние на одиночной примеси или на интерфейсе, как в работе [67]), энергия обоих электронов, образующих куперовскую пару не изменяется в процессе рассеяния и, соответственно, равна в течении всего процесса рассеяния. Тогда, из рисунка 5 видно, что

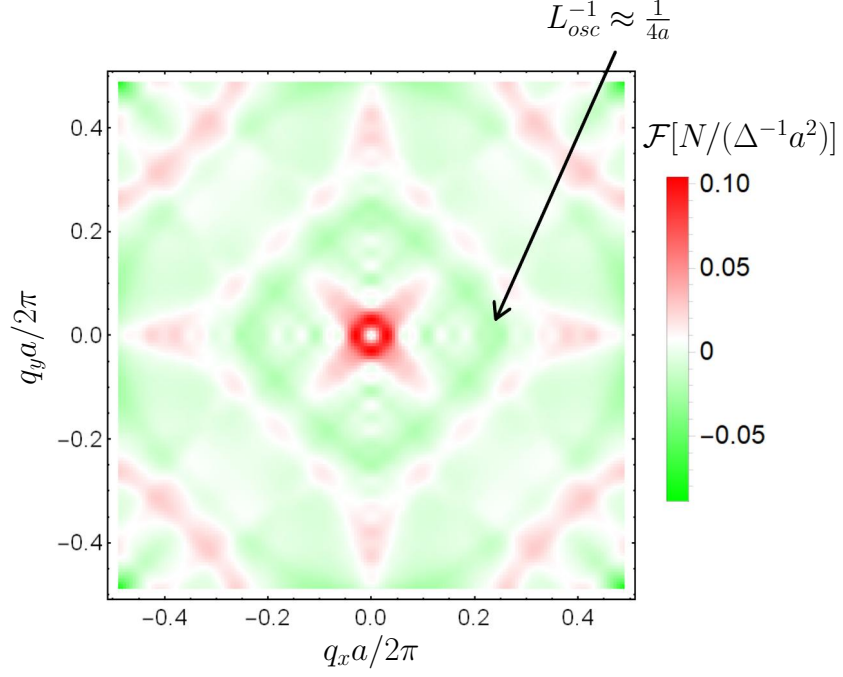


Рис. 23. Преобразование Фурье LDOS, представленной на рис. 21. $\varepsilon = -\varepsilon_b$. Примесь находится в точке A . $\mu = 20\Delta$, $h = 15\Delta$, $U_0 = 10\Delta$.

импульсы двух электронов, образующих пару, будут различны. Используя выражение для спектра с учетом антиферромагнитного обменного поля, для энергий двух электронов имеем:

$$\varepsilon_{1,2} = -\mu \pm \sqrt{\xi^2 + h^2}. \quad (64)$$

Тогда на уровне Ферми ($\varepsilon = 0$) мы получаем:

$$\xi_{1,2} = \pm \sqrt{\mu^2 - h^2}, \quad (65)$$

$$\Delta\xi = v_F \delta p = 2\sqrt{\mu^2 - h^2}, \quad (66)$$

а период осцилляций определяется стандартным образом, как:

$$L_{osc} = \frac{2\pi}{\delta p} = \frac{\pi v_F}{\sqrt{\mu^2 - h^2}}. \quad (67)$$

Для более подробного анализа пространственной зависимости и доказательства, что появление дополнительного периода осцилляций LDOS связано с неелевским триплетным спариванием с конечным импульсом, сделано (см. рис. 23) преобразование Фурье данных LDOS, представленных на рис. 21. Пик, соответствующий периоду осцилляций $L_{osc} \approx 4a$, отчетливо виден как зеленое кольцо. Также на рис. 21 мы видим две дополнительные специфические особенности. Самая большая зеленая кольцевая кривая,

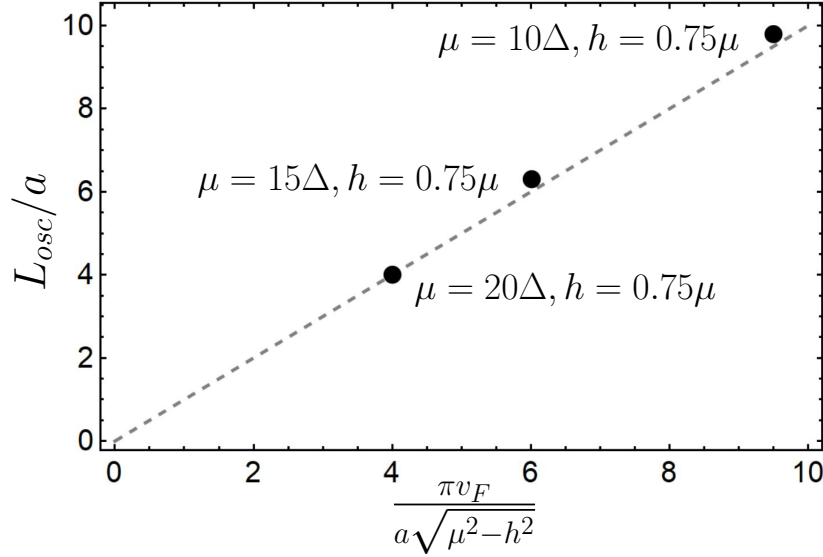


Рис. 24. L_{osc} , извлеченная из LDOS для различных точек в (h, μ) -пространстве, обозначенных черными кружками. Пунктирная линия представляет формулу $L_{osc} = \pi v_F / \sqrt{\mu^2 - h^2}$.

приблизительно имеющая радиус $qa \approx \pi$, представляет собой фурье образ шахматного неелевского порядка в LDOS. Центральная красная кольцевая кривая наименьшего радиуса возникает из-за общего затухания индуцированной примесью LDOS на масштабе длины когерентности ξ . Анизотропия изображения, обладающая симметрией четвертого порядка, обусловлена тем, что мы рассматриваем квадратную решетку.

На рис. 24 дополнительно показан период колебаний L_{osc} , извлеченный из LDOS для различных точек в (h, μ) -пространстве. Пунктирная линия представляет формулу $L_{osc} = \pi v_F / \sqrt{\mu^2 - h^2}$. Видно, что данные прекрасно согласуются с этой зависимостью. Более того, период увеличивается с уменьшением μ . Это говорит о том, что данную периодическую картину нельзя приписать Фриделевским осцилляциям, поскольку в рамках рассматриваемой модели сильной связи на квадратной решетке период осцилляции Фриделя не проявляет столь монотонной зависимости от μ - их период пропорционален скорости Ферми, которая имеет немонотонный характер и обращается в ноль (вдоль кристаллических осей) при $\mu = 0, 4t$.

Также на рис. 25 мы демонстрируем изменение пространственной структуры триплетных неелевских корреляций, вызванное примесью. Это изменение мы определяем как $\delta F_t(\varepsilon) = F_t(\varepsilon) - F_t^0(\varepsilon)$, где

$$F_t^{A,B}(\varepsilon) = (1/8) \text{Tr} [\check{G}_{ii}(\varepsilon)(\tau_x - i\tau_y)\sigma_z(\rho_x + i\nu\rho_y)] , \quad (68)$$

это аномальная составляющая запаздывающей функции Грина, а

$$F_t^{0A,B}(\varepsilon) = (1/8) \text{Tr} [\check{G}_{ii}^0(\varepsilon)(\tau_x - i\tau_y)\sigma_z(\rho_x + i\nu\rho_y)] , \quad (69)$$

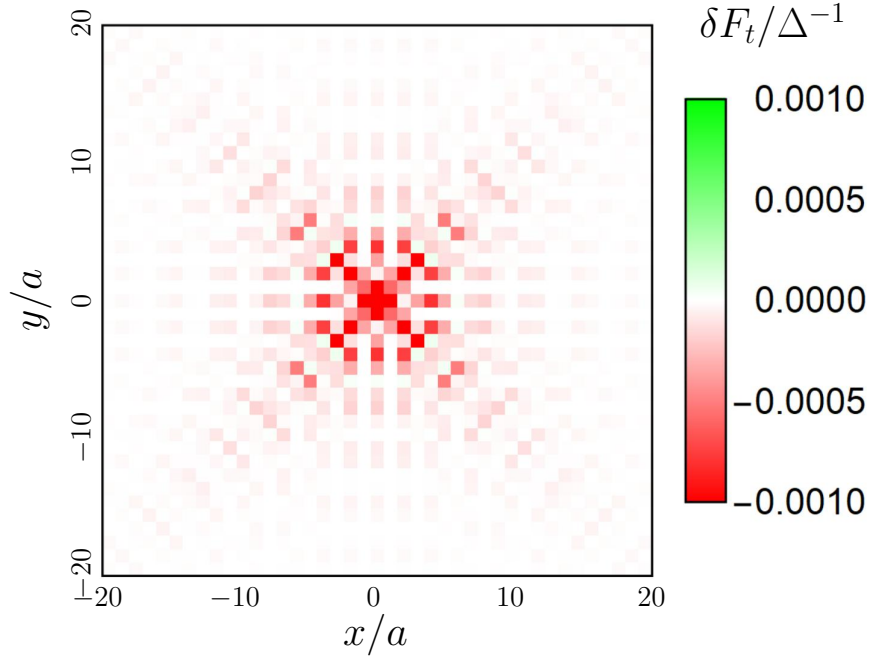


Рис. 25. Возмущение δF_t идеальной неелевской структуры триплетных корреляций при $\varepsilon = -\varepsilon_b$, вызванное примесью. Примесь находится в узле A . $\mu = 20\Delta$, $h = 15\Delta$, $U_0 = 10\Delta$.

это — аномальная составляющая однородной функции Грина в отсутствие примеси. Аномальная функция Грина построена при $\varepsilon = -\varepsilon_b$. На этом рисунке также видны кольца, соответствующие колебаниям амплитуды неелевских триплетов с периодом $L_{osc} \approx 4a$.

Подводя итог, можно заключить, что обсужденного в предыдущей главе факта, что немагнитные примеси в S/AF гетероструктуре становятся эффективно магнитными, достаточно для возникновения связанных состояний на этих примесях, аналогичных состояниям Ю-Шибы-Русинова, причем это возможно только когда уровень заполнения зоны проводимости не соответствует половинному, так как только в этом случае примеси ведут себя как магнитные. Состояния на этих примесях имеют сложную энергетическую и пространственную структуру, позволяющую экспериментально проверить множество предсказаний, посвященных неелевским триплетным корреляциям.

Заключение

Целью данной работы являлось изучение влияния примесей на сверхпроводимость в гетероструктурах сверхпроводник/антиферромагнетик с компенсированным интерфейсом и адаптация теоретических подходов под данные задачи (введение двухподрешеточного формализма).

Сначала была разработана теория для Гриновских функций (уравнения Горькова и Эйленбергера) с учетом антиферромагнитного обменного поля и конечной концентрации примесей, учитываемых в рамках борновского приближения.

В рамках этой теории показано, что эффект близости на S/AF интерфейсе частично похож на таковой в S/F структурах и антиферромагнетик наводит триплетные корреляции в сверхпроводник, также как это происходит и в случае с ферромагнетиком. Тем не менее эти корреляции имеют другую физическую природу и структуру. Они получили название неелевских триплетных корреляций. Их пространственная структура повторяет шахматный порядок намагниченности AF и они обуславливают основное влияние антиферромагнетика на сверхпроводник. В первую очередь за счет них антиферромагнетик подавляет критическую температуру сверхпроводника.

Продемонстрировано влияние примесей на эти неелевские триплетные корреляции. В случае половинного заполнения зоны неелевские корреляции имеют межзонную природу, в связи с чем разрушаются рассеянием электронов на немагнитных примесях. И это приводит к восстановлению критической температуры вплоть до значения изолированного сверхпроводника. В случае же неполновинного заполнения неелевские корреляции имеют внутризонную природу и не разрушаются примесями. Вместо этого немагнитные примеси из-за неоднородного, зависящего от спина, распределения волновых функций электронов в такой структуре становятся эффективно магнитными и подавляют сверхпроводимость по аналогии с классическими магнитными примесями. Также изучена и продемонстрирована полная зависимость критической температуры гетероструктуры для произвольной силы примесей, уровня заполнения зоны проводимости и амплитуды обменного антиферромагнитного поля.

После изучения ситуации, усредненной по расположению примесей для большого их массива, рассмотрен случай одиночной немагнитной примеси, получены (в случае неполновинного заполнения зоны проводимости) связанные андреевские состояния на ней и исследована их энергетическая и пространственная структура. Как и в случае состояний на магнитной примеси в сверхпроводнике, возникают два противоположных по спину связанных андреевских состояния. Их энергетическое положение определяется соотношением амплитуды обменного антиферромагнитного поля и уровня химического потенциала. В координатном пространстве при изуче-

нии распределения плотности состояний можно для них выделить четыре характерных масштаба. Атомарный, вызванный рассеянием отдельных электронов на потенциале примеси, что полностью аналогично классическим осцилляциям Фриделя. Шахматный с периодом в два атома, отражающий антиферромагнитный порядок. Третий - масштаб длины сверхпроводящей когерентности, на котором происходит полное затухание любых возмущений, вызванных примесью. И промежуточный масштаб, вызванный конечным импульсом неелевских триплетных пар, образующихся при рассеянии на примеси.

Важно отметить, что несмотря на то, что данная работа носит предсказательный характер (гетероструктуры сверхпроводник/антиферромагнетик почти не исследовались до настоящего времени), полученные результаты могут быть проверены экспериментально. Существуют методики контролируемого изменения концентрации примесей в материале путем облучения пучками нейтронов или ионов [68, 69]. Таким образом возможно исследовать зависимость критической температуры от концентрации примесей, хотя уровень химического потенциала будет являться неизменяемой величиной, за исключением структур, содержащих атомарно тонкие слоистые материалы, в которых он экспериментально изменяется путем приложения напряжения [70—72]. Результаты, касающиеся одиночной примеси, также экспериментально измеримы. Как подчеркивалось во введении, существуют как методики контролируемого высаживания одиночной примеси, так и измерения плотности состояний вокруг неё с энергетическим и пространственным разрешениями методами сканирующей туннельной микроскопии [23, 49].

Глава 4

Публикации и доклады на конференциях по теме диплома

4.1. Публикации

1) G. A. Bobkov, I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, and Akashdeep Kamra, Néel proximity effect at antiferromagnet/superconductor interfaces, *Phys. Rev. B* **106**, 144512 (2022).

2) G. A. Bobkov, I. V. Bobkova, and A. M. Bobkov, Proximity effect in superconductor/ antiferromagnet hybrids: Néel triplets and impurity suppression of superconductivity, *Phys. Rev. B* **108**, 054510 (2023)

3) G. A. Bobkov, I. V. Bobkova, and A. M. Bobkov, Andreev bound states at nonmagnetic impurities in superconductor/antiferromagnet heterostructures, *Phys. Rev. B* **109**, 214508 (2024)

4.2. Доклады на конференциях

1) Постерный доклад: Bobkov G.A., Bobkov A.M., Bobkova I.V., Gordeeva V.M., Golubov A.A., «Critical temperature of superconductor/antiferromagnet heterostructures», Samarkand International Symposium on Magnetism SISM-2023, 2-6 July, Samarkand, Uzbekistan

2) Устный доклад: Bobkov G.A., Bobkov A.M., Bobkova I.V., Gordeeva V.M., Golubov A.A., «Critical temperature of superconductor/antiferromagnet heterostructures», International workshop "Superconducting and Magnetic Hybrid Structures 11-15 July, 2023, Dubna, Russia

3) Постерный доклад: Bobkov G.A., Bobkov A.M., Bobkova I.V., Gordeeva V.M., Golubov A.A., «Critical temperature of superconductor/antiferromagnet heterostructures», Сверхпроводимость в наноструктурах 2023, 17-22 сентября 2023, Сколтех, Москва

4) Постерный доклад: Bobkov G.A., Bobkov A.M., Bobkova I.V., Gordeeva V.M., Golubov A.A., «Critical temperature of S/AF heterostructures», Russian-Chinese International School "Superconducting functional materials for advanced quantum technologies 23 25 - 29 September, Russia, Dolgoprudniy, MIPT

5) Постерный доклад: Bobkov G.A., Bobkov A.M., Bobkova I.V., Golubov A.A., «Anisotropy of critical temperature in a superconductor/antiferromagnet heterostructure», XXVIII Международный симпозиум "Нанопизика и Наноэлектроника Нижний Новгород, 11-15 марта 2024 года, стендовый доклад

6) Приглашенный доклад: Bobkov G.A., Bobkova I.V., Golubov A.A., «Neel triplet correlations in superconductor/antiferromagnet heterostructures

with spin-orbit coupling», 9th International conference on superconductivity and magnetism, 27 April - 4 May, Ölüdeniz-Fethiye/Türkiye

7) Постерный доклад: G.A. Bobkov, «Andreev bound states at nonmagnetic impurities in superconductor/antiferromagnet heterostructures», Russian-Indian Workshop, July 3 - July 11, 2024, Chernogolovka, Russia

8) Устный доклад: Г.А.Бобков, «Эффект близости в гетероструктурах сверхпроводник/антиферромагнетик. Влияние примесей.», 67 конференция МФТИ, 3 - 4 апреля, 2025, Долгопрудный, МФТИ, Россия

Благодарности

Значительную поддержку для написания данной работы оказал Центр перспективных методов Мезофизики и Нанотехнологий МФТИ в лице его директора и ведущих сотрудников: Столярова Василия Сергеевича, Сидоренко Анатолия Сергеевича, Бобковой Ирины Вячеславовны, Мельникова Александра Сергеевича. Автор благодарит их за ценные консультации и плодотворные обсуждения. Также большое спасибо всем сотрудникам центра и кафедры физики микро- и наноструктур за актуальную, полезную и современную образовательную программу.

Отдельно автор хочет поблагодарить своего научного руководителя - д.ф.-м.н. г.н.с. Голубова Александра Араамовича за непрерывное научное руководство на протяжении бакалаврской и магистерской работ.

Список литературы

- ¹P. Anderson, «Theory of dirty superconductors», Journal of Physics and Chemistry of Solids **11**, 26—30 (1959).
- ²A. Abrikosov и L. Gor'kov, «Contribution to the theory of superconducting alloys with paramagnetic impurities», Sov. Phys. JETP **12**, 1243 (1961).
- ³A. V. Balatsky, I. Vekhter и J.-X. Zhu, «Impurity-induced states in conventional and unconventional superconductors», Rev. Mod. Phys. **78**, 373—433 (2006).
- ⁴Y. Luh, «BOUND STATE IN SUPERCONDUCTORS WITH PARAMAGNETIC IMPURITIES», Acta Physica Sinica **21**, 75—91 (1965).
- ⁵H. Shiba, «Classical Spins in Superconductors», Progress of Theoretical Physics **40**, 435—451 (1968).
- ⁶A. I. Rusinov, «On the Theory of Gapless Superconductivity in Alloys Containing Paramagnetic Impurities», SOV. PHYS. JETP **29**, 1101 (1969).
- ⁷S. Onari и H. Kontani, «Violation of Anderson's Theorem for the Sign-Reversing *s*-Wave State of Iron-Pnictide Superconductors», Phys. Rev. Lett. **103**, 177001 (2009).
- ⁸Y. Senga и H. Kontani, «Impurity-induced in-gap state and T_c in sign-reversing *s*-wave superconductors: analysis of iron oxypnictide superconductors», New Journal of Physics **11**, 035005 (2009).
- ⁹P. Entel, «Anisotropy effects in superconductors with magnetic impurities. I», Zeitschrift für Physik B Condensed Matter **23**, 321—330 (1976).
- ¹⁰A. Golubov и I. Mazin, «Sign reversal of the order parameter in *s* wave superconductors», Physica C: Superconductivity **243**, 153—159 (1995).
- ¹¹A. A. Golubov и I. I. Mazin, «Effect of magnetic and nonmagnetic impurities on highly anisotropic superconductivity», Phys. Rev. B **55**, 15146—15152 (1997).
- ¹²A. V. Balatsky, M. I. Salkola и A. Rosengren, «Impurity-induced virtual bound states in *d*-wave superconductors», Phys. Rev. B **51**, 15547—15551 (1995).
- ¹³В. П. Минеев и К. Самохин, Введение в теорию необычной сверхпроводимости (МФТИ, 1998).
- ¹⁴K. Michaeli и L. Fu, «Spin-Orbit Locking as a Protection Mechanism of the Odd-Parity Superconducting State against Disorder», Phys. Rev. Lett. **109**, 187003 (2012).
- ¹⁵D. C. Cavanagh и P. M. R. Brydon, «Robustness of unconventional *s*-wave superconducting states against disorder», Phys. Rev. B **101**, 054509 (2020).

- ¹⁶D. C. Cavanagh и P. M. R. Brydon, «General theory of robustness against disorder in multiband superconductors», *Phys. Rev. B* **104**, 014503 (2021).
- ¹⁷D. Dentelski, V. Kozii и J. Ruhman, «Effect of interorbital scattering on superconductivity in doped Dirac semimetals», *Phys. Rev. Res.* **2**, 033302 (2020).
- ¹⁸T. Sato и Y. Asano, «Superconductivity in Cu-doped Bi₂Se₃ with potential disorder», *Phys. Rev. B* **102**, 024516 (2020).
- ¹⁹L. Šmejkal, J. Sinova и T. Jungwirth, «Emerging Research Landscape of Altermagnetism», *Phys. Rev. X* **12**, 040501 (2022).
- ²⁰L. Šmejkal, J. Sinova и T. Jungwirth, «Beyond Conventional Ferromagnetism and Antiferromagnetism: A Phase with Nonrelativistic Spin and Crystal Rotation Symmetry», *Phys. Rev. X* **12**, 031042 (2022).
- ²¹I. Mazin (The PRX Editors), «Editorial: Altermagnetism—A New Punch Line of Fundamental Magnetism», *Phys. Rev. X* **12**, 040002 (2022).
- ²²M. M. Vasiakin и A. S. Mel'nikov, «Disorder-enhanced superconductivity in altermagnet-superconductor hybrids», *Phys. Rev. B* **111**, L100502 (2025).
- ²³A. Yazdani, B. A. Jones, C. P. Lutz, M. F. Crommie и D. M. Eigler, «Probing the Local Effects of Magnetic Impurities on Superconductivity», *Science* **275**, 1767—1770 (1997).
- ²⁴E. W. Hudson и др., «Interplay of magnetism and high-T_c superconductivity at individual Ni impurity atoms in Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+δ}», *Nature* **411**, 920—924 (2001).
- ²⁵S. Grothe и др., «Bound states of defects in superconducting LiFeAs studied by scanning tunneling spectroscopy», *Phys. Rev. B* **86**, 174503 (2012).
- ²⁶S. Nadj-Perge и др., «Observation of Majorana fermions in ferromagnetic atomic chains on a superconductor», *Science* **346**, 602—607 (2014).
- ²⁷R. Pawlak и др., «Probing atomic structure and Majorana wavefunctions in mono-atomic Fe chains on superconducting Pb surface», *npj Quantum Information* **2**, 16035 (2016).
- ²⁸L. Schneider и др., «Topological Shiba bands in artificial spin chains on superconductors», *Nature Physics* **17**, 943—948 (2021).
- ²⁹V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. S. Prokof'ev и S. V. Dubonos, «Proximity effect and spontaneous vortex phase in planar SF structures», *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters* **77**, 39—43 (2003).
- ³⁰Y. V. Fominov, N. M. Chtchelkatchev и A. A. Golubov, «Nonmonotonic critical temperature in superconductor/ferromagnet bilayers», *Phys. Rev. B* **66**, 014507 (2002).

- ³¹V. A. Oboznov, V. V. Bol'ginov, A. K. Feofanov, V. V. Ryazanov и A. I. Buzdin, «Thickness Dependence of the Josephson Ground States of Superconductor-Ferromagnet-Superconductor Junctions», *Phys. Rev. Lett.* **96**, 197003 (2006).
- ³²J. Linder и A. V. Balatsky, «Odd-frequency superconductivity», *Rev. Mod. Phys.* **91**, 045005 (2019).
- ³³A. I. Buzdin, «Proximity effects in superconductor-ferromagnet heterostructures», *Rev. Mod. Phys.* **77**, 935—976 (2005).
- ³⁴F. S. Bergeret, A. F. Volkov и K. B. Efetov, «Odd triplet superconductivity and related phenomena in superconductor-ferromagnet structures», *Rev. Mod. Phys.* **77**, 1321—1373 (2005).
- ³⁵M. Eschrig, «Spin-polarized supercurrents for spintronics: a review of current progress», *Reports on Progress in Physics* **78**, 104501 (2015).
- ³⁶J. Linder и J. W. A. Robinson, «Superconducting spintronics», *Nature Physics* **11**, 307—315 (2015).
- ³⁷I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, A. Kamra и W. Belzig, «Magnon-cooparons in magnet-superconductor hybrids», *Communications Materials* **3**, 95 (2022).
- ³⁸A. A. Golubov, M. Y. Kupriyanov и E. Il'ichev, «The current-phase relation in Josephson junctions», *Rev. Mod. Phys.* **76**, 411—469 (2004).
- ³⁹A. I. Buzdin, L. Bulaevskii и P. S.V., «Critical-current oscillations as a function of the exchange field and thickness of the ferromagnetic metal (F) in an SFS Josephson junction», *JETP lett.* **35**, 178—180 (1982).
- ⁴⁰V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. Y. Rusanov, A. V. Veretennikov, A. A. Golubov и J. Aarts, «Coupling of Two Superconductors through a Ferromagnet: Evidence for a π Junction», *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2427—2430 (2001).
- ⁴¹V. Baltz, A. Manchon, M. Tsoi, T. Moriyama, T. Ono и Y. Tserkovnyak, «Antiferromagnetic spintronics», *Rev. Mod. Phys.* **90**, 015005 (2018).
- ⁴²T. Jungwirth, X. Marti, P. Wadley и J. Wunderlich, «Antiferromagnetic spintronics», *Nature Nanotechnology* **11**, 231—241 (2016).
- ⁴³A. Brataas, B. van Wees, O. Klein, G. de Loubens и M. Viret, «Spin insulatronics», *Physics Reports* **885**, 1—27 (2020).
- ⁴⁴A. Kamra, A. Rezaei и W. Belzig, «Spin Splitting Induced in a Superconductor by an Antiferromagnetic Insulator», *Phys. Rev. Lett.* **121**, 247702 (2018).
- ⁴⁵A. I. Buzdin и L. N. Bulaevskii, «Antiferromagnetic superconductors», *Soviet Physics Uspekhi* **29**, 412—425 (1986).
- ⁴⁶V. N. Krivoruchko, «Upper critical fields of the superconducting state of a superconductor-antiferromagnetic metal superlattice», *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **109**, 649 (1996).

- ⁴⁷G. A. Bobkov, I. V. Bobkova, A. M. Bobkov и A. Kamra, «Néel proximity effect at antiferromagnet/superconductor interfaces», *Phys. Rev. B* **106**, 144512 (2022).
- ⁴⁸E. H. Fyhn, A. Brataas, A. Qaiumzadeh и J. Linder, «Superconducting Proximity Effect and Long-Ranged Triplets in Dirty Metallic Antiferromagnets», *Phys. Rev. Lett.* **131**, 076001 (2023).
- ⁴⁹G. C. Ménard и др., «Coherent long-range magnetic bound states in a superconductor» *Nature Physics* **11**, 1013–1016 (2015).
- ⁵⁰K. J. Franke, G. Schulze и J. I. Pascual, «Competition of superconducting phenomena and Kondo screening at the nanoscale», *Science* **332**, 940 (2011).
- ⁵¹S. Nadj-Perge и др., «Observation of Majorana fermions in ferromagnetic atomic chains on a superconductor», *Science* **346**, 602–607 (2014).
- ⁵²H. Kim и др., «Toward tailoring Majorana bound states in artificially constructed magnetic atom chains on elemental superconductors», *Sci Adv* **4**, eaar5251 (2018).
- ⁵³A. Palacio-Morales и др., «Atomic-scale interface engineering of Majorana edge modes in a 2D magnet-superconductor hybrid system», *Science Advances* **5**, eaav6600 (2019).
- ⁵⁴S. Kezilebieke и др., «Topological superconductivity in a van der Waals heterostructure», *Nature* **588**, 424–428 (2020).
- ⁵⁵E. Cortés-del Río и др., «Observation of Yu–Shiba–Rusinov States in Superconducting Graphene», *Advanced Materials* **33**, 2008113 (2021).
- ⁵⁶S. Pradhan и J. Fransson, «Yu-Shiba-Rusinov states of a single magnetic molecule in an *s*-wave superconductor», *Phys. Rev. B* **102**, 085136 (2020).
- ⁵⁷M. Eschrig, A. Cottet, W. Belzig и J. Linder, «General boundary conditions for quasiclassical theory of superconductivity in the diffusive limit: application to strongly spin-polarized systems», *New Journal Of Physics* **17**, 083037 (2015).
- ⁵⁸N. Kopnin, Theory of Nonequilibrium Superconductivity, International Series of Monographs (Clarendon Press, 2001).
- ⁵⁹R. Cheng, J. Xiao, Q. Niu и A. Brataas, «Spin Pumping and Spin-Transfer Torques in Antiferromagnets», *Phys. Rev. Lett.* **113**, 057601 (2014).
- ⁶⁰S. Takei, B. I. Halperin, A. Yacoby и Y. Tserkovnyak, «Superfluid spin transport through antiferromagnetic insulators», *Phys. Rev. B* **90**, 094408 (2014).
- ⁶¹V. Baltz, A. Manchon, M. Tsoi, T. Moriyama, T. Ono и Y. Tserkovnyak, «Antiferromagnetic spintronics», *Rev. Mod. Phys.* **90**, 015005 (2018).
- ⁶²I. V. Bobkova и A. M. Bobkov, «Bistable state in superconductor/ferromagnet heterostructures», *Phys. Rev. B* **89**, 224501 (2014).

- ⁶³B. S. Chandrasekhar, «A NOTE ON THE MAXIMUM CRITICAL FIELD OF HIGH-FIELD SUPERCONDUCTORS», *Applied Physics Letters* **1**, 7—8 (1962).
- ⁶⁴A. M. Clogston, «Upper Limit for the Critical Field in Hard Superconductors», *Phys. Rev. Lett.* **9**, 266—267 (1962).
- ⁶⁵F. S. Bergeret, M. Silaev, P. Virtanen и T. T. Heikkilä, «Colloquium: Nonequilibrium effects in superconductors with a spin-splitting field», *Rev. Mod. Phys.* **90**, 041001 (2018).
- ⁶⁶E. H. Fyhn, A. Brataas, A. Qaiumzadeh и J. Linder, «Quasiclassical theory for antiferromagnetic metals», *Phys. Rev. B* **107**, 174503 (2023).
- ⁶⁷G. A. Bobkov, V. M. Gordeeva, A. M. Bobkov и I. V. Bobkova, «Oscillatory superconducting transition temperature in superconductor/antiferromagnet heterostructures», *Phys. Rev. B* **108**, 184509 (2023).
- ⁶⁸A. G. Sun, L. M. Paulius, D. A. Gajewski, M. B. Maple и R. C. Dynes, «Electron tunneling and transport in the high- T_c superconductor $Y_{1-x}Pr_xBa_2Cu_3O_7$ », *Phys. Rev. B* **50**, 3266—3270 (1994).
- ⁶⁹K. Kohopaa и др., «Effect of ion irradiation on superconducting thin films», *APL Materials* **12**, 071101 (2024).
- ⁷⁰K. Ueno и др., «Electric-field-induced superconductivity in an insulator», *Nature Materials* **7**, 855—858 (2008).
- ⁷¹J. T. Ye и др., «Liquid-gated interface superconductivity on an atomically flat film», *Nature Materials* **9**, 125—128 (2010).
- ⁷²J. Zeng и др., «Gate-Induced Interfacial Superconductivity in 1T-SnSe₂», *Nano Letters* **18**, 1410—1415 (2018).