Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)"

Физтех-школа физики и исследований им. Ландау

Кафедра фундаментальной и прикладной физики микро- и наноструктур ВНИИА им. Н. Л. Духова

Направление подготовки: 03.04.01 Прикладные математика и физика Направленность подготовки: Общая и прикладная физика

# Особенности вихревой динамики в узком гранулированном Nb-мостике Магистерская диссертация

Выполнил студент 2 курса магистратуры гр. М02-306е Ларионов Семён

подпись \_\_\_\_\_

Научный руководитель д.ф.-м.н. Столяров Василий Сергеевич

подпись \_\_\_\_\_

Долгопрудный, 2025 год

## Аннотация

В данной работе исследована вихревая динамика в узких микромостиках, изготовленных из гранулированных тонкоплёночных структур Nb и Nb/Cu. Особое внимание уделено возникновению нелинейных участков на вольт-амперных характеристиках (BAX), включая эффект отрицательного дифференциального сопротивления (ОДС) и образование «плато» при токах, превышающих критическое значение.

Исследования проводились методами электронно-транспортных измерений, а также с использованием низкотемпературной магнитно-силовой микроскопии (MFM) и сканирующей вихревой микроскопии (SQVM) в криогенной установке Attocube AttoDRY 1000. Визуализация одиночных вихрей позволила установить, что движение магнитного потока происходит вдоль линейных морфологических дефектов, соответствующих границам зёрен в структуре плёнки.

Дополнительно для интерпретации экспериментальных результатов выполнено численное моделирование вихревой динамики в рамках нестационарных уравнений Гинзбурга–Ландау (TDGL). Моделирование позволило воспроизвести ключевые особенности BAX, включая эффект плато и ОДС, и установить связь между микроструктурными неоднородностями и нестабильными режимами движения вихрей.

Полученные результаты согласуются с современными теоретическими моделями коллективной динамики вихрей и подчёркивают важную роль пространственного распределения пиннинга в формировании нелинейных транспортных свойств сверхпроводников второго рода.

# Содержание

Bı	Введение						
1	Литературный обзор						
	1.1	Сверх	проводимость: основные понятия	7			
	1.2	Теори	я Гинзбурга–Ландау	7			
	1.3	Вихри	и Абрикосова и их свойства	9			
		1.3.1	Механизмы образования и динамика вихрей	11			
		1.3.2	Влияние структурных особенностей на поведение вихрей	12			
	1.4	Грану	лированные сверхпроводники	14			
	1.5	Динамика вихрей и транспортные свойства					
	1.6	Особе	нности нелинейных эффектов	16			
		1.6.1	Отрицательное дифференциальное сопротивление (ОДС)	16			
		1.6.2	Особенности типа «плато»	17			
	1.7	Неста	ционарные уравнения Гинзбурга-Ландау	17			
	1.8	Вывод	цы	18			
<b>2</b>	Экспериментальные методы исследования 20						
	2.1	Изгот	овление образцов	20			
	2.2	Криогенная установка Attocube 23					
	2.3	Измер	рение вольт-амперных характеристик (BAX)	22			
	2.4	4 Магнитно-силовая микроскопия (MFM)		23			
		2.4.1	Совмещённые измерения с измерениями ВАХ	25			
	2.5	2.5 Сканирующая вихревая микроскопия (SQVM)		26			
		2.5.1	Принцип метода	26			
		2.5.2	Экспериментальная реализация	28			
		2.5.3	Интерпретация сигналов и анализ данных	29			
		2.5.4	Преимущества и ограничения метода SQVM	30			
		2.5.5	Применение SQVM в настоящей работе	31			
		2.5.6	Применение в настоящей работе	31			
	2.6	Метод	цика численного моделирования	31			
3	Рез	Результаты и обсуждение 33					
	3.1	Образцы					
	3.2	Анали	из вольт-амперных характеристик мостиков	35			
		3.2.1	Мостики на основе бислоя $Nb/Cu$	35			
		3.2.2	Мостик Nb	39			
		3.2.3	Оценка некоторых параметров	40			
	3.3	Визуализация вихрей с помощью MFM и SQVM 4					
	3.4	Резул	ьтаты численного моделирования	43			
		3.4.1	Моделируемая геометрия плёнки и параметры расчёта	44			

		3.4.2	Линейный разрез	45	
	3.4.3 Взаимодействующие дефекты с частичным подавлением све				
			проводимости	47	
		3.4.4	Сравнительный анализ и выводы	49	
	3.5	Обсуж	сдение и перспективы	50	
4	Заключение				
<b>5</b>	Список публикаций по теме магистерской диссертации				
6	Благодарности				
Список используемых источников					

# Обозначения и сокращения

ОДС	Отрицательное дифференциальное сопротивление
BAX	Вольт-амперная характеристика
MFM	Магнитно-силовая микроскопия
ГЛ	Теория Гинзбурга–Ландау
	Magnetic Force Microscopy
$\mathbf{SQVM}$	Сканирующая вихревая микроскопия
	Scanning Quantum Vortex Microscopy
TDGL	Time-Dependent Ginzburg–Landau
SEM	Сканирующий электронный микроскоп
Nb/Cu	Бислой ниобий-медь

## Введение

Сверхпроводимость остаётся одним из ключевых направлений современной физики конденсированного состояния, представляя собой квантовое явление, проявляющееся на макроскопическом уровне и сопровождающееся исчезновением электрического сопротивления и эффектом выталкивания магнитного поля. Особое внимание уделяется сверхпроводникам II рода, в которых при наложении магнитного поля проникающий в образец магнитный поток квантуется в виде вихрей Абрикосова. Поведение этих вихрей — их зарождение, движение и взаимодействие — напрямую влияет на электродинамические свойства материала, в том числе на сопротивление и устойчивость к внешним возмущениям.

Особенности динамики вихрей становятся особенно значимыми в узких структурах и вблизи критических режимов. В зависимости от температуры, плотности тока и распределения центров пиннинга (локальных неоднородностей, препятствующих движению вихрей), система может демонстрировать различные режимы вихревой динамики — от когерентного, линейного движения до хаотичного и неустойчивого. Наиболее интересны переходные режимы, сопровождающиеся резким изменением сопротивления, гистерезисом и, в ряде случаев, появлением участков с отрицательным дифференциальным сопротивлением (ОДС). Последние могут быть связаны не с термической нестабильностью, а с кооперативной динамикой нескольких вихрей, запинненных на морфологических дефектах.

Особый интерес представляют гранулированные тонкоплёночные сверхпроводники, такие как ниобий. Их микроструктура образована отдельными сверхпроводящими зёрнами, разделёнными границами с пониженным сверхпроводящим порядком, что создаёт естественный ландшафт пиннинга. В таких системах морфология материала оказывает прямое влияние на траектории вихрей и характер нелинейных транспортных эффектов.

Для исследования локальных особенностей вихревой динамики и структуры пиннинга помимо стандартных электронно-транспортных методов используются методы магнитно-силовой микроскопии (MFM) и сканирующей квантово-вихревой микроскопии (SQVM). Эти подходы позволяют визуализировать одиночные вихри, определять их локализацию, взаимодействие и движение вдоль структурных неоднородностей. Такая визуализация необходима для понимания механизмов, лежащих в основе нестандартного отклика системы, включая эффекты ОДС.

Настоящая работа посвящена экспериментальному исследованию вихревой динамики в узких микромостиках, изготовленных на основе гранулированных плёнок ниобия. Исследование включает в себя измерения вольт-амперных характеристик (BAX) при различных температурах и в магнитных полях, визуализацию вихрей методами MFM и SQVM, а также численное моделирование динамики вихрей с использованием времязависимых уравнений Гинзбурга–Ландау (TDGL). Целью работы является выявление механизмов, приводящих к нестабильным режимам, включая появление ОДС, и установление связи между микроструктурой плёнки и особенностями вихревого транспорта.

Полученные результаты вносят вклад в понимание коллективных эффектов в сверхпроводниках второго рода и открывают возможности для разработки функциональных сверхпроводящих элементов с управляемыми нелинейными характеристиками.

## 1 Литературный обзор

#### 1.1 Сверхпроводимость: основные понятия

Явление сверхпроводимости было впервые зафиксировано в 1911 году голландским физиком Хейке Камерлинг-Оннесом во время исследований электрического сопротивления ртути при криогенных температурах. При охлаждении образца до температуры примерно 4.2 К было обнаружено, что сопротивление ртути практически мгновенно падает до нуля. Это открытие положило начало целому направлению исследований в физике низких температур [1].

Сверхпроводимость – это квантовое макроскопическое квантовое явление, при котором материалы при понижении температуры ниже некоторого критического значения  $T_c$  теряют электрическое сопротивление и становятся идеальными проводниками.

Современное понимание сверхпроводимости базируется на микроскопической теории Бардина, Купера и Шриффера (БКШ), предложенной в 1957 году. Согласно этой теории, при охлаждении электронная система переходит в новое квантовое состояние, в котором электроны с противоположными спинами и импульсами объединяются в так называемые куперовские пары – связанных состояний электронов с противоположными спинами и импульсами [2]. Эти пары действуют как бозоны, которые способны конденсироваться в единое когерентное состояние. Такое состояние описывается единой волновой функцией и обладает коллективными свойствами, отличающимися от свойств отдельных электронов.

Сверхпроводящие материалы обладают двумя фундаментальными свойствами: полным отсутствием электрического сопротивления и эффектом Мейснера [3], который заключается в вытеснении магнитного поля из объёма материала при переходе в сверхпроводящее состояние. Этот эффект является принципиальным отличием сверхпроводников от идеальных проводников и демонстрирует наличие фазового перехода, сопровождающегося изменением внутреннего состояния вещества. Он также свидетельствует о возникновении особого упорядоченного квантового состояния.

Оба этих свойства проявляются при температурах ниже критической и исчезают при превышении определенного магнитного поля или плотности тока. Это указывает на хрупкость сверхпроводящего состояния и его зависимость от внешних условий.

## 1.2 Теория Гинзбурга–Ландау

Феноменологическая теория Гинзбурга–Ландау (ГЛ) играет ключевую роль в описании сверхпроводящего состояния, особенно в условиях, когда важны пространственные неоднородности и динамика параметра порядка. Эта теория была разработана в середине XX века В. Л. Гинзбургом и Л. Д. Ландау и позволила рассматривать сверхпроводимость как особый случай фазового перехода второго рода. Основной идеей теории ГЛ является введение комплексного параметра порядка — волновой функции сверхпроводящего состояния, которая обозначается как  $\Psi(\vec{r})$ . Амплитуда этого параметра связана с плотностью куперовских пар, а фаза определяет сверхпроводящий ток и распределение магнитного поля. При этом в теории ГЛ не делается предположений о микроскопической природе куперовских пар, что позволяет применять её к широкому классу задач, включая анализ пространственных неоднородностей, краевых эффектов и вихревой структуры.

Состояние системы описывается через энергетический функционал энергии Гиббса, зависящий от параметра порядка и векторного потенциала магнитного поля:

$$G = \int \left[ \alpha |\Psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\Psi|^4 + \frac{1}{2m^*} \left| \left( -i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right) \Psi \right|^2 + \frac{(\nabla \times \mathbf{A})^2}{8\pi} - \frac{(\nabla \times \mathbf{A}) \cdot \mathbf{H}_0}{4\pi} \right] dV$$
(1)

где интегрирование ведется по всему объему, **A** - векторный потенциал магнитного поля,  $\mathbf{H}_0$  - внешнее магнитное поле,  $m^* = 2m$  и  $e^* = 2e$  — масса и заряд куперовской пары.

Минимизация этого функционала по  $\Psi$  и **A** приводит к уравнениям Гинзбурга–Ландау [4]:

$$\alpha \Psi + \beta \Psi |\Psi|^2 + \frac{1}{2m^*} \left( i\hbar \nabla + \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right)^2 \Psi = 0,$$
(2)

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_s, \quad \mathbf{j}_s = -\frac{ie^*\hbar}{2m^*} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) - \frac{e^{*2}}{m^*c} |\Psi|^2 \mathbf{A}.$$
 (3)

где  $\mathbf{j}_s$  - плотность тока в сверхпроводнике.

Одним из ключевых результатов теории является выделение двух характерных пространственных масштабова: длина когерентности ξ и глубина проникновения магнитного поля λ.

$$\xi = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m^*|\alpha|}}, \quad \lambda = \sqrt{\frac{m^*c^2}{4\pi e^{*2}|\Psi_0|^2}}.$$
(4)

Соотношение  $\kappa = \lambda/\xi$  определяет тип сверхпроводника:

Сверхпроводники I рода: характеризуются  $\kappa < 1/\sqrt{2}$ . В них магнитное поле полностью вытесняется из материала (эффект Мейснера) до достижения критического магнитного поля  $H_c$ , после чего сверхпроводимость резко пропадает, и материал переходит в нормальное состояние (см. рис. 1(а)). К этому типу сверхпроводников относятся чистые металлы, такие как ртуть (Hg), алюминий (Al) и свинец (Pb).

Сверхпроводники II рода: характеризуются  $\kappa > 1/\sqrt{2}$ . При увеличении внешнего магнитного поля сверхпроводимость сохраняется до более высокого критического значения  $H_{c2}$ . Между двумя критическими полями  $H_{c1}$  и  $H_{c2}$  материал находится в смешанном состоянии, в котором поле проникает внутрь материала в виде квантованных магнитных вихрей (см. рис. 1(б)). К этому типу сверхпроводников относятся ниобий (Nb), молибден-рений (MoRe) и различные высокотемпературные сверхпроводники, такие как  $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$  (YBCO).



Рис. 1: Поведение сверхпроводимости при изменении магнитного поля и температуры для сверхпроводников I (a) и II (б) рода.

Сверхпроводники II рода демонстрируют более высокие критические характеристики, такие как магнитное поле, температура и плотность тока, по сравнению с I рода. Это делает их незаменимыми в различных областях [5].

Именно этот тип сверхпроводников представляет интерес для данной работы. Сверхпроводники II рода допускают существование смешанного состояния, в котором магнитный поток проникает в образец дискретно, формируя вихревую структуру. В теории ГЛ такие вихри проявляются как сингулярности в параметре порядка, вокруг которых циркулируют сверхтоки.

#### 1.3 Вихри Абрикосова и их свойства

В сверхпроводниках II рода при приложении внешнего магнитного поля H в интервале между нижним критическим  $H_{c1}$  и верхним критическим  $H_{c2}$  значениями они переходят в смешанное состояние. В этом режиме магнитный поток проникает неравномерно, а в виде вихрей Абрикосова [6, 7]. Квантовые вихри (Абрикосова) топологические объекты, представляющие линии сингулярностей фазы  $2\pi$  в многочастичной волновой функции когерентных квантовых конденсатов — куперовских пар.

В сверхпроводниках, где конденсированными частицами являются электрически заряженные куперовские пары, фазовые градиенты создают вихревые токи, циркулирующие вокруг сингулярностей и создающие магнитный поток. Используя уравнение Гинзбурга-Ландау, можно получить распределение магнитного поля одиночного вихря для  $r \gg \xi$ :

$$H(r) = \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} K_0(r/\lambda) \tag{5}$$

где  $K_0(x)$  — модифицированная функция Бесселя II рода. При  $r \leq \xi$  поле определяется соотношением:

$$H(0) \approx \frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \ln(\kappa) \tag{6}$$

Структура вихря, изображенная на рис. 2(a) включает в себя центральное ядро

радиусом порядка длины когерентности  $\xi$ , в котором сверхпроводимость подавляется до нуля и восстанавливается нормальное состояние. Вокруг ядра циркулируют сверхтоки, которые экспоненциально убывают на масштабе длины проникновения  $\lambda$ , образуя тем самым пространственно локализованный магнитный поток [6]. Каждый вихрь переносит квант магнитного потока  $\Phi_0 = h/2e \approx 2.07 \times 10^{-15}$  Вб.

Такая структура описывается через решение уравнений Гинзбурга–Ландау и проявляется в экспериментах — например, при использовании магнитно-силовой микроскопии, которая позволяют напрямую наблюдать отдельные вихри и их распределение в материале (см. рис. 2)(b).



Рис. 2: Вихри Абрикосова. (а) Структура вихря Абрикосова смоделирована как обычная нормальная нить радиусом  $\xi_c$  с циркулирующим сверхтоком, распространяющимся на длину  $\lambda_L$  в сверхпроводник и несущим квант магнитный поток  $\Phi_0$ . (б) Изображение вихрей в пленке YBCO.

В условиях низких температур и слабых магнитных полей вихри, как правило, ради минимизации свободной энергии системы могут образовывать упорядоченную структуру с треугольной симметрией – решетку Абрикосова [8]. Упорядоченность этой решётки может нарушаться при изменении температуры, плотности вихрей или при наличии неоднородностей в материале (например, как в гранулированных плёнках). В таких случаях вихри локализуются вблизи внутренних дефектов и границ зёрен.

Наличие вихрей в сверхпроводнике принципиально влияет на его транспортные свойства. Поскольку в ядре вихря сверхпроводимость отсутствует, движение вихрей в направлении, перпендикулярном току, приводит к диссипации энергии и появлению напряжения. Таким образом, вихри являются источником сопротивления в смешанном состоянии. Задержка или полное подавление их движения (пиннинг) является основным механизмом поддержания сверхпроводящего тока при высоких внешних нагрузках.

Кроме того, вихри играют ключевую роль в развитии нестабильностей в системе. Их взаимодействие, перестройка и коллективная динамика приводят к таким эффектам, как гистерезис, шум Джонсона–Найквиста, скачки напряжения, ухудшению СВЧ характеристик [9, 10], и в некоторых случаях — к появлению участков отрицательного дифференциального сопротивления [11]. Все эти проявления особенно выражены в узких и структурно неоднородных системах, таких как исследуемые в данной работе мостики из гранулированного ниобия.

#### 1.3.1 Механизмы образования и динамика вихрей

Вихри в сверхпроводниках II рода могут возникать в материале по двум основным причинам: под действием внешнего магнитного поля или в результате воздействия электрического тока. Эти два механизма — магнитный и токовый — реализуются в различных условиях, но оба оказывают определяющее влияние на устойчивость и поведение сверхпроводящего состояния, особенно в субмикронных структурах.

**Магнитный механизм** При переходе в смешанное состояние или при охлаждении образца во внешнем магнитном поле (режим field cooling), то по мере перехода в сверхпроводящее состояние ( $T < T_c$ ) часть магнитного потока проникает в материал и 'замораживаться' в виде вихрей.

Это приводит к образованию стабильных вихревых конфигураций, особенно в образцах с дефектами и пиннинг-центрами [12, 13]. Эта картина особенно характерна для пленочных структур, где внутренние дефекты, границы зёрен и технологические неоднородности действуют как центры пиннинга. Даже если поле отсутствует, в тонких структурах могут спонтанно образовываться вихри. Это происходит благодаря наличию остаточных или локальных полей, которые могут быть вызваны, например, магнитными примесями.

**Токовый механизм** При увеличении транспортного тока до величины, сравнимой с критическим током  $I_c$ , возникают условия, при которых вихри могут самопроизвольно возникать даже в отсутствие внешнего поля. Такие вихри зарождаются у краёв образца, где протекают краевые токи, и далее проникают внутрь под действием силы Лоренца:

$$\mathbf{F}_L = \mathbf{j} \times \mathbf{\Phi}_0$$

где  $\mathbf{j}$  - плотность тока, а  $\Phi_0$  - квант магнитно потока.

Такой сценарий особенно характерен для узких сверхпроводящих мостиков и наноструктурированных систем [14, 15]. Геометрическая ограниченность, а также усиленные краевые поля приводят к локальному превышению критических параметров и, как следствие, к спонтанному формированию вихрей. В случае гранулированной структуры дополнительным фактором становится неравномерное распределение плотности тока между зёрнами, что создаёт локальные «горячие точки» для зарождения вихрей.

**Динамика вихрей и диссипация** После образования они начинают двигаться под действием силы Лоренца в направлении, перпендикулярном плотности тока,

что сопровождается диссипацией энергии [6]. Это движение может сопровождаться нестабильностями, включая резкие переходы в турбулентное поведение в зависимости от распределения дефектов, уровня тока и температуры [15]. При отсутствии пиннинга вихри свободно движутся, и напряжение на образце растёт линейно с током. Однако в реальных материалах они сталкиваются с энергетическими барьерами - как внутренними (границы зёрен, дефекты), так и краевыми (барьер Бина–Ливингстона) [4].

Каждое препятствие может либо задержать вихрь, либо полностью остановить его, если кинетическая энергия недостаточна. Такое закрепление вихрей называется пиннингом и играет ключевую роль в формировании критического тока. В случае гранулированных мостиков пиннинг, как правило, усиливается — поскольку границы зёрен действуют как естественные ловушки для вихрей.

При дальнейшем росте тока вихри могут отрываться от пиннинговых центров (депиннинг) и снова двигаться. Динамика в этом случае может носить коллективный и/или хаотичный характер. Именно в этих режимах часто наблюдаются нестандартные эффекты на ВАХ.

#### 1.3.2 Влияние структурных особенностей на поведение вихрей

Поведение вихрей в сверхпроводнике существенно зависит от взаимодействия с границами и внутренними неоднородностями материала. Даже в идеально чистом образце с ровными краями и без внешних дефектов вход вихря в сверхпроводник сопряжён с энергетическими затратами. В реальных структурах, особенно в тонких и узких структурах, эти эффекты усиливаются.

Барьер Бина–Ливингстона Для того чтобы вихрь проник в сверхпроводник, ему необходимо преодолеть энергетический барьер, возникающий у его поверхности – барьер Бина–Ливингстона [4, 16]. Этот барьер образуется из-за взаимодействия магнитного поля одиночного вихря и индуцированных сверхтоков Мейснера у поверхности. Барьер можно преодолеть несколькими способами: за счёт тепловых флуктуаций, под действием силы Лоренца при протекании достаточного тока или за счет внешнего поля, которое подавляет барьер (см. рис. 3).



Рис. 3: Зависимость энергии вихря E от расстояния x от поверхности для различных приложенных полях. Барьер перестает существовать при поле  $H_s$ .

Размер и форма этого барьера зависят от геометрии образца, неоднородности материала и шероховатости краёв [17]. Для узких мостиков, где ширина сравнима с длиной проникновения магнитного поля ( $W \sim L$ ), влияние барьера особенно заметно. Краевые токи могут локально превышать критические значения, способствуя спонтанному образованию вихрей даже в отсутсвии внешнего поля. Вихри сначала аккумулируются у края и проникают внутрь лишь после преодоления энергетического барьера.

Существенная шероховатость и неоднородности краев могут локально снижать энергетический барьер, создавая 'слабые места' для проникновения вихрей [18].

**Пиннинг вихрей в неоднородных сверхпроводниках** После того как вихрь проник в сверхпроводник, его дальнейшее поведение определяется распределением внутренних неоднородностей.

Различного рода естественные (дислокации, границы зёрен) и искусственные дефекты (разрезы, антипиннинговые решётки) создают области пониженной сверхпроводящей плотности, где вихрь может закрепляться [13, 19—23]. Такое явление называется пиннингом (pinning).

Физически пиннинг обусловлен тем, что вблизи дефекта энергия системы минимизируется за счёт локального ослабления сверхпроводимости.

Поскольку ядро вихря само по себе представляет область нормального состояния, ему выгодно энергетически находиться в области локального ослабления сверхпроводимости, которая может возникать из-за дефектов или неоднородностей материала.

Энергия одиночного вихря в сверхпроводнике оценивается как:

$$E_v \approx \frac{\Phi_0^2}{4\pi\mu_0\lambda^2}\ln\left(\frac{\lambda}{\xi}\right)$$

где  $\Phi_0$  - квант магнитного потока.

Если вблизи дефекта  $|\Psi|^2$  уменьшается, то локально  $E_v$  снижается. Это создаёт потенциальную яму глубиной:

$$U_p \sim E_v \cdot \frac{\delta |\Psi|^2}{|\Psi|^2}$$

В гранулированных структурах, таких как исследуемые в данной работе мостики из ниобия, основным источником пиннинга являются границы гранул. На этих границах могут подавляться сверхпроводящий порядок и формироваться локальные барьеры [13].

Связь с транспортными свойствами Плотность пиннинговых центров напрямую влияет на критический ток  $I_c$  — максимальный ток, который может протекать без перехода в резистивное состояние. Чем эффективнее пиннинг, тем выше критический ток и тем позже возникает диссипация. Однако при наличии неоднородностей пиннинг может быть неравномерным, что ведёт к нестабильным режимам, формируя сложные пространственные и временные паттерны [24].

Особенно интересно поведение в условиях, когда часть вихрей закреплена, а другая часть движется — такая «двухфазная» динамика может приводить к самоорганизации, турбулентности и резким перестройкам решётки [23].

## 1.4 Гранулированные сверхпроводники

Гранулированные сверхпроводники представляют собой материалы, состоящие из сверхпроводящих зёрен, разделённых границами, сверхпроводящий порядок которых частично или полностью подавлен. Такая структура может возникать в результате технологий тонкоплёночного осаждения или магнетронного напыления. На рис. 4 приведён пример зернистой структуры пленки Nb [25].

Границы зёрен часто служат эффективными центрами пиннинга вихрей, что способствует увеличению критического тока  $I_c$ . Однако неоднородность также приводит к усилению флуктуационных эффектов, снижению когерентности и возможному возникновению различного рода особенностей в ВАХ структур на их основе.

Недавние исследования плёнок ниобия [13] с использованием сканирующей квантовой вихревой микроскопии (SQVM) показали, что структура пиннинга в таких плёнках зависит от толщины и коррелирует с размером зёрен. В частности, увеличение толщины плёнки приводит к увеличению размера гранул и изменению структуры пиннинга, что влияет на динамику вихрей и может быть использовано для управления транспортными свойствами материала.



Рис. 4: Гранулированная структура пленки ниобия. (а) Изображение зерен, полученное в SEM. Шкала соответствует 200 нм. (б) Карта пиннинга, полученная методом SQVM, на которой отчетливо видна сеть слабых мест, образованных границами гранул. Шкала соответствует 1 мкм.

Стоит учитывать, что в гранулярных микроструктурах может наблюдаться значительная вариация критической плотности тока  $j_c$  между отдельными зернами, что может приводить к ослабеванию общего критического тока, возникновению «слабых» связей. Таким образом, повышение степени текстурирования сверхпроводящих материалов является ключевым фактором для достижения высоких значений критического тока.

## 1.5 Динамика вихрей и транспортные свойства

В сверхпроводниках II рода при достижении критического тока  $I_c$  начинается движение вихрей под действием силы Лоренца  $F_L$ , что приводит к диссипации энергии и, соответственно, к появлению ненулевого напряжения V [4, 6]. При увеличении тока I скорость движения вихрей v увеличивается, что приводит обычно к монотонному росту напряжения V(I).

Динамика вихрей связана с возникновением электрического поля и может быть описана через соотношение Джозефсона:

$$V = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\phi}{dt} \sim v \Phi_0,$$

где  $\phi$  – фаза сверхпроводящего параметра, v – скорость движения вихрей,  $\Phi_0$  – квант магнитного потока.

При росте тока скорость вихрей обычно увеличивается, что вызывает монотонное увеличение напряжения V(I). Но характер движения вихрей может влиять на эту зависимость.

При движении внутри сверхпроводников вихри взаимодействуют с различными локальными и протяжёнными дефектами, а также с другими вихрями и препятствиями. Совокупность дефектов вместе с другими движущимися и закреплёнными вихрями образует потенциальный ландшафт [13], в котором развивается данный вихрь. Этот ландшафт, как правило, динамичен и сложен, он включает в себя локальные минимумы и седловые точки. Следовательно, могут возникать различные режимы вихревой динамики: от индивидуального движения отдельных вихрей до коллективного движения вихревой решетки или формирования каналов проскальзывания фазы [26].

Такие особенности движения вихрей могут приводить к появлению "плато"и участков с ОДС. Такие особенности особенно выражены в гранулированных структурах, где вихревое движение пространственно неоднородно и имеет сложный пиннинговый ландшафт.

Особенности ВАХ в гранулированных мостиках, как показано в ряде работ [14, 15, 22, 24], могут быть связаны с депиннингом вихрей из границ зёрен, образованием фазовых каналов и разупорядочением вихревой структуры.

## 1.6 Особенности нелинейных эффектов

Нелинейные участки на вольт-амперных характеристиках (ВАХ) являются одними из наиболее информативных признаков нестабильной вихревой динамики в сверхпроводниках II рода. Особенно интересны режимы, при которых зависимость напряжения от тока выходит за рамки монотонного и плавного роста. Среди таких режимов выделяются участки с отрицательным дифференциальным сопротивлением (ОДС) и участки 'плато'.

#### 1.6.1 Отрицательное дифференциальное сопротивление (ОДС)

Эффект отрицательного дифференциального сопротивления (ОДС, NDR) проявляется на ВАХ как участок с резким отрицательным наклоном (*N*-тип):

$$\frac{dV}{dI} < 0$$

Такое поведение противоречит обычной монотонной зависимости напряжения от тока и указывает на нестабильную или резко меняющуюся динамику вихрей в системе, как, например, показано в работах [14, 15, 27]. Появление ОДС связывается с переходом вихрей из одного режима движения в другой, например, от хаотичного к более упорядоченному или наоборот. Было показано, что в таких мостиках вихревая динамика может приводить к ОДС даже в режиме подаваемого постоянного тока без микроволнового излучения и в отсутствии внешнего поля.

Одним из возможных сценариев является самоорганизация вихрей в движущиеся и неподвижные области (вихревые 'строки'), при которой увеличивающийся ток приводит к снижению сопротивления за счёт улучшения согласованности движения. Это было показано в численных моделях [24, 28] и подтверждено в экспериментах на сверхпроводящей полоске с решёткой центров пиннинга [23] Кроме того, ОДС может возникать из-за автоколебательных процессов или коллективной синхронизации движущихся вихрей и джозефсоновских переходов [29]. Такие нестабильности часто наблюдаются в сверхпроводящих структурах с выраженной гранулированностью или асимметричным распределением пиннинга [30].

В недавних работах [31] было показано, что в узких мостиках из MoN с геометрическими неоднородностями ОДС может возникать как при наличии высокочастотного излучения, так и без него. Авторы связывают это с формированием каналов проскальзывания фазы и их неустойчивым взаимодействием. Похожий эффект наблюдался и в асимметричных джозефсоновских массивах, где из-за направленности потенциала возникали нетривиальные сценарии движения вихрей [32].

#### 1.6.2 Особенности типа «плато»

Другой важной особенностью нестабильной вихревой динамики является появление плато на ВАХ — участка, в котором напряжение остаётся практически неизменным при увеличении тока:

$$rac{dV}{dI}pprox 0$$
 или  $rac{dV}{dI} < 0$ 

Такой режим сохраняется в течение определённого диапазона токов, пока не произойдёт глобальная перестройка всей вихревой решётки. Это может привести к скачкообразному изменению напряжения, либо к переходу в режим турбулентного движения.

Плато, так же как и ОДС, особенно выражено в узких мостиках с выраженной микроструктурой. В работах [14, 15] авторы связывают их с локализованными вихревыми цепочками, которые двигаются вдоль границ зёрен или других дефектов.

Перечисленные ситуации следует отличать от участков на ВАХ (чаще всего S-типа), например, связанных с перегревом сверхпроводника [33], который возникает близко к  $I_c$  и имеет характерный гистерезис.

### 1.7 Нестационарные уравнения Гинзбурга-Ландау

Феноменологическая теория Гинзбурга–Ландау описывает сверхпроводимость с помощью комплексного параметра порядка:

$$\Psi = |\Psi|e^{i\theta},\tag{7}$$

который обращается в ноль в нормальном состоянии и принимает ненулевое значение в сверхпроводящей фазе. После создания микроскопической теории Бардена–Купера–Шриффера (БКШ) было показано А. Горьковым, что уравнения Гинзбурга–Ландау могут быть выведены из БКШ-формализма при температуре, близкой к критической, и при условии, что векторный потенциал **A**(**r**) изменяется в пространстве достаточно медленно [4]. В этом контексте параметр  $\Psi(\mathbf{r})$  можно рассматривать как макроскопическую волновую функцию куперовских пар, а  $|\Psi(\mathbf{r})|^2$  — как плотность куперовских пар.

Однако стандартная форма уравнений Гинзбурга–Ландау является стационарной и не способна описывать динамические процессы, возникающие при воздействии переменных токов, внешних полей или при неравновесных переходах [4]. Для таких задач используется обобщённая нестационарная модель, известная как TDGL (Time-Dependent Ginzburg–Landau):

$$\frac{\hbar^2}{2m^*D} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\frac{e^*}{\hbar}\phi\right)\Psi = -\frac{1}{2m^*} \left(i\hbar\nabla + \frac{e^*}{c}\mathbf{A}\right)^2\Psi - \alpha\Psi - \beta\Psi|\Psi|^2.$$
(8)

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \frac{4\pi}{c} (\mathbf{j}_n + \mathbf{j}_s) + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t},$$
  
$$\mathbf{j}_n = \sigma_n \left( -\nabla \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right), \qquad \mathbf{j}_s = -i \frac{e^* \hbar}{2m^*} \left[ \Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^* \right] - \frac{e^{*2}}{m^* c} |\Psi|^2 \mathbf{A}.$$
(9)

где **A** - векторный потенциал,  $\phi$  - скалярный электрический потенциал, D - это диффузионная постоянная, связанная с временем релаксации куперовских пар.

Модель TDGL особенно полезна для анализа динамики в узких гранулированных мостиках. В таких системах пространственная неоднородность, наличие границ между зёрнами и ограниченные геометрические размеры требуют учёта изменений параметра порядка и токов во времени.

TDGL не только позволяет воссоздать структуру вихрей и их траектории, но и напрямую связывает поведение  $\Psi$  с измеряемыми параметрами — вольт-амперной характеристикой, распределением плотности тока и напряжения.

#### 1.8 Выводы

Проведённый обзор современной литературы по сверхпроводимости II рода, вихревой динамике и особенностям гранулированных структур показывает, что поведение сверхпроводящих систем при наличии внешнего тока и поля определяется сложным взаимным влиянием макроскопических параметров, геометрии, структурных неоднородностей и квантовых эффектов.

Отдельный интерес представляет собой эффект отрицательного дифференциального сопротивления (ОДС), наблюдаемый в структурах с пиннинговым ландшафтом даже при отсутствии внешнего магнитного поля и микроволнового излучения. Его происхождение связывается с перестройкой вихревого ансамбля и нестабильным взаимодействием с центрами пиннинга, что дает толчок для изучения неравновесной вихревой динамики сверхпроводящих систем.

Таким образом, узкие гранулированные мостики из ниобия демонстрируют широкий спектр нетривиальных эффектов, обусловленных взаимодействием вихрей с микроструктурой и геометрическими ограничениями. Объяснение этих эффектов требует комплексного подхода, сочетающего теоретические (например, моделирование на основе TDGL) и экспериментальные исследования (например, электроннотранспортные измерения, MFM/SQVM).

С точки зрения практического применения, управление вихревой динамикой, а в частности отрицательным дифференциальным сопротивлением (ОДС), открывает возможности для создания новых функциональных устройств на основе сверхпроводящих материалов. Эти технологии могут найти применение в сверхпроводящей логике [7, 34, 35]и устройствах, таких как усилители и генераторы [14, 31].

Аналогичные физические принципы работают и в полупроводниковых структурах, где эффект ОДС используют для генерации, усиления и управления сигналами, особенно в высокочастотной электронике [36].

Важным направлением остаётся разработка методов визуализации и диагностики вихревых структур. Использование магнитно-силовой микроскопии (МФМ), как показано в ряде работ и в этом исследовании, позволяет непосредственно наблюдать положение отдельных вихрей и выявлять области пиннинга. Это создаёт связь между микроструктурой материала и макроскопическими транспортными характеристиками, например, наличие ОДС и плато.

Таким образом, литературный обзор подтверждает актуальность изучения вихревой динамики и эффектов, таких как ОДС и «плато».

## 2 Экспериментальные методы исследования

Для изучения вихревой динамики в узких гранулированных мостиках из ниобия применялись несколько взаимодополняющих экспериментальных методов. Сначала изготавливались мостики с заданной структурой, после чего проводились измерения вольт-амперных характеристик (BAX), чтобы оценить их поведение при различных токах и магнитных полях.

Для визуализации отдельных вихрей использовалась магнитно-силовая микроскопия (MFM) и сканирующая квантово-вихревая микроскопия (SQVM), что позволило наблюдать как распределение вихрей, так и особенности пиннинга в микроструктуре материала. Все измерения выполнялись при низких температурах с использованием криогенной установки Attocube AttoDry 1000, обеспечивающей точный контроль температуры и стабильные условия эксперимента.

Такой подход позволил напрямую сопоставить данные транспортных измерений с микроскопической структурой мостиков и сделать вывод об особенностях вихревой динамики.

### 2.1 Изготовление образцов

Для проведения экспериментов были изготовлены две серии микромостиков с различной структурой. Основная серия изготавливалась на основе тонкоплёночного бислоя Nb/Cu, осаждённого на кремниевую подложку кремния Si (0.3 мм) с термически окисленным слоем  $SiO_2$  толщиной 270 нм. Размер подложки составлял 10 × 10 мм<sup>2</sup>. Перед напылением поверхность очищалась в аргоновой плазме (60 секунд при давлении 2 × 10<sup>-2</sup> мбар), после чего в камере напыления создавалось базовое давление ниже 5 × 10<sup>-9</sup> мбар. В альтернативной серии использовался только слой ниобия Nb толщиной 100 нм без подслоя меди.

Далее методом последовательного магнетронного напыления при комнатной температуре на подложку был нанесён 20 нм слой меди, а затем 100 нм слой ниобия. Давление аргона во время напыления составляло  $4 \times 10^{-3}$  мбар. Скорости напыления составляли 0.34 нм/с для меди и 0.22 нм/с для ниобия.

Формирование структуры мостиков осуществлялось методом электронной литографии с использованием полимерной маски *MMA* 9%. После этого был нанесен слой алюминия толщиной 20 нм для формирования маски. Затем провели процедуру liftoff в ходе которой удаляется полимер вместе с алюминиевым покрытием.

В следующем шаге непокрытый Al ниобий удаляется методом реактивного ионного травления (RIE) в атмосфере смеси газов  $SF_6 + C_2H_4$ . Слои Al и Cu выполняли функцию стоп-слоёв.

В результате, как представлено на рис. 5, были получены мостики с требуемыми параметрами: шириной w = 250 нм и 500 нм и длиной  $L = 4 \ \mu m$ .



Рис. 5: Образец. (a) Дизайн маски для литографии мостика, (b) изображение SEM полученного образца.

## 2.2 Криогенная установка Attocube

Все низкотемпературные эксперименты проводились в криогенной системе замкнутого цикла Attocube AttoDry1000, обеспечивающей безжидкостное охлаждение образца до температур порядка 4 К, представленной на рис. 6. Данная установка обеспечивала стабильную работу в диапазоне температур от 4 К до 80 К с температурной стабилизацией с точностью лучше 10 мК, что обеспечивало высокую точность при исследовании тонких эффектов, чувствительных к температуре.



Рис. 6: Внешний вид криостат Attocube AttoDry1000.

Основой установки является пульсирующий трубчатый охладитель (Pulse Tube) с виброизолированной конструкцией, что обеспечивает совместимость с высокочувствительными сканирующими методами (AFM/MFM) при низких температурах.

Для создания магнитного поля в установке используется встроенный сверхпроводящий соленоид, генерирующий магнитное поле до 9 Тл, направленное перпендикулярно плоскости образца. Магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости образца. Управление магнитным полем осуществляется внешним источником тока с программируемым контролем нарастания поля, что предотвращает переход магнита в нормальное состояние. В ходе работы поле нарастает симметрично по времени в обоих направлениях, минимизируя нагрев и нестабильности.

Установка имеет top-loading архитектуру, позволяющую быстро менять образцы без необходимости полного отогрева и повторного охлаждения системы. Это существенно ускоряет экспериментальный цикл.

Внутренняя платформа установки интегрирована с модулем AttoAFM/MFM, что позволяет проводить измерения в различных режимах сканирующей зондовой микроскопии: контактном, полуконтактном, MFM, а также в специальном режиме SQVM (scanning quantum vortex microscopy) для визуализации отдельных вихрей.

Дополнительно, система позволяет проводить электронно-транспортные измерения (например, вольт-амперные характеристики), совмещённые с визуализацией вихрей в режиме реального времени. Это делает установку оптимальной для комплексного анализа сверхпроводящих систем в условиях контролируемой температуры и магнитного поля.

## 2.3 Измерение вольт-амперных характеристик (ВАХ)

Измерение вольт-амперных характеристик (ВАХ) является основным методом исследования транспортных свойств сверхпроводящих структур и позволяет выявить особенности перехода между сверхпроводящим и нормальным состоянием, а также проявления нелинейного отклика, включая отрицательное дифференциальное сопротивление.

Во всех экспериментах применялась четырёхконтактная (четырёхточечная) схема измерений: ток подавался через внешнюю пару контактов, а падение напряжения регистрировалось с внутренней пары. Такой метод позволяет минимизировать влияние контактных сопротивлений и получить достоверные значения напряжения, формируемого исключительно в исследуемом участке образца.

Для подавления внешних электромагнитных помех использовались экранированные кабели и витые пары, что позволило значительно повысить точность измерений. Особое внимание уделялось контролю стабильности и воспроизводимости: ток сканировался в прямом и обратном направлениях с одинаковым шагом, что дало возможность выявить гистерезис в системе и оценить устойчивость нелинейных эффектов, возникающих при увеличении/уменьшении тока.

В качестве источников тока использовались:

- Yokogawa 7651 для предварительных и малочувствительных измерений;
- Keithley 6221 прецизионный источник с возможностью подачи малых токов (до десятков нА) с высоким разрешением и стабильностью.

Для регистрации напряжения применялись нановольтметры:

• Keithley 2182 – базовая модель с нВ-чувствительностью;

• Keithley 2182А – усовершенствованный прибор с улучшенной фильтрацией и синхронизацией

Такая конфигурация оборудования позволила с высокой точностью регистрировать малые напряжения, характерные для сверхпроводящего состояния, а также надёжно фиксировать детали переходных процессов в режиме динамического изменения тока.

## 2.4 Магнитно-силовая микроскопия (MFM)

Магнитно-силовая микроскопия (MFM) представляет собой разновидность сканирующей зондовой микроскопии, основанной на регистрации взаимодействия между локальным магнитным полем образца и магнитным моментом зонда. Метод позволяет получать пространственно-разрешённую информацию о распределении магнитного поля над поверхностью образца, что делает его особенно полезным при исследовании сверхпроводников II рода, где магнитное поле проникает в виде квантованных вихрей Абрикосова [37, 38].

В данной работе магнитно-силовые измерения проводились с использованием криогенного сканирующего зондового микроскопа AttoAFM/MFM (см. рис. 7(a, b)), интегрированного с криостатом Attocube AttoDry1000 при температурах от 4 до 12 K и внешнем магнитном поле до 500 Гс.



Рис. 7: Магнитно-силовой микроскоп. (a) внешний вид вставки MFM, (b) рабочая часть MFM, (c-d) изображение кантилевера MESP-V2 (Bruker) с магнитным покрытием из Co-Cr, полученное в SEM.

Образец закреплялся на пьезоэлектрическом сканере, который позволял точно перемещать его относительно неподвижного кантилевера в трёх измерениях. В качестве зондов применялись стандартные кантилеверы с магнитным покрытием Co/Cr (тип MESP-V2, Bruker) с жёсткостью 2.8 H/м и радиусом острия около 35 нм. Колебания кантилевера возбуждались переменным напряжением, подаваемым на пьезоэлемент, а их регистрация осуществлялась по схеме интерферометра Фабри–Перо с использованием инфракрасного лазера (см. рис. 8(a)).



Рис. 8: Принцип работы магнитно-силового микроскопа. (а) Схематическое изображение: магнитное взаимодействие между кантилевером с магнитным зондом и локальным магнитным полем в образце вызывает изменение характеристик колебаний. Для регистрации отклика к обратной стороне кантилевера подводится оптоволокно, и по принципу интерферометра Фабри–Перо измеряется положение зонда. (b) Зависимость амплитуды (верхний график) и фазы (нижний график) колебаний кантилевера при разных типах взаимодействия: отсутствие взаимодействия (чёрная пунктирная линия), притяжение (синяя линия) и отталкивание (красная линия). Смещения резонансной кривой позволяют определить знак и величину локального магнитного поля.

Изменения фазы, амплитуды и резонансной частоты колебаний кантилевера можно связать с его параметрами и вертикальным градиентом силы *F*, действующей со стороны образца (см. рис. 8(b)). Эти зависимости описываются следующими выражениями:

$$\Delta \varphi \approx \frac{Q}{k} \frac{\partial F}{\partial z}, \quad \Delta A \approx \left(\frac{2A_0Q}{3\sqrt{3k}}\right) \frac{\partial F}{\partial z}, \quad \Delta f_0 \approx -\frac{1}{2k} \frac{\partial F}{\partial z} f_0,$$

где Q – добротность колебаний, k – его жесткость,  $A_0$  – амплитуда колебаний на собственной резонансной частоте  $f_0$  [38].

Поскольку сила, действующая на зонд, обусловлена взаимодействием магнитного момента кантилевера с неоднородным магнитным полем, её можно выразить как:

$$F = \mathcal{M}_0 \nabla H,$$

где  $\mathcal{M}_0$  – эффективный магнитный момент зонда, а H – магнитное поле. Тогда вертикальный градиент силы выражается через вторую производную магнитного поля:

$$\frac{\partial F}{\partial z} \sim \frac{\partial^2 H}{\partial z^2},$$

Подставляя это выражение, получаем оценку для отклика кантилевера:

$$\delta f \simeq -\frac{\mathcal{M}_0}{2k} f_0 H_z'', \quad \delta \varphi \simeq -\frac{Q\mathcal{M}_0}{k} H_z'',$$

где  $H''_z$  – вторая производная вертикальной компоненты магнитного поля в точке наблюдения. Эти соотношения подчёркивают, что основной вклад в сигнал MFM вносит фазовый сдвиг, чувствительный к градиенту магнитного поля.

Для визуализации использовались три режима работы: полуконтактный, бесконтактный и Dual Pass. В полуконтактном режиме кантилевер приближался к поверхности; при этом амплитуда поддерживалась обратной связью на постоянном уровне. Этот режим позволяет получать топографию с высоким разрешением, минимизируя износ зонда и механические воздействия на образец.

В бесконтактном режиме кантилевер колебался на расстоянии 50 – 100 нм от поверхности. Взаимодействие с магнитным полем образца вызывало фазовый сдвиг колебаний, а изменение амплитуды отражало изменение добротности и энергетических потерь в системе. Благодаря высокой чувствительности к магнитным градиентам этот режим особенно подходит для визуализации вихрей [37, 38].

Режим Dual Pass объединял оба подхода: сначала регистрировалась топография, затем — магнитный отклик на фиксированной высоте. Это позволяло исключить вклад рельефа в сигнал и получить чистую магнитную картину.

В некоторых измерениях применялся режим Phase Locked Loop (PLL), в котором регистрировалось изменение собственной частоты кантилевера при взаимодействии с магнитным полем. Это повышало чувствительность метода и позволяло напрямую отслеживать  $\delta f$ .

#### 2.4.1 Совмещённые измерения с измерениями ВАХ

Для более глубокого понимания связи между структурой пиннинга и электрическим откликом сверхпроводящего мостика были проведены совмещённые измерения, объединяющие методы магнитно-силовой микроскопии (MFM) и электроннотранспортной спектроскопии. Такая методика позволяет одновременно регистрировать пространственное распределение локального магнитного поля и измерять падение напряжения на мостике при протекании тока.

Экспериментальная схема представлена на рис. 9. Ток подавался между контактами  $I_+$  и  $I_-$ , а напряжение измерялось между  $U_+$  и  $U_-$  в четырёхконтактной геометрии. Одновременно магнитный зонд (кантилевер с покрытием Co/Cr) осуществлял сканирование поверхности образца на фиксированной высоте, что позволяло получать карту магнитного градиента. Таким образом, на каждой точке сканирования фиксировался и магнитный, и электрический отклик.



Рис. 9: Схематическое изображение совмещённого MFM и электронно-транспортного эксперимента. Ток подаётся между контактами  $I_+$  и  $I_-$ , а падение напряжения измеряется между  $U_+$  и  $U_-$ . Магнитный зонд сканирует поверхность мостика на фиксированной высоте (*lift*), одновременно регистрируя локальный магнитный отклик и изменение его вольт-амперной характеристики.

Особенностью такого подхода является возможность пространственной корреляции между магнитными и транспортными неоднородностями. Например, можно локализовать вихри, зафиксировать их траектории движения и напрямую сопоставить с областью, где наблюдаются скачки напряжения или другие особенности на BAX.

В качестве источника тока в большинстве совмещённых измерений использовался Keithley 6221, обеспечивающий стабильную подачу токов порядка 10–500 нА. Напряжение измерялось с помощью прецизионного вольтметра Keithley 2182A, чувствительного к уровням шума порядка десятков нВ.

Особый интерес представляют наблюдения, при которых появление и исчезновение вихрей в поле зрения MFM напрямую коррелирует с локальными изменениями напряжения. Это указывает на то, что даже единичный вихрь может существенно повлиять на динамику всего мостика, особенно в узких структурах с размером, сравнимым с длиной проникновения.

Таким образом, совмещённый подход позволяет не только визуализировать магнитную структуру, но и интерпретировать её вклад в формирование нестандартных режимов сопротивления, таких как ОДС, локальный нагрев или спонтанное переключение в нормальное состояние. Подобная методика может быть полезна для фундаментальных исследований взаимодействия вихрей, а также для проектирования сверхпроводниковых схем с управляемой вихревой динамикой.

## 2.5 Сканирующая вихревая микроскопия (SQVM)

#### 2.5.1 Принцип метода

Сканирующая вихревая микроскопия (SQVM, от англ. Scanning Quantum Vortex Microscopy) — это метод локального исследования сверхпроводящих материалов, в

котором в качестве чувствительного зонда используется одиночный вихрь Абрикосова [13]. В отличие от традиционной магнитно-силовой микроскопии (MFM), где измеряется градиент магнитного поля, SQVM позволяет исследовать непосредственно взаимодействие между одиночным вихрем и пиннинговыми центрами, присутствующими в образце. Это взаимодействие отражает не только структуру магнитного поля, но и силу пиннинга, оказываемую на вихрь со стороны локальных дефектов.

Суть метода заключается в следующем. В условиях низкой температуры и слабого магнитного поля в исследуемом сверхпроводнике возбуждается одиночный вихрь, который захватывается магнитным зондом MFM и удерживается под ним на протяжении всего сканирования. При движении зонда вдоль поверхности образца этот вихрь испытывает взаимодействие с различными элементами микроструктуры — например, с границами зёрен или областями пониженной критической температуры. Эти неоднородности влияют на положение вихря относительно зонда и на характер сил, действующих в системе «зонд–вихрь–образец».

Поскольку кантилевер, на котором закреплён зонд, является довольно чувствительной системой, даже небольшие вариации силы, действующей на вихрь (а через него — на зонд), вызывают сдвиги в фазе или частоте его колебаний. Эти изменения регистрируются с помощью чувствительной оптической системы (например, интерферометра Фабри–Перо) и интерпретируются как информация о локальных пиннинговых свойствах.

Для успешной реализации метода SQVM необходимо обеспечить строго определённые температурные условия. Наиболее эффективное захватывание и удержание одиночного вихря под зондом возможно только в узком температурном диапазоне, расположенном близко к критической температуре сверхпроводника  $T_c$ . В этом режиме сила взаимодействия между магнитным моментом зонда и вихрем превышает силу пиннинга, обусловленную внутренними дефектами материала, но при этом вихревое состояние всё ещё сохраняется. Температура подбирается экспериментально: при слишком низких температурах вихрь фиксируется пиннинговыми центрами и не следует за зондом, а при слишком высоких — сверхпроводимость разрушается. Выбор температуры сканирования является ключевым параметром для получения достоверной и высококонтрастной карты пиннинга с помощью SQVM.

Таким образом, вихрь, перемещаясь вслед за магнитным зондом, 'ощупывает' поверхность образца и реагирует на микроскопические вариации пиннинга. В результате получается двумерная карта, отражающая пиннинговый ландшафт с высоким пространственным разрешением. Эта карта позволяет точно определить расположение и характер локальных дефектов, влияющих на движение вихрей, что критически важно для понимания механизмов вихревой динамики и нестабильности сверхпроводящего состояния.

#### 2.5.2 Экспериментальная реализация

Экспериментальная реализация метода SQVM требует высокой степени стабильности как температурных, так и вибрационных условий, поскольку работа осуществляется вблизи критической температуры и чувствительна к малейшим внешним возмущениям. В данной работе измерения проводились с использованием криогенной системы AttoDry1000, обеспечивающей безжидкостное охлаждение образца до температур  $T \approx 4$ –12 K, и сканирующего зондового микроскопа AttoAFM/MFM с возможностью точного позиционирования кантилевера над исследуемой областью.

Для захвата одиночного вихря в область под кантилевером использовались стандартные MFM-зонды с магнитным покрытием из Co/Cr (тип MESP-V2, Bruker). Захват осуществлялся путём локального увеличения магнитного поля в области зонда либо путём спонтанного захвата вихря в процессе охлаждения при слабом остаточном поле. Далее кантилевер с захваченным вихрем перемещался над исследуемым участком плёнки, и на каждой точке фиксировались изменения его колебательных характеристик (фазы, амплитуды). Схема измерения представлена на рис. 10(а).



Рис. 10: Сканирующая вихревая микроскопия (SQVM). (a) Магнитный зонд взаимодействует с одиночным вихрем. (b) Изображение одиночного вихря при 4.03 К.
(c) Карта распределения пиннинга при 8.49 К, совпадающая с морфологией границ гранул. Шкала соответствует 1 μm для (b, c).

Особое внимание при сканировании уделялось выбору высоты над поверхностью (режим lift-mode). Она устанавливалась в пределах 50–100 нм, что позволяло минимизировать вклад топографических особенностей и в то же время сохранять чувствительность к вариациям пиннинга. Типичное разрешение по координатам составляло около 20–30 нм, что позволяло визуализировать отдельные зеренные границы и микроскопические дефекты.

Каждая серия измерений включала начальную калибровку — подтверждение захвата вихря и стабильности его удержания в течение времени сканирования. После этого проводилось последовательное сканирование заданной области с регистрацией сигнала, зависящего от силы взаимодействия между вихрем и локальной структурой. Таким образом, строилась карта пиннингового ландшафта с высоким пространственным разрешением, отражающая неоднородности в критических параметрах сверхпроводящей плёнки.

Для анализа полученных данных использовалась сопоставительная обработка: карта пиннинга сравнивалась с топографией, SEM- и AFM-изображениями поверхности, а также с результатами электронно-транспортных измерений. Это позволило установить корреляцию между морфологическими особенностями (например, границами гранул) и локальными аномалиями в пиннинге вихрей, что подтверждало достоверность полученных карт и эффективность метода SQVM при исследовании гранулированных сверхпроводников.

#### 2.5.3 Интерпретация сигналов и анализ данных

Основная цель метода SQVM — получение карты распределения пиннинга с высоким пространственным разрешением. Однако для корректного анализа получаемых данных важно учитывать специфику взаимодействия между зондом (вихрем) и образцом. Поскольку сам вихрь, захваченный под кантилевером, является подвижным и может менять свою конфигурацию под действием локального пиннингового потенциала, интерпретация сигналов требует аккуратного подхода.

В ходе сканирования на каждой точке фиксируются изменения колебательных характеристик кантилевера, в первую очередь — сдвиг резонансной частоты  $\delta f$  и фазовый сдвиг  $\delta \varphi$ , которые зависят от второй производной локального магнитного поля:

$$\frac{\delta f}{f} \sim \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2}, \quad \delta \varphi \sim \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2}.$$

Сильный пиннинг локализует вихрь-зонд вблизи определённых участков, вызывая более выраженное изменение фазового или частотного сигнала. Слабый пиннинг приводит к меньшему градиенту взаимодействия, и, как следствие, к более сглаженному сигналу. Таким образом, контрастность получаемой карты напрямую отражает вариации в глубине пиннингового потенциала.

Для корректной интерпретации карты применяются различные фильтры и алгоритмы сглаживания, позволяющие устранить артефакты от вибраций, дрейфа и термошума. Также выполняется вычитание фона и коррекция наклона плоскости, что особенно важно для выявления мелкомасштабных неоднородностей.

В некоторых случаях целесообразно дополнительно сопоставлять полученные карты с результатами AFM, SEM и распределением границ зёрен. Такая сопоставительная методика позволяет однозначно связать особенности сигнала с реальной структурой материала и глубиной локального пиннинга, что повышает достоверность полученного результата.

Метод SQVM, таким образом, обеспечивает уникальную возможность количественно оценить распределение пиннинговых центров и выявить критические зоны, определяющие динамику вихрей и нестабильности в транспортных характеристиках исследуемых сверхпроводников.

Поскольку размер вихря в тонкой плёнке ограничен когерентной длиной  $\xi \sim 50$  нм, пространственное разрешение метода SQVM определяется, в первую очередь, этим масштабом, а также радиусом магнитного зонда.

### 2.5.4 Преимущества и ограничения метода SQVM

Метод сканирующей вихревой микроскопии (SQVM) обладает рядом уникальных преимуществ по сравнению с другими методами визуализации магнитных структур в сверхпроводниках. Его ключевая особенность заключается в использовании одиночного вихря как активного чувствительного зонда, взаимодействующего с локальными неоднородностями пиннинга. Это позволяет:

- проводить прямое зондирование пиннингового ландшафта с нанометровым разрешением;
- выявлять слабые и распределённые центры пиннинга, которые могут не фиксироваться в обычной MFM;
- отслеживать динамику взаимодействия вихрей с локальными дефектами при варьировании температуры и магнитного поля;
- получение карты пиннига, которые невозможно получить с помощью обычных методов, таких как AFM или SEM.

Однако метод имеет и определённые ограничения:

- **Температурное окно работы.** Для надёжного захвата одиночного вихря под кантилевером требуется точный подбор температуры вблизи *T<sub>c</sub>*. При слишком высоких температурах вихрь теряет стабильность, при слишком низких прочно пиннингуется в образце и не поддаётся перемещению зондом.
- Сложность калибровки. Влияние геометрии, магнитного момента и положения вихря относительно зонда затрудняет количественную интерпретацию сигнала.
- **Чувствительность к внешним шумам.** Из-за высокой чувствительности к магнитным силам метод требует хорошей виброизоляции, экранирования и стабильной термостабилизации.
- **Трудоёмкость.** Подготовка измерений и подбор параметров (температуры, высоты сканирования, амплитуды возбуждения) требуют большого числа итераций.

Несмотря на эти ограничения, метод SQVM представляет собой перспективный инструмент для изучения сверхпроводящих гранулированных материалов, особенно в тех случаях, когда ключевую роль в их свойствах играют локальные дефекты и границы зёрен. Возможность напрямую картировать пиннинговый ландшафт делает этот подход важным дополнением к традиционным методам анализа структуры.

#### 2.5.5 Применение SQVM в настоящей работе

В рамках данного исследования метод сканирующей вихревой микроскопии (SQVM) был использован для прямой визуализации неоднородностей пиннинга в узких микромостиках, изготовленных из гранулированных плёнок ниобия. При проведении измерений применялись стандартные MFM-зонды и температурный контроль в диапазоне T = 8.3-8.5 K, что соответствовало области близкой к критической температуре плёнки. Это позволило достичь условий, при которых магнитный зонд захватывает одиночный вихрь и может перемещать его над поверхностью исследуемого мостика.

Сканирование проводилось в режиме постоянной высоты с фиксированным отступом кантилевера от поверхности, что обеспечивало высокую стабильность измерений и исключало вклад рельефа. Полученные карты взаимодействия вихря с поверхностью демонстрировали наличие протяжённых линейных структур, вдоль которых наблюдалась увеличении пиннинга у вихря-зонда. Эти структуры хорошо коррелировали с предполагаемыми границами зёрен, что подтверждается результатами, полученными с помощью AFM и SEM.

Результаты, полученные с использованием SQVM, хорошо согласуются с данными транспортных измерений и результатами численного моделирования, тем самым подтверждая важность учёта микроструктурной неоднородности при анализе динамики вихрей в тонкоплёночных сверхпроводниках.

#### 2.5.6 Применение в настоящей работе

В рамках данной работы метод SQVM был применён для анализа пиннинговых свойств узких мостиков из гранулированного Nb. Были получены карты пиннингового ландшафта, демонстрирующие хорошую корреляцию с морфологией плёнки. Эти карты позволили идентифицировать границы гранул как линейные области повышенного пиннинга, вдоль которых могут перемещаться вихри.

Полученные данные подтверждают ключевую роль микроструктурной неоднородности в формировании нестабильных режимов вихревой динамики, наблюдаемых в транспортных характеристиках мостиков.

#### 2.6 Методика численного моделирования

Для анализа вихревой динамики в узких сверхпроводящих мостиках было проведено численное моделирование с применением обобщённых нестационарных уравнений Гинзбурга–Ландау (TDGL). Расчёты были выполнены с помощью открытого программного пакета pyTDGL [39].

Модель TDGL применима к тонким плёнкам, толщина d которых существенно меньше длины когерентности  $\xi$  и глубины проникновения Лондона  $\lambda$ . В этом приближении можно считать, что параметр порядка  $\psi(\mathbf{r})$ , сверхток  $j_s(\mathbf{r})$  и электромагнитные поля не зависят от координаты по толщине плёнки. Дополнительно предполагается, что система находится вблизи критической температуры  $T_c$ , а также, что материал относится к «грязным» сверхпроводникам, где длина неупругой диффузии значительно меньше  $\xi$ .

Уравнения TDGL (8) можно преобразовать к безразмерному виду, как показано в [40], для параметра порядка  $\psi$ :

$$\frac{u}{\sqrt{1+\gamma^2|\psi|^2}} \left(\frac{\partial}{\partial t} + i\mu + \frac{\gamma^2}{2}\frac{\partial|\psi|^2}{\partial t}\right)\psi = (\epsilon - |\psi|^2)\psi + (\nabla - i\mathbf{A})^2\psi$$
(10)

где  $\epsilon$  – параметр локальной критической температуры,  $\gamma$  – это параметр материала, который пропорционален времени неупругого рассеяния и размеру сверхпроводящей щели, u – отношение времён релаксации амплитуды и фазы параметра порядка (для грязных сверхпроводников  $u = \pi^4/(14\zeta(3)) \approx 5.79$ ).

Дефекты и границы зерен задавались путём пространственного изменения параметра  $\epsilon(\mathbf{r})$ , который определяется как функция локальной критической температуры  $T_c(\mathbf{r})$  и глобальной температуры образца T:

$$\epsilon = \frac{T_c(\mathbf{r})}{T} - 1$$

В областях, где  $\epsilon(\mathbf{r}) = 1$ , материал находится в устойчивом сверхпроводящем состоянии. Дефекты и границы зёрен снижают значения  $\epsilon(\mathbf{r})$ , что уменьшает критическую температуру и подавляет сверхпроводимость. В случае, когда  $\epsilon(\mathbf{r}) \leq 0$ , сверхпроводящее состояние полностью подавлено, и такая область становится нормальной (несверхпроводящей). Такое представление позволяет точно задавать пиннинговые центры и другие неоднородности, которые важны для формирования вихревой динамики.

Для электрического скалярного потенциала  $\mu$ :

$$\nabla^2 \mu = \nabla \cdot \operatorname{Im} \left[ \psi^* (\nabla - i\mathbf{A}) \psi \right] - \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$
(11)

$$= \nabla \cdot \mathbf{j}_s - \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t},\tag{12}$$

где  $j_s$  – плотность сверхтока, определяемая как:

$$\mathbf{j}_s = \mathrm{Im} \left[ \psi^* (\nabla - i \mathbf{A}) \psi \right]$$

Основные безразмерные единицы имеют вид:

- Время:  $\tau_0 = \mu_0 \sigma \lambda^2;$
- Магнитное поле:  $B_0 = B_{c2} = \mu_0 H_{c2} = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi^2}$
- Векторный потенциал:  $A_0 = \xi B_0 = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi};$
- Плотность тока:  $J_0 = \frac{4\xi B_0^2}{\mu_0 \lambda^2};$
- Поверхностная плотность тока:  $K_0 = J_0 d = \frac{4\xi B_0^2}{\mu_0 \Lambda}$ (где  $\Lambda = \lambda^2/d$ );
- Напряжение:  $V_0 = \frac{\xi J_0}{\sigma} = \frac{4\xi^2 B_0^2}{\mu_0 \sigma \lambda^2}.$

На границах раздела сверхпроводник–вакуум задаются изолирующие граничные условия в виде условий Неймана для  $\psi$  и  $\mu$ :

$$\mathbf{n} \cdot (\nabla - i\mathbf{A})\psi = 0,$$
  
$$\mathbf{n} \cdot \nabla \mu = 0,$$
  
(13)

где  ${\bf n}$  - единичный вектор нормали.

Инициализация параметра порядка выполнялась в виде однородного состояния с малыми фазовыми флуктуациями. Система затем эволюционировала под действием приложенного тока и магнитного поля до достижения квазистационарного режима. В процессе моделирования регистрировались временные зависимости  $\psi$ , распределения сверхтоков  $j_s$ , позволяющие анализировать движение, пиннинг и взаимодействие вихрей.

В целом, моделирование с использованием TDGL является эффективным методом проверки предположений о природе обнаруженных явлений и помогает установить причинно-следственные связи между микроструктурой образцов и их макроскопическими свойствами.

## 3 Результаты и обсуждение

## 3.1 Образцы

В данной работе исследовались две серии микромостиков, изготовленных на основе сверхпроводящего ниобия.

Первая серия включала мостики на основе тонкоплёночного бислоя Nb/Cu. Конструкция представляла собой узкий (w = 250 нм или 500 нм) и длинный (L = 4 мкм) мостик из ниобия толщиной 100 нм, сформированный поверх слоя меди толщиной 20 нм. Двуслойная структура осаждалась на подложку кремния с термически окисленным слоем *SiO*<sub>2</sub> толщиной 270 нм.

Нижний медный слой выполнял несколько важных функций. Во-первых, он действовал как тепловая подложка, эффективно отводящая тепло от области моста и тем самым предотвращающая локальный перегрев, который может исказить результаты. Во-вторых, медь обеспечивал экранирование подложки, предотвращая накопление заряда на диэлектрике и обеспечивая стабильность измерений методом магнитно-силовой микроскопии (MFM).

Вторая серия мостиков имела аналогичную геометрию, но не содержала промежуточного медного слоя — слой ниобия толщиной 100 нм осаждался непосредственно на подложку Si/SiO<sub>2</sub>. Эти образцы были предназначены для оценки влияния медного подслоя на тепловые характеристики и пиннинг вихрей, а также для дополнительной проверки результатов численного моделирования.

Размеры мостиков были выбраны с учётом специфики вихревой динамики в тонких сверхпроводящих плёнках. Ширина w сопоставима с лондонской длиной проникновения  $\lambda_L \sim 100-150$  нм [41] и длиной Пёрла  $\Lambda = \lambda_L^2/d \sim 200-300$  нм (при d = 100 нм), что приводит к неполному экранированию внешнего магнитного поля. Это позволяет реализовать режим с ограниченным числом вихрей (один-два), что критически важно для наблюдения их взаимодействия, замедления, пиннинга и появления отрицательного дифференциального сопротивления (ОДС).

Морфология исследуемых структур была изучена с использованием сканирующей электронной микроскопии (SEM). На рис. 11(а) представлено общее изображение моста с подводящими контактами и координатной сеткой, использовавшейся для навигации в режиме MFM. Более детальные изображения мостиков шириной 500 нм и 250 нм на основе структуры Nb/Cu приведены на рис. 11(b, c).



Рис. 11: Изображения, полученные в SEM. (a) Общее изображение мостика с подводящими контактами и координатной сеткой для навигации при MFM. (b) Мостик шириной 500 нм. (c) Мостик шириной 250 нм.

Дополнительно, для оценки микроструктуры поверхности ниобиевой плёнки была выполнена съёмка топографии с помощью AFM/MFM (магнитная игла Bruker). На рисунке 12 показано характерное изображение топографии плёнки ниобия толщиной 100 нм, а на рисунке 13 представлено изображение, полученное в SEM.



Рис. 12: Топография пленки ниобия толщиной 100 нм.



Рис. 13: Изображение пленки ниобия, полученное в SEM.

## 3.2 Анализ вольт-амперных характеристик мостиков

Измерения вольт-амперных характеристик (ВАХ) проводились в четырёхконтактной конфигурации при температурах от 6.36 К до 7.41 К, в условиях нулевого внешнего магнитного поля. Образцы охлаждались в криостате со стабилизацией температуры с точностью порядка 10 мК. Подключение измерительной схемы осуществлялось с помощью заземлённого экранированного кабеля, чтобы минимизировать внешние шумы. Регистрация напряжения производилась при медленном сканировании тока в прямом и обратном направлениях, что позволило выявить возможный гистерезис.

## 3.2.1 Мостики на основе бислоя Nb/Cu

На рис. 14 представлены ВАХ мостика шириной 500 нм, снятые при различных температурах. Цветовое кодирование соответствует температуре. На вставке показан характерный участок с ОДС и гистерезисом: прямой проход показан цветными линиями, обратный — чёрными.



Рис. 14: Вольт-амперные характеристики мостика шириной 500 нм, измеренные при различных температурах. На вставке показан участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением и гистерезис между прямыми (цветными) и обратными (чёрными) проходами.

Полученные ВАХ продемонстрировали типичное для сверхпроводников поведение: область нулевого напряжения при токах ниже критического значения  $I_c$ , за которой следует резкий рост напряжения при  $I > I_c$ . Однако в ряде температурных точек были обнаружены отклонения от монотонного поведения: в интервале токов порядка 6–8  $\mu$ А наблюдается участок с резким понижением напряжения при увеличении тока — так называемый эффект отрицательного дифференциального сопротивления (ОДС), при котором dV/dI < 0.

Для более наглядного представления был построен двумерный график зависимости дифференциального сопротивления от тока и температуры, представленный на рис. 15. Он показывает области, где существует отрицательное дифференциальное сопротивление. Их положение зависит от температуры, но они устойчиво возникают вблизи критического тока.



Рис. 15: Карта зависимости дифференциального сопротивления  $R_{diff}$  от тока I и температуры T в отсутствии внешнего поля. Стрелками показано направление тока развертки – прямой (слева) и обратный проход (справа). Внизу показаны профили  $R_{diff}$  для температур 6.71, 7.29 и 7.76 К. Зеленой стрелкой показано область ОДС.



Рис. 16: Карта зависимости дифференциального сопротивления  $R_{diff}$  от тока I и внешнего поля H при температуре ~ 7.1 К. Стрелками показано направление тока развертки – прямой (слева) и обратный проход (справа). Внизу показаны профили  $R_{diff}$  для полей 12, 62 и 122 Ое.

На рис.17 приведены аналогичные зависимости для мостика шириной 250 нм.

Дополнительно на рис.18 отдельно выделена серия с ярко выраженным гистерезисом в области ОДС, где обратный ход отклоняется от прямого на значительный интервал тока.



Рис. 17: Вольт-амперные характеристики мостика шириной 250 нм, измеренные при различных температурах. На вставке показан участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением и гистерезис между прямыми (цветные) и обратными (черные) проходами.



Рис. 18: Вольт-амперные характеристики мостика шириной 250 нм, показывающая возникающий гистерезис при возникновение ОДС. Прямой проход указан сплошной линией, а обратный штриховой.

Следует подчеркнуть, что наблюдаемый эффект ОДС не сопровождается характерными признаками термической нестабильности, такими как резкое падение обратного перехода в сверхпроводящее состояние или выраженные S-образные изгибы. Это позволяет исключить перегрев как основную причину. В то же время, локализация эффекта вблизи  $I_c$ , его устойчивое проявление при сканировании тока и сопутствующий гистерезис указывают на динамическое происхождение — в частности, на сложное поведение вихрей в гранулированной структуре моста.

#### 3.2.2 Мостик Nb

Аналогичные особенности вольт-амперных характеристик, связанные с отхождением от монотонного возрастания напряжения от тока, были обнаружены при исследовании сверхпроводящих мостиков, изготовленных без промежуточного медного слоя. Мостики, имеющие схожие геометрические параметры, что и предыдущие с медью – ширины 500 нм, длина 5 мкм, толщина 100 нм.

Вольт-амперные характеристики этих образцов демонстрировали появление характерного «плато» вблизи критического тока (см. рис. 19), когда напряжение слабо меняется или вообще падает с ростом приложенного тока. Характерные особенности подробно рассмотрены на вставке на рис. 19.



Рис. 19: Вольт-амперные характеристики мостика шириной 500 нм, измеренные при различных температурах. На вставке показан участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением и гистерезис между прямыми (цветные) и обратными (черные) проходами.

Стоит отметить, что форма и положение подобных особенностей изменяются с температурой, однако эффект сохраняется.

#### 3.2.3 Оценка некоторых параметров

Для количественного анализа особенностей вихревой динамики важно оценить характерные параметры исследуемых мостиков: критическую температуру перехода в сверхпроводящее состояние  $T_c$ , плотность тока депиннинга  $j_d$  и предельную плотность тока распаривания (депейринга)  $j_{dep}$ .

Критическая температура  $T_c$  определялась по температурной зависимости сопротивления R(T), полученной в четырёхконтактной конфигурации при нулевом внешнем магнитном поле. Как видно из графиков R(T) на рис. 20, оба образца демонстрируют чёткий переход в сверхпроводящее состояние, что подтверждает стабильность  $T_c$  и воспроизводимость свойств исследуемых структур.

За  $T_c$  принималась температура, при которой сопротивление падало до 50% от значения в нормальном состоянии. Типичные значения для исследуемых мостиков составили  $T_c \approx 8.8-9.2$  K, что согласуется с известными данными для тонких пленок ниобия толщиной 100 нм [41].



Рис. 20: Температурная зависимость сопротивления R(T) для двух образцов плёнок Nb и Nb/Cu. (a) — образец Nb толщиной 100 нм, (b) — образец Nb/Cu с тощинами 100 нм и 20 нм, соответсвенно. На каждом графике красной пунктирной линией отмечена критическая температура  $T_c = 9.12$  K, определённая по уровню  $0.5R_N$ .

Дополнительно была оценена величина коэффициента остаточного сопротивления (Residual Resistivity Ratio, RRR), определяемого как отношение сопротивлений  $R_{300K}/R_{10K}$  для исходных плёнок. Полученные значения RRR от 2.5 до 3.5, указывают на умеренный уровень рассеяния и соответствующее качество материала.

Для оценки максимального сверхтока, который может протекать без разрушения куперовских пар, была использована формула для плотности тока распаривания [42]:

$$j_{dep} = \frac{\Phi_0}{3\sqrt{3}\pi\mu_0\lambda^2\xi},\tag{14}$$

где  $\Phi_0$  - квант магнитного потока,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \; \Gamma {
m H/m}.$ 

Подставляя характерные значения  $\lambda \approx 100$  нм и  $\xi \approx 15$  нм для пленок ниобия толщиной 100 нм [41, 43], получаем:

$$j_{dep} \approx 6.7 \times 10^7 \text{ A/cm}^2 \tag{15}$$

Для сравнения для чистого объемного Nb это значение составляет [43]:

$$j_{dep}(0) \approx 2.8 \times 10^8 \text{ A/cm}^2 \tag{16}$$

Для мостиков с шириной w = 500 нм соответсвует току:

$$I_{dep}^{500} = j_{dep} \cdot w \cdot d \approx 34, \ \mu A \tag{17}$$

Аналогично, для мостиков шириной 250 нм:

$$I_{dep}^{250} \approx 17 \ \mu \text{A} \tag{18}$$

Эти значения согласуются с диапазонами токов, используемых в экспериментах,

и подверждает, что сопротивление возникает в резульатате вихревого движения.

### 3.3 Визуализация вихрей с помощью MFM и SQVM

На рис. 21 представлены ключевые этапы визуализации вихрей в мостике с использованием низкотемпературной магнитно-силовой микроскопии (MFM) и режима сканирующей вихревой микроскопии (SQVM). Эти изображения иллюстрируют пространственную структуру пиннинга и динамику одиночных вихрей в условиях, близких к критической температуре.

Рис. 21(а) показывает SEM-изображение всей структуры: узкий мостик шириной 500 нм, выполненный из Nb (голубой цвет), соединён с подводящими электродами на слое Cu (коричневый фон). Белым пунктирным прямоугольником выделена область, в которой проводилось сканирование MFM.

На рис. 21(b) представлено фазовое изображение, полученное при T = 3.7 К и лифте 80 нм. В этих условиях мостик находится в состоянии мейснеровского экранирования: вихри отсутствуют, и наблюдается яркая центральная полоса. Отдельные вихри фиксируются лишь в расширенных частях структуры. Границы мостика обозначены пунктирными белыми линиями. Видимый размер вихря составляет 200 — 300 нм, что близко к значениям, указанным в источниках [41].

При повышении температуры до T = 7.8 К и снижении расстояния между зондом и образцом (рис. 21(c) и (d)) становится возможным захват одиночного вихря в центральной части моста. На рис. 21(c) показан такой вихрь (AV), 'замороженный' при охлаждении в поле H = 150 Oe. Его неподвижность указывает на наличие сильного локального пиннинга. Направление быстрого сканирования перпендикулярно оси мостика, так что при каждом проходе магнитный зонд MFM не удавалось индуцировать дополнительный магнитный поток в мостике.

На рис. 21(d) продемонстрирован SQVM-режим, в котором зонд индуцирует и перетаскивает вихрь вдоль слабосвязанных областей структуры. При каждом проходе зонд индуцирует вихрь на краю мостика и перетаскивает его по его поверхности. Этот процесс проявляется как появление тёмных полос на фазовом изображении. Двигаясь вдоль локально слабых сверхпроводящих участков (отображённых как горизонтальные тёмные полосы). Эти полосы соответствуют линейным каналам пониженной сверхпроводимости — вероятно, межгранулярным границам.

На рис. 21(е) показаны поперечные профили фазового сигнала, снятые вдоль линий сканирования, обозначенных на (с) и (d). Анализ этих профилей позволяет выделить характерные пространственные масштабы неоднородностей (~150 нм). Эти значения сопоставимы с размерами гранул, наблюдаемых на изображениях, полученных в SEM.

Таким образом, методы MFM и SQVM позволяют напрямую картировать пиннинговый ландшафт, играющий ключевую роль в динамике вихрей и в формировании особенностей BAX.



Рис. 21: Комплексное сравнение SEM и MFM/SQVM изображений мостика. (a) SEMизображение мостика шириной 500 нм на фоне подложки Cu, белый прямоугольник — область сканирования. Шкала соответствует 2 мкм. (b) Изображение MFM со сдвигом по фазе, снятое при T = 3.7 K и лифте 80 нм: мостик свободен от вихрей, видна полоса мейснеровского экранирования. Фактические границы моста обозначены белыми пунктирными линиями. Шкала соответствует 500 нм. (c) Изображение MFM одиночного вихря (AV), застывшего в структуре мостика при охлаждении во внешнем поле. (d) Переход в MFM/SQVM режим: зонд индуцирует и перетаскивает вихри вдоль мостика в области ограниченной горизонтальными прерывистыми линиями. (e) Поперечные профили фазового сигнала вдоль линий сканирования (синяя и красная линии на (c,d)). Стрелки указывают на несколько выявленных масштабов изменений фазового сдвига (обсуждаемых в тексте). Измерения проводились при охлаждении в поле H = 150 Oe. Шкала соответствует 200 нм.

#### 3.4 Результаты численного моделирования

С целью интерпретации наблюдаемых в экспериментах особенностей вольт-амперных характеристик (таких как отрицательное дифференциальное сопротивление и появление «плато»), было проведено численное моделирование вихревой динамики на основе нестационарных уравнений Гинзбурга–Ландау (TDGL), представленных ранее в разделе 2.6. Целью моделирования было получить пространственно-временное представление о поведении параметра сверхпроводящего порядка, вихрей и связанных с ними токов в условиях, приближенных к экспериментальным, особенно в присутствии линейных дефектов и неоднородностей, наблюдаемых при измерениях MFM/SQVM.

Такой подход позволяет восполнить ограничения, присущие эксперименту: в транспортных измерениях регистрируются только интегральные параметры, такие как общее напряжение и ток, но невозможно напрямую наблюдать, где и как именно формируются и движутся вихри. Моделирование на основе TDGL напротив, даёт возможность наблюдать эволюцию параметра порядка  $\psi(\mathbf{r}, t)$ , распределения сверхтоков  $\mathbf{j}_s(\mathbf{r}, t)$  и локальных электрических полей  $\mu(\mathbf{r}, t)$ . Это делает её особенно полезной для понимания механизмов, лежащих в основе неравновесных явлений, как отрицательное дифференциальное сопротивление (ОДС), образование «плато» на ВАХ и другие нестабильности выше критического тока T.

TDGL-модель особенно подходит для описания тонких плёнок 'грязных' сверхпроводников при температурах, близких к критической  $T_c$ , что соответствует параметрам исследуемых структур. Дополнительно, возможность варьировать форму и глубину моделируемых дефектов позволяет систематически исследовать влияние пиннинга и геометрических неоднородностей на динамику вихрей, что существенно расширяет интерпретационные возможности по сравнению с экспериментом.

Постановка численного эксперимента во многом была мотивирована результатами, представленными в работе [27], где обсуждались особенности вольт-амперных характеристик гранулированных Nb-мостиков, в частности эффект отрицательного дифференциального сопротивления и формирование «плато». Эти процессы интерпретировались как результат нестабильного перемещения вихревых структур в условиях наличия протяжённых центров пиннига (линейных дефектов) с близкими показателями подавления сверхпроводящего состояния и геометрическими размерами.

Дополнительные идеи были заимствованы из работы [22], где проанализировано влияние локальных неоднородностей на образование вихревых каналов и нестабильность токового отклика, а также из статьи [14], в которой на основе численного моделирования показано, что при наличии нескольких близко расположенных пиннинговых структур ('каналов' движения вихрей) могут возникать метастабильные состояния и резкие переходы между различными режимами движения вихрей. Эти выводы легли в основу построения конфигураций в настоящем моделировании.

#### 3.4.1 Моделируемая геометрия плёнки и параметры расчёта

При проведении численного моделирования использовались параметры, приближённые к реальным физическим характеристикам тонкоплёночных мостиков из ниобия. Основная цель заключалась в воспроизведении наблюдаемой в экспериментах структуры неоднородностей, зафиксированной при помощи магнитно-силовой микроскопии (раздел 3.3), и исследовании возможных механизмов, приводящих к формированию особенностей вольт-амперных характеристик (BAX), обсуждаемых в разделе 3.2.

При моделировании были выбраны следующие параметры сверхпроводника: когерентная длина  $\xi = 50$  нм и глубина проникновения  $\lambda = 200$  нм. Эти значения близки к экспериментальным данным для тонких плёнок ниобия [25], что делает модель близкой к реальной физической системе и удобной для численных расчётов.

Дополнительные параметры модели:

- параметр Гинзбурга-Ландау:  $\kappa = \lambda/\xi = 4$  (сверхпроводник II рода);
- отношение времён релаксации: *u* = 5.79 (типичное значение для «грязных» сверхпроводников);
- электропроводность:  $\sigma = 5.35$  (по данным для Nb-плёнок толщиной 100 нм);
- параметр материала:  $\gamma$  в диапазоне от 5 до 10;
- размер пространственный шага:  $\leq 0.2\xi$

Такие параметры позволяют адекватно описывать как эффекты пиннинга, так и динамику вихрей Абрикосова в исследуемой системе.

Область моделирования представляла собой прямоугольник размером  $40\xi \times 20\xi$ . На краях образца задавались токовые контакты (terminals), через которые подавался внешний ток. Измерительные контакты имитировались парой зондов (prodes) для оценки потенциала.

Внутри области моделировались неоднородности двух типов: геометрические дефекты в виде поперечных вырезов (реализованные как отсутствующие узлы на сетке) и линейные области с локальным понижением критической температуры, описываемым функцией  $\epsilon(\mathbf{r})$ .

Рис. 22 иллюстрирует модельную геометрию.



Рис. 22: Схематическое изображение модели, используемой для моделирования.

#### 3.4.2 Линейный разрез

Первым сценарием моделирования стал мостик с одним поперечным разрезом по центру. Такая геометрия аналогична той, что рассматривалась в работе [22]. Разрез действует как источник образования вихрей: при подаче тока вблизи краёв дефекта происходит локализация вихрей Абрикосова, которые под действием силы Лоренца начинают движение через мостик. Численное моделирование выявило возможность реализации нестационарных режимов вихревой динамики, характеристики которых существенно зависят от:

- величины приложенного тока;
- значение внешнего магнитного поля;
- геометрические параметры образца (ширина, толщина);
- характеристик разреза (глубина, ширина).

Моделирование показало, что в зависимости от параметров (ток, магнитное поле, ширина и глубина выреза) может реализовываться нестабильный режим вихревой динамики.

Численные моделирования показали следующие режимы:

- локализация вихрей на дефекте;
- периодическое образование и аннигиляция вихрь-антивихрь пар;
- когерентное движение вихрей;
- образование фазовых каналов проскальзывания (ЦПФ);
- колебания напряжения гармонического и ангармонического характера.

Эти явления отражаются в виде осцилляций напряжения на ВАХ. Особый интерес представляет обнаруженный эффект генерации колебаний напряжения, которые могут носить как гармонический, так и ангармонический характер. Анализ результатов позволяет предположить, что наблюдаемая вихревая динамика может служить физическим механизмом возникновения эффекта отрицательного дифференциального сопротивления (ОДС) и «плато».

На Рис. 23 представлены характерные сценарии вихревой динамики, выявленные в процессе моделирования.



Рис. 23: Характерные режимы вихревой динамики в сверхпроводящем мостике с линейным разрезом: (a) Пространственное распределение параметра порядка, демонстрирующее взаимодействие движущегося вихря с вновь образующимся вихрем; (b) Соответствующие временные колебания напряжения; (c) Процесс образования антивихря в месте рассеивания вихря на границы с последующей аннигиляцией вихрьантивихрь; (d) Динамика напряжения для случая (c)

В частности, на рис. 23(а) показан случай, когда вихрь, сорвавшийся с края разреза, не успевает достичь границы мостика до момента образования нового вихревого возбуждения. Возникающее межвихревое взаимодействие приводит к сложной пространственно-временной динамике. Альтернативный сценарий, представленный на рис. 23(с), демонстрирует процесс, при котором вихрь, достигший границы образца, индуцирует локализацию антивихря, что приводит к последующей аннигиляции пары вихрь-антивихрь. Такие циклические процессы генерации и уничтожения вихревых возбуждений являются физической основой наблюдаемых осцилляций напряжения.

## 3.4.3 Взаимодействующие дефекты с частичным подавлением сверхпроводимости

В рамках численного моделирования было исследовано поведение сверхпроводящего моста с двумя линейными дефектами, в которых критическая температура локально понижена, что моделируется значениями параметра  $\epsilon(\mathbf{r}) < 1$ . Такой сценарий воспроизводит реальные микроструктурные неоднородности, например, границы зёрен, выявленные с помощью магнитно-силовой микроскопии (см. раздел 3.3). Основное внимание уделялось влиянию расстояния между дефектами и степени подавления сверхпроводящего порядка на вихревую динамику и форму вольт-амперной характеристики (BAX).

В рассматриваемой конфигурации мостик имел размеры  $40\xi \times 20\xi$ , два линейных дефекта с геометрическими размерами (5 $\xi$ ) по ширине и 7 $\xi$  и 6 $\xi$  по длине) располагались перпендикулярно направлению тока. Внешнее поле отсутствовало. Моделирование проводилось в тех же параметрах, что и в предыдущих сценариях.

На рисунке 24(а) показан случай, когда параметр для плёнки  $\epsilon(\mathbf{r}) = 0.5$ , а в области дефектов — близок к нулю, что соответствует частичному подавлению критической температуры в матрице и полному — в дефектах. Были рассмотрены два случая:

- расстояние между дефектами  $d = 10\xi;$
- расстояние между дефектами  $d = 3\xi$ .

Случай  $d = 10\xi$  и  $\epsilon_{def}/\epsilon_{film} = 0.0/0.5$ . Когда дефекты расположены на значительном расстоянии друг от друга, их взаимодействие минимально. При увеличении тока первым активируется дефект с большей длиной, и вихрь начинает двигаться через сверхпроводящую область. Вихревые структуры практически не влияют друг на друга и остаются закреплёнными до достижения критического тока. ВАХ в этом случае демонстрирует монотонный рост напряжения с током, а форма колебаний напряжения носит гармонический характер (см. вставку на рис. 24(a)).

Случай  $d = 3\xi$  и  $\epsilon_{def}/\epsilon_{film} = 0.0/0.5$ . При уменьшении расстояния между дефектами усиливается их взаимное влияние. После превышения критического тока вихрь, остающийся закреплённым на одном из дефектов, начинает оказывать влияние на динамику другого, нарушая локальный токовый профиль и изменяя условия депиннинга.

ВАХ демонстрирует плавный рост напряжения с током вплоть до определённого порога. Далее, при срыве второго вихря, происходит быстрая перестройка распределения сверхтоков, что вызывает скачкообразный рост напряжения. В этот момент два канала движения вихрей объединяются в единую область подавленного порядка, аналогичную центру проскальзывания фазы (ЦПФ). Такой процесс сопровождается переходом от упорядоченного к неустойчивому режиму движения вихрей, что на ВАХ отражается в виде нелинейности, увеличенного шумового фона и переходу образца в нормальное состояние.

Случай  $d = 7\xi$  и  $\epsilon_{def}/\epsilon_{film} = 0.5/1.0$ . В данной конфигурации критическая температура в области дефектов снижена не полностью, а лишь частично, что позволяет системе сохранять остаточную сверхпроводимость. Расстояние между дефектами  $d = 7\xi$ , что имеет промежуточное состояние между прошыми случаями.

В начале эксперимента при росте тока возникает движение вихря, связанного с длинным дефектом. На этой стадии ВАХ демонстрирует типичное поведение одного пиннингового центра: монотонное возрастание напряжения с током. Однако по мере приближения к критическому току второго дефекта между двумя вихрями начинает происходить взаимодействие. Из-за частичного подавления параметра порядка внутри канала движения первого вихря второй вихрь начинает притягиваться, расстояние уменьшается, что приводит к увеличению взаимодействия этих вихрей, что отражается в виде возникновения «плато». Сопротивление немного понижается с ростом тока до тех пор, пока каналы двух вихрей не объединяются, что приводит к восстановлению роста напряжения.

При высоких токах каналы вихрей становятся центрами фазового проскальзывания (ЦФП). Это быстро приводит к переходу образца в нормальное состояние.



Рис. 24: Сравнение рассчитанных вольт-амперных характеристик для мостика с двумя взаимодействующими дефектами с частичным подавлением сверхпроводящего порядка. (а) Подавление сверхпроводимости  $\epsilon_{def}/\epsilon_{film} = 0.0/0.5$ ; расстояние между дефектами  $d = 10\xi$  (красный) и  $d = 3\xi$  (зеленый). (b) Подавление сверхпроводимости  $\epsilon_{def}/\epsilon_{film} = 0.5/1.0$ ; расстояние между дефектами  $d = 7\xi$  (синий).

#### 3.4.4 Сравнительный анализ и выводы

Следует подчеркнуть, что используемая TDGL-модель носит приближённый характер и не претендует на количественную точность описания реальных систем. Тем не менее, она позволяет получить качественное представление о механизмах и сравнить их с наблюдаемыми в эксперименте феноменами.

Сравнение численных расчётов с экспериментальными ВАХ для Nb-мостиков без подслоя Cu (см. раздел 3.2) показывает наличие ряда общих черт. В обоих случаях наблюдаются участки с немонотонной зависимостью напряжения от тока — так называемые «плато» — а также проявления некоторого рода ОДС. Это указывает на сложную динамику вихрей, возникающую из-за взаимодействия с локальными неоднородностями.

Результаты моделирования демонстрируют:

- геометрия и параметры дефектов существенно влияют на характер вихревой динамики и форму BAX
- несколько близкорасположенных дефектов с частичным подавлением сверхпроводимости могут приводить к возникновению особенностей на ВАХ;

Несмотря на ограничения используемой модели, полученные результаты дают качественное объяснение наблюдаемых экспериментальных феноменов и подчёркивают ключевую роль локальных неоднородностей в формировании нелинейных транспортных характеристик сверхпроводящих мостиков.

## 3.5 Обсуждение и перспективы

Экспериментальные исследования, проведённые в данной работе, выявили ряд нетривиальных особенностей вольт-амперных характеристик (BAX) узких сверхпроводящих мостиков из гранулированного ниобия. Одним из ключевых результатов стало наблюдение эффекта отрицательного дифференциального сопротивления (ОДС), проявляющегося в виде резкого немонотонного поведения ВАХ и возникновения особенности типа «плато» при токах выше критического.

Важно отметить, что зафиксированные отклонения от классического поведения не сопровождались резким разрушением сверхпроводимости, характерным, например, для термических переходов в нормальное состояние. В большинстве случаев переход в состояние с конечным сопротивлением происходил плавно и был обратим при уменьшении тока, что указывает на динамическую природу наблюдаемых эффектов.

Применение магнитно-силовой микроскопии (MFM) и сканирующей квантововихревой микроскопии (SQVM) позволило напрямую визуализировать локализованные вихри и картировать пиннинговый ландшафт в сверхпроводящей структуре типа мостик. Выявленные линейные 'вихревые трассы' соответствовали границам между гранулами и действуют как направляющие каналы, вдоль которых происходит движение вихрей (см. рис.21(d)).

Для интерпретации обнаруженных эффектов было выполнено численное моделирование вихревой динамики в рамках уравнений TDGL. Результаты расчётов подтвердили, что даже при отсутствии внешнего поля и наличии небольшого числа дефектов (в виде линейных областей с подавленной критической температурой) может формироваться нестабильная динамика вихрей. Моделирование показало, что два близко расположенных дефекта могут вступать во взаимное взаимодействие, тормозить движение друг друга, что приводит к образованию плато и даже эффекту ОДС.

Полученные BAX в моделях с двумя взаимодействующими дефектами демонстрируют качественное сходство с экспериментальными кривыми: наличие немонотонных участков, падение напряжения с ростом тока и переход к центру проскальзывания фазы. Эти результаты согласуются с теоретическими предсказаниями, сделанными в ряде работ по вихревой динамике в сверхпроводящих структурах [14, 27].

Таким образом, проведённый комплексный анализ позволяет сделать следующие выводы:

- наблюдаемый эффект ОДС имеет вихревое происхождение и обусловлен взаимодействием локализованных вихрей в структуре с морфологическими неоднородностями;
- пиннинг вдоль границ зёрен играет определяющую роль в формировании направленных каналов движения вихрей;
- численное моделирование в рамках TDGL-модели подтверждает возможность появления эффектов плато и ОДС в условиях, соответствующих эксперименту;
- пространственное распределение дефектов и характер их взаимодействия являются критическими параметрами, определяющими форму ВАХ.

Полученные результаты подчёркивают важность учёта микроструктуры и пространственной неоднородности пиннинга при анализе транспортных свойств сверхпроводников. Они также открывают перспективы для направленного управления вихревой динамикой в сверхпроводящих наноструктурах и устройств на их основе.

## 4 Заключение

В данной работе проведено комплексное исследование особенностей вихревой динамики в узких гранулированных микромостиках из ниобия, сочетающее методы электронно-транспортных измерений, низкотемпературной магнитно-силовой микроскопии (MFM),включая режим сканирующей квантово-вихревой микроскопии (SQVM), и численного моделирования в рамках нестационарных уравнений Гинзбурга–Ландау (TDGL).

Экспериментально показано, что в определённом диапазоне температур и токов в мостиках наблюдаются участки с отрицательным дифференциальным сопротивлением (ОДС), не сопровождающиеся признаками термической нестабильности. Эти участки проявляются в виде плато и локальных спадов напряжения на ВАХ при токах, превышающих критическое значение. Подобное поведение устойчиво воспроизводится при повторных измерениях и сопровождается слабым гистерезисом.

Методы MFM и SQVM позволили визуализировать распределение одиночных вихрей и выявить морфологические особенности плёнки. Установлено, что границы зёрен формируют линейные каналы пиннинга, вдоль которых осуществляется движение вихрей. Это даёт основание интерпретировать эффект ОДС как результат сложной вихревой динамики, взаимодействующих в ограниченном объёме с локальными неоднородностями структуры.

Для подтверждения данной гипотезы было выполнено численное моделирование вихревой динамики с использованием TDGL-модели. Рассмотрены различные конфигурации пиннинговых центров, включая одиночные и взаимодействующие линейные дефекты с частичным подавлением сверхпроводимости. Моделирование показало, что при наличии двух близкорасположенных дефектов возможно формирование нестабильных вихревых режимов, приводящих к 'плато' и ОДС на ВАХ, аналогично экспериментальным наблюдениям. Полученные результаты подтверждают ключевую роль геометрии и взаимодействия дефектов в формировании нестандартных нелинейных характеристик.

Таким образом, продемонстрирована взаимосвязь между морфологией гранулированной плёнки, структурой пиннинга и динамикой отдельных вихрей. Работа подчёркивает важность экспериментального анализа структуры и моделирования для понимания коллективных эффектов в сверхпроводниках II рода. Результаты открывают возможности направленного управления нелинейными транспортными характеристиками за счёт контроля над пиннинговым ландшафтом — путём литографической модификации, ионной имплантации или управляемого роста плёнок. Это может стать основой для создания сверхпроводящих наноэлектронных устройств с программируемыми характеристиками, функционирующих в режиме одиночных вихрей и при низких магнитных полях.

52

# 5 Список публикаций по теме магистерской диссертации

 Larionov, S. u dp. Peculiarities of the vortex dynamics in a granular niobium superconducting bridge. *Physical Review B* 111, 214511 (2025)

## 6 Благодарности

Хочу выразить благодарность своему научному руководителю, д.ф.-м.н. Столярову Василию Сергеевичу, за неоценимую помощь, поддержку и наставничество на всех этапах выполнения данной работы. Благодаря его профессионализму, внимательности к деталям и научной интуиции стало возможным проведение комплексного исследования и достижение полученных результатов.

Отдельная благодарность сотрудникам Центра перспективных методов мезофизики и нанотехнологий МФТИ, в частности Фролову Александру Сергеевичу, за помощь в проведении низкотемпературных экспериментов, помощь в настройке оборудования и обсуждение полученных данных, Шишкину Андрею Геннадьевичу, Седову Егору Андреевичу и Сидельникову Михаилу Сергеевичу, за изготовление образцов.

Отдельная благодарность выражается Водолазову Денису Юрьевичу за обсуждение полученных экспериментальных данных.

Автор также признателен своим коллегам и одногруппникам за совместную работу, полезные обсуждения и дружескую атмосферу в лаборатории.

## Список используемых источников

- Onnes, H. K. Investigations into the properties of substances at low temperatures, which have led, amongst other things, to the preparation of liquid helium. *Nobel lecture* 4, 306–336 (1913).
- Bardeen, J., Cooper, L. N. & Schrieffer, J. R. Theory of superconductivity. *Physical review* 108, 1175 (1957).
- Meissner, W. & Ochsenfeld, R. Ein neuer effekt bei eintritt der supraleitfähigkeit. Naturwissenschaften 21, 787–788 (1933).
- 4. Шмидт, В. Введение в физику сверхпроводников (1982).
- 5. Yao, C. & Ma, Y. Superconducting materials: Challenges and opportunities for largescale applications. *Iscience* **24** (2021).
- 6. Tinkham, M. Introduction to Superconductivity 2nd (McGraw-Hill, New York, 1996).
- 7. Thakur, S. Josephson transport driven by optically imaged and manipulated single Abrikosov vortices дис.... док. (Université de Bordeaux, 2022).
- 8. Essmann, U. & Träuble, H. The direct observation of individual flux lines in type II superconductors. *Physics letters A* **24**, 526–527 (1967).
- Аладышкин, А. Ю. Особенности структуры смешанного состояния в тонких сверхпроводящих пленках РГБ ОД, 61:04-1/1057. Диссертация кандидата физико-математических наук (Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, 2004), 135.
- Clarke, J. & Braginski, A. I. The SQUID handbook: Applications of SQUIDs and SQUID systems (John Wiley & Sons, 2006).
- Larkin, A. & Ovchinnikov, Y. Nonlinear conductivity of superconductors in the mixed state. Sov. Phys. JETP 41, 960-965 (1975).
- Vinnikov, L. Y., Grigor'eva, I. & Gurevich, L. в The Real Structure of High-Tc Superconductors 89—109 (Springer, 1993).
- Hovhannisyan, R. A. u ∂p. Scanning vortex microscopy reveals thickness-dependent pinning nano-network in superconducting niobium films. Communications Materials 6, 42 (2025).
- 14. Kozlov, S., Lesueur, J., Roditchev, D. & Feuillet-Palma, C. Dynamic metastable vortex states in interacting vortex lines. *Communications Physics* 7, 183 (2024).
- Embon, L. u ∂p. Imaging of super-fast dynamics and flow instabilities of superconducting vortices. Nature communications 8, 85 (2017).
- Bean, C. & Livingston, J. Surface barrier in type-II superconductors. *Physical Review Letters* 12, 14 (1964).

- 17. Benfenati, A., Maiani, A., Rybakov, F. N. & Babaev, E. Vortex nucleation barrier in superconductors beyond the Bean-Livingston approximation: A numerical approach for the sphaleron problem in a gauge theory. *Physical Review B* **101**, 220505 (2020).
- Silhanek, A. V., Jiang, L., Xue, C. & Vanderheyden, B. Impact of border defects on the magnetic flux penetration in superconducting films. arXiv preprint arXiv:2506.04766 (2025).
- Blatter, G. u ∂p. Vortices in high-temperature superconductors. Reviews of modern physics 66, 1125 (1994).
- Moshchalkov, V. u dp. Magnetization of multiple-quanta vortex lattices. Physical Review B 54, 7385 (1996).
- Silhanek, A. *u* ∂*p*. Enhanced vortex pinning by a composite antidot lattice in a superconducting Pb film. *Physical Review B−Condensed Matter and Materials Physics* 72, 014507 (2005).
- 22. Уставщиков, С. *и др.* ДИНАМИКА ВИХРЕЙ В СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ ПО-ЛОСКЕ МоN С БОКОВЫМ РАЗРЕЗОМ.
- Gutierrez, J. u ∂p. Transition from turbulent to nearly laminar vortex flow in superconductors with periodic pinning. Physical Review B−Condensed Matter and Materials Physics 80, 140514 (2009).
- Vodolazov, D. Y. & Peeters, F. Rearrangement of the vortex lattice due to instabilities of vortex flow. *Physical Review B-Condensed Matter and Materials Physics* 76, 014521 (2007).
- 25. Li, X.  $u \partial p$ . Structural and nanomechanical characterization of niobium films deposited by DC magnetron sputtering. Applied Physics A **122**, 1–6 (2016).
- 26. Kopnin, N. B. *Theory of nonequilibrium superconductivity* (Oxford University Press, 2001).
- Larionov, S. *u ∂p*. Peculiarities of the vortex dynamics in a granular niobium superconducting bridge. *Physical Review B* **111**, 214511 (2025).
- Misko, V. R., Savel'ev, S., Rakhmanov, A. L. & Nori, F. Nonuniform self-organized dynamical states in superconductors with periodic pinning. *Physical review letters* 96, 127004 (2006).
- 29. Grebenchuk, S. Y., Cattaneo, R. & Krasnov, V. M. Nonlocal long-range synchronization of planar Josephson-junction arrays. *Physical Review Applied* **17**, 064032 (2022).
- 30. Reichhardt, C. O. & Reichhardt, C. Clogging and transport of driven particles in asymmetric funnel arrays. *Journal of Physics: Condensed Matter* **30**, 244005 (2018).
- 31. Ustavcshikov, S.  $u \ \partial p$ . Negative differential resistance and quasiperiodic vortexantivortex motion in a superconducting constriction. *Physical Review B* **109**, 174521 (2024).

- Misko, V. R., Savel'ev, S., Rakhmanov, A. L. & Nori, F. Negative differential resistivity in superconductors with periodic arrays of pinning sites. *Physical Review B-Condensed Matter and Materials Physics* **75**, 024509 (2007).
- Gurevich, A. V. & Mints, R. Self-heating in normal metals and superconductors. Reviews of modern physics 59, 941 (1987).
- Golod, T. & Krasnov, V. M. Demonstration of a superconducting diode-with-memory, operational at zero magnetic field with switchable nonreciprocity. *Nature Communications* 13, 3658 (2022).
- Fomin, V. M. & Dobrovolskiy, O. V. A perspective on superconductivity in curved 3D nanoarchitectures. *Applied Physics Letters* **120** (2022).
- Ulansky, V., Raza, A. & Milke, D. Two-terminal electronic circuits with controllable linear ndr region and their applications. *Applied Sciences* 11, 9815 (2021).
- 37. Abelmann, L. Principle of magnetic force microscopy 2005.
- Миронов, В. Основы сканирующей зондовой микроскопии: учебное пособие для студентов старших курсов высших учебных заведений. Н. Новг.: Институт физики микроструктур (2004).
- 39. Bishop-Van Horn, L. pyTDGL: Time-dependent Ginzburg-Landau in python. Computer Physics Communications **291**, 108799 (2023).
- 40. Kramer, L. & Watts-Tobin, R. J. Theory of dissipative current-carrying states in superconducting filaments. *Physical Review Letters* **40**, 1041 (1978).
- Gubin, A. u dp. Dependence of magnetic penetration depth on the thickness of superconducting Nb thin films. *Physical Review B-Condensed Matter and Materials Physics* 72, 064503 (2005).
- Гохфельд, Д. и др. АНИЗОТРОПНАЯ НАМАГНИЧЕННОСТЬ ПЛЕНКИ NbN. Журнал экспериментальной и теоретической физики 161, 833—839 (2022).
- 43. Прищепа, С. Л. & Аттанасио, К. Влияние толщины сверхпроводящих пленок на механизмы пиннинга. Доклады Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, 41—47 (2007).