

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования "Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)"

Физтех-школа физики и исследований им. Ландау

Кафедра фундаментальной и прикладной физики микро- и
наноструктур

Направление подготовки: 03.04.01 Прикладные математика и физика

Направленность подготовки: Общая и прикладная физика

Разработка и измерение криогенного
СВЧ-генератора на основе планарной технологии с
джозефсоновским переходом

Магистерская диссертация

Выполнил
студент 2 курса гр. М02-306е
Тюменев Радик

подпись _____

Научный руководитель
д.ф.-м.н. Столяров Василий Сергеевич

подпись _____

Со-руководитель
Калашников Дмитрий Сергеевич

подпись _____

Долгопрудный, 2025 год

Аннотация

Данное исследование посвящено разработке, измерению и анализу работы планарного криогенного СВЧ-генератора на основе джозефсоновского SNS-перехода для управления сверхпроводящими кубитами, представляющий альтернативу сложным многослойным структурам. На основе модели RCSJ предложена архитектура генератора, включающая плоско-штыревой конденсатор, копланарный резонатор и SNS-переход, изготовленные методом магнетронного напыления бислоя Cu/Nb с последующей лазерной и электронной литографией, плазмохимическим и реактивным сухим травлением. Экспериментально продемонстрированы преимущества планарной технологии: улучшенная масштабируемость, небольшое число этапов, совместимость со стандартными процессами литографии и точный контроль параметров элементов. Криогенные измерения на базе рефрижератора растворения с использованием малошумящего усилителя и векторного анализатора цепей продемонстрировали работоспособность генератора СВЧ сигнала. В работе предлагаются следующие шаги по усовершенствованию образцов для получения стабильной генерации сигнала. Полученные результаты открывают перспективы для создания компактных интегрированных систем управления сверхпроводящими квантовыми процессорами при использовании планарной технологии.

Содержание

Введение	4
1 Литературный обзор	5
1.1 Сверхпроводимость	5
1.1.1 История открытия и основные эффекты	5
1.2 Теория Гинзбурга-Ландау	6
1.3 Эффект Джозефсона	8
1.3.1 Стационарный Эффект Джозефсона	9
1.3.2 Нестационарный Эффект Джозефсона	10
1.3.3 Резистивная модель	11
1.3.4 Энергия, запасённая в переходе	12
1.3.5 Резистивная модель с ёмкостью	14
1.3.6 Тепловой гистерезис SNS переходов	16
1.3.7 Ступени Шапиро	16
1.3.8 Джозефсоновский переход во внешнем магнитном поле	17
1.4 Электродинамика длинных линий	19
1.4.1 Длинные линии	19
1.4.2 Нагруженная линия	20
1.4.3 S-параметры (матрица рассеяния)	22
1.4.4 Резонаторы из длинных линий	23
1.4.5 Добротность резонаторов	24
1.4.6 Соединение резонаторов notch типа	25
1.5 Теория генератора на джозефсоновском переходе	28
1.6 Планарный конденсатор	29
2 Технология изготовления образцов	31
2.1 Напыление плёнок	31
2.2 Литография	32
2.2.1 Общая информация	32
2.2.2 Используемое оборудование	34
2.3 Травление	35
3 Экспериментальная часть	37
3.1 Криостат растворения	37
3.1.1 Система криостата	37
3.1.2 Принцип работы систем охлаждения	38
3.2 Криостат attoDRY1000	41
3.3 Держатели образцов	42
3.3.1 Держатель для измерений по постоянному току	42

3.3.2	Держатель для RF+DC измерений	42
3.3.3	Держатель для RF измерений в attoDRY1000	43
3.4	Оборудование для бондирования	43
3.5	Зондовая станция	44
3.6	Оборудование для проведения эксперимента	45
3.6.1	Оборудование постоянного тока	45
3.6.2	СВЧ оборудование	46
3.6.3	Оборудование для изменения внешних параметров в эксперименте	48
4	Образцы	48
4.1	Дизайн	48
4.2	Процесс изготовления	49
4.3	СЭМ	51
5	Результаты и обсуждения	51
5.1	Спектроскопия резонаторов	52
5.1.1	Параметры резонаторов	52
5.1.2	Температурные зависимости	55
5.2	Моделирование резонаторов	55
5.2.1	Моделирование резонаторов с нагрузкой	57
5.3	Измерения SNS переходов по постоянному току	59
5.3.1	Вольт-амперные характеристики	59
5.3.2	Температурные зависимости	60
5.3.3	Зависимость от магнитного поля	62
5.4	Измерения SNS джозефсоновских контактов с СВЧ накачкой	62
5.4.1	Измерения с подаваемым СВЧ сигналом через центральную линию	63
5.4.2	Измерения с подаваемым СВЧ сигналом напрямую на джозефсоновский контакт	63
5.5	Спектроскопия резонаторов с накачкой тока в SNS	65
5.5.1	Поиск генерации с помощью ВНА	66
5.5.2	Исследование резонансного отклика от постоянного тока через SNS	69
6	Заключение	71
	Список литературы	73

Введение

Квантовые вычисления быстро развиваются в последнее десятилетие в области сверхпроводящих систем [1],[2]. В таких системах управление большим квантовым процессором обычно реализуется путем направления последовательности микроволновых импульсов на кубиты, работающие на разных частотах. Этого можно добиться с помощью обычной электроники, работающей при комнатной температуре. Однако криогенная интегрированная управляющая электроника потенциально более выгодна, так как лишена большинства проблем, которые возникают при управлении кубитами с помощью электроники работающей на комнатной температуре.

В работе [3] (2021) представлен криогенный СВЧ-генератор на основе джозефсоновского перехода. Однако использованная в нём многослойная технология изготовления (более пяти слоёв) отличается высокой сложностью, что ограничивает её масштабируемость. Теоретическое описание работы такого устройства базируется на модели RCSJ (Resistively and Capacitively Shunted Junction), из которой следует возможность реализации аналогичных генераторов в планарной архитектуре с использованием следующих элементов: плоско-штыревого конденсатора, копланарного резонатора, джозефсоновского SNS-перехода.

В ходе работы были изготовлены образцы генераторов, представляющие собой планарный джозефсоновский SNS-контакт, параллельно шунтированный ёмкостью и сопротивлением; эти элементы закорачивают резонатор notch типа на землю. Структуры были сформированы на подложках высокоомного кремния методом магнетронного напыления бислоя Cu/Nb с последующей лазерной и электронно-лучевой литографией и плазмохимическим травлением. Для характеристики резонаторов дополнительно были изготовлены контрольные чипы на основе монослоя ниобия. Показано очевидное преимущество планарной технологии по сравнению с слоистой: более простая масштабируемость, совместимость с используемыми методами литографии, возможность точного управления параметрами элементов.

Была построена схема для DC+RF измерений на базе рефрижератора растворения с низкошумящим криогенным усилителем, аттенюаторами, использованием ВНА Planar C1220 для СВЧ измерений, а также источниками тока, вольтметрами, фильтрами для DC измерений. Предварительное моделирование в СВЧ-диапазоне позволило оптимизировать геометрию генераторов. Экспериментально зарегистрированный отклик резонатора на ток накачки подтвердил генерацию СВЧ-сигнала. Все полученные технологические и исследовательские результаты указывают на применимость разработанной технологии в микроэлектронике для управления сверхпроводниковыми квантовыми устройствами.

1 Литературный обзор

1.1 Сверхпроводимость

Одно из главных свойств квантового мира заключается в квантовании физических величин, таких как энергия, момент импульса или проекция момента импульса при определённых условиях. Долгое время считалось, что квантование - свойство объектов исключительно микромира, например, энергия электрона в атоме, так как тепловое движение атомов в макроскопических объектах маскирует их квантовые особенности. Но некоторые квантовые явления могут существовать для макроскопических объектов, тогда квантование происходит для всего объекта в целом. Например, в сверхпроводниках: квантование магнитного потока для сверхпроводящего кольца.

В связи с этим в многих учебниках можно увидеть, что определение сверхпроводимости начинается со слов: "Макроскопическое квантовое явление". Сверхпроводимость - макроскопическое квантовое явление когерентного квантового поведения проводящей электронной системы, связанное с динамическим спариванием электронов через фононы (а возможно, и другие возбуждения) в твердых телах. Таким образом, в сверхпроводниках единая электронная волновая функция существует во всем объеме макроскопического образца, когда в нормальном металле волновые свойства электронов проявляются только на субмикронных масштабах.

1.1.1 История открытия и основные эффекты

Первое обнаружение явления сверхпроводимости произошло в 1911 г. благодаря экспериментам Камерлинг-Оннеса, посвященным исследованию зависимости сопротивления ртути от температуры. В результате данного исследования Камерлинг-Оннес получил, что при $T_c = 4.15$ К сопротивление ртути пропадает, то есть она становится идеальным проводником. Полученный эффект не мог быть объяснен существующими на тот момент теориями и для первого появления теоретического объяснения потребовалось несколько десятилетий.

Тремя годами позднее было показано, что состояние сверхпроводимости можно разрушить не только при нагреве образца, но и при подаче на него сильного магнитного поля H_c или некоторого тока выше критического j_c .

Помимо открытия упомянутого двумя абзацами выше, результат которого даёт понять, что идеальная проводимость является одним из главных свойств сверхпроводимости, существует еще одна главная особенность. В 1933 г. Мейсснер и Оксенфельд обнаружили, что магнитное поле полностью выталкивается из объема сверхпроводника, вне зависимости от порядка приложения поля и изменения температуры. Отсюда понятно отличие идеального проводника от сверхпроводника. В случае идеального проводника приложенное поле при $T > T_c$ захватывалось и стало бы неизменным при $T < T_c$.

В 1957 г. А.А.Абрикосовым разделены сверхпроводники на сверхпроводники первого и второго рода. Для сверхпроводников второго рода существует два критических поля H_{c1} и H_{c2} , между которыми он находится в смешанном состоянии, так как в отличие от сверхпроводников первого рода, для них нет точного разделения на сверхпроводящее состояние и нормальное с помощью критического поля H_c .

В 1950 г. появилась первая квантовая феноменологическая теория Гинзбурга-Ландау, в основу которой положена теория фазовых переходов второго рода Л.Д. Ландау. В 1962 г. Б.Джозефсон предсказал существование двух квантовых туннельных эффектов в слабосвязанных сверхпроводниках, которые можно получить с помощью уравнений из теории Гинзбурга-Ландау. Более подробные выкладки для теории Гинзбурга-Ландау и эффекта Джозефсона, не описанные ниже, а также типичные свойства сверхпроводников можно посмотреть, например, в источниках [4],[5],[6].

1.2 Теория Гинзбурга-Ландау

Теория фазовых переходов второго рода Ландау, основана на существовании некоторого подобранного параметра порядка, который при $T \geq T_c$ обращается в нуль и соответствует неупорядоченной, симметричной фазе, и отличен от нуля в случае $T < T_c$ и соответствует упорядоченной, менее симметричной фазе. Например, для описания ферромагнетиков параметром порядка служит намагниченность. Для сверхпроводников таким параметром порядка, послужило некоторое комплексное число, зависящее от координаты, которое было объяснено как некоторая коллективная волновая функция электронов $\Psi(r)$. Стоит отметить, что понятие "Куперовская пара" появилось только в 1956 г., поэтому под параметром порядка на момент появления теории Гинзбурга-Ландау еще не рассматривалась волновая функция куперовских пар. Несмотря на это отнормируем параметр порядка: $|\Psi(r)|^2 = \frac{n_s(r)}{2}$, где n_s - плотность электронных куперовских пар.

Согласно подходу Ландау, раскладываем свободную энергию по параметру порядка вблизи T_c . Для случая однородного сверхпроводника без внешнего магнитного поля:

$$f_{s0} = f_n + \alpha |\Psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\Psi|^4 \quad (1.1.1)$$

Здесь $\Psi(r) = \Psi$ (так как нет поля), f_n - плотность свободной энергии тела в нормальном состоянии, α, β - некоторые феноменологические коэффициенты разложения.

Свободная энергия достигает минимума при $|\Psi_0|^2$:

$$|\Psi_0|^2 = -\frac{\alpha}{\beta} = \frac{n_{s0}}{2} \quad (1.1.2)$$

При таком параметре порядка разность в плотностях свободной энергии:

$$f_n - f_{s0} = \frac{\alpha^2}{2\beta} \quad (1.1.3)$$

С другой стороны, из термодинамики : $f_n - f_{s0} = H_{cm}^2/8\pi$. Откуда можно получить следующее равенство:

$$H_{cm}^2 = 4\pi\alpha^2/\beta \quad (1.1.4)$$

Перейдем к описанию, с учетом внешнего магнитного поля (H_0 -напряженность внешнего однородного магнитного поля). Для этого запишем свободную энергию Гиббса для всего сверхпроводника:

$$G_{sH} = G_n + \int \left[\alpha |\Psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\Psi|^4 + \frac{1}{4m} \left| -i\hbar\nabla\Psi - \frac{2e}{c}\mathbf{A}\Psi \right|^2 + \frac{(\text{rot}\mathbf{A})^2}{8\pi} - \frac{\text{rot}\mathbf{A} * H_0}{4\pi} \right] dV \quad (1.1.5)$$

Где интегрирование ведется по всему объёму сверхпроводника, $\mathbf{A}$ - векторный потенциал магнитного поля, G_n - свободная энергия Гиббса для сверхпроводника в нормальном состоянии.

Решая эту вариационную задачу для Ψ^* и $\mathbf{A}$, получаются два уравнения теории Гинзбурга-Ландау:

$$\alpha\Psi + \beta\Psi|\Psi|^2 + \frac{1}{4m} \left(i\hbar\nabla + \frac{2e}{c}\mathbf{A} \right)^2 \Psi = 0 \quad (1.1.6)$$

с граничным условием:

$$\left(i\hbar\nabla + \frac{2e}{c}\mathbf{A} \right) \mathbf{n} = 0 \quad (1.1.7)$$

где $\mathbf{n}$ - единичный вектор, нормальный к поверхности сверхпроводника

Решение для $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{j}_s = -\frac{i\hbar e}{2m} (\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*) - \frac{2e^2}{mc} |\Psi|^2 \mathbf{A} \quad (1.1.8)$$

где, согласно уравнению Максвелла, плотность тока $\mathbf{j}_s$ в сверхпроводнике $\mathbf{j}_s = \frac{c}{4\pi} \text{rotrot}\mathbf{A}$

Введём следующие обозначения размерности длины:

$$\xi^2 = \frac{\hbar^2}{4m|\alpha|} \quad (1.1.9)$$

$$\lambda^2 = \frac{mc^2}{4\pi n_s e^2} = \frac{mc^2 \beta}{8\pi e^2 |\alpha|} \quad (1.1.10)$$

ξ - длина когерентности, характеризующая масштаб, на котором происходит изменение параметра порядка Ψ . λ - глубина проникновения слабого магнитного поля.

В результате использования обозначений выше и переходя к безразмерной волновой функции $\psi(r) = \Psi(r)/\Psi_0$ уравнения Гинзбурга-Ландау можно переписать в виде:

$$\xi^2 \left(i\nabla + \frac{2\pi}{\Phi_0} \mathbf{A} \right)^2 \psi - \psi + \psi |\psi|^2 = 0 \quad (1.1.11)$$

$$\text{rot rot } \mathbf{A} = -i \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda^2} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \frac{|\psi|^2}{\lambda^2} \mathbf{A} \quad (1.1.12)$$

1.3 Эффект Джозефсона

В 1962 г. появилась короткая теоретическая статья Б.Д. Джозефсона [7], в которой исследовался туннельный переход между двумя сверхпроводниками через прослойку диэлектрика и было предсказано два эффекта. Первый эффект заключается в том, что через туннельный переход возможно протекание сверхпроводящего (бездиссипативного) тока. Второй эффект заключается в том, что если через переход будет протекать ток выше критического тока перехода, то он станет источником высокочастотного электромагнитного излучения.

Помимо экспериментального обнаружения, исследования показали, что эффект Джозефсона появляется не только в туннельном переходе, но и в других видах переходов с слабой связью, т.е. в тех участках сверхпроводящей цепи, где критический ток сильно подавлен, а размер участка - порядка длины когерентности. Примеры видов слабых связей представлены на Рис. 1.

Как было сказано выше параметром порядка в сверхпроводниках служит коллективная волновая функция электронов. Можно ли наблюдать какие-то эффекты, связанные с наличием фазы у волновой функции сверхпроводника? Отвечая на этот вопрос Джозефсон и получил два одноименных эффекта. Для примера, пусть имеется два сверхпроводника, сделанных из одного и того же материала, при одной и той же температуре, тогда модули их волновых функций должны совпадать, но не фазы. Приведём эти два одинаковых сверхпроводника в контакт между собой с помощью слабой связи, т.е. такой связи, которая не внесёт изменения в состояния сверхпроводников. В результате такого контакта возникнет единая волновая функция всего сверхпроводника, фаза которого подразумевает собой согласование фаз двух первоначальных сверхпроводников.

Эффект Джозефсона явился очень важным шагом в понимании природы сверхпроводимости. Кроме того, он нашел значительное число применений, которые растут по сей день, от стандарта вольта и сверхчувствительных измерительных приборов до основ сверхпроводниковой электроники и элементов памяти.

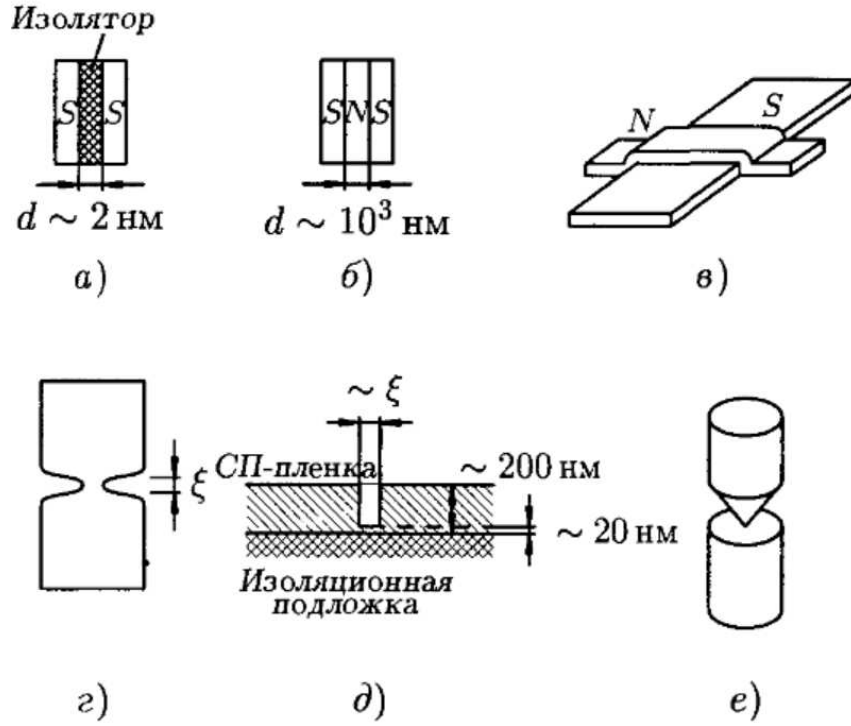


Рис. 1: Виды слабых связей [4]: а) туннельный переход; б) сэндвич; в) нормальная плёнка N локально понижающая параметр порядка S; г) мостик Дайема; д) мостик переменной толщины; е) точечный контакт.

1.3.1 Стационарный Эффект Джозефсона

Данный эффект заключается в том, что через слабую связь может протекать ток бездиссипативно, т.е. без падения напряжения на нём. Так как ток слабый, можно пренебречь магнитным полем, которое этот ток создаёт. Исходя из уравнения для плотности тока (1.1.8) теории Гинзбурга-Ландау следует, что ток протекающий через слабую связь определяется градиентом фазы $\nabla\theta$ параметра порядка, а в случае туннельного перехода, скачком фазы φ , который и будет нас интересовать в дальнейшем:

$$\varphi = \theta_2 - \theta_1 \quad (1.2.1)$$

где $\theta_{1,2}$ - фаза волновой функции сверхпроводящих носителей первого и второго берега соответственно.

Один из способов вывода первого уравнения Джозефсона, соответствующего стационарному эффекту, был получен Асламазовым и Ларкиным для короткого плёночного мостика (см. Рис. 1(г)) с условием : $\xi \ll L$.

Первое уравнение Гинзбурга-Ландау (1.1.11) в отсутствии магнитного поля с учётом оценок, сделанных исходя из условия короткости мостика, можно переписать в виде:

$$\nabla^2\psi = 0 \quad (1.2.2)$$

Таким образом, уравнение (1.1.11) в случае короткого мостика сведено к уравнению Лапласа. Граничные условия которого записываются в виде:

$$\psi = \begin{cases} \psi_1 e^{i\theta_1} & , \text{в глубине плёнки 1} \\ \psi_2 e^{i\theta_2} & , \text{в глубине плёнки 2} \end{cases} \quad (1.2.3)$$

где $\psi_1, \psi_2, \theta_1, \theta_2$ - постоянные, не зависящие от координат.

Решение (единственное) данного уравнения предлагается искать в виде:

$$\psi(r) = \psi_1 e^{i\theta_1} f(r) + \psi_2 e^{i\theta_2} (1 - f(r)) \quad (1.2.4)$$

где $f(r)$ - действительная функция координат, причем $f(r) \rightarrow 1$ в глубине плёнки 1 и $f(r) \rightarrow 0$ в глубине плёнки 2.

Подставляя решение (1.2.4) в уравнение для сверхпроводящего тока (1.1.12) и, проводя простые преобразования, получается первое уравнение Джозефсона:

$$I_s(\varphi) = I_c \sin \varphi \quad (1.2.5)$$

где I_c - критический ток, который равен максимально возможному току, протекающему через переход без возбуждения квазичастиц.

1.3.2 Нестационарный Эффект Джозефсона

Анализируя результат (1.2.5) стационарного эффекта Джозефсона, возникает вопрос: что будет, если через Джозефсоновский переход пустить ток $I > I_c$. Оказывается, что через переход помимо бездиссипативного тока возможно протекание тока нормальной компоненты. Такой ток одиночных электронов протекает с сопротивлением и соответствует падению напряжения на переходе. Уравнение, описывающее падение напряжения на переходе, называется вторым уравнением Джозефсона и соответствует случаю $I > I_c$ или подаче напряжения $V \neq 0$ на сверхпроводящие контакты.

Падение напряжения V на слабой связи означает, что энергии Куперовских пар на берегах связаны соотношением:

$$E_1 - E_2 = 2eV \quad (1.2.6)$$

Используя граничные условия (1.2.3) с учётом зависимости фазы волновой функции от времени $\theta = \theta(t)$ для решения уравнения Шрёдингера, получается уравнение:

$$-\hbar \frac{\partial \theta_i}{\partial t} = E_i \quad (1.2.7)$$

где $i = 1, 2$ соответствует первому и второму берегу.

Подставляя (1.2.7) для первого и второго берега в (1.2.6) получается второе фундаментальное соотношение Джозефсона:

$$2eV = \hbar \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (1.2.8)$$

Эквивалентная запись второго уравнения Джозефсона, которую часто можно встретить:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{2\pi}{\Phi_0} V \quad (1.2.9)$$

1.3.3 Резистивная модель

Как сказано выше, в случае протекания тока через Джозефсоновский переход $I > I_c$ появляется компонента тока, протекающая с нормальным сопротивлением слабой связи. Стоит отметить, что эта нормальная компонента тока не вытесняет собой сверхпроводящую компоненту бездиссипативного тока. Таким образом, можно прийти к резистивной модели (см. рис. 2), где из сказанного выше понятно, что полный ток I , протекающий через переход, является суммой токов нормальной $\frac{V}{R_n}$ и сверхпроводящей компоненты I_s :

$$I = I_c \sin \varphi + \frac{\hbar}{2eR_n} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (1.2.10)$$

где R_n - сопротивление контакта в нормальном состоянии.

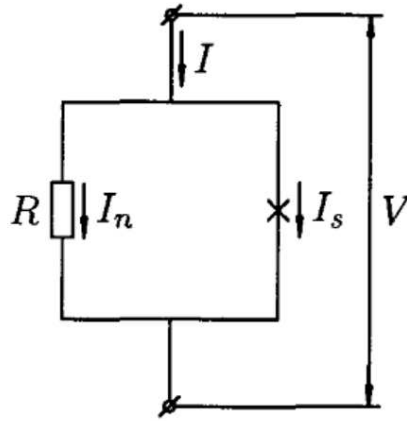


Рис. 2: Резистивная модель джозефсоновского перехода [4]

Полученное уравнение (1.2.10) для тока является нелинейным дифференциальным уравнением на разность фаз между берегами $\varphi(t)$. Несмотря на нелинейность оно элементарно интегрируется и в результате подстановки в (1.2.8) получается:

$$V(t) = R_n \frac{I^2 - I_c^2}{I + I_c \cos \omega t} \quad (1.2.11)$$

Вольтметр постоянного тока, подключенный к переходу, покажет усреднённое значение напряжения за период:

$$\bar{V} = R_n \sqrt{I^2 - I_c^2} \quad (1.2.12)$$

Из данной формулы явно выделяются две асимптотики:

1) Если ток I немного превышает I_c , то $\bar{V}, V \rightarrow 0$, что соответствует протеканию тока, практически без диссипации.

2) Если $I \gg I_c$, то ВАХ выходит на закон Ома, соответствующий протеканию тока через нормальное сопротивление R_n

Зависимость $V(t)$ и ВАХ джозефсоновского перехода в рамках резистивной модели представлены на рис. 3:

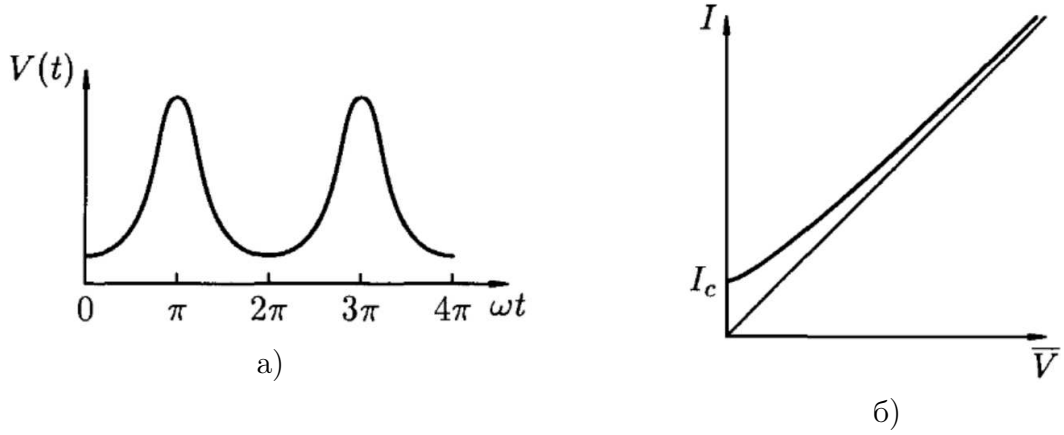


Рис. 3: а) Напряжение на переходе в резистивной модели. б) ВАХ джозефсоновского перехода. Графики взяты из источника [4].

В результате периодической зависимости напряжения от времени джозефсоновский переход начинает излучать электромагнитные волны - это явление называется джозефсоновской генерацией. Из уравнения (1.2.6) следует, что при переходе от первого до второго берега куперовские пары приобретают в среднем энергию $2e\bar{V}$, которая затем и выделяется в виде электромагнитных волн:

$$2e\bar{V} = \hbar\omega \quad (1.2.13)$$

1.3.4 Энергия, запасённая в переходе

Наиболее энергетически выгодное состояние для джозефсоновского перехода имеет разность фаз: $\varphi = 2\pi n$, что соответствует отсутствию тока на переходе. Если же ток течет через переход, тогда в нём запасается энергия. Энергия запасённая за время t :

$$E_s = \int_0^t I_s V dt \quad (1.2.14)$$

Пусть в начальный момент времени $\varphi = 0$, которая со временем нарастает до некоторого значения φ в момент времени t . Используя первое (1.2.5) и второе (1.2.8) уравнения Джозефсона, получается равенство:

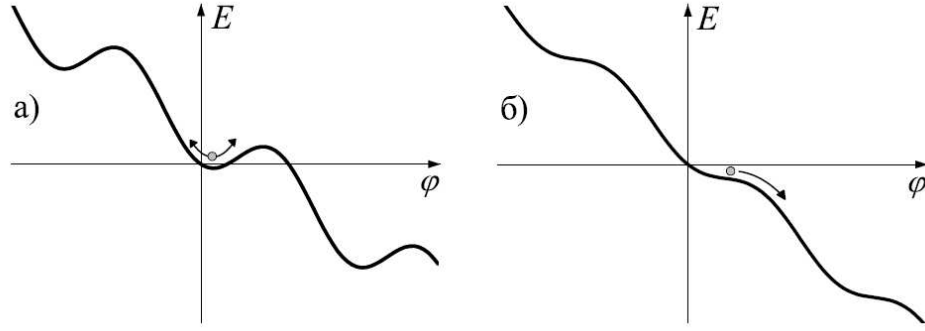


Рис. 4: Потенциал “стиральной доски” [6]: а) Случай $I < I_c$, стационарный эффект Джозефсона, фаза находится в локальном минимуме; б) Случай $I \geq I_c$, нестационарный эффект Джозефсона, фаза непрерывно меняется

$$E_s = E_J(1 - \cos \varphi) \quad (1.2.15)$$

где

$$E_J = \frac{\hbar I_c}{2e} = \frac{\Phi_0 I_c}{2\pi} \quad (1.2.16)$$

В результате таких соображений джозефсоновский переход можно рассматривать как нелинейный индуктивный элемент, запасаящий энергию при изменении тока через него. Индуктивность перехода:

$$L_J = -\frac{V}{dI/dt} = \frac{\Phi_0}{2\pi I_c \cos \varphi} \quad (1.2.17)$$

Для вычисления полной свободной энергии системы, помимо джозефсоновской энергии (1.2.15) необходимо учитывать энергию, затрачиваемую источником тока:

$$E_I = \int_0^t IV dt = \frac{\hbar I}{2e} \varphi = \frac{\Phi_0}{2\pi} I \varphi \quad (1.2.18)$$

Таким образом свободная энергия полной цепи в случае заданного тока является функцией от разности фаз φ :

$$E = E_J(1 - \cos \varphi) - \frac{\Phi_0}{2\pi} I \varphi \quad (1.2.19)$$

Данная зависимость имеет наглядный график, так называемой "стиральной доски" представленный на рис. 4. Величиной тока I регулируется наклон графика и величина потенциальных барьеров. В случае $I < I_c$ наличие потенциальных барьеров является причиной для нахождения разности фаз φ в локальном минимуме свободной энергии, что соответствует стационарному эффекту Джозефсона. При увеличении тока глубина локальных минимумов уменьшается, а наклон графика возрастает. При $I = I_c$ локальные минимумы пропадают и разность фаз начинает непрерывно меняться, а значит, появляется напряжение на переходе.

1.3.5 Резистивная модель с ёмкостью

Резистивная модель хорошо подходит для описания, например, SNS структур (см. рис. 1(б)). Но если рассмотреть случай туннельного контакта (рис. 1(а)), который представляет собой два сверхпроводящих контакта, разделённые между собой диэлектриком, то такая конструкция напоминает конденсатор. В результате имеет смысл к схеме, изображенной на рис. 2, добавить ёмкость. В цепи добавится ток смещения, проходящий через ёмкость:

$$I_d = C \frac{dV}{dt} = \frac{\hbar C}{2e} \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (1.2.20)$$

А уравнение на ток (1.2.10) с учётом тока смещения, домножая левую и правую часть на $\hbar/2e$, можно записать в виде:

$$\left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 C \ddot{\varphi} + \left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 \frac{1}{R_n} \dot{\varphi} + E_J \sin\varphi = E_J \frac{I}{I_c} \quad (1.2.21)$$

Данное уравнение принято сравнивать с уравнением движения маятника с приложенным внешним моментом и трением. Момент инерции маятника $J = \left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 C$, вязкость среды $\eta = \left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 R_n^{-1}$, внешний момент $E_J \frac{I}{I_c}$, гравитационный собственный момент $mgl = E_J$.

Аналогично маятнику у джозефсоновского перехода есть собственная частота малых колебаний, которую принято называть плазменной частотой перехода:

$$\omega_p = \left(\frac{E_J}{J}\right)^{1/2} = \left(\frac{2\pi I_c}{C\Phi_0}\right)^{1/2} \quad (1.2.22)$$

Рассматривая плазменную частоту как резонансную частоту колебательного контура:

$$\omega_p = \left(\frac{1}{L_J C}\right)^{1/2} \quad (1.2.23)$$

где индуктивность джозефсоновского перехода из (1.2.22):

$$L_J = \frac{\Phi_0}{2\pi I_c} \quad (1.2.24)$$

Сравнивая данный результат с полученной собственной индуктивностью (1.2.17), понятно, что данная формула работает только для малых изменений φ , что соответствует собственной частоте малых колебаний.

Если же в уравнении (1.2.21) разность фаз φ отождествлять с линейной координатой x , тогда данное уравнение описывает движение массивной частицы в периодическом потенциале, представленном на рис. 4. Масса частицы $\left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 C$, внешняя сила $E_J \frac{I}{I_c}$, периодический потенциал $E_J(1 - \cos x)$.

“Масса”, определяющая инерционное поведение частицы (джозефсоновского перехода) при изменении координаты, связана с наличием ёмкости C . Таким образом,

резистивная модель описывает движение безмассовой частицы. Наличие массы приведёт к следующим явлениям: 1) При увеличении наклона “стиральной доски”, в точке $I = I_c$, вместо плавного увеличения напряжения, произойдёт скачок до некоторого напряжения обратной ветви. 2) Если уменьшать наклон “стиральной доски” с значения $I > I_c$, то из-за инерции частицы, для её остановки требуется еще меньший угол, чем угол в точке $I = I_c$, который соответствует некоторому значению тока возврата $I_r < I_c$. Ток возврата тем меньше, чем выше ёмкость перехода (“масса”) и чем меньше вязкость (выше значение сопротивления R_n).

В результате, наличие ёмкости приводит к гистерезису его ВАХ (см. рис. 5). Количественно ток возврата и гистерезисные свойства определяются величиной параметра Маккабмера:

$$\beta = (2e/\hbar) I_c C R_n^2 \quad (1.2.25)$$

Так же принято вводить характерную джозефсоновскую частоту:

$$\omega_c = (2e/\hbar) I_c R_n \quad (1.2.26)$$

С помощью параметра Маккабмера и характерной джозефсоновской частоты уравнение (1.2.21) записывается в более компактном виде:

$$\beta \frac{\ddot{\varphi}}{\omega_c^2} + \frac{\dot{\varphi}}{\omega_c} + \sin \varphi = \frac{I}{I_c} \quad (1.2.27)$$

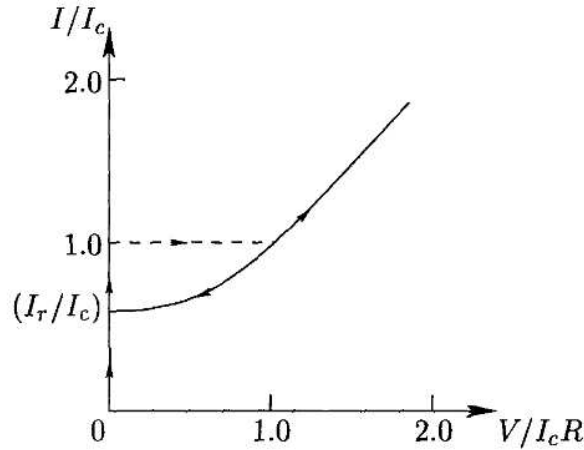


Рис. 5: Вольт-амперная характеристика перехода с ёмкостью, $\beta = 4$ [4]

При $\beta \ll 1$ можно пренебречь “ёмкостным” членом. В этом случае уравнение сводится к уравнению вида (1.2.10), с соответствующей вольт-амперной характеристикой резистивной модели (см. рис. 3). При увеличении β появляется гистерезис с током возврата I_r , который уменьшается с увеличением β . В случае $\beta \rightarrow \infty : I_r \rightarrow 0$, что соответствует линейной вольт-амперной характеристике.

В литературе так же часто можно встретить названия для резистивной модели с ёмкостью: “RCSJ (Resistively and Capacitively Shunted Junction)”.

Используя равенства (1.2.22, 1.2.25, 1.2.26) можно получить следующие выражения для параметра Маккамбера и плазменной частоты:

$$\beta = \omega_c C R_n \quad (1.2.28)$$

$$\omega_p = \frac{\omega_c}{\sqrt{\beta}} \quad (1.2.29)$$

1.3.6 Тепловой гистерезис SNS переходов

Как понятно из раздела 1.3.5, наличие ёмкости в слабой связи будет вызывать характерный гистерезис на вольт-амперной характеристике образца, зависящий от параметра Маккамбера β . Несмотря на отсутствие ёмкости, например в SNS структурах, гистерезис на вольт-амперной характеристике так же возможен [8] (см. рис. 6).

При увеличении тока $I \geq I_c$ на джозефсоновском переходе появляется компонента нормального тока, протекающего с сопротивлением R_n . В результате такого резистивного состояния в нормальном металле повышается электронная температура. Увеличение электронной температуры влечёт за собой изменение критического тока I_c (1.2.5).

Зависимость критического тока от температуры $I_c(T)$ в длинных диффузионных SNS переходах подробно обсуждалась в [9]. Для понимания возникновения гистерезиса достаточно знать, что для таких контактов:

$$I_c \sim e^{-L/L_T} \quad (1.2.30)$$

где L - длина перехода, L_T - характерная тепловая длина в пределе диффузии :

$$L_T = \sqrt{\hbar D / 2\pi k_B T} \quad (1.2.31)$$

Таким образом, при переключении на резистивную ветвь критический ток уменьшается. На возвратной ветви тока скачок в бездиссипативное состояние происходит при $I_r < I_c$, так как электронная температура все ещё выше, чем температура при прямой ветви тока.

1.3.7 Ступени Шапио

Первое экспериментальное исследование взаимодействия переменного тока джозефсоновского контакта с внешним электромагнитным полем было проделано в работе [10] С. Шапио. Данный эксперимент является наиболее простым способом косвенно пронаблюдать переменный сверхпроводящий ток.

Пусть на туннельный контакт подано постоянное напряжение V_0 и переменное:

$$\tilde{\vartheta} = \vartheta \cos(\Omega t + \theta) \quad (1.2.32)$$

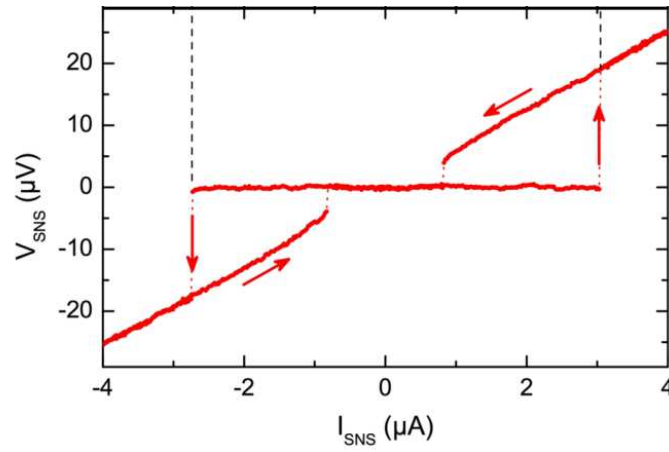


Рис. 6: Гистерезис в вольт-амперной характеристике SNS при температуре криостата $T = 50$ мК [8]

Не трудно сообразить, если частота внешнего поля Ω будет кратна частоте джозефсоновской генерации при напряжении V_0 , определённой равенством (1.2.13), то произойдет резонанс. В действительности на вольт-амперной характеристике отображаются ступеньки с дифференциальным сопротивлением ($dV/dI = 0$), расположенных при смещениях, определяемых из этого же соотношения:

$$2eV_0 = \hbar\omega_0 = n\hbar\Omega \quad (1.2.33)$$

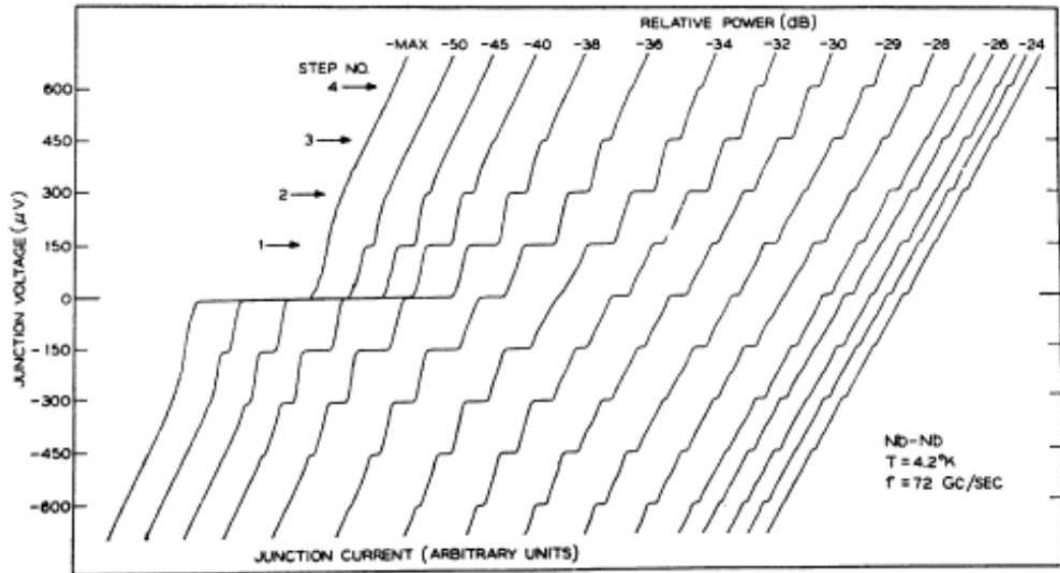


Рис. 7: Ступени Шапира на вольт-амперной характеристике при частоте приложенного напряжения $\Omega = 72$ ГГц [10].

1.3.8 Джозефсоновский переход во внешнем магнитном поле

Эффекты интерференции сверхпроводящей волновой функции очень сильно проявляются в джозефсоновских контактах. Фаза волновой функции зависит от магнит-

ного поля:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{2\pi}{\Phi_0} t_B B_y \quad (1.2.34)$$

Из-за изменения фазы изменяется и максимальный джозефсоновский ток, который может протекать через контакт. В простейшем случае, когда магнитное поле внутри контакта однородно и равно внешнему магнитному полю, выражение для этого тока имеет вид:

$$I_{\max} = I_c \left| \frac{\sin(\pi \Phi / \Phi_0)}{\pi \Phi / \Phi_0} \right| \quad (1.2.35)$$

Это выражение в точности соответствует пространственному распределению средней амплитуды электрического поля в оптическом эксперименте с одной щелью в пределе Фраунгофера.

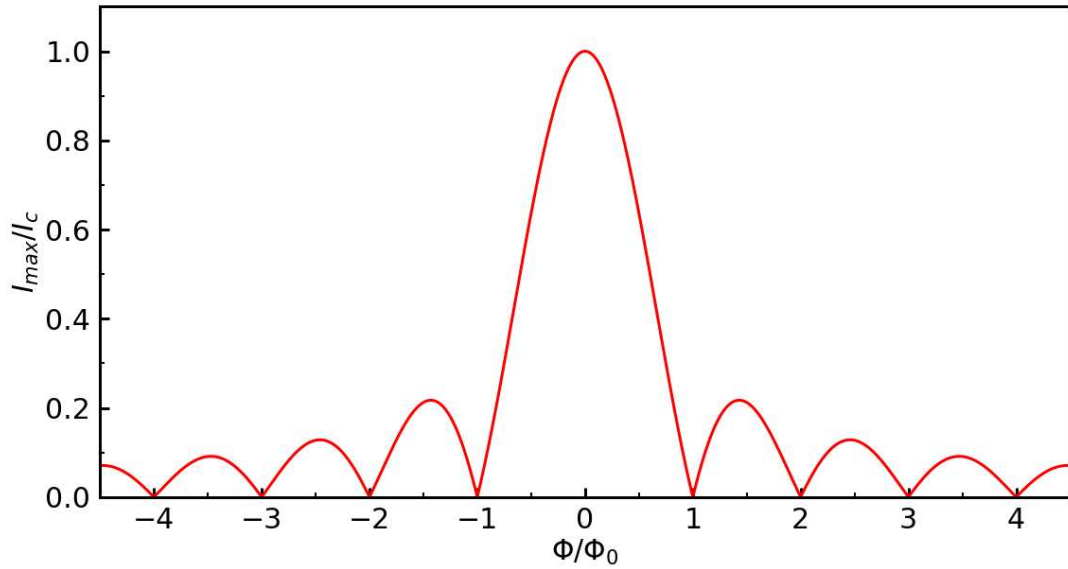


Рис. 8: Зависимость критического тока джозефсоновского перехода от внешнего магнитного поля в простейшей модели для короткого контакта

Фраунгоферовская зависимость критического тока джозефсоновского перехода от магнитного поля справедлива только для узких джозефсоновских контактов, где внутреннее магнитное поле однородно. С увеличением ширины контакта магнитное поле начинает экранироваться сверхпроводящими токами, что в конечном итоге разрушает картину Фраунгофера [11]. В диффузионных контактах, которые рассматриваются в работе, возможно изменение картины Фраунгофера на монотонный спад из-за отношения $\frac{W}{\xi}$, где W - ширина контакта, ξ - длина когерентности в нормальном металле [12].

1.4 Электродинамика длинных линий

1.4.1 Длинные линии

В классической электродинамике анализ электрических цепей традиционно основывается на модели сосредоточенных элементов (resistors, inductors, capacitors — RLC), где параметры цепи считаются локализованными в точечных компонентах, а распространение электромагнитных полей происходит мгновенно. Однако такая модель становится неадекватной для длинных линий передачи (например, волноводов, коаксиальных кабелей или ЛЭП), где размеры системы сравнимы или превышают длину волны сигнала. В этом случае необходимо учитывать распределённый характер параметров (сопротивления, индуктивности, ёмкости и утечки), а также волновые процессы, описываемые телеграфными уравнениями. Электродинамика длинных линий требует учёта запаздывания потенциалов, отражений волн и дисперсии, что принципиально отличает их от сосредоточенных систем. Данный подход особенно важен в СВЧ электронике, где пренебрежение распределёнными эффектами приводит к существенным погрешностям в расчётах. Модель сосредоточенных элементов применима в тех случаях, когда

$$L_c \ll \lambda \quad (1.3.1)$$

где L - обозначает характерную длину цепи, а λ - обозначает рабочую длину волны цепи.

В противном случае необходимо рассматривать задачу со стороны электродинамики длинных линий. Рассмотрим простейшую схему длинной линии электропередачи, состоящей из двух проводников. Чтобы вывести уравнения, рассмотрим участок линии небольшой длины Δz , как показано на рис. 9, и введем следующие характеристики системы на единицу длины [13]:

R - последовательное сопротивление на единицу длины для обоих проводников, L - последовательная индуктивность на единицу длины для обоих проводников, G - проводимость шунта на единицу длины, C - ёмкость шунта на единицу длины.

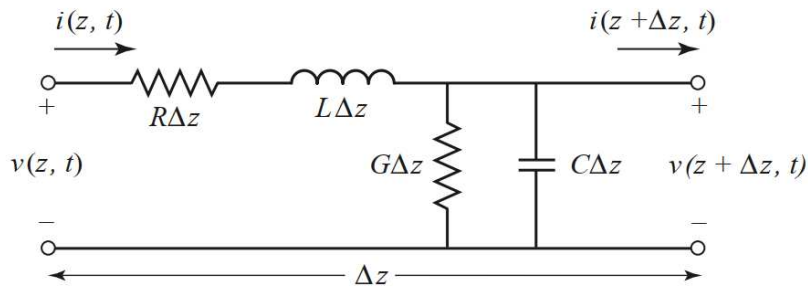


Рис. 9: Эквивалентная схема для длинной линии [13]

Используя уравнения Кирхгофа для эквивалентной схемы длинной линии и приближаясь к пределу $\Delta z \rightarrow 0$, выводятся телеграфные уравнения:

$$\begin{cases} \frac{\partial V(z,t)}{\partial z} = -RI(z,t) - L\frac{\partial I(z,t)}{\partial t} \\ \frac{\partial I(z,t)}{\partial z} = -GV(z,t) - C\frac{\partial V(z,t)}{\partial t} \end{cases} \quad (1.3.2)$$

Решения этих уравнений представляют собой бегущие затухающие волны:

$$\begin{cases} V(z,t) = V_0^+ e^{-\gamma z + i\omega t} + V_0^- e^{\gamma z + i\omega t} \\ I(z,t) = I_0^+ e^{-\gamma z + i\omega t} + I_0^- e^{\gamma z + i\omega t} \end{cases} \quad (1.3.3)$$

где

$$\gamma = \alpha + i\beta = \sqrt{(R + i\omega L)(G + i\omega C)} \quad (1.3.4)$$

Затухание волны описывается действительной частью γ , колебания волны описываются мнимой частью γ . Фазовая скорость волны тогда:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} \quad (1.3.5)$$

Важной характеристикой электрической цепи является её импеданс, который по определению:

$$Z_0 = \frac{V_0^+}{I_0^+} = \sqrt{\frac{R + i\omega L}{G + i\omega C}} \quad (1.3.6)$$

В случае сверхпроводящих линий, когда $R = G = 0$:

$$\gamma = i\omega\sqrt{LC} \quad (1.3.7)$$

Тогда фазовая скорость из (1.3.5) получается:

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1.3.8)$$

А выражение для импеданса системы значительно упрощается и больше не зависит от частоты:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (1.3.9)$$

В случае малых потерь в линии ($R \ll \omega L, G \ll \omega C$) параметр затухания волны в первом приближении может быть записан в виде:

$$\alpha \approx \frac{1}{2}(R\sqrt{\frac{C}{L}} + G\sqrt{\frac{L}{C}}) \quad (1.3.10)$$

1.4.2 Нагруженная линия

Важно рассмотреть случай, когда длинная линия закорочена на нагрузочный импеданс Z_l . На рис. 10 показан данный случай.

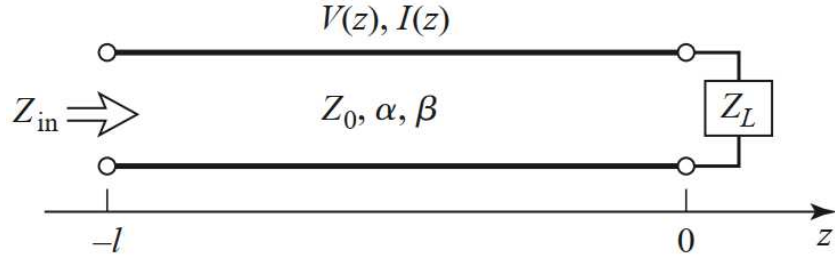


Рис. 10: Длинная линия, нагруженная импедансом Z_L [13]

Согласно общим решениям телеграфных уравнений (1.3.2) и соотношению между амплитудами, которое определяется значением Z_0 , распределения напряжения и тока представляют собой суперпозицию двух волн, распространяющихся вправо и влево. Полное сопротивление Z_L является граничным условием и определяет соотношение между током и напряжением в точке $z = 0$:

$$Z_L = \frac{V(0)}{I(0)} \quad (1.3.11)$$

Очередная важная характеристика для длинных линий - коэффициент отражения по напряжению:

$$\Gamma = \frac{V_0^-}{V_0^+} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (1.3.12)$$

Используя это определение, можно преобразовать общие решения телеграфных уравнений 1.3.3 для нагруженной линии, показанной на рис. 10:

$$\begin{cases} V(z) = V_0^+(e^{-\gamma z} + \Gamma e^{\gamma z}) \\ I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0}(e^{-\gamma z} - \Gamma e^{\gamma z}) \end{cases} \quad (1.3.13)$$

Эти выражения, с точностью до общего множителя, определяют распределение напряжения и тока в нагруженной линии. Разделим значение напряжения на ток в точке $z = -l$:

$$Z_{in} = \frac{V(-l)}{I(-l)} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma l)}{Z_0 + Z_L \tanh(\gamma l)} \quad (1.3.14)$$

Мощность, которая подаётся на входе в нагруженную линию в точке $z = -l$:

$$P_{in} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(V(-l)I^*(-l)) = \frac{|V_0^+|^2}{2Z_0} (e^{2\alpha l} - |\Gamma|^2 e^{-2\alpha l}) \quad (1.3.15)$$

Мощность, которая подаётся на нагрузку в точке $z = 0$:

$$P_L = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(V(0)I^*(0)) = \frac{|V_0^+|^2}{2Z_0} (1 - |\Gamma|^2) \quad (1.3.16)$$

Разница двух этих мощностей будет определять потерю мощности в линии:

$$P_{loss} = P_{in} - P_L = \frac{|V_0^+|^2}{2Z_0} [(e^{2\alpha l} - 1) - |\Gamma|^2(1 - e^{-2\alpha l})] \quad (1.3.17)$$

Чтобы рассчитать коэффициент прохождения T , представим, что длинная линия не заканчивается на $z = 0$, а подключена к другой длинной линии с другим характерным импедансом Z_1 (см. рис. 11).

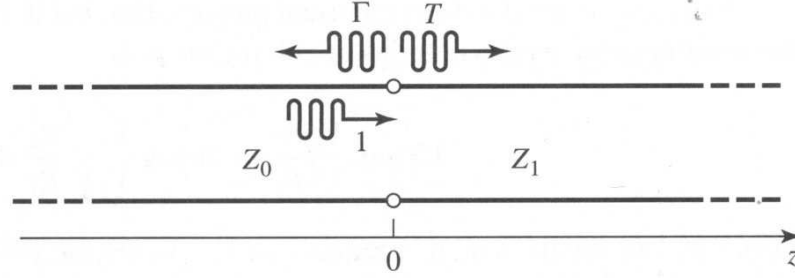


Рис. 11: Прохождение и отражение волн при соединении длинных линий с различными импедансами [13]

Используя 1.3.13 для волны слева ($z < 0$) и справа ($z > 0$), где нет отражённой волны, можно записать:

$$\begin{cases} V(z) = V_0^+(e^{-\gamma z} + \Gamma e^{\gamma z}) \\ V(z) = TV_0^+e^{-\gamma z} \end{cases} \quad (1.3.18)$$

В точке $z = 0$ напряжения должны быть равны, тогда:

$$T = 1 + \Gamma = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_0} \quad (1.3.19)$$

1.4.3 S-параметры (матрица рассеяния)

Как правило, изучаемое микроволновое устройство тестируется с помощью векторного анализатора цепей (ВАЦ, VNA), который измеряет матрицу рассеяния (S -матрицу). Двухпортовое измеряемое устройство ("black box") можно изобразить так, как показано на рис. 12. Для такой системы можно рассчитать различные матрицы 2 на 2, которые связывают напряжения и токи на портах 1 и 2. S -матрица также имеет 4 значения, названные S -параметры.

Так называемые параметры рассеяния (S -параметры) могут быть определены с помощью:

$$S_{i,j} = \frac{V_i^-}{V_j^+} \quad (1.3.20)$$

где i, j указывают, на каком порту измеряется амплитуда напряжения, а $-/+$ указывают амплитуду волн, выходящих/входящих в "black box".

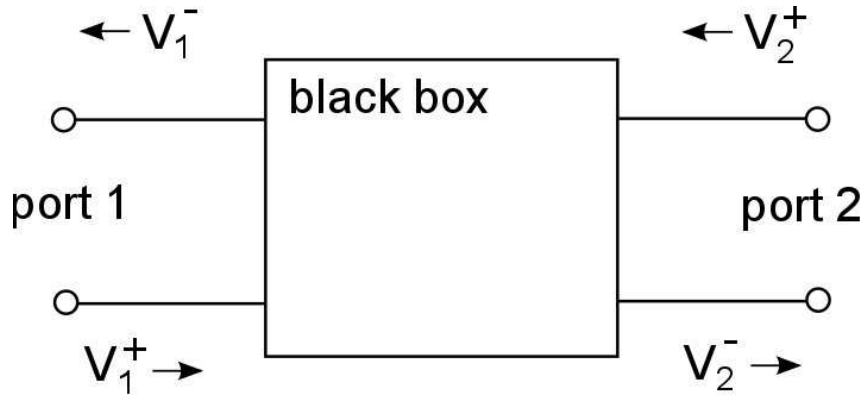


Рис. 12: $V_i^{+/-}$ - амплитуды напряжения падающих или отраженных волн. Черный ящик может содержать неизвестную схему [14]

1.4.4 Резонаторы из длинных линий

Длинные линии могут быть основой для разных радиочастотных устройств. Примером таких устройств являются резонаторы, которые просто представляют собой участки длинной линии с различными граничными условиями: на концах линия может быть либо закороченной ($Z_L = 0$), либо открытой ($Z_L = \infty$). В зависимости от сочетания этих условий на двух границах резонаторы делятся на:

- Открытые $\lambda/2$ резонаторы: $Z_{L1} = Z_{L2} = \infty$
- Закрытые $\lambda/2$ резонаторы: $Z_{L1} = Z_{L2} = 0$
- $\lambda/4$ резонаторы (используемые в данной работе): $Z_{L1} = \infty$, $Z_{L2} = 0$

Рассмотрим резонатор $\lambda/4$. Обозначим импеданс резонатора Z_{0r} во всех точках, кроме концов резонатора, где соответственно по определению: $Z_{L1} = \infty$, $Z_{L2} = 0$. Входной импеданс резонатора в соответствии с формулой 1.3.14 равен:

$$Z_{\lambda/4} = Z_{0r} \tanh[(\alpha + i\beta)l] = Z_{0r} \frac{1 - i \tanh(\alpha l) \cot(\beta l)}{\tanh(\alpha l) - i \cot(\beta l)} \quad (1.3.21)$$

Этот импеданс, зависящий от частоты, имеет резонансный пик на частотах:

$$f_{\lambda/4}^{(n)} = \frac{2n - 1}{4l\sqrt{LC}}, \quad n \in \mathbb{N} \quad (1.3.22)$$

На этой частоте $\beta_n l = \frac{\pi}{2}(2n - 1)$ или $l = \frac{\lambda}{4}(2n - 1)$. При $n = 1$ получается $l = \lambda/4$, поэтому резонатор называется $\lambda/4$. Предполагая, что потери малы $\alpha l \ll 1$ и учитывая малую окрестность резонансной частоты $\Delta f = f - f_{\lambda/4}^{(n)}$, где $|\Delta f| \ll f_1$, мы можем упростить выражение для импеданса резонатора:

$$Z_{\lambda/4} \simeq \frac{Z_{0r}}{\alpha l + i\frac{\pi}{2}\Delta f/f_1} \quad (1.3.23)$$

1.4.5 Добротность резонаторов

Добротность (Q -фактор) является одной из ключевых характеристик резонаторов, определяющей их энергетические свойства и эффективность работы. Она количественно выражает соотношение между запасённой энергией в резонаторе и потерями за один период колебаний. Чем выше добротность, тем меньше потери и тем более узкополосным является резонатор. В зависимости от природы потерь, добротность подразделяется на два основных типа:

- **Внутренняя добротность** Q_i описывает, как возбуждения покидают резонатор при отсутствии связи с какой-либо внешней схемой, поэтому демпфирование в данном случае происходит из-за внутренних дефектов (которые можно рассматривать как двухуровневые системы [15]) в самом резонаторе. Собственная добротность определяется как:

$$Q_i = \frac{\omega_r \langle W_\Sigma \rangle}{P_{\text{loss}}} \quad (1.3.24)$$

где ω_r - резонансная частота, $\langle W_\Sigma \rangle = \langle W_e \rangle + \langle W_m \rangle$ - средняя энергия в резонаторе, равная сумме средних электрической и магнитной энергий в резонаторе, P_{loss} - мощность потерь.

В $\lambda/4$ резонаторах внутренняя добротность может выражаться как:

$$Q_i = \frac{\pi}{4\alpha l}(2n - 1) \quad (1.3.25)$$

- Когда резонатор подключен к внешней схеме, имеющей некоторое активное сопротивление, демпфирование усиливается, а общая добротность уменьшается в соответствии со следующим выражением:

$$Q_l^{-1} = Q_i^{-1} + Re(Q_e^{-1}) \quad (1.3.26)$$

где Q_e - **добротность связи**, которая определяется величиной внешних потерь и способом подключения резонатора.

Распространенным способом измерения резонатора является его емкостное подключение к внешней длинной линии. На эквивалентной схеме такая емкостная связь представлена в виде C_κ , как показано на рис. 13. Конечная/правильно завершенная длинная линия может быть представлена в виде одиночного сопротивления Z_0 , где Z_0 - волновое сопротивление линии; таким образом, два таких сопротивления добавляются к обеим сторонам резонаторного контура. Рассматриваем резонаторы $\lambda/4$ типа, поэтому эквивалентом для каждого из них является параллельный RLC (см. ниже), где C и L - это, соответственно, его эквивалентные емкость и индуктивность, а $R = R_{in}$ характеризует внутреннюю диссипацию. Данное преобразование

к сосредоточенным элементам работает только вблизи резонансного пика. Эквивалентные R, L, C параметры считаются по следующим формулам:

$$R = \frac{Z_0}{\alpha l} \quad (1.3.27a)$$

$$L = \frac{8\tilde{L}l}{\pi^2(2n-1)^2} \quad (1.3.27b)$$

$$C = \frac{\tilde{C}l}{2} \quad (1.3.27c)$$

где $\tilde{C}, \tilde{L}$ - погонная ёмкость и индуктивность, l - длина резонатора.

Его собственная добротность $Q_i = \omega_0 C R_{in}$, где $\omega_0 = \sqrt{1/LC}$ может быть рассчитана на основе определения, когда внешний импеданс не подключен.

Внешнюю добротность Q_e можно вычислить немного более сложным способом. Мы можем преобразовать схему, представленную на рис. 13(а), чтобы явно включить внешние параметры во внутренние. Для этого необходимо преобразовать последовательное соединение ёмкости связи и характеристических сопротивлений в параллельное, как показано на рис. 13(б). R^* и C^* импедансы должны быть выбраны таким образом, чтобы общее сопротивление внешней цепи было таким же, как и до преобразования:

$$\begin{cases} R^* = \frac{1+\omega^2 C_\kappa^2 (Z_0/2)^2}{\omega^2 C_\kappa^2 (Z_0/2)} \\ C^* = \frac{C_\kappa}{1+\omega^2 C_\kappa^2 (Z_0/2)^2} \simeq C_\kappa \end{cases} \quad (1.3.28)$$

Из этого можно легко записать выражение для внутренних, внешних и суммарных добротностей:

$$Q_i = \omega(C + C^*)R_{in} \quad (1.3.29)$$

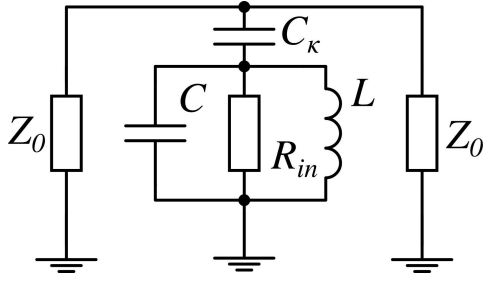
$$Q_e = \omega(C + C^*)R^* \quad (1.3.30)$$

$$Q_l = \omega(C + C^*) \frac{1}{\frac{1}{R_{in}} + \frac{1}{R^*}} \quad (1.3.31)$$

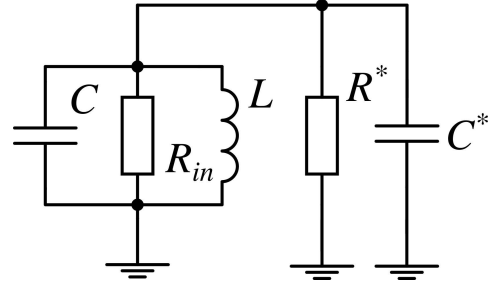
Для оценки формулы 1.3.31 были взяты значения: $C = 616$ фФ, $L = 2.52$ нГн, $R_{in} = 10^7$ Ом, $Z_0 = 50$ Ом. Данные значения были получены из [17] для реального резонатора, используемого в работе. Результат показан на рис. 14

1.4.6 Соединение резонаторов notch типа

Как говорилось выше, распространённым способом измерения резонатора является его ёмкостное подключение к внешней длинной линии. Тогда резонатор можно рассматривать как шунт в считывающей длинной линии, как показано на рис. 15. За исключением определения (1.3.20), существует другой способ вычисления S -матрицы для данного способа измерения. Воспользуемся определениями (1.3.12), (1.3.19):



а) Ёмкостное подключение резонатора к внешней длинной линии



б) Эквивалентное преобразование (а)

Рис. 13: Эквивалентная схема для $\lambda/4$ резонаторов, ёмкостно подключенная к длинной линии вблизи резонатора [16]

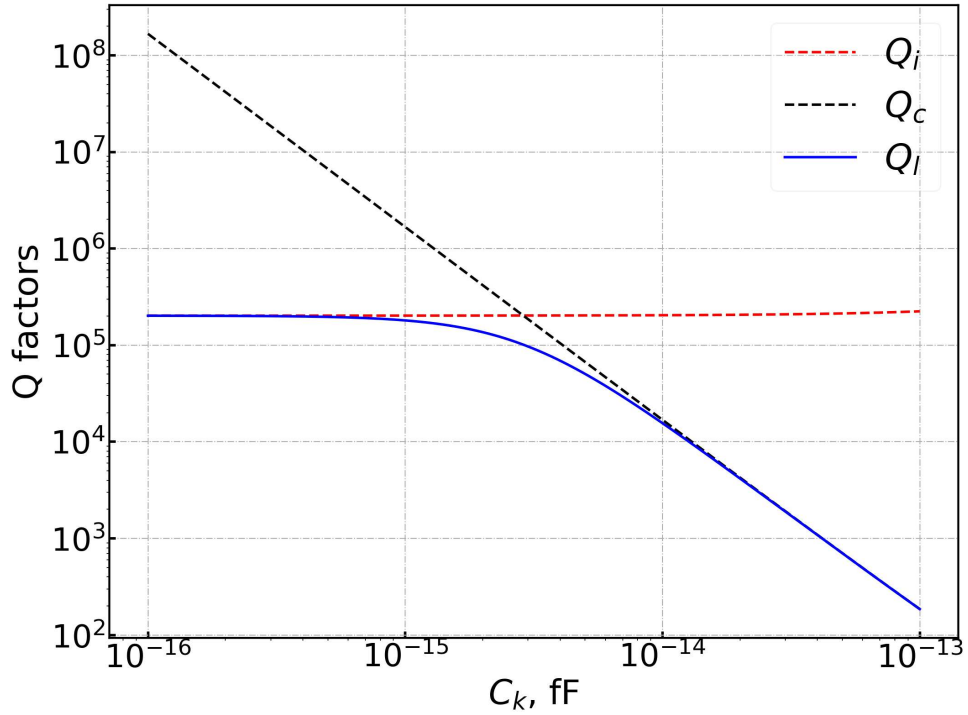


Рис. 14: $Q(C_k)$ по формуле 1.3.31. $Q_i = Q_c$ - критическое значение, достигаемое при $C_k = 2.9$ фФ

$$\Gamma = \frac{Z_{eff} - Z_0}{Z_{eff} + Z_0} = S_{11} = S_{22} \quad (1.3.32a)$$

$$T = \frac{2Z_{eff}}{Z_{eff} + Z_0} = S_{21} = S_{12} \quad (1.3.32b)$$

где $Z_{eff} = Z_0 || Z_{shunt}$, $Z_{shunt} = \frac{1}{i\omega C_k} + 1/i\omega C || R_{in} || i\omega L$ и равенство между S-параметрами выполняется в связи с симметрией. После подстановки Z_{eff} :

$$S_{11} = -\frac{Z_0}{1 + 2Z_{shunt}/Z_0} = S_{22} \quad (1.3.33a)$$

$$S_{21} = \frac{1}{1 + Z_0/2Z_{shunt}} = S_{12}. \quad (1.3.33b)$$

Выражение (1.3.33b) показано на рис. 16 вместе с суммарной добротностью, рассчитанной с помощью (1.3.31) для параметров резонатора, упомянутых выше. Видно, что с увеличением ёмкости связи резонансная частота и суммарная добротность уменьшаются, что и ожидается в соответствии с рис. 14.

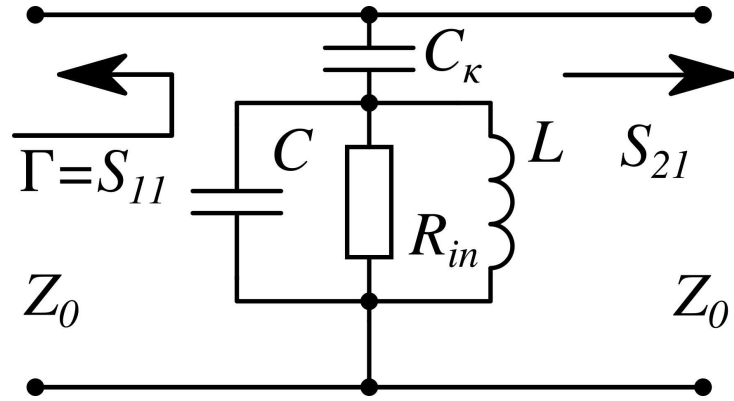


Рис. 15: Длинная линия с notch типом подключения резонатора. Это картинка 13а с подключенной считывающей длинной линией

На эксперименте, в результате измерений при помощи ВАЦ, получается картина, похожая на рис. 16. Однако рассуждения выше не учитывают окружение и часто получаемый на практике асимметричный пик, который принято объяснять возможным рассогласованием импеданса вблизи резонатора или переотражениями на границе чипа. Для учёта таких явлений принято использовать формулу, полученную в [18]:

$$S_{21}^{notch} = (ae^{i\alpha}e^{-2\pi if\tau}) \left(1 - \frac{(Q_l/|Q_c|)e^{i\phi}}{1 + 2iQ_l \left(\frac{f}{f_r} - 1 \right)} \right) \quad (1.3.34)$$

Уравнение состоит из двух частей, описывающих идеальный резонатор и внешнюю среду. Здесь f - опорная частота, f_r - частота резонатора, Q_l и $|Q_c|$ - соответственно полная добротность и добротность связи, а ϕ количественно определяет рассогласование импеданса. Амплитуда a , фазовый сдвиг α и задержка τ , вызванная длиной кабеля и конечной скоростью света, описывают влияние окружающей среды. Асимметричность пика учитывается комплексным значением $Q_c = |Q_c|e^{-i\phi}$ [19].

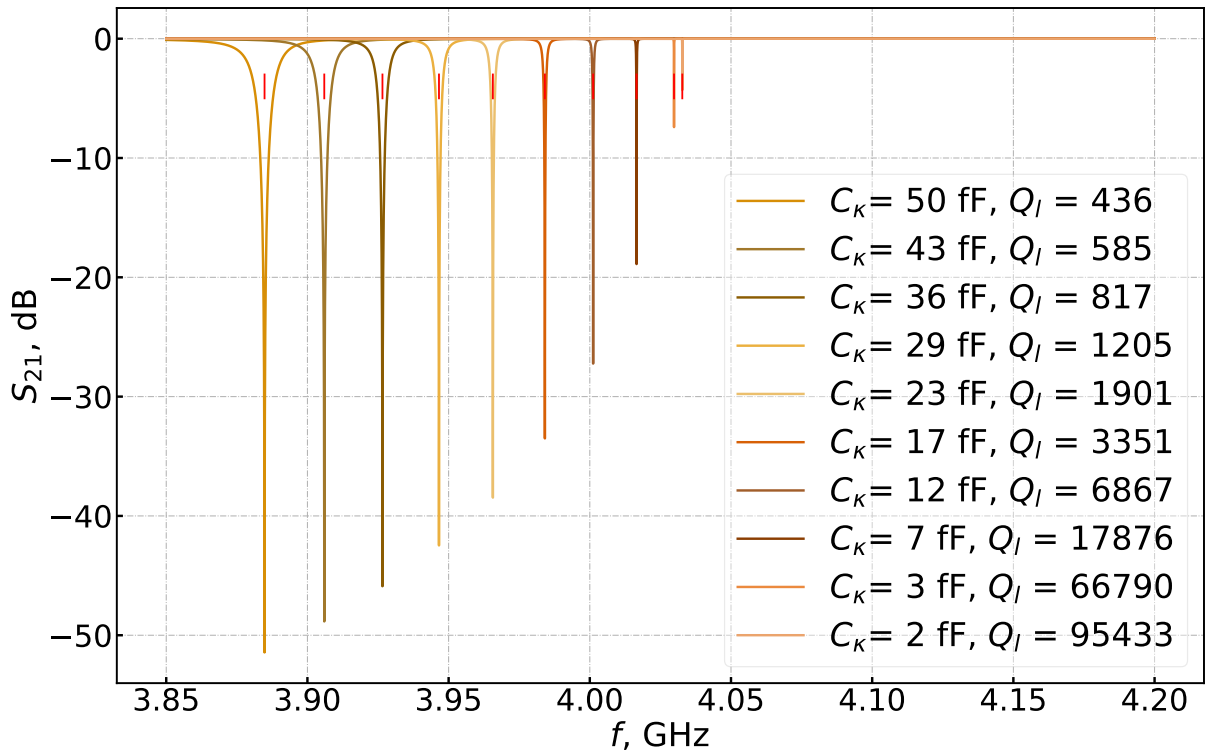


Рис. 16: $|S_{21}(f)|$ из 1.3.32b для различных значений ёмкости связи. Суммарная добротность рассчитывается по формуле 1.3.31. Красными чертами показаны резонансные частоты по формуле $f = 1/\sqrt{L(C + C_\kappa)}$ согласно рис. 13б

1.5 Теория генератора на джозефсоновском переходе

Генерация энергии в джозефсоновских переходах уже давно привлекает внимание как из-за фундаментального интереса, так и из-за потенциала приложений. Например, квантовые компьютеры, работающие в микроволновом диапазоне, требуют передовой управляющей электроники, а использование интегрированных компонентов, работающих при температуре квантовых устройств, потенциально выгодно. Управление такими системами происходит с помощью подачи последовательности микроволновых импульсов, работающих на разных частотах. Этого можно добиться с помощью электроники, работающей вне криостата, но это повлечет за собой большое число широкополосных линий, а также приводит к задержкам и ограничениям.

Источники на джозефсоновском переходе ранее изучались в области радиоастрономии в качестве гетеродинов для приёмников в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах волн [20]. Для работы с квантовыми компьютерами в диапазоне частот ниже 20 ГГц появляются особые требования к очень малому рассеиванию мощности, длительному времени когерентности и низкому уровню шума. Некоторые из этих свойств были ранее исследованы с помощью джозефсоновских переходов, встроенных в резонаторы. Однако подробные рекомендации по проектированию для конкретных применений, как правило, отсутствуют, и остается неясным, будет ли качество сигнала этих систем достаточным для высокоточных операций с кубитами.

Существуют работы, посвященные таким генераторам на чипе в диапазоне частот

работы кубитов в квантовом компьютере [3], [21]. Ключевым аспектом работы таких генераторов является фазовая синхронизация излучения, которая существенно зависит от шунтирующей ёмкости джозефсоновского перехода. Как показано в работах [22],[23], наличие ёмкостного шунтирования или ёмкости контакта способствует подавлению фазовых флуктуаций и стабилизации частоты излучения, что критически важно для минимизации декогеренции кубитов. Дальнейшее развитие таких генераторов связано с оптимизацией параметров джозефсоновских переходов и их интеграцией в масштабируемые схемы управления кубитами, что открывает возможности для создания компактных и энергоэффективных квантовых процессоров.

1.6 Планарный конденсатор

Металлизация на чипе, имея форму электродов с зазубренными концами, обладает ёмкостью, то есть является конденсатором. В данной работе для шунтирования дополнительной ёмкостью джозефсоновского контакта будет использоваться данный тип конденсатора, так как такая форма является оптимальной для увеличения ёмкости в планарной структуре. Результат измерений ёмкости такого конденсатора, используемого в работе, можно посмотреть в бакалаврской работе [24]. Конденсатор такого типа носит название "пальчикового" конденсатора. Одна из ранних моделей пальцевого конденсатора была основана на теории полосковых линий связи без потерь [25]. Эта модель используется до сих пор, поскольку экспериментальные значения хорошо согласуются с предложенным методом расчета емкости [26]. Усовершенствование модели произошло при использовании метода конформных преобразований для оценки ёмкости с бесконечным верхним слоем [27]. Используя метод конформных преобразований и метод частичных ёмкостей [28], была произведена оценка для ёмкости на многослойной подложке, принимая во внимание ёмкости между пальцами, а также граничную ёмкость на внешних пальцах [29]. С помощью данной модели были получены более точные выражения для расчета ёмкости, подтвержденные экспериментальными данными, по сравнению с результатами других моделей (см. рис. 17)

Суммарная ёмкость планарного конденсатора в рамках такой модели представляется как зависимость от ёмкости внешнего и внутреннего электрода по следующей формуле:

$$C_t = (N - 3) \frac{C_I}{2} + 2 \frac{C_I C_E}{C_I + C_E} \quad (1.4.1)$$

где N - число пальцев конденсатора, C_I - ёмкость внутреннего электрода (пальца), C_E - ёмкость внешнего электрода.

Ёмкость внутреннего, внешнего электрода в общем случае подсчитывается по следующей формуле:

$$C_{I/E} = \varepsilon_0 L \left(\frac{K(k_{I/E,\infty})}{K(k'_{I/E,\infty})} + (\varepsilon_1 - 1) \frac{K(k_{I/E,1})}{K(k'_{I/E,1})} + \varepsilon_s \frac{K(k_{I/E,\infty})}{K(k'_{I/E,\infty})} \right) \quad (1.4.2)$$

где L - длина пальца, ε_1 - диэлектрическая проницаемость чувствительного слоя подложки, ε_s - диэлектрическая проницаемость всего оставшегося слоя подложки, K - эллиптический интеграл первого рода. Вид аргументов эллиптических интегралов в полном виде представлен в [29].

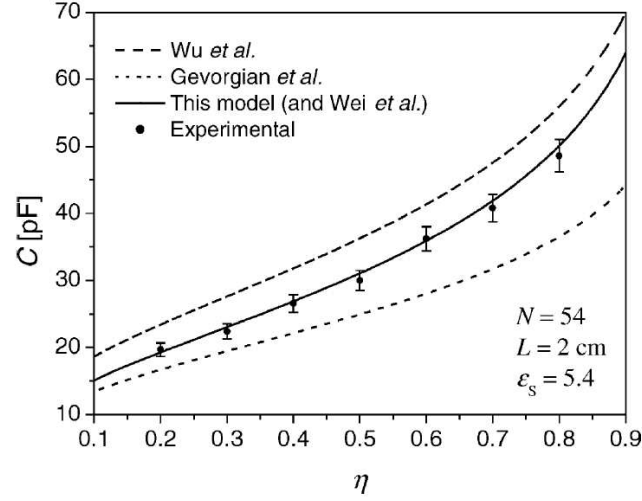


Рис. 17: Зависимость ёмкости от параметра металлизации η (отношение ширины металла к периоду структуры) [29]. Сравнение данной модели, описываемой полученными экспериментальными данными, с моделями [27], [30].

2 Технология изготовления образцов

В данной главе рассматриваются основные технологические процессы изготовления сверхпроводящих чипов в данной работе, включая методы напыления тонких плёнок, фотолитографии, травления и формирования диффузионных джозефсоновских переходов. Особое внимание уделяется влиянию технологических параметров на электрофизические свойства чипов, что критически важно для последующих измерений их характеристик и обеспечению воспроизводимости структуры.

2.1 Напыление плёнок

Процесс напыления тонких плёнок является одним из ключевых этапов изготовления сверхпроводящих чипов, поскольку именно от качества и структуры напылённого слоя зависят их электрофизические свойства, включая критическую температуру и уровень дефектности. Среди множества методов осаждения материалов наибольшее распространение в производстве сверхпроводящих структур получили магнетронное и электронно-лучевое напыление, обеспечивающие высокую степень контроля параметров плёнки и их воспроизводимость.

Магнетронное напыление. Напыление, основанное на плазменном распылении мишени в магнитном поле, позволяет получать однородные плёнки, что важно для сверхпроводников, таких как ниобий. В этой работе бислои ниобий/медь и ниобий были нанесены на пустые подложки высокоомного кремния с использованием специально разработанной установки для магнетронного распыления (см. рис. 28). Подложки были предварительно промыты в ацетоне и IPA несколько раз, а также очищены физическим травлением в аргоне плазмы внутри распылительного устройства непосредственно перед нанесением плёнки.

Предочистка подложки	Продолжительность	30 сек, 2 раза пауза 60 сек
	Давление аргона	$4.05 \cdot 10^{-3}$ мбар
	АС мощность	80 Вт
	Постоянное напряжение	424
Cu напыление	Толщина	53.5 нм
	Давление аргона	$4.01 \cdot 10^{-3}$ мбар
	АС мощность	200 Вт
	Постоянное напряжение	460 В
Nb напыление	Толщина	101.4 нм
	Давление аргона	$4 \cdot 10^{-3}$ мбар
	АС мощность	200 Вт
	Постоянное напряжение	428 В

Таблица 1: Параметры напыления бислоя Nb/Cu. В случае напыления только Nb изменения параметров по сравнению с данными в таблице не существенны

Электронно-лучевое напыление. Обеспечивает высокую чистоту осаждаемого

слоя за счёт локального нагрева мишени электронным пучком в условиях глубокого вакуума, что минимизирует включения примесей и дефекты. В данной работе методом электронно-лучевого напыления были нанесены алюминиевые маски для последующего травления зазоров для контактов SNS. Для этой цели в Центре коллективного пользования МФТИ была использована установка Plassys MEB 550 S.

Al напыление	Толщина	20 нм
	Давление в камере	$7.0 \cdot 10^{-7}$ мбар
	Ток	170 мА
	Скорость напыления	0.07 нм/сек
Al удаление	Щелочь	KOH 1 % , 15 s

Таблица 2: Параметры напыления Al масок в качестве защитного слоя для дальнейшего формирования SNS переходов

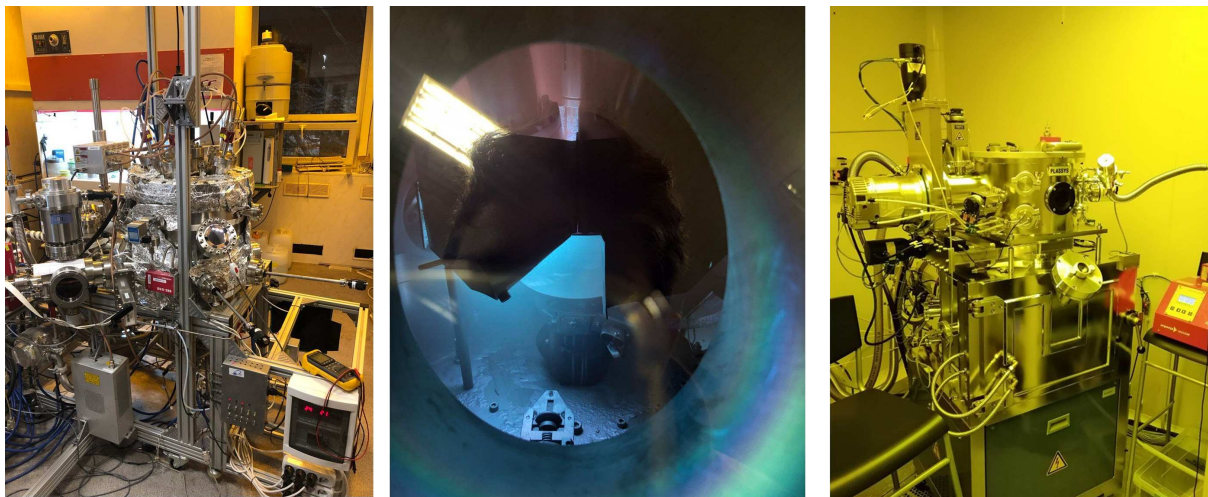


Рис. 18: Слева - специально разработанная установка для магнетронного распыления в ИФТТ РАН. Справа - система электронно-лучевого напыления Plassys MEB 550 S

2.2 Литография

2.2.1 Общая информация

Литография является одним из основных процессов при изготовлении наноструктур [31]. Литография основана на использовании резистов, свойства которых, в основном растворимость, изменяются под воздействием излучения высокой энергии. Основными этапами литографии являются:

- нанесение резиста на поверхность подложки
- облучение (экспонирование)
- проявление - растворение только засвеченной области резиста
- напыление материала или травление

- растворение оставшегося резиста

Схематично данные этапы показаны на рис. 19

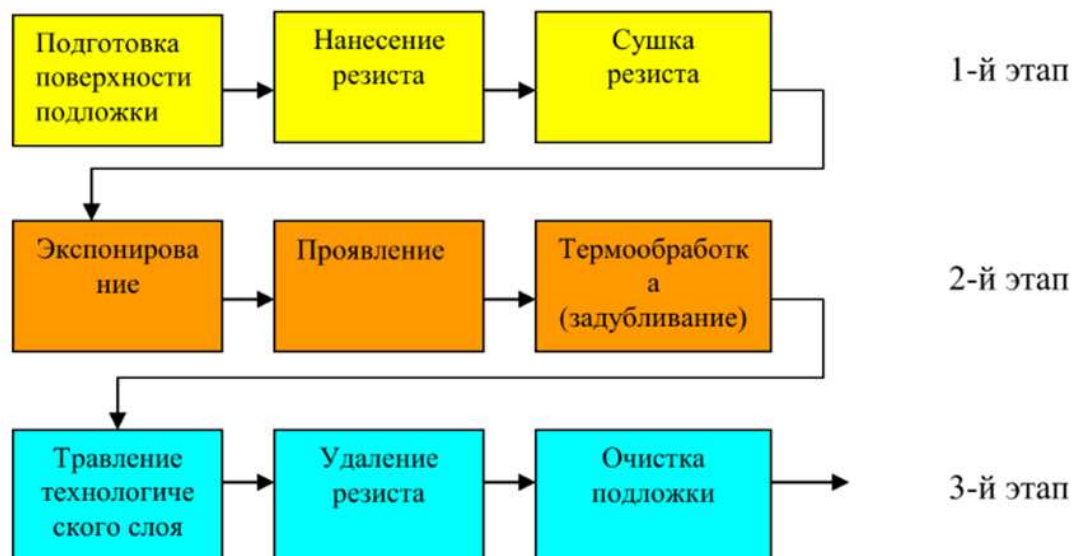


Рис. 19: Этапы литографии при изготовлении чипа

Резисты чаще всего представляют собой органические многокомпонентные полимерные композиции, чувствительные к воздействию некоторых видов высокоэнергетического излучения. По реакции на излучение резисты делятся на положительные (когда освещенный участок становится более растворимым и исчезает во время проявки) и отрицательные (когда освещенный участок становится менее растворимым и остается во время проявки). Наиболее распространены следующие виды литографии по методу экспонирования:

- 1) **Фотолитография с использованием оптической маски.** В данном методе для экспонирования фоторезиста применяется свет видимого или ультрафиолетового диапазона, проходящий через заранее изготовленную маску с заданным рисунком. Этот подход широко распространён в серийном производстве наноструктур, поскольку позволяет массово воспроизводить идентичные шаблоны на множестве образцов.
- 2) **Лазерная литография.** В этом случае экспонирование резиста осуществляется сфокусированным лазерным лучом, который перемещается по поверхности по заранее заданной траектории. В отличие от фотолитографии с маской, данный метод не требует изготовления физических шаблонов, что обеспечивает большую гибкость и удобство на этапе исследований.
- 3) **Электронно-лучевая литография (EBL).** Метод основан на использовании сфокусированного электронного пучка, который сканирует поверхность с высокой точностью благодаря системе магнитных линз. Как и в лазерной литографии, луч последовательно экспонирует участки резиста в соответствии с запрограммированным рисунком. Главное преимущество EBL - исключительно высокое разрешение (от 500 до 20 нм), что делает его незаменимым при создании наноструктур. Однако

основным ограничением метода является низкая скорость экспонирования. Джозефсоновские переходы формируются данным методом в работе.

2.2.2 Используемое оборудование

На разных этапах изготовления образцов использовались два вида литографии: лазерная литография - для создания крупных структур, таких как волноводы и резонаторы, конденсаторы, и электронно-лучевая литография - для создания джозефсоновских переходов.

Лазерная литография. Изготовление крупных структур проводилось в чистой комнате Центра коллективного пользования МФТИ. Для литографии использовался лазерный литограф Heidelberg Instruments MLA100 и позитивный фоторезист AZ1518.

Этап	Параметр	Значение
Подготовка образца	Очистка	Ацетон, ультразвук 1 мин
Резист	Название	AZ1518
	Нанесение	4000 об/мин, 90 сек
	Сушка	Нагревательная плита 100 °С, 120 с
	Проявление	КОН 1%, 40 с
	Удаление	Ацетон 10 с, ультразвук 30 с + IPA
Литография	Доза	75 мДж/см ²

Таблица 3: Параметры процесса оптической литографии

Электронная литография. Для создания джозефсоновских переходов необходимо протравить зазор шириной 200-600 нм. Для этого используется установка электронно-лучевой литографии Crestec CABL-9000C и позитивный резист ARP 6200.

Этап	Параметр	Значение
Подготовка образца	Очистка	Ацетон, изопропанол (IPA)
Подготовка	Нагрев	нагревательная плита 160°C, 10 мин
Резист	Название	AR-P 6200
	Нанесение	5000 об/мин, 60 сек
	Прогрев	Нагревательная плита 160°C, 5 мин
	Проявление	1) AR600 60 сек; 2) IPA, 30 с
	Удаление	-
Литография	Ток	270 пА
	Время на точку	1 мкс
	Доза	120 мДж/см ²
	Поле	300x300 мкм ²
	Количество точек	20000

Таблица 4: Параметры процесса электронной литографии

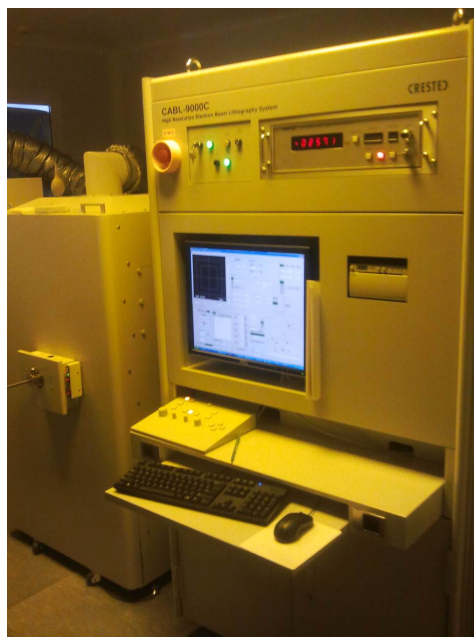


Рис. 20: Слева - оптический литограф Heidelberg Instruments MLA100. Справа - электронный литограф Crestec CABL-9000C

2.3 Травление

Травление представляет собой метод удаления материала с поверхности чипа с использованием заранее сформированного защитного маскирующего слоя (резиста). Современные технологии травления подразделяются на два принципиально различных класса: жидкофазные (мокрые) и газофазные (сухие) методы.

Сухое травление осуществляется в газовой среде без применения жидких химических реагентов. В данной категории выделяют несколько ключевых технологических подходов:

- **Физическое ионное травление (IBE).** В данном процессе удаление материала происходит за счет механического воздействия высокоэнергетических ионов аргона (Ar^+), которые передают свой импульс атомам обрабатываемой поверхности. Этот метод основан исключительно на физических принципах взаимодействия частиц.
- **Плазмохимическое травление (PE).** Технология использует химическую активность нейтральных частиц (атомов фтора или хлора), генерируемых в плазме. Эти активные компоненты диффундируют к поверхности и вступают в химические реакции с материалом подложки, образуя летучие соединения, которые легко удаляются из зоны обработки. Плазма в данном случае служит исключительно источником химически активных реагентов.
- **Реактивно-ионное травление (RIE).** Комбинированный метод, сочетающий физическое и химическое воздействие. Ионы, ускоренные в плазме, не только вызывают физическое распыление материала, но и инициируют химические

Этап	Параметр	Значение
Подготовка образца	Очистка	Ацетон, изопропанол (IPA)
Подготовка	Нагрев	Нагревательная плита 160°C, 10 мин
Резист	Название	PMMA A4 950K
	Нанесение	4000 об/мин, 60 сек
	Прогрев	Нагревательная плита 160°C, 5 мин
	Проявление	1) MIBK+IPA (1:3), 90 с; 2) IPA, 30 с
	Удаление	NMP, 80°C, 5 мин
Литография	Ток	1.1 нА
	Время на точку	1 мкс
	Доза	500 мДж/см ²
	Поле	300x300 мкм ²
	Количество точек	20000

Таблица 5: Параметры процесса электронной литографии для защитного слоя Al масок

реакции на поверхности, что обеспечивает высокую степень анизотропности обработки. Данная технология объединяет преимущества физических и химических методов травления.

Физическое ионное травление. Для удаления слоя меди с чипа использовалась установка плазмо-химического травления ICPE Sorial 200I в Центре коллективного пользования МФТИ.

Параметр	Значение
Тип плазмы	Ar (аргон)
Расход Ar	30 sccm
Рабочее давление	2.4 мТорр
Мощность RF	25 Вт
Скорость травления	2.5 нм/мин

Таблица 6: Параметры плазменного травления для меди

Плазмохимическое травление. Для удаления слоя ниобия с чипа использовалась установка плазмо-химического травления ICPE Sorial 200I в Центре коллективного пользования МФТИ.

Параметр	Значение
Тип плазмы	CHF ₃
Расход CHF ₃	40 sccm
Рабочее давление	3.3 мТорр
Мощность RF	25 Вт
Скорость травления	20 нм/мин

Таблица 7: Параметры плазмо-химического травления ниобия

3 Экспериментальная часть

3.1 Криостат растворения

3.1.1 Система криостата

Для работы и исследований с сверхпроводниками требуются температуры порядка нескольких Кельвин. Для обнаружения сверхпроводящих квантовых явлений чаще всего требуется температура намного ниже критической температуры сверхпроводника, к тому же понижение температуры уменьшает шумы, которые мешают наблюдать квантовые эффекты. Для получения таких температур использовался криостат растворения BlueFors LD250 [32] с базовой температурой $T = 10$ мК.

Криостат состоит из вакуумной камеры и системы охлаждения. Система охлаждения разделяется на две подсистемы. Первая - двухступенчатая система PulseTube от Cryomech Inc. (PT 410), поддерживаемая работой компрессора, которая способна охлаждать криостат до температуры 4 К. Вторая - система циркуляции смеси изотопов He3/He4. PulseTube обеспечивает первоначальное охлаждение для конденсации смеси, что необходимо для работы цикла циркуляции. Работа единой системы криостата более сложна и состоит из многого дополнительного оборудования.

Вакуумная камера (см. рис. 21А) представляет собой шесть металлических плит (фланцев), расположенных одна над другой, которые разделены друг от друга термически термовыключателями. Базовая температура самой нижней пластины составляет 10 мК. Перед началом работы открытую вакуумную камеру "одевают" четырьмя защитными цилиндрическими экранами, которые позволяют поддерживать высокий вакуум и защищают камеру от теплопередачи через излучение (на рисунке не показаны). Внешний экран герметичен и позволяет поддерживать высокий вакуум внутри криостата.

Различные стадии процесса охлаждения выполняются на разных плитах, поэтому фланцы имеют разную основную температуру и мощность охлаждения. Верхний фланец закрывает криостат сверху, поэтому в нем поддерживается комнатная температура. Далее следует пластина 50К, затем плита 4К, они охлаждаются первой и второй ступенями PulseTube соответственно. Ниже приведены еще плита still с $T = 1$ К, cold plate с $T = 100$ мК и самая нижняя камера смешивания (MC) с $T = 10$ мК. От самой верхней плиты к самой нижней проходит трубопровод для циркуляции смеси He3/He4. На нижней плите расположена камера смешивания, где смесь охлаждается до минимальной температуры - 10 мК. Для работы криостата требуется ряд специального вспомогательного оборудования, такого как компрессоры, предварительные вакуумные и турбомолекулярные насосы, азотные ловушки для гелиевого трубопровода, пневматическая система автоматического переключения клапанов.

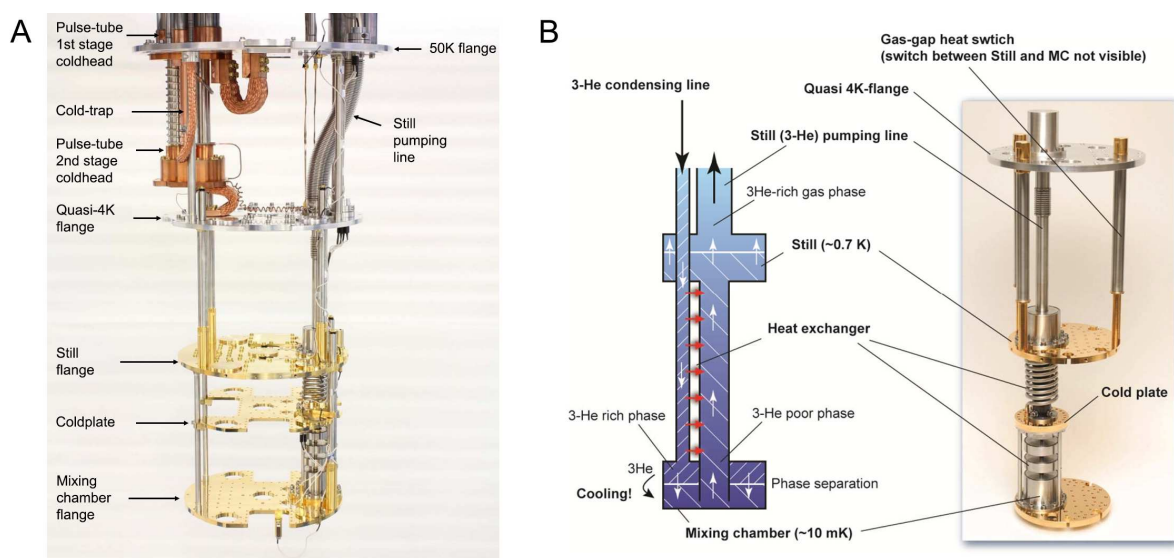


Рис. 21: А - конструкция криостата BlueFors LD250. На изображении видно пять из шести плит, так как верхняя закрывает криостат и находится при комнатной температуре [32]. В - расположение линии циркуляции $^3\text{He}/^4\text{He}$, с камерой смешивания на нижней плите

3.1.2 Принцип работы систем охлаждения

PulseTube. PulseTube является ключевым компонентом современных криостатов растворения, используемых для достижения сверхнизких температур (вплоть до мК диапазона). Данная система охлаждения заменяет традиционный Gifford-McMahon (GM) во многих современных криостатах растворения, поскольку в нем отсутствуют движущиеся части на холодном конце внутри криостата, что снижает вибрацию и повышает надежность. Его основная задача заключается в предварительном охлаждении промежуточных ступеней криостата для разбавления (например, от 300 K до 4 K или даже ниже), что снижает тепловую нагрузку на установку для растворения гелием (которая обеспечивает окончательное охлаждение до температуры мК). Рабочим газом обычно является ^4He или ^3He .

Работа охладителя PulseTube основана на цикле Стирлинга [33]. Классический цикл Стирлинга состоит из четырёх процессов (два изотермических и два изохорных), в которых газ (обычно гелий) попеременно: сжимается, охлаждается, расширяется, нагревается (см. рис. 22А). В обычном цикле Стирлинга для этого используется поршень и вытеснитель, но в PulseTube вытеснитель заменён на акустические колебания газа и фазовое разделение. Качественная схема PulseTube показана на рис. 22В. Секции X_1 и X_3 представляют собой тепловые резервуары с высокой температурой T_H (обычно комнатной), X_L - охлаждаемый резервуар с низкой температурой T_L . Между резервуарами X_1 и X_L расположен регенеративный теплообменник, или просто регенератор. В этой системе компрессор циклически включается и выключается. Газ сжимается компрессором до температуры T_H , затем газ проходит через регенератор, который охлаждает его до температуры T_L . Попадая в tube газ вытесняет газ, уже находящийся в tube, дальше в резервуар, сжимая его, из-за этого в

резервуаре выделяется тепло. Затем компрессор выключается, и газ начинает возвращаться, расширяясь. Именно в этот момент происходит охлаждение резервуара X_L . Из резервуара газ поступает через узкое отверстие O_1 , которое регулирует степень расширения для достижения оптимальной производительности. Возвращаясь обратно, газ проходит через регенератор и нагревается до температуры T_H , затем цикл повторяется.

1. **Сжатие.** Компрессор нагнетает горячий высоко-давленный гелий в систему (21.5 Барр). Газ проходит через регенератор, отдавая тепло его матрице.
2. **Передача тепла (аналог изохорного охлаждения).** Газ движется к горячему концу Pulse Tube, где тепло отводится в теплообменник. Давление высокое, но газ уже немного остыл.
3. **Расширение.** Давление падает, газ расширяется в холодном конце Pulse Tube, поглощая тепло.
4. **Восстановление фазы (аналог изохорного нагрева).** Холодный газ возвращается через регенератор, забирая накопленное тепло. Импедансная трубка или резервуар обеспечивает фазовый сдвиг, синхронизируя колебания.

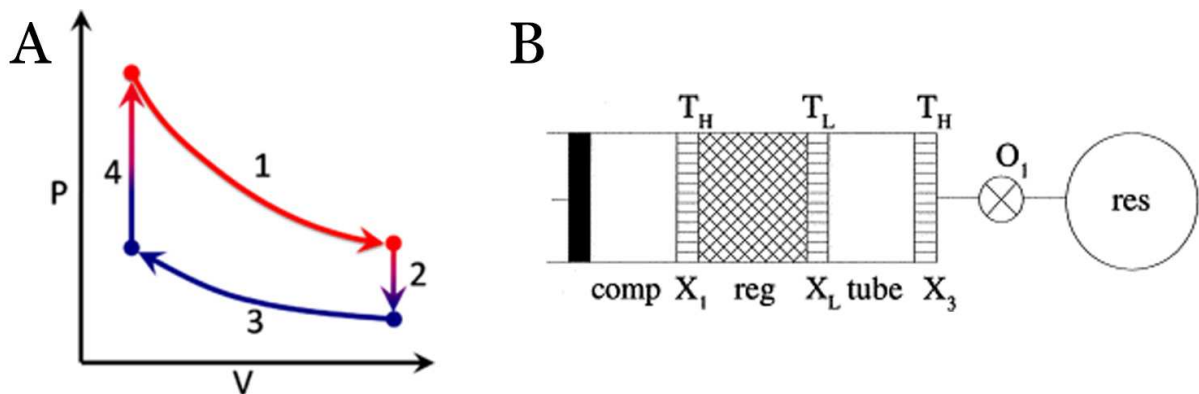


Рис. 22: А - PV диаграмма идеального цикла Стирлинга. В - качественная схема работы PulseTube [33]

Циркуляция He^3/He^4 . Охлаждение до 10 мК основано на характеристиках смеси изотопов He^3/He^4 [34]. Ниже 0.8 К на фазовой диаграмме (см. рис. 23А) есть область, в которой смесь не может существовать как единое целое и делится на две фазы: с высокой концентрацией He^3 (богатая фаза) и с более низкой (бедная фаза). В криостате смесительная камера (mixing chamber) расположена на самой нижней плите, на которой расположена граница между фазами (рис. 21В). Поскольку бедная фаза тяжелее богатой, она заполняет нижнюю часть смесительной камеры. Часть смеси в смесительной камере под действием силы тяжести перемещается над выходным отверстием трубы для перекачки. Таким образом, обогащенная фаза He^3 отделяется от контура перекачки бедной фазой. В связи с тем, что давление насыщенных

паров He3 значительно выше давления паров He4 (см. рис. 23В), именно He3 в основном откачивается из бедной фазы во время перекачки (даже несмотря на то, что его концентрация в этой фазе невелика). Таким образом, в бедной фазе наблюдается недостаток He3 , и из-за осмотического давления атомы He3 переносятся в бедную фазу из богатой. И здесь мы подходим к главному: поскольку энтальпия He3 в бедной фазе выше, чем в богатой, необходимо затратить энергию на перенос атома He3 в бедную фазу из богатой. Эта энергия берется из стенок камеры смешения и окружающей среды, и таким образом происходит охлаждение до 10 мК. В итоге получаем замкнутый контур: He3 циркулирует по системе, растворяясь, откачиваясь, и поступая обратно туда, откуда растворился.

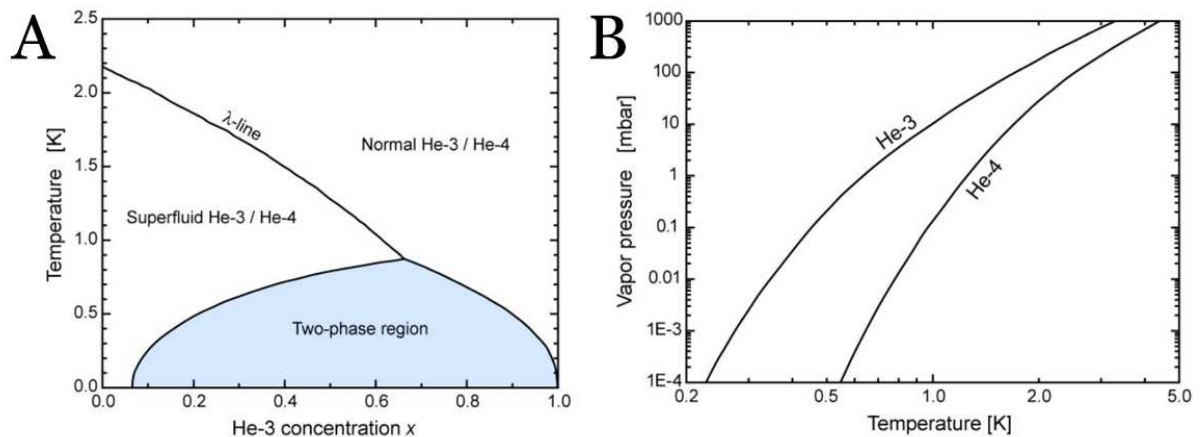


Рис. 23: А - фазовая диаграмма смеси $\text{He3}/\text{He4}$. При заправке танка криостата смесью $\text{He3}/\text{He4}$ фиксируется абсцисса на фазовой диаграмме. В - зависимость давления насыщенных паров от температуры для He3 и He4

Суммарный цикл. Криостат растворения переходит в рабочий режим (плиты охлаждаются до базовых температур) благодаря принципам охлаждения, описанным выше. Сначала криостат предварительно охлаждается с помощью вспомогательной системы, в нашем случае PulseTube, до температуры около 4 К. Данный процесс занимает, примерно, 1.5 суток. Затем с помощью компрессора в гелиевый контур подается смесь изотопов $\text{He3}/\text{He4}$ под давлением около 1.8 бар, чтобы температура конденсации He3 повысилась (по сравнению с атмосферным давлением), что ускоряет процесс охлаждения и делает его более стабильным. Между 4К плитой и still пластинами смесь протекает с сопротивлением потоку через пористую среду, поэтому за счет эффекта Джоуля-Томсона происходит дальнейшее охлаждение и конденсация смеси. На конденсацию всей смеси, содержащейся в танке требуется около 2.5 часов. Смесь закачивается в линию циркуляции небольшими порциями, открывая клапан, соединяющий танк с линией циркуляции на небольшие промежутки времени. После конденсации смеси включается турбо молекулярный насос, и охлаждение продолжается до базовой температуры нижней плиты за счет интенсивного испарения. После этого криостат переходит в рабочий режим, и нижняя пластина охлаждается до тем-

пературы 10 мК за счет процесса перемещения атомов He3 через границу богатой и бедной фаз. Как правило, при проведении экспериментов требуются несколько раз измерения в области температур от 10 К до базовой при одной и той же загрузке криостата. В связи с этим все процессы охлаждения автоматизированы в специальном программном обеспечении BlueFors, что делает измерения и работу с криостатом достаточно мобильными.

3.2 Криостат attoDRY1000

Криостат attoDRY1000 обладает существенными преимуществами в скорости проведения измерений по сравнению с BlueFors LD 250, поскольку обеспечивает быстрое охлаждение. Данный криостат охлаждается до своей базовой температуры $T = 3.8 \text{ K}$ за несколько часов, что позволяет проводить эксперимент за день. В данной работе я часто прибегал к его использованию, когда была необходимость проверить работу чипов. Поскольку проверка работы чипов проходит в СВЧ диапазоне, то в ходе работы была придумана специальная вставка для измерений СВЧ в attoDRY1000, показанная на рис. 24

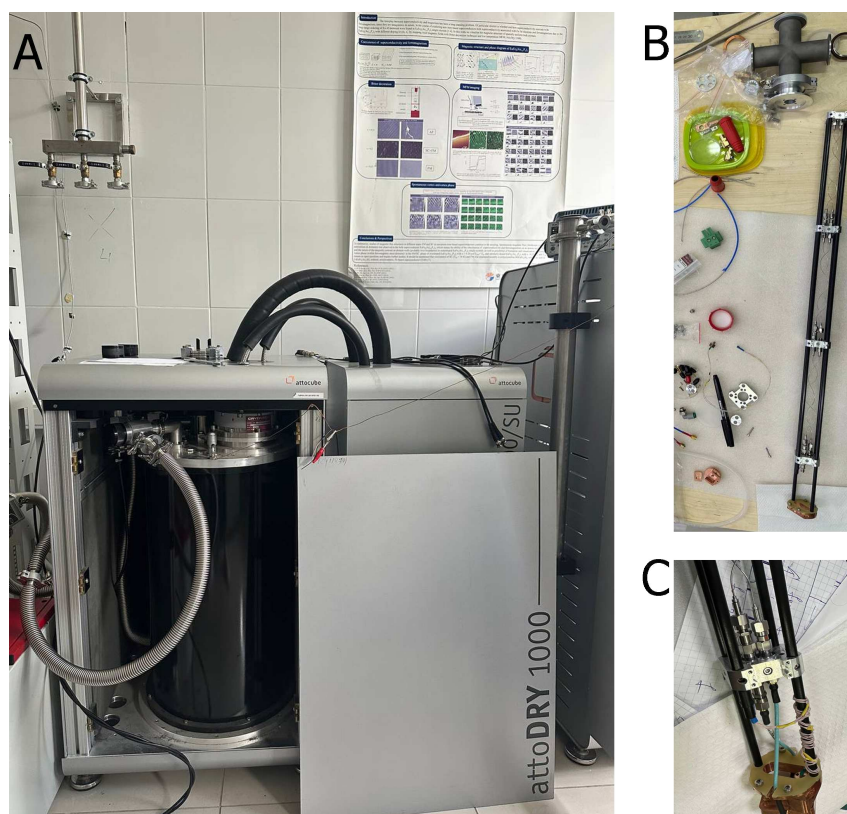


Рис. 24: А - криостат замкнутого цикла AttoDry 1000. В,С - вставка для СВЧ измерений в криостат AttoDry 1000 в момент сборки

3.3 Держатели образцов

В данном исследовании проводилось множество экспериментов. Для разных целей экспериментов использовались разные держатели. Были эксперименты, в которых целесообразно было использовать держатель только для измерений по постоянному току. Работа резонаторов и генератора могла быть проверена только в держателе с СВЧ разъёмами и дополнительными разъёмами для измерений по постоянному току.

3.3.1 Держатель для измерений по постоянному току

В ходе экспериментов только по постоянному току был использован держатель, показанный на рис. 25А. Держатель состоит из основания, верхней крышки и печатной платы. В центре платы вырезано отверстие под чип размера 10x10 мм. Основание и крышка держателя сделаны из меди и позолочены. Их форма определялась формой внешнего держателя, непосредственно прикреплённого к криостату. На держателе располагается 24 пина для измерений по постоянному току, что позволяет одновременно измерять 6 образцов по 4-х точечной схеме.

3.3.2 Держатель для RF+DC измерений

Исследования резонаторов и генераторов проводятся в СВЧ диапазоне, что накладывает определенные требования на держатель и линии в эксперименте. Резонаторы изготавливаются для работы в ГГц диапазоне. Однако длины волн в ГГц диапазоне становятся такого же порядка, как и размеры в держателе, что может вызывать паразитные моды [35]. Такие установившиеся моды в полостях вызывают отражение и поглощение передаваемого сигнала. Чтобы избежать искажения передаваемого сигнала, необходимо уменьшить размер полостей в держателе до размера, при котором все паразитные моды будут находиться выше интересующей области частот. С другой стороны, присутствие металла слишком близко к волноводу приведет к изменению его характеристик, что является нежелательным. Чтобы избежать подобных эффектов, достаточно, чтобы расстояние от волновода до стенок держателя было больше, чем размеры волновода. Оба эти момента были учтены при проектировании держателя [11].

Держатель состоит из основания, верхней крышки и печатной платы. Печатная плата изготовлена на основе специального диэлектрика для микроволнового диапазона AD1000 с $\epsilon = 10,2$ и толщиной около 0.5 мм. Геометрические размеры планарного волновода влияют на его сопротивление [36]. Чтобы уменьшить отражения передаваемого сигнала через волновод, он должен быть согласован с помощью внешней измерительной системы, то есть полное сопротивление волновода должно быть равно полному сопротивлению разъемов $Z_{out} = 50$ Ом. В центре платы вырезано отверстие под чип размера 10x10 мм. Основание и крышка держателя сделаны из меди и позолочены. Форма держателя такова, что позволяет прикрепляться к МС плате

в криостате. На держателе располагается 16 пинов для измерений по постоянному току, что позволяет одновременно измерять 4 образца по 4-х точечной схеме и 3 СВЧ линии, что позволяет сформировать центральную линию для измерения резонаторов и одну дополнительную СВЧ линию, например, для изучения ступеней Шапиро [10]. Держатель показан на рис. 25В.

3.3.3 Держатель для RF измерений в attoDRY1000

Одна загрузка с несколькими экспериментами в криостате растворения BlueFors LD250 занимает, примерно, два месяца. В связи с этим фактом хотелось бы перед длительной загрузкой криостата проверить работоспособность чипа. В ходе магистерской работы был изготовлен держатель для СВЧ измерений и изготовлена вставка с СВЧ линиями для криостата attoDRY1000. Данный криостат позволяет проверить наличие рабочих резонаторов меньше чем за сутки, что определённо упрощает и ускоряет экспериментальную работу.

Держатель состоит из основания, верхней крышки и печатной платы. Печатная плата изготовлена на основе специального диэлектрика для микроволнового диапазона AD1000 с $\epsilon = 10,2$ и толщиной около 0.5 мм. Аналогично предыдущему держателю центральный волновод имеет геометрические размеры, соответствующие согласованию линии на 50 Ом. Центральная линия имеет ширину 400 мкм, а зазоры до земли составляют 200 мкм. Плата с держателем показана на рисунке 25С.

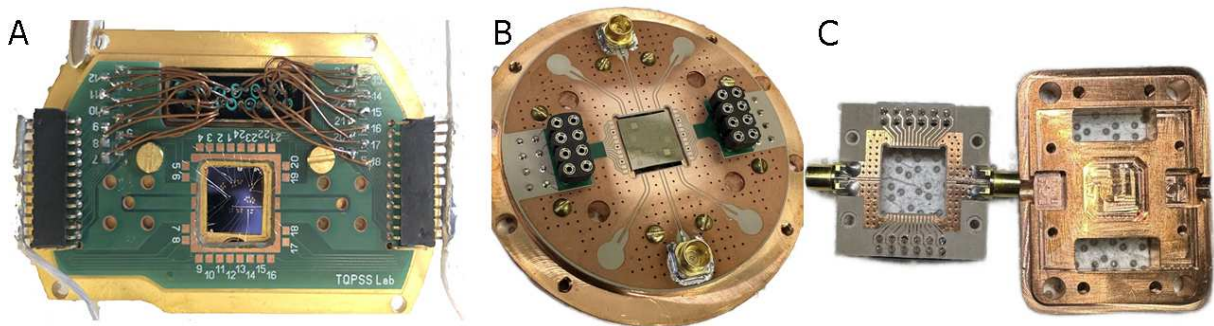


Рис. 25: Держатели для образцов, используемые в работе. А - держатель образца для DC измерений. В - для RF+DC измерений. С - Печатная плата и основание держателя для RF измерений в криостате attoDRY1000

3.4 Оборудование для бондирования

Контактные площадки на держателе соединены с контактами на чипе при помощи ультразвуковой сварки. В данной работе использовалась установка фирмы Kulicke and Soffa Industries (модель 4526). Тонкая алюминиевая нить диаметром около 20 микрон прижимается к контактной площадке с помощью небольшой наковальни и приваривается с помощью ультразвука. В зависимости от материала, к которому

происходит бондирование, на установке выбираются разные параметры мощности, времени и силы прижатия при сварке.

Наличие закороток на чипе и, соответственно, возможную работоспособность чипа можно проверить еще при комнатной температуре по сопротивлению между центральной линией и землёй на чипе или образцами и землёй. Значение сопротивлений, которые могут получаться в случае успешного изготовления чипа, - это некоторые эмпирические значения, которые нарабатываются опытом, так как разные подложки из высокоомного кремния могут иметь разные значения проводимости, а также разная геометрия для протекания тока может влиять на значение сопротивления. Например, для высокоомного кремния из Франции (компания SIEGERT), для чипа с напылённым ниобием, и зазором между центральной линией и землёй в 17 мкм, значение сопротивления составляет, примерно, 1.7 кОм. А сопротивление центральной линии составляет, примерно, 600 Ом.

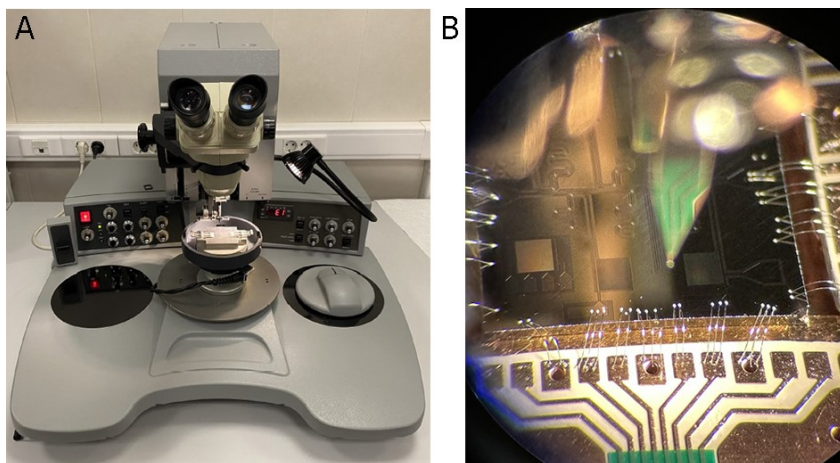


Рис. 26: А - установка для ультразвуковой сварки. В - процесс бондирования чипа. Сверху видно наковальню с алюминиевой ниткой

3.5 Зондовая станция

Чтобы узнать сопротивление между центральной линией и землёй или образцами и землёй можно забондировать чип к держателю и узнать сопротивление мультиметром. Однако, процесс бондирования занимает достаточно много времени, и, к тому же оставляет следы в виде расплавленного металла, что может негативно повлиять на дальнейшие этапы литографии, если такие требуются для чипа. В связи с этим в измерения сопротивления на комнате в ходе работы проводились не только при помощи бондирования, но и при использовании ручной зондовой станции MPI Corporation MPI TS50 (см. рис. 27А).

Зондовая станция MPI TS50 от MPI Corporation представляет собой компактную полуавтоматическую систему для прецизионных электрических измерений микро- и нанoeлектронных устройств. Основные компоненты станции включают: антивибрационный оптический стол, на котором размещается микроскоп с высоким увеличени-

ем (до $1000\times$) для точного позиционирования зондов (см. рис. 27В), манипуляторы с пьезоприводами для плавного подвода зондов к образцу с точностью до 0.1 мкм. Помимо четырёх зондов для измерений по постоянному току, зондовая станция содержит два зонда для СВЧ измерений на комнате. В ходе данной работы они не использовались, так как при комнатной температуре резонанс для ниобиевых резонаторов увидеть практически невозможно. Зонды для измерений по постоянному току подключены к прецизионному измерителю RLC АКТАКОМ АММ-3088.

Результаты измерения сопротивления между центральной линией и землей при помощи зондовой станции немного отличаются от измерений сопротивлений с помощью бондов. Так результаты для чипа, измеренного выше, изменились с 1.7 кОм до 2.6 кОм. Увеличение сопротивления нельзя связать с сопротивлением зондов, так как измерения проходят по 4-х точечной схеме. Я склонен считать, что причина может быть связана с методом измерения через поверхность образца, в то время как при помощи бондирования часть поверхности металла плавится, и бонд попадает под поверхность металла.

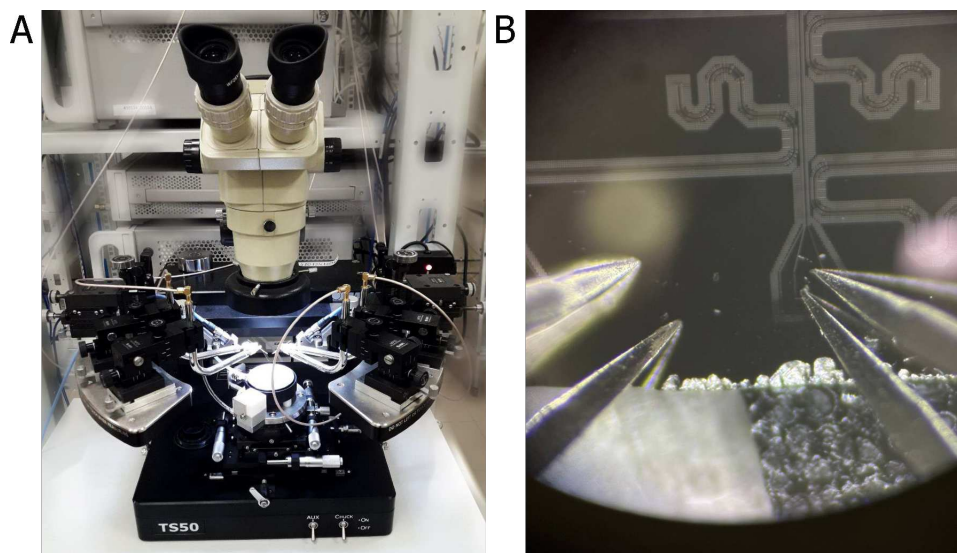


Рис. 27: А - зондовая станция MPI TS50. В - процесс измерения сопротивления между землей и центральной линией на чипе по 4-х точечной схеме с помощью подведенных зондов

3.6 Оборудование для проведения эксперимента

3.6.1 Оборудование постоянного тока

Источник постоянного тока. Для проведения экспериментов по определению критического тока джозефсоновского перехода требуется пропускать малый ток через образец. В эксперименте это реализуется при помощи точного источника постоянного тока. В нашей лаборатории используется источник тока Keithley 6221 (см. рис. 28А), способный выдавать напряжение, обеспечивающее точность протекающего тока до десятков пА.

Вольтметр. Для измерения вольт-амперных характеристик при пропускании малого тока (μA) требуется измерять малое напряжение на образце. В эксперименте это реализуется при помощи точного вольтметра. В нашей лаборатории используется вольтметр Keithley 2182a (см. рис. 28В), способный измерять напряжение с точностью до десятков пВ.

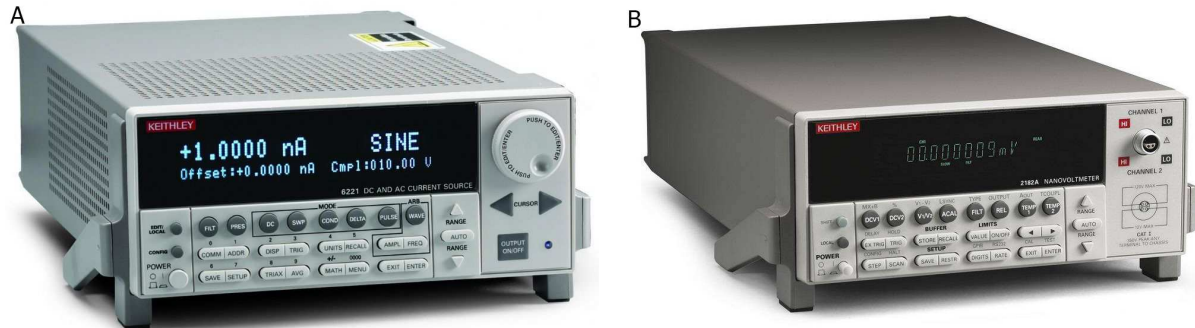


Рис. 28: А - источник тока Keithley 6221, В - вольтметр Keithley 2182a

3.6.2 СВЧ оборудование

В криостат проведены 4 СВЧ линии для проведения измерений с резонаторами и возможного детектирования работы генератора. На входной линии криостата на каждой плите установлены аттенюаторы для снижения теплового шума (обычно суммарно от -40 до -60 дБ). На выходной линии установлены только аттенюаторы на 0 дБ для улучшения термализации проводов. Кроме того, выходные провода от МС до 4К плиты изготовлены из сверхпроводящих материалов для уменьшения потерь сигнала.

Векторный анализатор цепей. Этот прибор используется для определения S-параметров исследуемой системы, то есть комплексных коэффициентов прохождения и отражения для каждого из двух возможных направлений сигнала для систем с двумя входами. Именно потому, что он может определить и амплитуду, и фазу принимаемого сигнала (оба параметра вычисляются относительно изначально поданного), он называется векторным, в отличие от скалярных устройств, измеряющих только относительную амплитуду.

На рис. 29А изображена упрощенная схема прибора. В векторных анализаторах используется гетеродинирование - понижающее частоту преобразование сигнала - для того, чтобы было возможно цифровое детектирование аналого-цифровым преобразователем (Analog-to-Digital Converter, ADC). Гетеродинирование происходит в смесителях (mixers) нелинейных элементах, позволяющих получать суперпозиции гармоник, поданных на их входы. В каждом смесителе есть два входа: высокой частоты (Radio Frequency, RF) и гетеродинный (Local Oscillator, LO), и один выход - промежуточной частоты (Intermediate Frequency, IF). На первый из входов подается соответственно исследуемый сигнал, а на второй - близкий к нему по частоте и единый для всех синхронизирующий сигнал LO. После прохождения через миксер

в блоке обработки промежуточной частоты отфильтровывается сигнал на частоте $|f_{LO} - f_{RF}|$ и, затем, через АЦП направляется в процессор.

В итоге, схема измерения S-параметров следующая: источник микроволн (SRC) подключается к одному из направлений 1 или 2 в зависимости от измерения S_{*1} или S_{*2} ; в этот же момент он копируется при помощи направленного ответвителя (directional coupler) и направляется в контур сравнения (REference, REF), где гетеродинируется; затем либо в блоке TEST1, либо в блоке TEST2 в зависимости от измерения S_{*1} или S_{*2} гетеродинируется сигнал от исследуемой системы. В конечном итоге происходит вычисление процессором конкретного S-параметра на основе собранных АЦП данных по амплитуде и фазе относительно гетеродина.

В работе используется двухпортовый векторный анализатор цепей C1220 ПЛАНАР с диапазоном измерений 0,1 МГц - 20 ГГц, показанный на рис. 29В. От устройства к входной и выходной линии криостата подведены два коаксиальных радиочастотных кабеля.

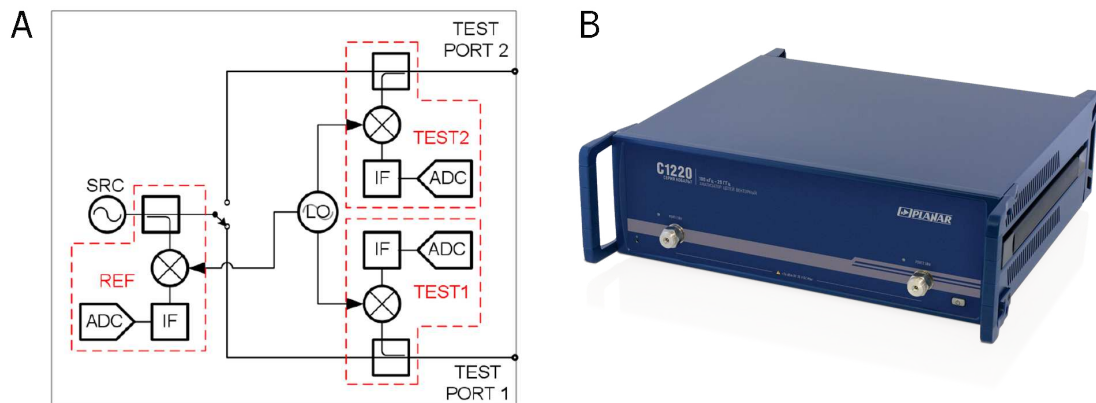


Рис. 29: А - принципиальная схема векторного анализатора [37]. В - векторный анализатор цепей ПЛАНАР C1220

Криогенный СВЧ усилитель. Для проведения измерений слабых сигналов, поступающих от образца, требуется их усиление. Для этого в лаборатории используется низкотемпературный малошумящий усилитель, который находится внутри криостата при температуре 4 К на выходной СВЧ линии. Главными параметрами усилителя являются непосредственно коэффициент усиления (в случае вычисления по мощности он измеряется в дБ), ширина полосы усиления и отношение сигнал/шум.

Для данной работы был дан на пользование криогенный малошумящий СВЧ усилитель MW38C03-02, изготовленный Лабораторией квантовой криогенной электроники в Новосибирском государственном техническом университете, показанный на рис. 30А. Данный усилитель имеет хорошее значение усиления порядка 40 дБ в полосе рабочих частот, однако уступает в эквивалентной шумовой температуре в полосе рабочих частот по сравнению с усилителями от ведущих коммерческих компаний, таких как Low Noise Factory. На рис. 30В показан график измерения коэффициента усиления для данного усилителя, проводимый в ходе данной работы.

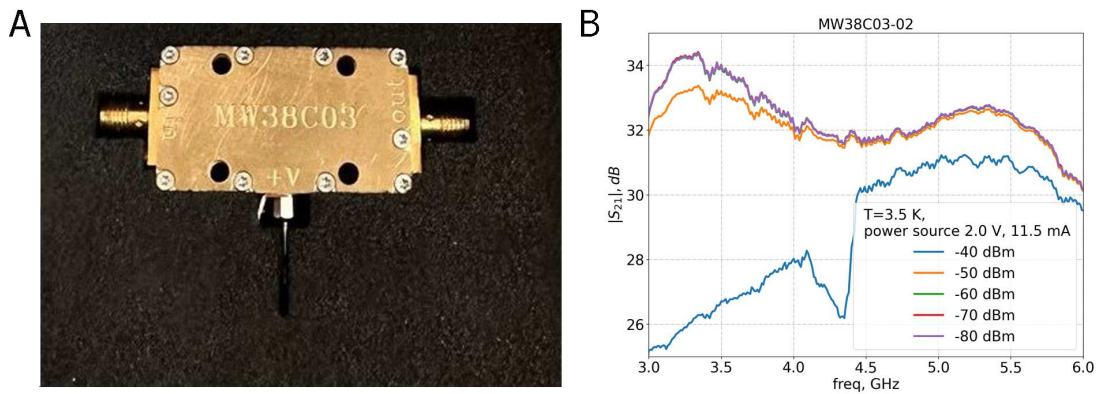


Рис. 30: А - СВЧ усилитель MW38C03-02. В - измерение коэффициента усиления. Видно, что при мощности -40 дБм, подаваемой со входа ВНА, меняется зависимость усиления от частоты

3.6.3 Оборудование для изменения внешних параметров в эксперименте

Магнит. В этой работе использовался сверхпроводящий соленоид, рассчитанный на поля до 9 Тл, с индуктивностью 20 Гн и отношением тока к полю: $1 \text{ мА} = 1.068 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$. Магнит прикреплен к 4 К плите. На этой плите установлен переключающий нагреватель, представляющий собой сверхпроводящее соединение между магнитными проводами, которое может быть переключено в нормальное состояние при нагреве этого переключателя. Во всех экспериментах при работе переключающий нагреватель всегда находился в нормальном состоянии. Его сопротивление составляет около 20 Ом при 4 К. В качестве источника тока для питания магнита использовался источник постоянного тока и напряжения Keithley 2651A.

PID. Для контроля температуры использовались термометр и нагреватель внутри криостата, которые расположены на нижней плите (МС). Для поддержания постоянной температуры во время измерений или нагрева/охлаждения с постоянной скоростью используется PID-регулятор.

4 Образцы

4.1 Дизайн

Образец состоит из центрального измерительного копланарного волновода (с входным и выходным радиочастотными портами), четырёх структур генераторов, которые представляют собой резонатор, закороченный на землю через джозефсоновский переход, параллельно шунтированный ёмкостью и сопротивлением и площадками для накачки постоянным током, два референсных резонатора для проверки работы чипа и сравнения добротности с резонаторами внутри генератора. Также на чипе есть структуры для измерений постоянным током и крестов для выравнивания слоев во время литографии. Дизайн чипа показан на рис. 31. После измерений данного чипа

было получено, что нормальное сопротивление джозефсоновских контактов получается достаточно малым (примерно $R \simeq 1$ Ом), и из-за этого в дальнейшем дизайне шунтирующее сопротивление было убрано.

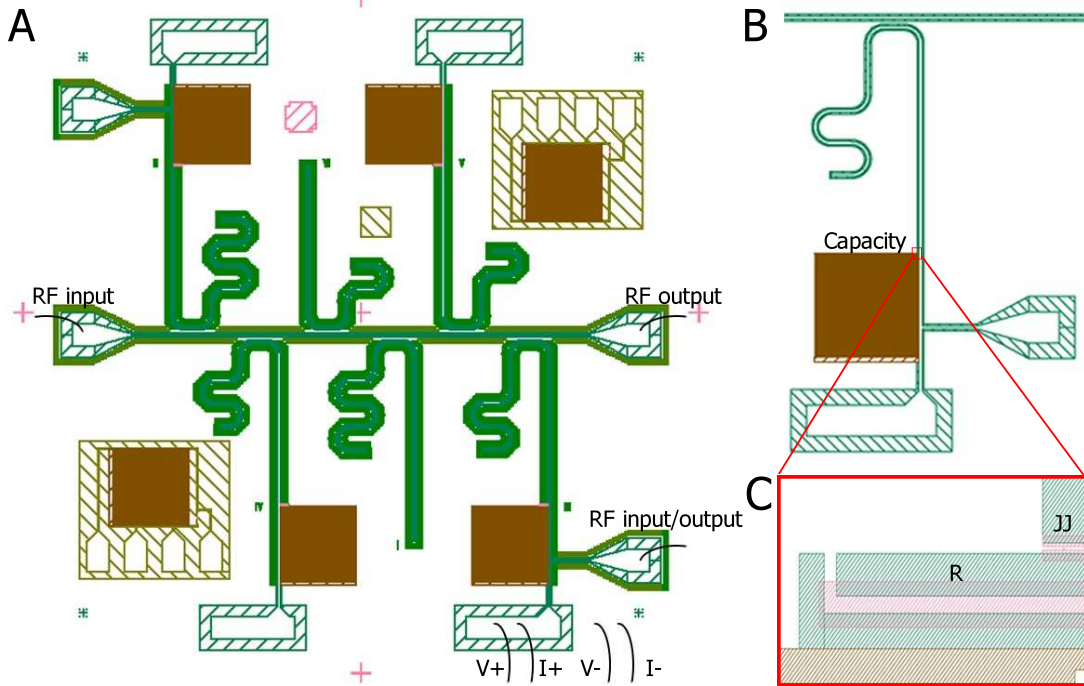


Рис. 31: А - дизайн одного из чипов на бислой Nb/Cu, использованных в данной работе. В центре расположен измерительный волновод, с которым емкостно связаны шесть резонаторов $\lambda/4$, по углам чипа расположены две структуры с джозефсоновскими контактами, шунтированные ёмкостью (коричневый слой) для измерений постоянного тока. Два образца генераторов имеют дополнительную площадку для ввода/вывода СВЧ сигнала. В - дизайн генератора (слой с ловушками для вихрей убран для наглядности). С - увеличенное изображение части резонатора, в которой встроен SNS контакт, параллельно шунтированный сопротивлением

Частоты резонаторов рассчитаны в диапазоне 4-7 ГГц согласно (1.4.4). Соотношение ширины центральной линии и зазора было выбрано таким образом, чтобы полное сопротивление линии составляло 50 Ом: $W = 30$ мкм, $G = 17$ мкм. Вокруг резонаторов и волновода расположены ряды квадратных отверстий размером 10×10 мкм, которые играют роль ловушек магнитного потока (antidots). Центральная линия резонаторов в образцах генераторов, с закороченного конца, проходит через джозефсоновский контакт на землю, шунтирующее сопротивление на землю, ёмкость и площадки для подведения dc/rf контактов.

4.2 Процесс изготовления

Чипы были изготовлены на высокоомных кремниевых подложках фирмы SIEGERT Wafer с ориентацией $\langle 100 \rangle$ и $\rho > 10^3$ Ом·см. Сначала пластины были очищены в IPA и ацетоне. При изготовлении конечных структур были использованы разные технологические процессы. Начиная с процесса напыления пленок использовалось два

подхода. В первом случае напылялся бислой: медь (нижний слой) и ниобий (верхний слой) - оба слоя наносились одновременно методом магнетронного напыления в Институте физики твердого тела РАН. Во втором случае на подложку напылялся только слой ниобия, а слой меди напылялся в дальнейшем после нескольких этапов литографии.

Изготовление чипов проходило в двух организациях: МФТИ и ИНМЭ РАН. В зависимости от места изготовления технологический процесс разнится. Весь процесс изготовления можно разделить на два основных этапа: создание объектов микрометрического размера и создание нанобъектов.

Изготовление в ЦКП МФТИ. Первый этап включает лазерную литографию, затем плазмохимическое травление верхнего слоя (ниобия) и физическое реактивно-ионное травление нижнего слоя (меди) в плазме аргона. Таким образом, в результате этого процесса оба металла были удалены в зазорах вплоть до кремния и сформированы все структуры, кроме джозефсоновских контактов.

Во втором этапе создавалась маска для травления слоя ниобия для создания Джозефсоновских SNS-переходов. Маска состоит из двух слоев. Нижний слой изготовлен из алюминия толщиной 20 нм для точного травления джозефсоновских переходов. Использование алюминиевых масок имеет ряд преимуществ перед электронным резистом.

- Во-первых, кислород в составе газов для плазмохимического травления ниобия вытравливает резисты, поэтому неизбежно нежелательное расширение зазора из-за горизонтального травления резиста.
- Кроме того, для того, чтобы резист выдержал травление ниобия толщиной 100 нм, необходима его толщина около 200 нм, что снижает разрешающую способность электронной литографии. Алюминий не подвергается химическому травлению плазмой, поэтому возможно создание масок толщиной до 20 нм.

Из-за наличия значительного перепада высот в образце (150 нм) требуется дополнительный защитный слой маски, кроме алюминиевого. Второй слой маски был изготовлен из электронного резиста с окошками для травления. Перед измерениями алюминиевая маска смывается в щелочи КОН.

Изготовление в ИНМЭ РАН. В ИНМЭ РАН, в отличие от МФТИ, первый этап литографии заключается в изготовлении джозефсоновских контактов. При изготовлении не используются дополнительные защитные слои в виде алюминиевых масок. При литографии используется электронный резист AR-P 6200.09 толщиной 300 нм, после проявления чип подвергается реактивно-ионному травлению в плазме аргона, вместо плазмохимического травления, используемого в МФТИ. Вторым этапом происходит формирование всех крупных структур при помощи оптической литографии. Для этого используется фоторезист Microposit S 1805, проявление которого происходит в тетраметилгидрооксиде аммония 2.6% на протяжении 60 секунд. Травление происходит также в плазме аргона.

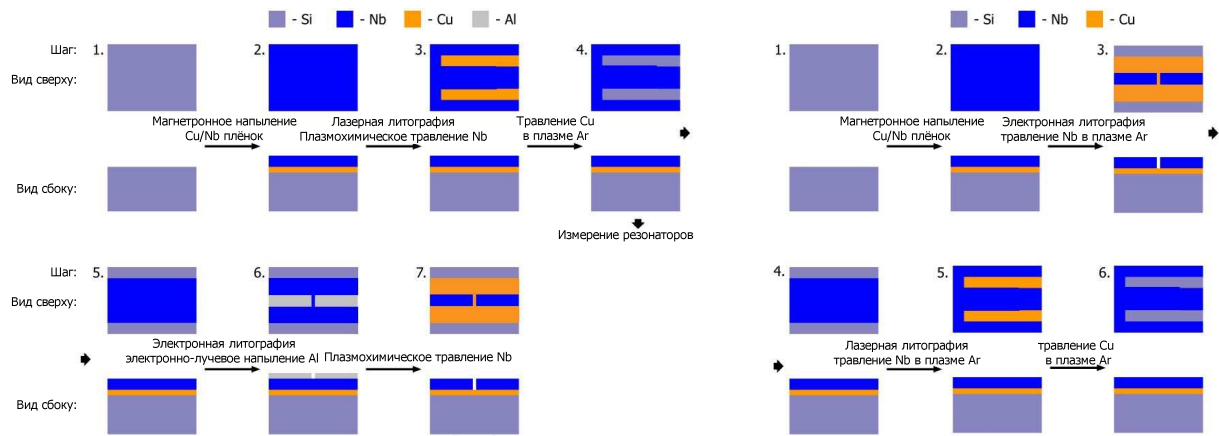


Рис. 32: Сравнение процесса изготовления чипов на бислой медь ниобий в МФТИ (слева) и в ИНМЭ (справа). Видно, что в ИНМЭ для изготовления качественных структур требуется меньшее число операций

4.3 СЭМ

Полученные чипы были проанализированы на СЭМ. На фото 33 показаны фотографии в СЭМ чипа, полученного из ИНМЭ. Данные фото относятся к тому же чипу, характеристики которого показаны в табл. 8.

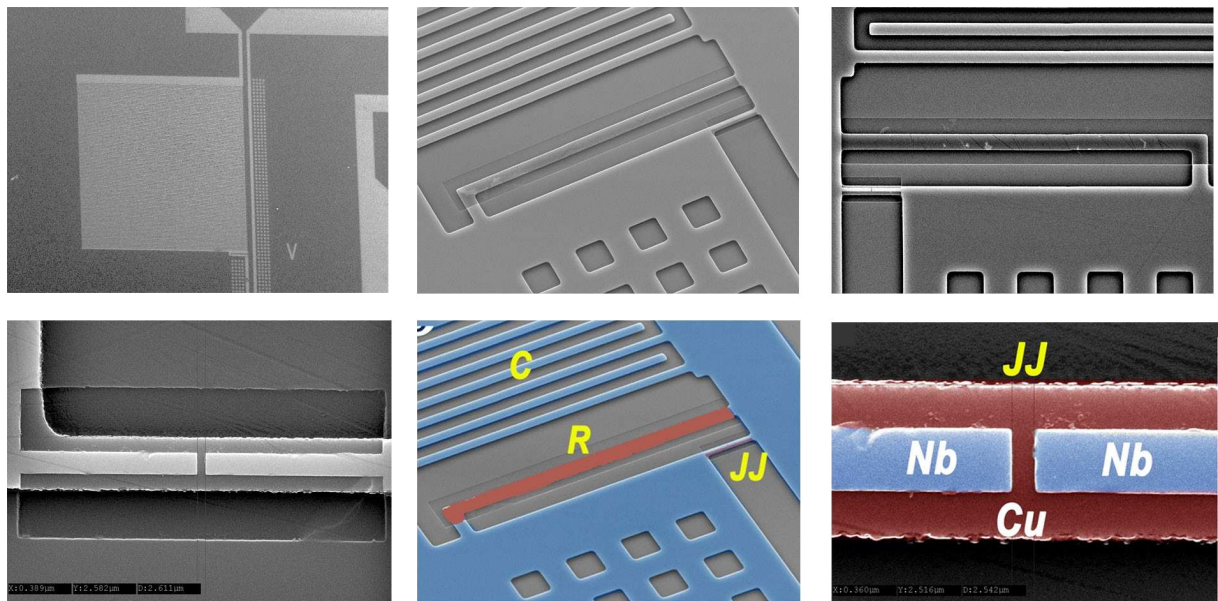


Рис. 33: Фотографии в СЭМ некоторых образцов, измеряемого чипа, сделанного в ИНМЭ РАН

5 Результаты и обсуждения

В ходе данной работы было изготовлено более 10 образцов и проведено более 20 экспериментов по DC и RF измерениям в криогенных температурах. В связи с этим в данной работе будут представлены только избранные результаты и их обсуждения для части образцов без хронологического упорядочения.

Для предсказания результатов и их проверки была освоена программа Sonnet suite 17.56 для электро-магнитного моделирования.

Генератор представляет собой достаточно сложную структуру, содержащую в себе Джозефсоновский переход, резонатор, шунтирующую ёмкость и шунтирующее сопротивление. Каждый элемент такой схемы требует отдельного внимания. В связи с этим были выделены следующие цели в данной главе:

- Измерение и анализ полученных резонаторов
- Результаты ЭМ моделирование и сравнение с полученными результатами. Влияние геометрической формы генератора на характеристики резонанса
- Измерение и анализ Джозефсоновских переходов.
- Исследование возможной генерации

5.1 Спектроскопия резонаторов

В этом разделе мы опишем измерения резонаторов на бислое ниобий/медь внутри генератора и резонаторов на ниобии. В последнем случае измеряемый чип находится в промежуточном этапе при изготовлении генераторов, так как сами резонаторы остались закорочены ниобием на землю. В месте этой закоротки в дальнейшем планируется протравить щель и напылить медь для формирования SNS контактов.

На данный момент компланарные резонаторы вида notch-type широко используются в кубитной тематике [38], [39] и хорошо изучены [40],[41]. Существуют как алгебраические формулы, хорошо описывающие параметры такого вида резонаторов, так и специальные программы, определяющие характеристики резонатора по геометрии чипа.

В эксперименте измеряется комплексный коэффициент пропускания S_{21} , зависящий от частоты сигнала. Резонанс проявляется в падении амплитуды сигнала на определенной частоте.

5.1.1 Параметры резонаторов

Для определения параметров резонатора используется аппроксимация в соответствии с выражением 1.3.34. Аппроксимация выполняется программой из статьи [18].

Резонаторы на чипе Nb. На рисунке 34 А, В показан пример измеренных резонансных пиков и их фита для чипа, резонаторы которого сделаны только из ниобия. Как видно, фит с высокой точностью описывает экспериментальные данные, учитывая асимметрию пика. Низкая добротность в первую очередь связана с высокой температурой измерения ($T = 3.8$ K), так как измерения проводились на криостате attoDRY1000.

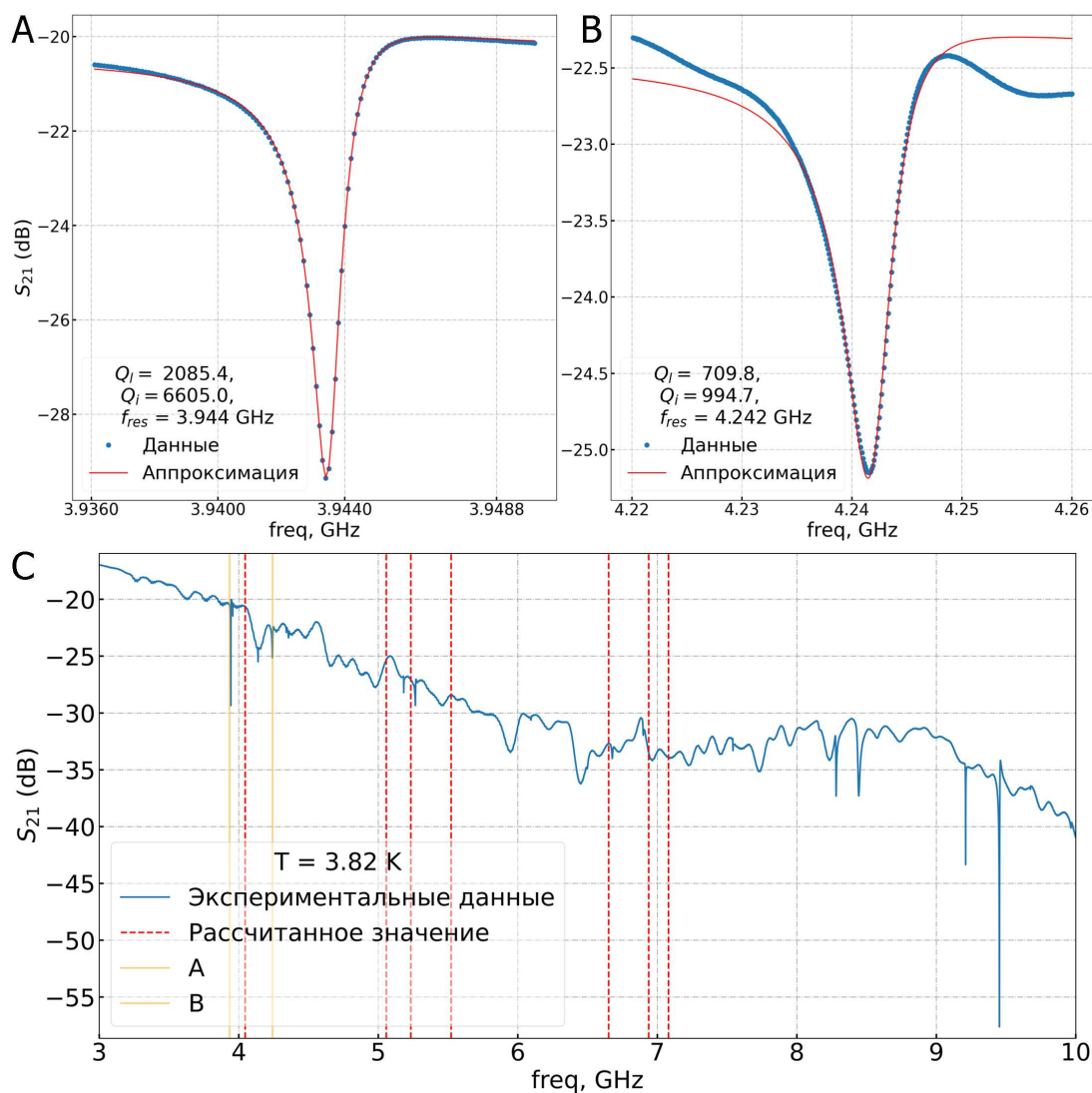


Рис. 34: А - результаты аппроксимации пика поглощения для резонатора на частоте 3.94 ГГц. В - результаты аппроксимации для резонатора на частоте 4.24 ГГц. С - общий скан S_{21} при наименьшей температуре криостата attoDRY1000. Видно 10 резонансных пиков при запланированных в дизайне 7 резонаторах

На рис. 34С красным пунктиром показаны резонансные частоты, полученные по аналитической формуле для $\lambda/4$ резонаторов 1.4.4. Данная формула использует геометрическую длину резонатора, которая считалась от открытого конца до первого нагрузочного элемента в виде Джозефсоновского перехода (в момент измерения на этом месте находится мостик ниобия, закорачивающий на землю резонатор). Как видно из дизайна образцов (см. рис. 31) такие рассуждения не верны, так как после нагрузочного элемента находится еще достаточно большая площадь металлизации, что может стать причиной сильного отклонения частоты резонанса и, более важно, стать причиной дополнительных резонансных частот, которые мы видим в диапазоне от 8 ГГц. Однако дополнительная металлизация отсутствует для образцов 2 и 5 (см. рис. 31), из-за чего рассчитанные частоты должны были совпасть с экспериментальными данными. Тут причиной несовпадения может являться температура измерения. Температурная зависимость характеристик компланарных резонаторов

показана в главе 5.1.2. В формуле 1.4.4 диэлектрическая проницаемость для подложки из высокоомного кремния при низких температурах бралась равной $\varepsilon = 11.45$ [42].

Резонаторы на чипе Nb/Cu. Сверхпроводящие компланарные резонаторы на основе бислоя медь-ниобий могут демонстрировать сниженную добротность из-за обратного эффекта близости в ниобиевом слое.

Обратный эффект близости возникает, когда нормальный металл (медь) контактирует со сверхпроводником (ниобий). В отличие от классического эффекта близости, где сверхпроводящий порядок проникает в нормальный металл, в данном случае нормальный металл может подавлять сверхпроводящие свойства в приграничной области ниобия. Это происходит из-за диффузии квазичастиц из меди в ниобий, что приводит к появлению дополнительных потерь в сверхпроводящем слое. В результате в ниобиевом слое возникают дополнительные резистивные потери, снижающие общую добротность резонатора.

Кроме того, если толщина ниобиевого слоя сравнима с длиной когерентности или длиной затухания сверхпроводящего параметра порядка, влияние обратного эффекта близости усиливается, что дополнительно ухудшает сверхпроводящие свойства и увеличивает потери. Таким образом, даже при низких температурах резонатор может иметь меньшую добротность, чем ожидается для чистого ниобия, из-за подавления сверхпроводимости вблизи границы с медью. В работах [43], [44] изучается зависимость обратного эффекта близости от толщин ниобия и меди. Исходя из результатов данных работ, можно сделать вывод, что для толщин (100/50 нм) влиянием меди на характеристики резонаторов можно пренебречь.

Спектроскопия для данного чипа проводилась на криостате BlueFors при базовой температуре 20 мК, что позволяет убрать сдвиг резонансного пика из-за температуры. На рис. 35 показан пример измеренных резонансных пиков и их фита.

При первой загрузке данного чипа резонаторы не работали. На рис. 35 показан результат измерения S_{21} после дополнительного травления чипа. При обработке данных результатов для успешной аппроксимации приходилось вычитать фон (измерения S_{21} при температуре, близкой к критической температуре Nb. В данном случае при $T = 7$ К). Однако при аппроксимации всё равно использовалась формула 1.3.34 с учётом окружения, так как фон меняется по температуре и есть дополнительный вклад от усилителя (см. рис. 30В).

На рис. 35В измерены характеристики резонатора в составе генератора (резонатор закорочен на ёмкость, Джозефсоновский переход, шунтирующее сопротивление), что может объяснить маленькую добротность по сравнению с референсным резонатором (см. рис. 35А). Референсный резонатор имеет частоту, рассчитанную по формуле 1.4.4. В случае резонатора в составе генератора резонансная частота сильно отклонилась от рассчитанной. Идентификация образца по полученной резонансной частоте обсуждается в главе 5.4.1.

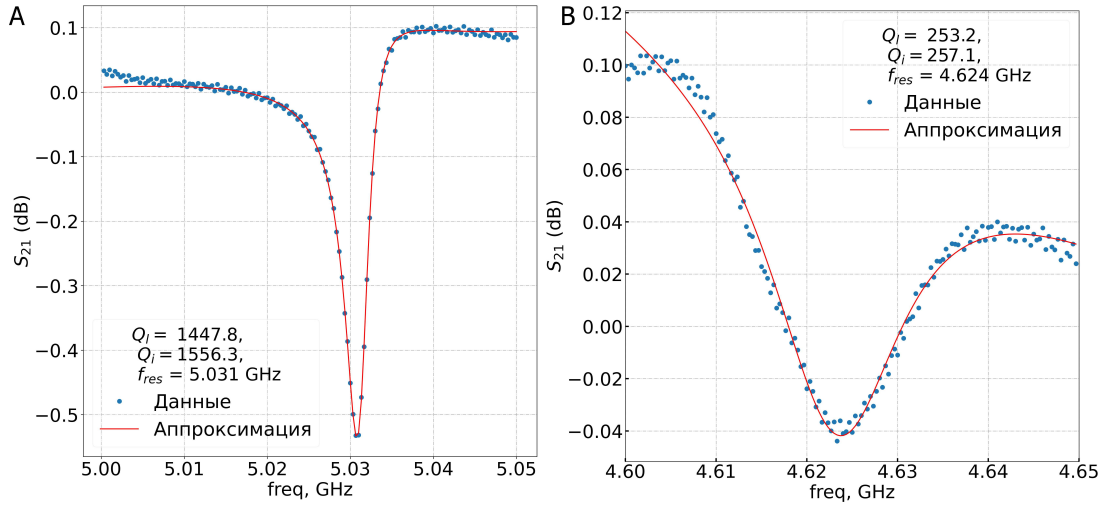


Рис. 35: А - результаты аппроксимации для референсного резонатора на частоте 5 ГГц. В - результаты аппроксимации для резонатора в генераторе 4.62 ГГц. Измерения проводились при температуре $T = 2.6$ К

5.1.2 Температурные зависимости

Существует несколько теорий, хорошо объясняющих поведение зависимости характеристик сверхпроводящих резонаторов от температуры [45], [46]. Чаще всего изменения резонансной частоты от температуры сверхпроводящих планарных резонаторов объясняются зависимостью концентрации куперовских пар от температуры [47]. Качественное объяснение заключается в том, что кинетическая индуктивность сверхпроводника зависит от концентрации куперовских пар $L_K \sim \lambda_L^2(T) \sim n_s^{-1}(T)$. Концентрация куперовских пар для планарных сверхпроводников хорошо описывается зависимостью Гортнера-Казимира $n_s(T) \sim \left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4\right]$ [48].

Резонаторы на чипе Nb. На рис. 36 представлены зависимости характеристик резонаторов на чипе из монослоя ниобия. Видно, что данные хорошо описываются теоретической зависимостью, приведенной выше.

Резонаторы на чипе Nb/Cu. Измерения резонаторов от температуры можно использовать для поиска рабочих резонаторов, в случае если резонаторы имеют маленькую добротность или сливаются с фоном. На рис. 37А показана полная карта сканирования $S_{21}(f, T)$ для чипа на бислое ниобий/медь.

Характеристика резонатора в составе генератора не измерялась из-за маленькой добротности (см. рис. 35В).

5.2 Моделирование резонаторов

Имея готовый дизайн, можно напрямую импортировать его в программное обеспечение ЭМ моделирования. Ansys HFSS обычно используется для полного трехмерного анализа, хотя для вычисления S-параметров обычно достаточно пакета Sonnet.

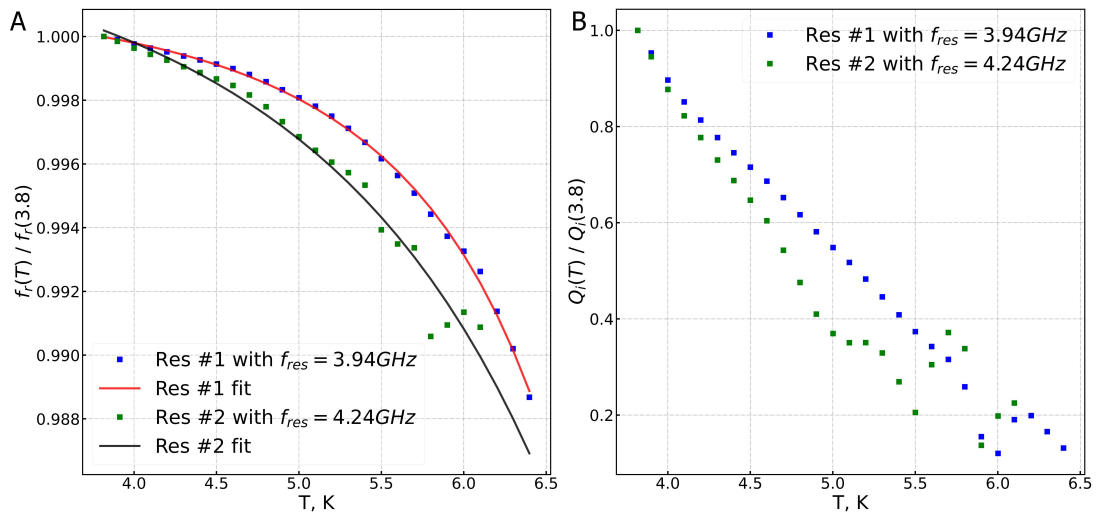


Рис. 36: Res 1, Res 2 обозначают ниобиевые резонаторы, которые рассматривались на рис. 34А, В соответственно. А - зависимость резонансной частоты от температуры. В - зависимость внутренней добротности от температуры. Данные нормированы на соответствующие значения при минимальной температуре

Программа Sonnet simulation engine em моделирует двумерную структуру следующим образом: сначала она помещается между двумя слоями диэлектрика заданной толщины и относительных диэлектрических проницаемостей; затем эта трехслойная структура помещается внутрь заземленной прямоугольной коробки, изготовленной из идеального электрического проводника. Искомые S-параметры выбираются с помощью размещаемых портов между заземлением и электродом, на котором мы хотим установить или измерить напряжение. Наконец, решая уравнения Максвелла в выбранной частотной области, находим напряжения на портах и S-параметры.

Типичные результаты такого моделирования можно увидеть на рис. 38А. Комплексный параметр S_{21} рассчитывается для портов на центральной линии для каждой указанной частоты. Чтобы найти отклик одного резонатора вблизи его резонансной частоты, адаптивному решателю Sonnet обычно требуются несколько точек по частоте, на которых он выполняет полное решение. Затем он интерполирует S-параметры для других точек и выдает плавные кривые, которые могут быть использованы для определения свойств исследуемого резонатора. Эта интерполяция достаточно точна, и, следовательно, её удобно использовать для определения параметров исследуемого резонатора. На рис. 38В показано распределение плотности тока в относительных единицах вблизи резонансной частоты. В случае такого простого копланарного резонатора, рассчитанная частота по формуле 1.4.4 отлично совпадает с результатами моделирования.

ЭМ-моделирование является довольно сложным, когда речь идет о больших дизайнах. Для выполнения моделирования, подобного показанному на рис. 38, за 6 часов требуется около 8 ГБ оперативной памяти для случая с сеткой 2x2 мкм, из-за чего структуры с шириной 17 мкм переходят в 16 или 18 мкм, и анализ становится менее точным. Такая сложность вычислений привела к разработке различных

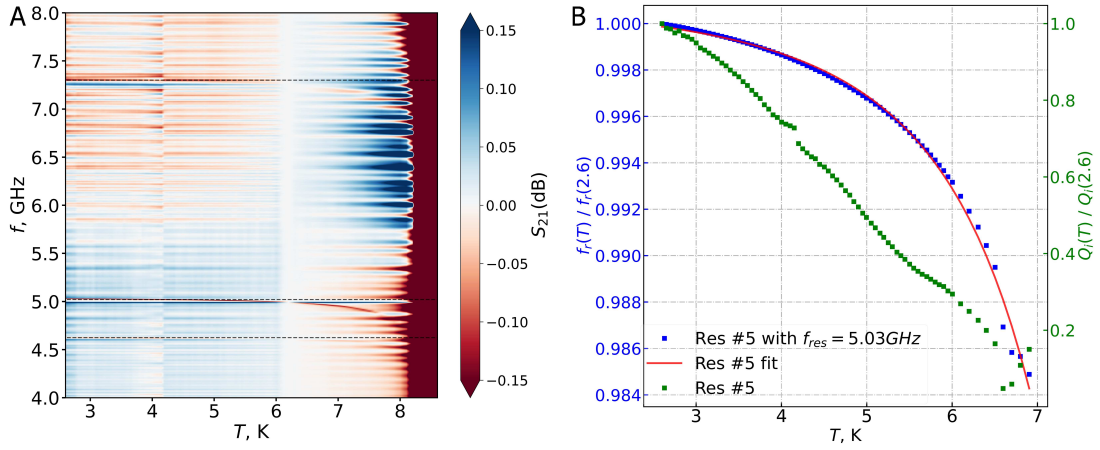


Рис. 37: Температурные зависимости резонаторов на чипе Nb/Cu. А - чёрным пунктиром выделены, найденные 3 резонатора при помощи измерений от температуры. В - зависимость резонансной частоты и внутренней добротности от температуры для референсного резонатора на чипе. Данные нормированы на соответствующие значения при минимальной температуре

аналитических моделей для оценки внешних добротностей и мощностей связи таких структур [49]. Однако эти методы не так просты в реализации на практике, а также не очень точны, когда нужно учитывать такие большие нагрузки на резонатор. Поэтому в своей работе я использовал главным образом данные моделирования.

5.2.1 Моделирование резонаторов с нагрузкой

Для предсказания резонансной частоты и добротности генераторов было проделано моделирование некоторых образцов из дизайна. На рис. 39А представлен скан $S_{21}(f)$ для образца N1 на чипе, резонаторы которого сделаны из ниобия. Данный чип был экспериментально измерен (см. рис. 34С). Моделирование было проведено как для измеренного случая, когда часть копланарного резонатора закорочена на землю через мостик ниобия, в котором будет в дальнейшем находиться SNS переход, так и для случая с SNS переходом. Джозефсоновский переход учитывается как точечный элемент с индуктивностью $L = 0.02$ нГн и параллельным сопротивлением $R = 0.1$ Ом. Данные были получены из характерных значений для полученных в работе джозефсоновских переходов (см. таблицу 8). В случае с закороткой без SNS перехода выделяется резонансный пик на частоте $f_{res} = 4.64$ ГГц. Когда джозефсоновский контакт присутствует вместо закоротки, то появляется новый более характерный пик на частоте $f_{res2} = 7.43$ ГГц, а прошлый пик становится менее добротным. На самом деле в случае закоротки пик на частоте f_{res2} также имеется, но очень низкодобротный. При этом, используя формулу 1.4.4 резонансная частота получается $f_{res} = 5.52$ ГГц. На рис. 39В показана плотность тока вблизи резонансного пика $f_{res2} = 7.43$ ГГц для случая с закороткой через ниобий. Видно, что плотность тока в центральной линии намного меньше чем в резонаторе, что и соответствует резонансу.

Для исследования двух резонансных пиков в системе генератора без шунтирую-

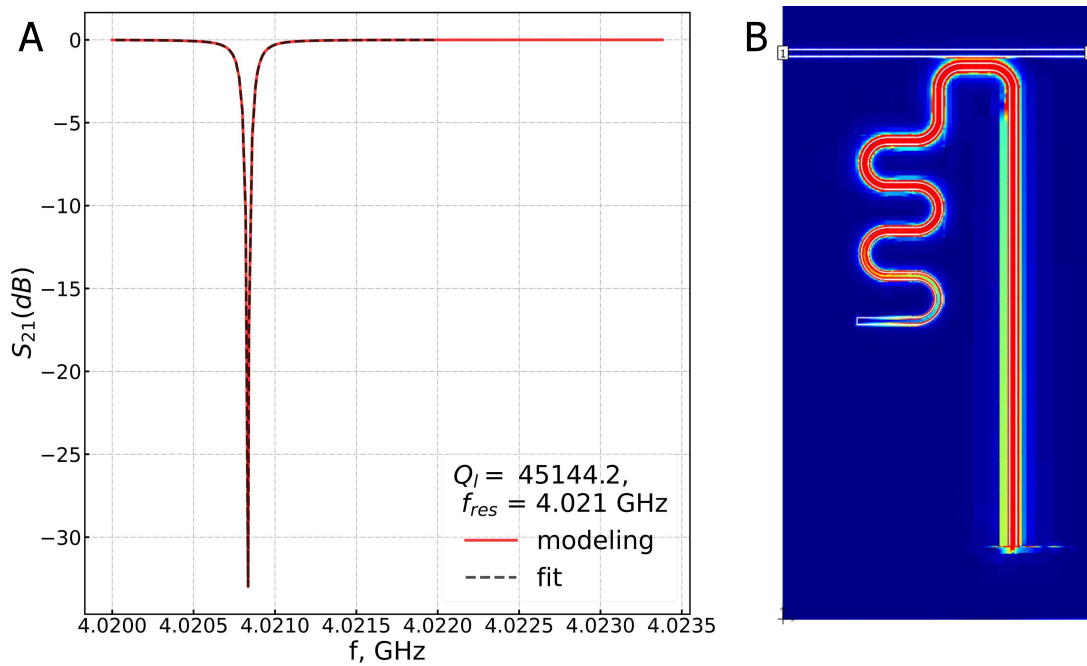


Рис. 38: Моделирование референсного резонатора (образец N5) из дизайна чипа. А - $S_{21}(f)$ вблизи резонанса и фит. Аппроксимация происходит по формуле 1.3.34 без учёта окружения. В - плотность тока вблизи резонансной частоты. Чем ярче цвет тем больше плотность тока

щей ёмкости было проделано моделирование системы в зависимости от положения закоротки резонатора через Джозефсоновский переход. Качественное объяснение заключается в том, что резонанс при меньшей частоте получается в результате от копланарного резонатора notch типа, в то время как второй пик на высоких частотах получается из-за контактных площадок, так как они занимают соизмеримую площадь с копланарным резонатором. Тогда, двигая Джозефсоновский контакт ниже вдоль щели в копланарном резонаторе, длина до закоротки уменьшается, соответственно, частота первого резонансного пика должна увеличиваться, а второго уменьшаться.

На рис. 40 показан результат данного моделирования. Исходная частота первого пика составила $f_{res} = 4.46$ ГГц, когда по формуле 1.4.4 должна была быть $f_{res} = 5.56$ ГГц. При смещении контакта резонансная частота первого пика сместилась в область больших частот как и ожидалось, а второй пик сместился левее. Малые значения пиков связаны с малым числом точек при моделировании, которые не попадают в резонансный пик, из-за чего интерполяция предсказывает малые результаты.

После нахождения образца рабочего генератора (см. 5.4.1) было проделано моделирование данного образца с целью сопоставления возможных резонансных частот. В случае генератора с наличием шунтирующей ёмкости пропускание становится намного хуже. Наличие плоско-штыревого конденсатора приводит к наличию многих дополнительных пиков, что говорит о том, что учёт его как сосредоточенного элемента не верен, хотя в рабочем диапазоне выполняется критерий сосредоточенного элемента ($\lambda \gg l_c$). Результат моделирования показан на рис. 41. Малые значения

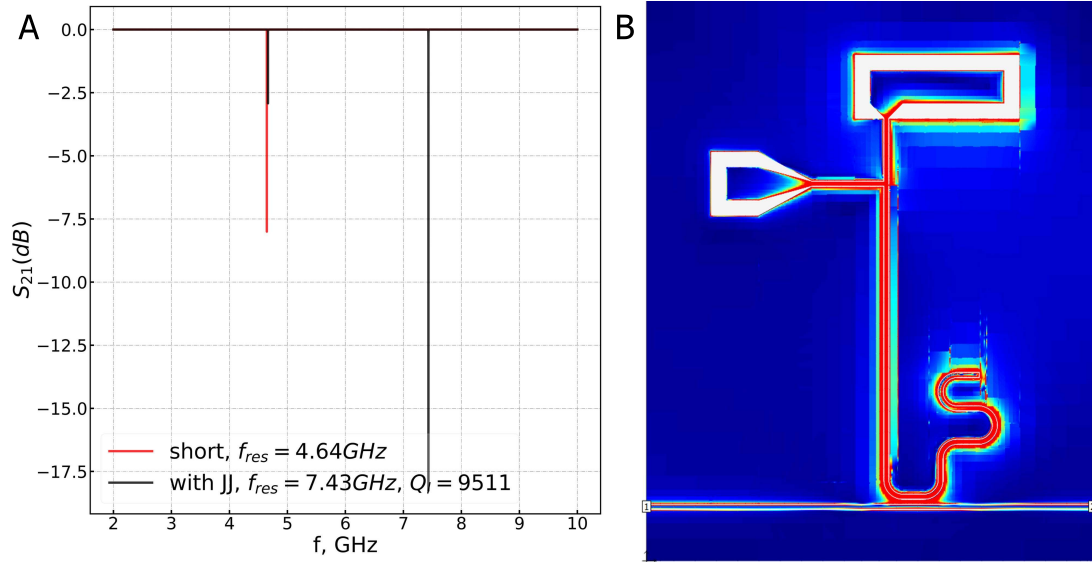


Рис. 39: Результат моделирования одного из измеренных образцов. А - красная зависимость соответствует измеренному случаю, когда нет джозефсоновского перехода, а вместо него - мостик ниобия. Чёрная зависимость - вместо мостика ниобия находится джозефсоновский переход. В - распределение токов на частоте 7.43 ГГц в случае закоротки. Сама закоротка расположена напротив левой площадки для бонда в центральной линии резонатора

пики связаны с малым числом точек при моделировании, которые не попадают в резонансный пик, из-за чего интерполяция предсказывает малые результаты.

5.3 Измерения SNS переходов по постоянному току

Готовый чип из бислоя Nb/Cu был измерен по постоянному току в криостате BlueFors для того, чтобы охарактеризовать Джозефсоновские SNS переходы. Дизайн чипа позволяет измерять ВАХ сразу внутри генераторов, и также есть две тестовые структуры по углам чипа, содержащие в себе Джозефсоновские переходы, параллельно шунтированные штырковым конденсатором (см. рис. 31).

5.3.1 Вольт-амперные характеристики

На рис. 42 показана зависимость напряжения на джозефсоновских переходах от протекающего через них тока при температуре $T = 1.9$ К. Данная температура была выбрана из-за большого критического тока переходов. Результаты измерений, полученных вольт-амперных характеристик отличаются от теоретической зависимости (см. раздел 1.3.3) резким скачком напряжения при достижении критического значения тока и наличием гистерезиса. Это различие объясняется перегревом SNS-перехода [8], который ожидается в наших образцах из-за большого значения критического тока (см. раздел 1.3.6).

На основании измеренных вольт-амперных характеристик были получены основные параметры SNS контактов, которые были подключены к плате при измерениях.

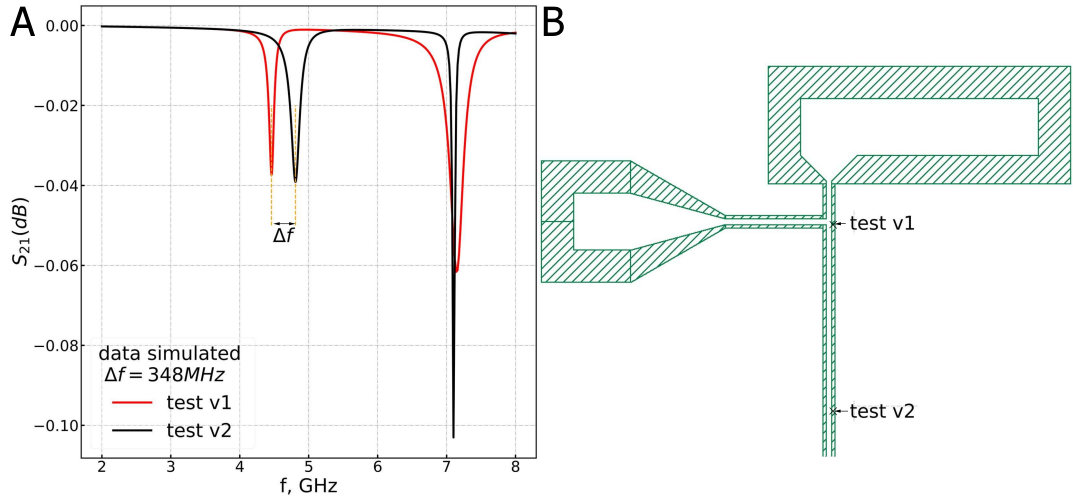


Рис. 40: Результат моделирования резонансных частот в зависимости от положения закоротки копланарного резонатора в виде Джозефсоновского контакта. А - test v1 от test v2 отличается расположением контакта на мм. В - часть дизайна моделируемой схемы, крестиком показано расположение контакта в первом и втором случае

Результаты характеристик приведены в таблице 8. Значения в скобках означают учет меди по краям SNS переходов, которые получились при изготовлении образцов (см. 33). λ_J рассчитывалось без учета Лондоновской глубины проникновения в сверхпроводнике.

N Sample	2	3	4	JJ+C
d , nm (зазор)	256	360	315	265
W , nm (ширина)	1087 (2570)	1026 (2516)	1065 (2535)	1088 (2580)
$I_c(4K)$, μA	1140	144	216	>1200
$I_b(2K)$, μA	-	1050	1150	-
$j_c * 10^{10}$, A/m^2	2.09	0.28	0.4	2.2
R_N , Ohm	0.12	0.15	0.14	0.12
$\rho_N * 10^{-7}$ Ohm*cm	25.5 (60.2)	21.4 (52.4)	23.6 (56.3)	24.6 (58.1)
V_c , μV	136.8	21.6	30.24	>144
λ_J , nm	220	509	453	212
W/λ_J	4.92	2	2.35	5.14

Таблица 8: Основные характеристики SNS контактов Nb/Cu

5.3.2 Температурные зависимости

В качестве характеристики SNS были измерены зависимости вольт-амперных характеристик переходов от температуры. Критические токи на каждой зависимости определялись с помощью порогового значения напряжения ($V_{\text{threshold}} = 100 \text{ nV}$). Зависимости I_c и I_b от температуры показаны на рис. 43. Обратный ток I_b слабо зависит от температуры. Гистерезис кривой зависимости тока от напряжения исчезает при температуре $T = 0.5 \text{ K}$. Значение нормального сопротивления R_N не зависит от температуры в пределах погрешности измерения. В целом, теория, описывающая

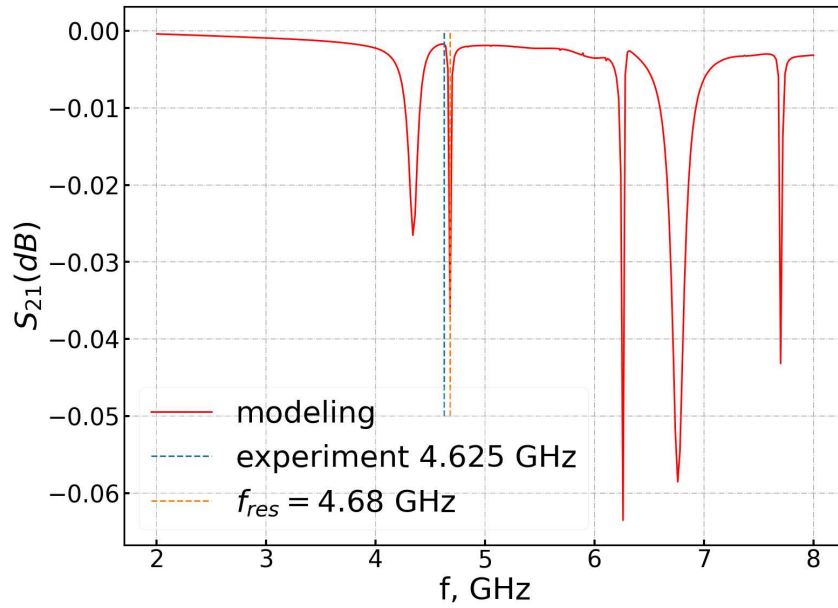


Рис. 41: Результат моделирования рабочего образца генератора. На эксперименте был виден только один пик на частоте 4.625 ГГц

температурную зависимость критического тока джозефсоновского перехода, сложна и зависит от материалов и геометрии контакта [50], [51]. В нашем случае SNS соответствуют типу длинных переходов, где влиянием границ раздела можно пренебречь и теоретическая зависимость упрощена [9].

Наличие ёмкости в образцах генераторов должно быть причиной гистерезисного поведения ВАХ, так как штыревой конденсатор параллельно шунтирует джозефсоновский контакт, и он описывается в таком случае RCSJ моделью (см. 1.3.5). Для проверки причины гистерезисного поведения было проделано моделирование джозефсоновского контакта с ёмкостью в RCSJ модели. Для этого при помощи численного решения уравнения, описывающего динамику джозефсоновского контакта в RCSJ модели была получена зависимость возвратного критического тока, нормированного на критический ток в прямом направлении, от параметра маккамбера β . Для двух образцов для которых наблюдался возвратный критический ток (см. таблицу 8) также были получены зависимости нормированного возвратного критического тока от параметра Маккамбера (1.2.25). Параметр Маккамбера для SNS-ов в таких расчётах зависит от температуры, так как критический ток зависит от температуры, а ёмкость подразумевалась $C_s = 40$ пФ, как результат измеренный в бакалаврской работе [24]. Результат моделирования и сравнение с экспериментом показаны на рис. 44. Видно, что экспериментальные данные хорошо соотносятся друг с другом, но теоретическая зависимость, полученная в результате моделирования, имеет другое поведение, что говорит о том, что ёмкостной гистерезис в такой системе либо подавлен, либо отсутствует. В дополнение к этому был измерен образец, состоящий только из джозефсоновского контакта, параллельно шунтированный ёмкостью ("JJ+C" в табл. 8) в котором гистерезиса на ВАХ вообще не наблюдалось.

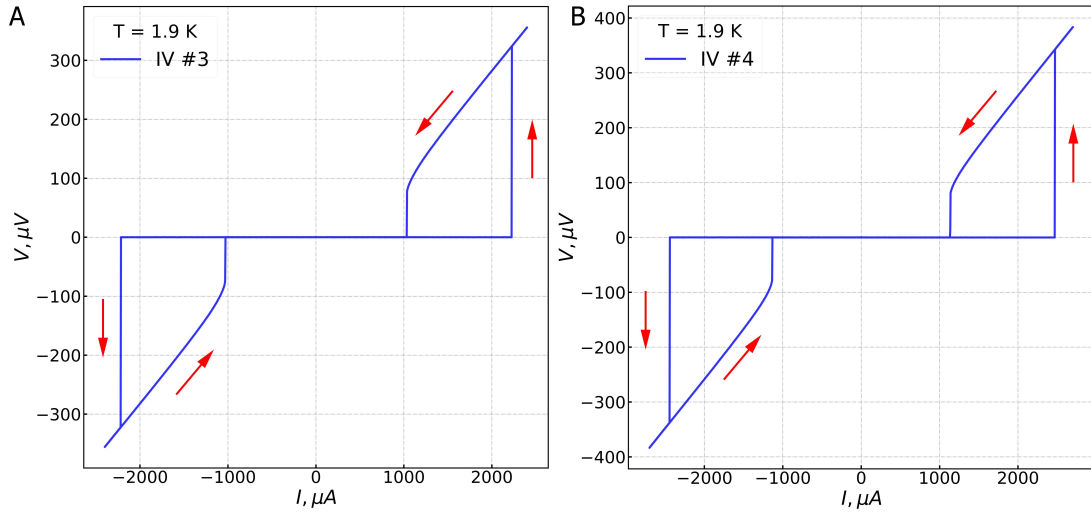


Рис. 42: Типичные BAX SNS на чипе Nb/Cu. Несмотря на большую разницу в зазорах (45 нм для 3 и 4 образца) BAX практически совпадают, что говорит о хорошей воспроизводимости образцов

5.3.3 Зависимость от магнитного поля

При разных температурах были измерены вольт-амперные характеристики джозефсоновских переходов в зависимости от внешнего магнитного поля. Критические токи на каждой зависимости определялись с помощью порогового значения напряжения ($V_{\text{threshold}} = 300 \text{ nV}$). В простейшем случае, когда поле внутри перехода можно считать однородным, зависимость $I_c(B)$ описывается зависимостью Фраунгофера 1.3.8. Однако в нашем случае переходы достаточно широки, чтобы поле не было однородным. В связи с этим в диффузионных SNS контактах зависимость Фраунгофера может смениться на монотонный спад, или получиться среднее [12]. Результаты измерений показаны на рис. 45. Два графика зависимости критического тока от внешнего магнитного поля перпендикулярного образцу отличаются температурой измерений. Резкие скачки справа при более низкой температуре связаны с движением вихрей Абрикосова. Дело в том, что из-за сильного пиннинга и низкой температуры конфигурация вихрей Абрикосова не находится в равновесном состоянии и создает дополнительное локальное поле через SNS переход. При более высокой температуре резких срывов не происходит.

5.4 Измерения SNS джозефсоновских контактов с СВЧ накачкой

При измерениях чипа Nb/Cu в криостате BlueFors было подключено три СВЧ линии, две из которых использовались для центральной линии чипа, а третья линия предназначалась для прямого вывода СВЧ сигнала с генератора, либо для внешней СВЧ накачки на SNS контакт.

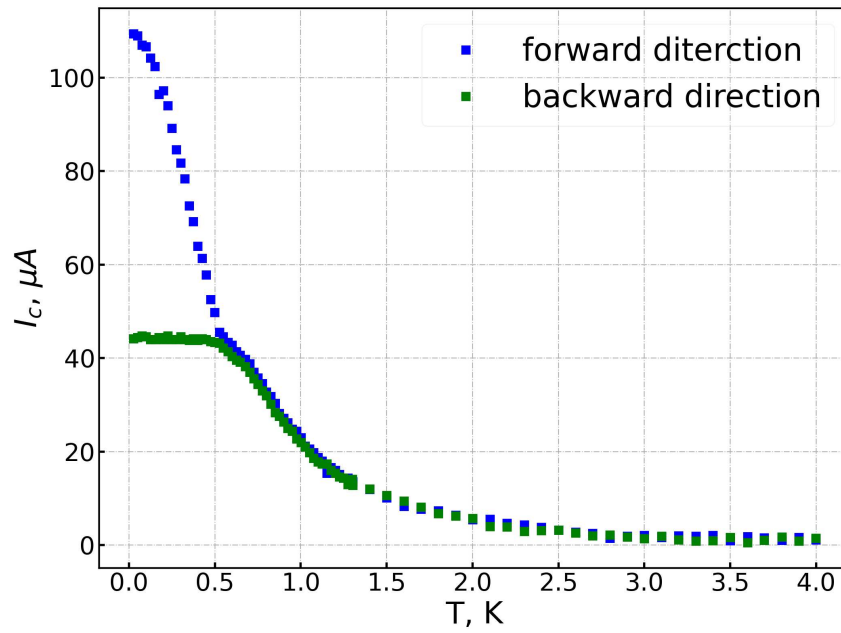


Рис. 43: Зависимость $I_c(T)$ для SNS контакта с зазором 519 нм (в таблице он не указан, так как это другой чип)

5.4.1 Измерения с подаваемым СВЧ сигналом через центральную линию

На рис. 35В показан пик поглощения рабочего резонатора в составе генератора. Частота, на которой был найден данный пик, не сходится ни с одной из расчетных частот. Однако, SNS контакт в данном генераторе может чувствовать СВЧ излучение, поданное в центральную линию, которое передается через рабочий резонатор. Таким образом, благодаря возбуждению ступеней Шапиро (см. 1.3.7) СВЧ излучением, поданным через центральную линию на частоте пика поглощения, можно определить какому образцу соответствует найденный отклик резонатора.

На рис. 46 показаны ВАХ двух образцов, измеренные с СВЧ сигналом через центральную линию и без. Сигнал подавался на частоте найденного резонатора, чтобы возбудить ступень Шапиро. На напряжении $V = 9.65$ мкВ виден изгиб на ВАХ образца N2, что соответствует отклику SNS при внешнем излучении на него через резонатор.

5.4.2 Измерения с подаваемым СВЧ сигналом напрямую на джозефсоновский контакт

К образцу N3 была подведена дополнительная СВЧ линия. У данного образца не удалось обнаружить отклик резонатора, что говорит о его очень низкой добротности. Несмотря на это, были проведены измерения ступеней Шапиро в зависимости от ряда параметров: мощности свч сигнала, частоты сигнала и температуры. Данные измерения полезны, так как позволяют напрямую подавать излучение на Джозеф-

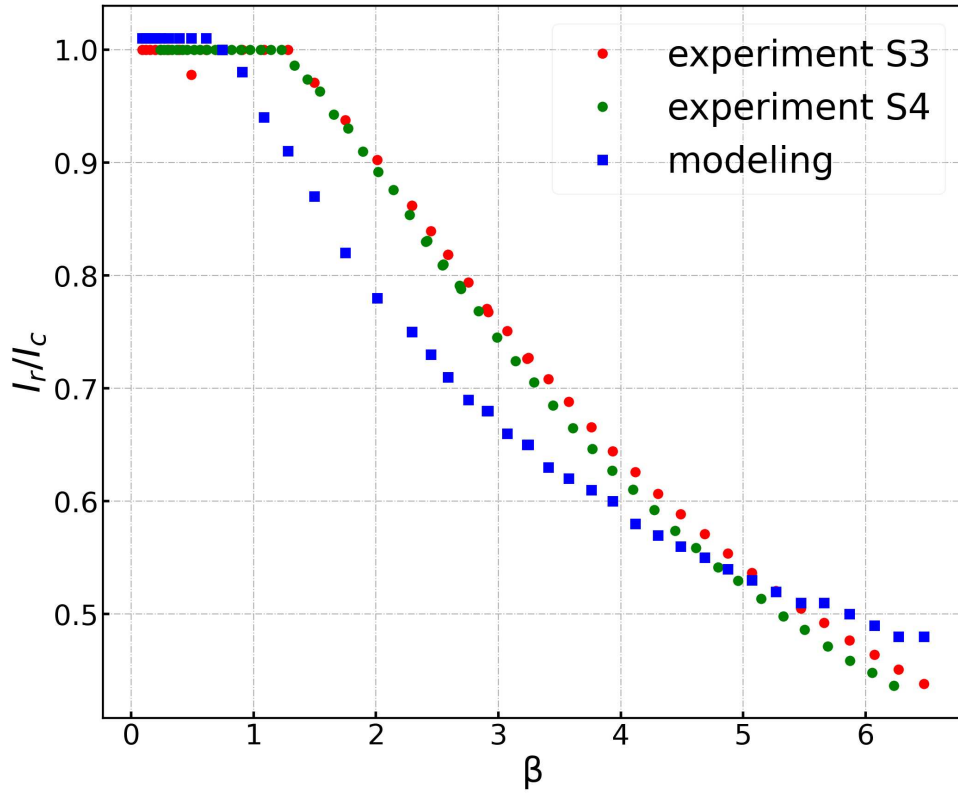


Рис. 44: Сравнение зависимостей нормированного критического тока от параметра Маккамбера в случае наличие ёмкости в джозефсоновском контакте и на эксперименте

соновский контакт.

На рис. 47 показана полученная зависимость дифференциального сопротивления SNS контакта от постоянного тока и мощности внешнего СВЧ сигнала на частоте $f = 5$ ГГц. Черный цвет соответствует областям с постоянным напряжением на контакте, называемым ступенями Шапиро. Для работы при температуре $T = 2$ К и меньшем диапазоне токов было введено внешнее магнитное поле $B_{ext} = -920$ мТ с целью уменьшения критического тока SNS. Данный результат сходится с результатами работы [52], в которой было продемонстрировано как моделирование такой динамики, так и проведён схожий эксперимент.

Была измерена зависимость ступеней Шапиро в зависимости от частоты внешнего СВЧ сигнала. На рис. 48 показана полученная зависимость ступеней Шапиро от частоты внешнего СВЧ сигнала при одной и той же мощности $P = -5$ дБм без учёта аттенюации в 20 дБ. Для работы при температуре $T = 2$ К и меньшем диапазоне токов было введено внешнее магнитное поле $B_{ext} = -920$ мТ с целью уменьшения критического тока SNS. Интересным наблюдением является смещение ступеней Шапиро и/или пропадание сверхпроводимости при малых токах на частотах $f \approx 2.2$ ГГц, 5 ГГц. При этом резонатор третьего образца рассчитан на $f_{res}(S_3) = 5.04$ ГГц.

На частотах 5 ГГц и 8.5 ГГц наблюдается резкое уменьшение критического тока джозефсоновского перехода. Такое поведение может быть связано с усилением подаваемого СВЧ сигнала на резонансных частотах резонатора.

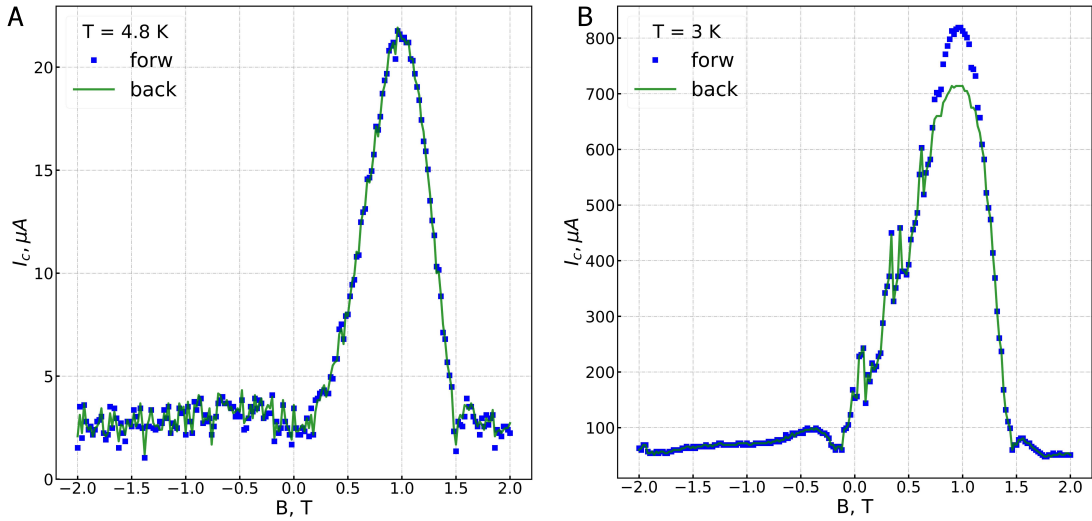


Рис. 45: Зависимость $I_c(B)$. А - при температуре 4.8 К. В - при температуре 3 К. Большая разница в значениях критического тока связана с температурой. Срывы критического тока при 3 К связаны с движением вихрей Абрикосова

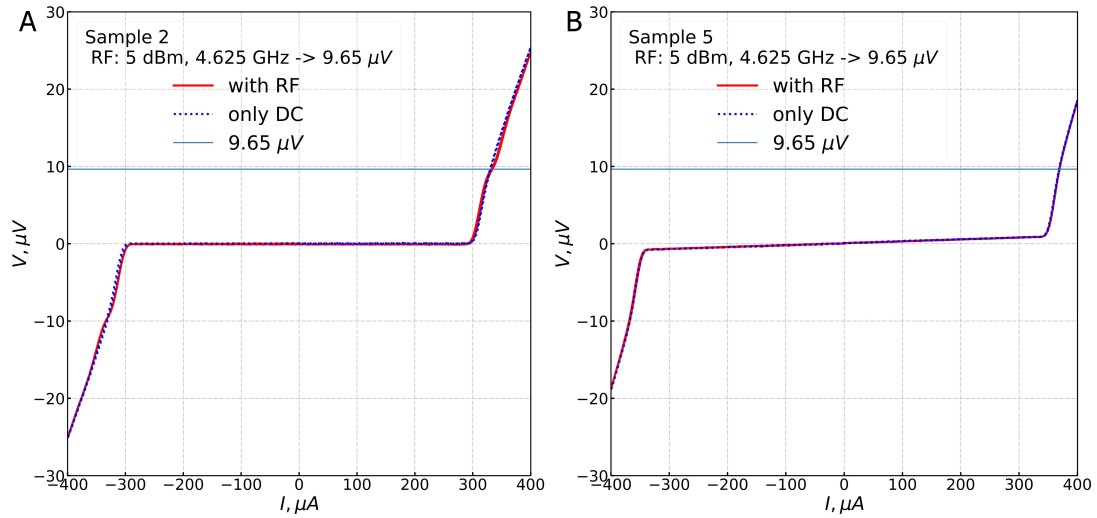


Рис. 46: ВАХ для двух образцов снятые с СВЧ сигналом на частоте, найденного резонатора, и без сигнала

Дополнительно были измерены ступени Шапиро в зависимости от температуры. Результаты показаны на рис. 49. Данные на рис. 49 А получены при мощности СВЧ сигнала $P = -3$ дБм и частоте $f = 7$ ГГц, на рис. 49 В при мощности $P = -5$ дБм и частоте $f = 5$ ГГц. Измерения проводились в одном и том же температурном диапазоне, магнитное поле было выведено.

5.5 Спектроскопия резонаторов с накачкой тока в SNS

Главной целью работы является исследовать возможную устойчивую генерацию СВЧ сигнала в системе генератора. Несмотря на полученные неудовлетворительные результаты резонаторов (см. рис. 37) и достаточно плохие характеристики SNS контактов (слишком большой критический ток), а также отсутствие привычного оборуду-

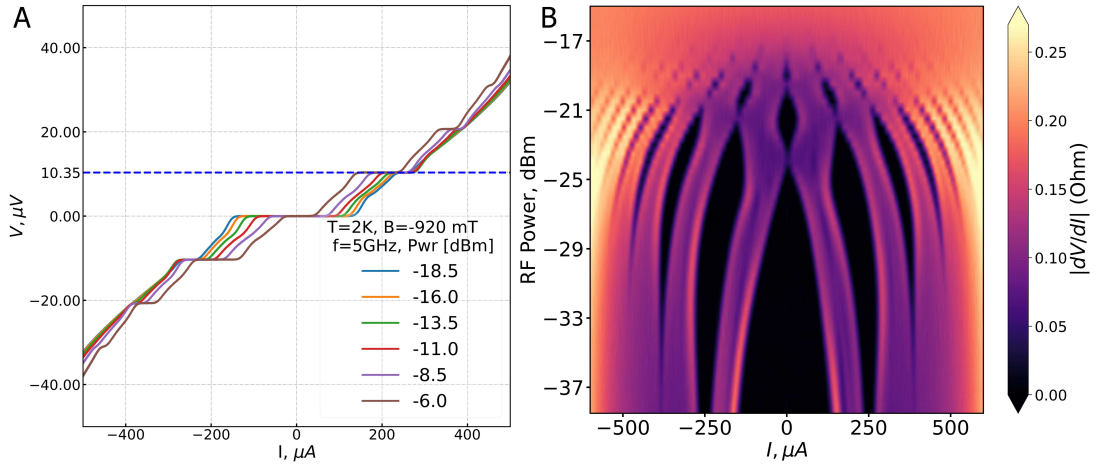


Рис. 47: А - ВАХ в зависимости от мощности СВЧ сигнала (с учётом аттенюации), синим пунктиром показано расчетное напряжение ступени Шапиро для частоты 5 ГГц, В - Зависимость ступеней Шапиро (чёрным цветом показано нулевое дифференциальное сопротивление) от мощности сигнала

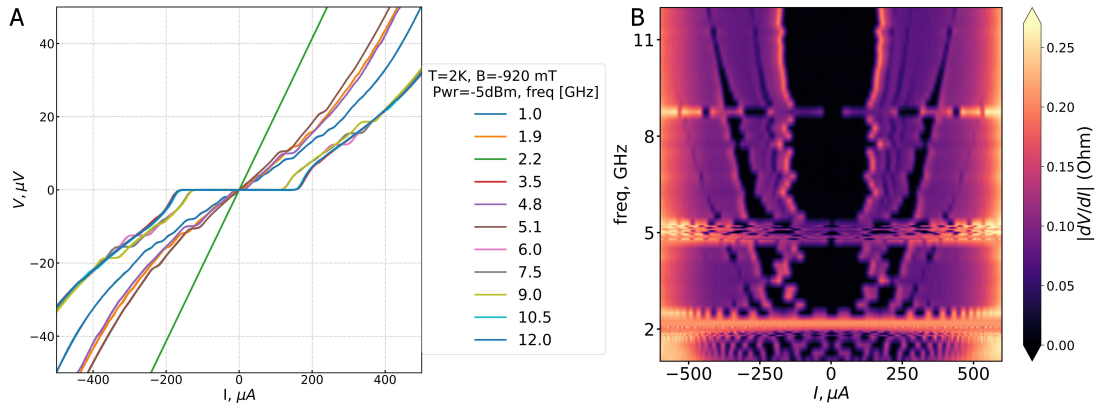


Рис. 48: А - ВАХ в зависимости от частоты СВЧ сигнала (мощность -5 дБм на ВНА), В - Зависимость ступеней Шапиро (чёрным цветом показано нулевое дифференциальное сопротивление) от частоты сигнала

дования для таких задач (спектральный анализатор) была проделана серия экспериментов с попыткой нахождения генерации.

5.5.1 Поиск генерации с помощью ВНА

При генерации переменного сигнала на ВАХ джозефсоновского перехода должна возникать самоиндуцированная ступенька Шапиро. Согласно результатам статьи [3], в которой была предложена теоретическая модель и представлено экспериментальное доказательство, генерация должна происходить при таком токе накачки, чтобы напряжение на переходе лежало на ступени Шапиро. В связи с этим сначала подбиралась такая температура и магнитное поле, чтобы реализовать самую широкую ступень Шапиро. Для этого температура понижалась, чтобы добротность резонатора росла (см. рис. 37В), а магнитное поле вводилось для того, чтобы, уменьшая критический ток, скачок на резистивную ветку был при меньшем напряжении, чем

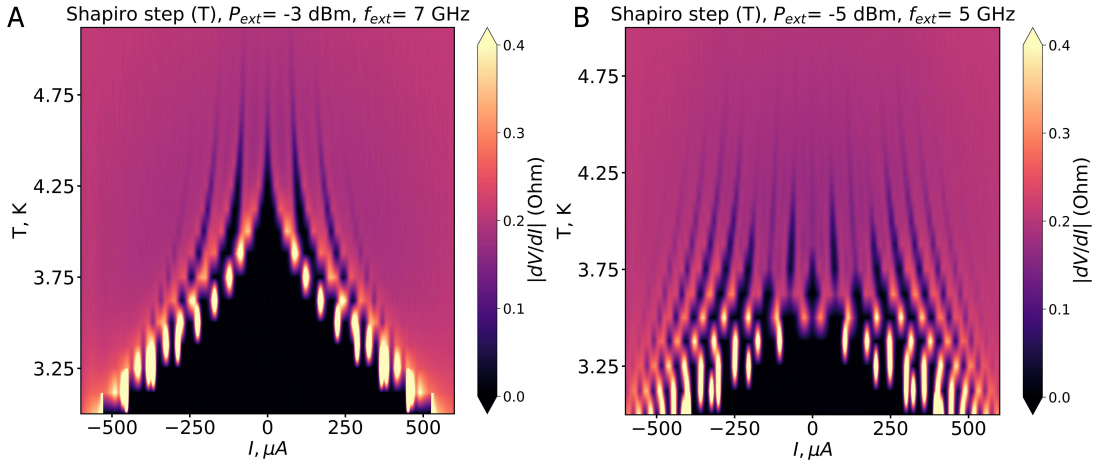


Рис. 49: Зависимости дифференциального сопротивления от температуры при разных параметрах внешнего излучения на SNS переход

напряжение ступени Шапиро ($I_c \cdot R_n < V_{SH} = 9.65$ мкВ). Результаты такой постановки условий показаны на рис. 50.

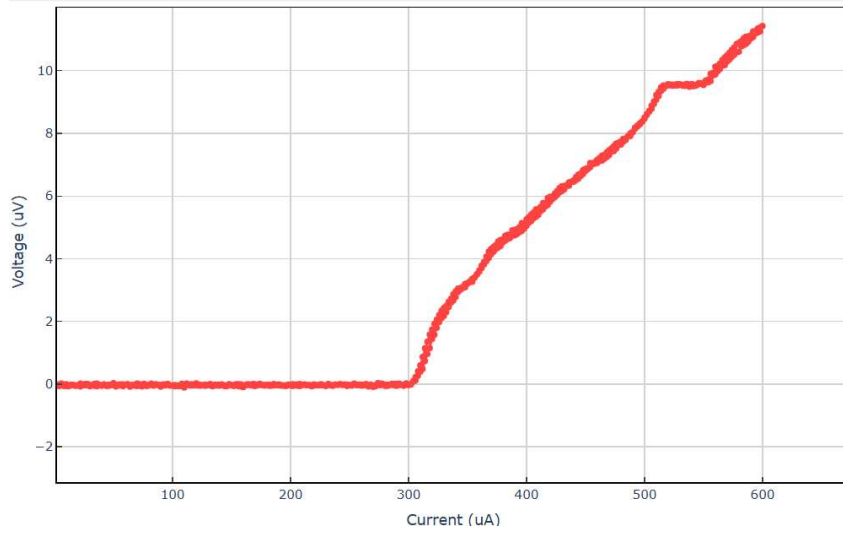


Рис. 50: ВАХ при $T = 2K$ и внешнем магнитном поле $B_{ext} = -720$ мТ

Правильная работа генератора заключается в создании СВЧ сигнала из накачки в виде постоянного тока. Для поиска такой генерации первый выход VNA был закорочен заглушкой на 50 Ом как и провод. После этого было проведено подробное сканирование $S_{21}(f)$ шириной 100 МГц вблизи резонансного пика, при котором через SNS пропусклся постоянный ток, при котором наблюдалась ступень Шапиро. После окончания серии сканирования данные усреднялись, и ток накачки менялся на следующее значение с маленьким шагом в области ступени Шапиро и сканирование повторялось. Дополнительно был проделан такой же эксперимент с токами и частотами скана на половинной ступени Шапиро. Результаты такого сканирования показаны на рис. 51.

При генерации при такой постановке эксперимента должно было быть увеличение S_{21} в некоторой области частот, чего не наблюдалось как при работе с целой, так и

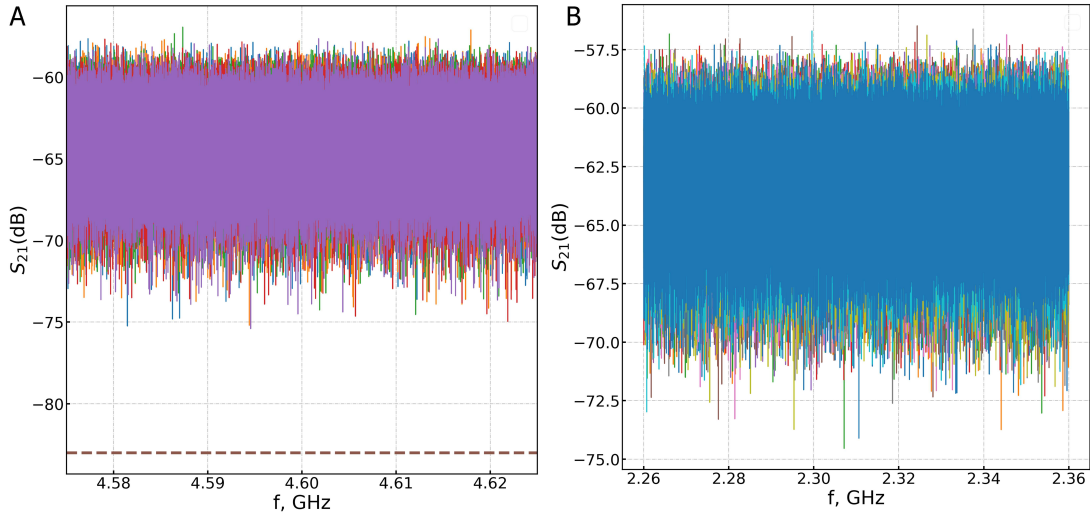


Рис. 51: Поиск генерации для образца с получившемся резонатором на чипе Nb/Cu. А - $S_{21}(f)$ вблизи частоты резонатора, чёрным пунктиром показана оценочная мощность генерации сигнала. В - $S_{21}(f)$ вблизи половинной частоты резонатора, так как наблюдалась половинная ступень Шапиро

с половинной ступенью Шапиро.

Для анализа данного результата было проделано моделирование генератора (см. [24]) с полученными параметрами $\beta, I_c, R_n, f_{res}, Q_l, Q_c$, а также использовались оценки на генерацию из [3].

$$R_1 = \frac{4}{\pi Q_l} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$P_{out} = \frac{Q_l}{Q_c} P_{gen} = \frac{Q_l}{Q_c} \frac{1}{2} R_1 I_{ac}^2$$

где R_1 - сопротивление, описывающее собственные потери резонатора, определяющее суммарную добротность, P_{out} - мощность на выходе генератора, P_{gen} - мощность генерации, которая расходуется на диссипацию и нагрузку. I_{ac} оценивается при помощи моделирования (см. рис. 52).

I_{ac} вычисляется, как значение, при котором выполняется равенство импедансов $R_{JJ} = -R_1$, где R_{JJ} - действительная часть импеданса джозефсоновского перехода, которая определяется из численного решения уравнения динамики перехода. Подставляя полученные значения в формулу выше, оценочная выходная мощность генерации составляет $P_{out} = -83$ дБм, что меньше, чем уровень шума. Данное значение выходной мощности показано чёрным пунктиром на рис. 51А. Учёт криогенного усилителя и линий в криостате приводит к выходной мощности, примерно $P_{out} = -60$ дБм, что соответствует уровню шума.

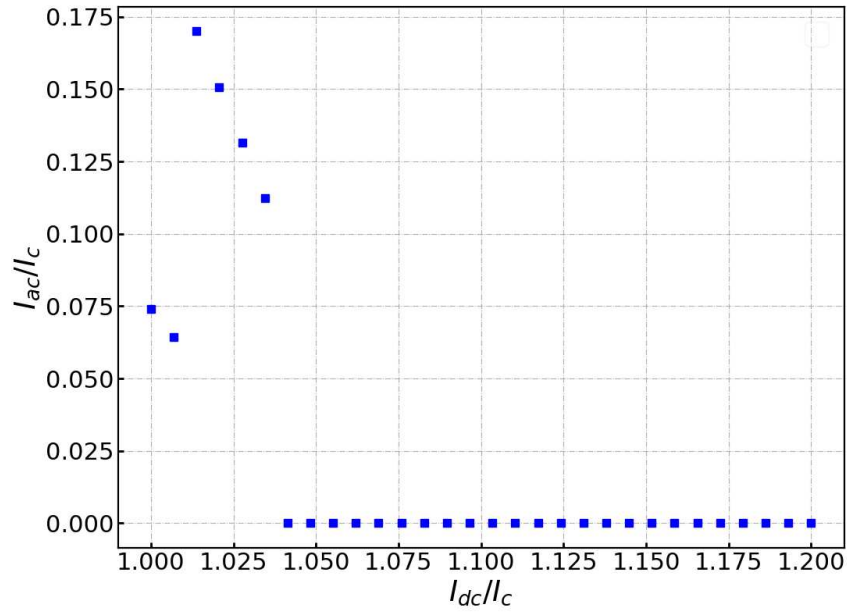


Рис. 52: Зависимость амплитуды переменного тока от dc тока накачки (токи нормированы на величину I_c)

5.5.2 Исследование резонансного отклика от постоянного тока через SNS

В данном эксперименте исследовался отклик резонатора в составе генератора образца N2 в зависимости от тока накачки через SNS. Из-за связи джозефсоновского контакта с резонатором ожидается изменение параметров последнего при подачи постоянного тока на контакт. Для исследования этой связи проводился полный скан $S_{21}(f)$ шириной 100 МГц вблизи резонансной частоты. Через центральную линию подавался сигнал $P = -47$ дБм с учётом аттенюации. При этом через SNS подавался ток, соответствующий значению тока на ступени Шапиро. Несколько сканов $S_{21}(f)$ усреднялись, после чего постоянный ток изменялся на следующее значение на ступени Шапиро. При обработке данных вычитался фон $S_{21}(f)$ без подачи постоянного тока при $T = 7$ К. Результат данных измерений показан на рис. 53. Резонансная частота и характеристики резонатора были получены в результате аппроксимации пика по формуле 1.3.34. На рис. 53А показаны два полученных скана $S_{21}(f)$ при разных значениях постоянного тока через SNS.

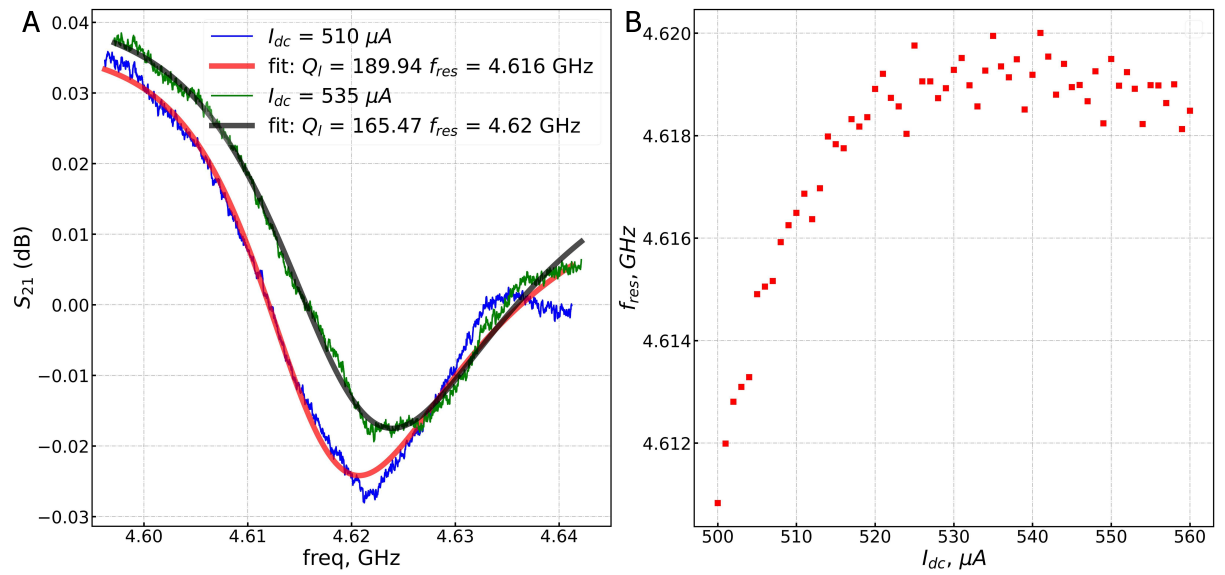


Рис. 53: А - типичные сканы $S_{21}(f)$ с вычетом фона при токе накачки на Шапиро ступени, В - Зависимость резонансной частоты от тока накачки на ступени Шапиро

6 Заключение

В настоящей работе была впервые продемонстрирована возможность реализации планарных структур (плоско-штыревого конденсатора, копланарного резонатора и джозефсоновского SNS-перехода) для создания генератора СВЧ-сигналов в интегральном исполнении. Показано очевидное преимущество планарной технологии по сравнению с слоистой. Для достижения целей была реализована технология изготовления каждого элемента в отдельности и всех элементов в сборе. Технология изготовления состоит из следующих этапов: магнитронное напыление бислоя медь/ниобий, лазерная и электронная литографии с последующим плазмохимическим и реактивным сухим травлением. Для исследования образцов генераторов была построена измерительная схема на базе рефрижератора растворения с низкошумящим криогенным усилителем, аттенюаторами и использованием векторного анализатора цепей.

По результатам измерений были получены зависимости характеристик резонаторов от температуры и характеристик SNS контактов как от температуры, так и от магнитного поля. Удалось добиться критических токов джозефсоновских контактов порядка 100 мкА и добротностей резонаторов на уровне 10^3 .

Проведенные эксперименты подтвердили наличие связи резонатора и SNS перехода. В результате измерений было обнаружено отрицательное значение реактивной части импеданса перехода при достижении постоянным напряжением значения, соответствующего ступеньке Шапиро. Данный эффект является признаком возможной генерации в системе, однако ввиду низких добротностей полученных резонаторов из-за недотрава меди, измерить генерируемый сигнал не представляется возможным. В дальнейшем планируется улучшить характеристики системы для оптимальной работы устройства.

Все полученные технологические и исследовательские результаты указывают на применимость разработанной технологии в микроэлектронике для управления сверхпроводниковыми квантовыми устройствами.

Благодарности

Выражаю глубокую признательность моему научному руководителю, Столярову Василию Сергеевичу, за ценные замечания и исправления в работе, важные рекомендации при подготовке презентаций, а также за возможность работать в замечательном коллективе Лаборатории топологических квантовых явлений в сверхпроводящих системах и Центра перспективных методов мезофизики и нанотехнологий МФТИ.

Особую благодарность хочу выразить моему научному со-руководителю, Калашникову Дмитрию Сергеевичу, за бесценные знания, обучение экспериментальным методикам, постоянную отзывчивость (включая поддержку в нерабочее время) и неоценимый вклад в выполнение этой работы.

Отдельное спасибо хотелось бы сказать Шишкину Андрею Геннадьевичу и Трофимову Игорю Валерьевичу (ИНМЭ РАН) за помощь в изготовлении образцов и передачу опыта в области литографии.

Также искренне благодарю Полевого Константина Борисовича за помощь в освоении экспериментального оборудования и ценные практические советы.

В завершение хотелось бы выразить особую признательность Добровольской Екатерине Александровне за всестороннюю помощь в работе с документацией, связанной с лабораторной деятельностью и учебным процессом.

Список литературы

- [1] Andrew Addison Houck, JA Schreier, BR Johnson, JM Chow, Jens Koch, JM Gambetta, DI Schuster, L Frunzio, MH Devoret, SM Girvin, et al. Controlling the spontaneous emission of a superconducting transmon qubit. *Physical review letters*, 101(8):080502, 2008.
- [2] Charles Neill, Pedran Roushan, K Kechedzhi, Sergio Boixo, Sergei V Isakov, V Smelyanskiy, A Megrant, B Chiaro, A Dunsworth, K Arya, et al. A blueprint for demonstrating quantum supremacy with superconducting qubits. *Science*, 360(6385):195–199, 2018.
- [3] Chengyu Yan, Juha Hassel, Visa Vesterinen, Jinli Zhang, Joni Ikonen, Leif Grönberg, Jan Goetz, and Mikko Möttönen. A low-noise on-chip coherent microwave source. *Nature Electronics*, 4(12):885–892, 2021.
- [4] VV Schmidt. *The Physics of Superconductors: Introduction to Fundamentals and Applications*. Springer, 1997.
- [5] Antonio Barone, Gianfranco Paterno, et al. *Physics and applications of the Josephson effect*. John Wiley & Sons, 1982.
- [6] Н. М. Щелкачёв Я. В. Фоминов. *Эффект Джозефсона: Учебно-методическое пособие*. М.: МФТИ, 32с, 2010.
- [7] Brian David Josephson. Possible new effects in superconductive tunnelling. *Physics letters*, 1(7):251–253, 1962.
- [8] H. Courtois, M. Meschke, J. T. Peltonen, and J. P. Pekola. Origin of hysteresis in a proximity josephson junction. *Physical Review Letters*, 101(6), August 2008.
- [9] P. Dubos, H. Courtois, B. Pannetier, F. K. Wilhelm, A. D. Zaikin, and G. Schön. Josephson critical current in a long mesoscopic s-n-s junction. *Physical Review B*, 63(6), January 2001.
- [10] Sidney Shapiro. Josephson currents in superconducting tunneling: The effect of microwaves and other observations. *Physical Review Letters*, 11(2):80, 1963.
- [11] Dmitrii Kalashnikov. Resonance spectroscopy of the superconducting current vortices dynamics in planar josephson junctions. Master’s thesis, the Skolkovo Institute of Science and Technology, June 2022.
- [12] JC Cuevas and FS Bergeret. Magnetic interference patterns and vortices in diffusive sns junctions. *Physical review letters*, 99(21):217002, 2007.
- [13] D. Pozar. *Microwave Engineering*. Wiley, 4th edition, 2011.

- [14] Kiselev E. Design and measurement of superconducting spiral microwave resonators. Bachelor thesis, KIT – University of the State of Baden-Wuerttemberg and National Research Center of the Helmholtz Association, August 2013.
- [15] Kevin D Crowley, Russell A McLellan, Aveek Dutta, Nana Shumiya, Alexander PM Place, Xuan Hoang Le, Youqi Gang, Trisha Madhavan, Matthew P Bland, Ray Chang, et al. Disentangling losses in tantalum superconducting circuits. *Physical Review X*, 13(4):041005, 2023.
- [16] Фёдоров Глеб. Проектирование и исследование высококогерентных сверхпроводниковых квантовых систем. Магистерская диссертация, Московский физико-технический институт, Июнь 2017.
- [17] Ilya Besedin and Alexey P Menushenkov. Quality factor of a transmission line coupled coplanar waveguide resonator. *EPJ Quantum Technology*, 5(1):1–16, 2018.
- [18] Sebastian Probst, FB Song, Pavel A Bushev, Alexey V Ustinov, and Martin Weides. Efficient and robust analysis of complex scattering data under noise in microwave resonators. *Review of Scientific Instruments*, 86(2), 2015.
- [19] M Stoutimore Khalil, MJA Stoutimore, FC Wellstood, and KD Osborn. An analysis method for asymmetric resonator transmission applied to superconducting devices. *Journal of Applied Physics*, 111(5), 2012.
- [20] VP Koshelets, SV Shitov, PN Dmitriev, AB Ermakov, LV Filippenko, VV Khodos, VL Vaks, AM Baryshev, PR Wesselius, and Jesper Mygind. Towards a phase-locked superconducting integrated receiver: prospects and limitations. *Physica C: Superconductivity*, 367(1-4):249–255, 2002.
- [21] MC Cassidy, A Bruno, S Rubbert, M Irfan, J Kammhuber, RN Schouten, AR Akhmerov, and LP Kouwenhoven. Demonstration of an ac josephson junction laser. *Science*, 355(6328):939–942, 2017.
- [22] Richard L Kautz and R Monaco. Survey of chaos in the rf-biased josephson junction. *Journal of applied physics*, 57(3):875–889, 1985.
- [23] Richard L Kautz. The ac josephson effect in hysteretic junctions: Range and stability of phase lock. *Journal of Applied Physics*, 52(5):3528–3541, 1981.
- [24] Тюменев Радик. Криогенный свч-генератор на основе Джозефсоновского перехода. бакалаврская работа, Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Июнь 2023.
- [25] Gary D Alley. Interdigital capacitors and their application to lumped-element microwave integrated circuits. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 18(12):1028–1033, 2003.

- [26] PM Harrey, PSA Evans, BJ Ramsey, and DJ Harrison. Interdigitated capacitors by offset lithography. *Journal of Electronics Manufacturing*, 10(01):69–77, 2000.
- [27] J Wei. Distributed capacitance of planar electrodes in optic and acoustic surface wave devices. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 13(4):152–158, 1977.
- [28] Reinmut K Hoffmann. Handbook of microwave integrated circuits. *Norwood*, 1987.
- [29] Rui Igreja and CJ Dias. Analytical evaluation of the interdigital electrodes capacitance for a multi-layered structure. *Sensors and Actuators A: Physical*, 112(2-3):291–301, 2004.
- [30] Spartak S Gevorgian, Torsten Martinsson, Peter LJ Linner, and Erik L Kollberg. Cad models for multilayered substrate interdigital capacitors. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, 44(6):896–904, 2002.
- [31] Marc Madou. Fundamentals of microfabrication and nanotechnology, volume i-iii. *CRC Press, 3th edition*, 2011.
- [32] BlueFors Cryogenics. *BF-LD250 User manual*, 1.4.0 edition, 2013.
- [33] ATAM De Waele. Pulse-tube refrigerators: principle, recent developments, and prospects. *Physica B: Condensed Matter*, 280(1-4):479–482, 2000.
- [34] R Radebaugh and JD Siegwarth. Dilution refrigerator technology. *Cryogenics*, 11(5):368–384, 1971.
- [35] AS Averkin, A Karpov, K Shulga, E Glushkov, N Abramov, U Huebner, E Il’Ichev, and AV Ustinov. Broadband sample holder for microwave spectroscopy of superconducting qubits. *Review of Scientific Instruments*, 85(10), 2014.
- [36] C.P. Wen. Coplanar waveguide, a surface strip transmission line suitable for nonreciprocal gyromagnetic device applications. In *1969 G-MTT International Microwave Symposium*, pages 110–115, 1969.
- [37] Фёдоров Глеб. Исследование сверхпроводящих потоковых кубитов. бакалаврская работа, Московский физико-технический институт, Июнь 2015.
- [38] Fei Yan, Simon Gustavsson, Archana Kamal, Jeffrey Birenbaum, Adam P Sears, David Hover, Ted J Gudmundsen, Danna Rosenberg, Gabriel Samach, Steven Weber, et al. The flux qubit revisited to enhance coherence and reproducibility. *Nature communications*, 7(1):12964, 2016.
- [39] A Dunsworth, A Megrant, C Quintana, Zijun Chen, R Barends, B Burkett, B Foxen, Yu Chen, B Chiaro, A Fowler, et al. Characterization and reduction of capacitive loss induced by sub-micron josephson junction fabrication in superconducting qubits. *Applied Physics Letters*, 111(2), 2017.

- [40] S Zhu, F Crisa, M Bal, AA Murthy, J Lee, Z Sung, A Lunin, D Frolov, R Pilipenko, D Bafia, et al. High quality superconducting nb co-planar resonators on sapphire substrate. *arXiv preprint arXiv:2207.13024*, 2022.
- [41] Martin Göppl, A Fragner, M Baur, Romeo Bianchetti, Stefan Filipp, Johannes M Fink, Peter J Leek, G Puebla, Lars Steffen, and Andreas Wallraff. Coplanar waveguide resonators for circuit quantum electrodynamics. *Journal of Applied Physics*, 104(11), 2008.
- [42] Jerzy Krupka, Jonathan Breeze, Anthony Centeno, Neil Alford, Thomas Claussen, and Leif Jensen. Measurements of permittivity, dielectric loss tangent, and resistivity of float-zone silicon at microwave frequencies. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, 54(11):3995–4001, 2006.
- [43] RF Wang, SP Zhao, GH Chen, and QS Yang. Magnetic penetration depth in nb/al and nb/cu superconducting proximity bilayers. *Physical Review B*, 62(17):11793, 2000.
- [44] MS Pambianchi, Lie Chen, and Steven M Anlage. Complex conductivity of proximity-superconducting nb/cu bilayers. *Physical Review B*, 54(5):3508, 1996.
- [45] Takashi Noguchi, Agnes Dominjon, Matthias Kroug, Satoru Mima, and Chiko Otani. Characteristics of very high q nb superconducting resonators for microwave kinetic inductance detectors. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 29(5):1–5, 2019.
- [46] JP Turneaure, J Halbritter, and HA Schwettman. The surface impedance of superconductors and normal conductors: The mattis-bardeen theory. *Journal of Superconductivity*, 4:341–355, 1991.
- [47] Luigi Frunzio, Andreas Wallraff, David Schuster, Johannes Majer, and Robert Schoelkopf. Fabrication and characterization of superconducting circuit qed devices for quantum computation. *IEEE transactions on applied superconductivity*, 15(2):860–863, 2005.
- [48] CJ Gorter and Ernest A Lynton. Progress in low temperature physics: Vol. 1, 1955.
- [49] John M Martinis, Rami Barends, and Alexander N Korotkov. Calculation of coupling capacitance in planar electrodes. *arXiv preprint arXiv:1410.3458*, 2014.
- [50] Alexandre Avraamovitch Golubov and M Yu Kupriyanov. The current phase relation in josephson tunnel junctions. *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, 81:335–341, 2005.
- [51] Tat’yana Evgen’evna Golikova, F Hübler, D Beckmann, Nikolay Viktorovich Klenov, Sergey Viktorovich Bakurskiy, M Yu Kupriyanov, Igor’Evgen’evich Batov, and

Valerii Vladimirovich Ryazanov. Critical current in planar sns josephson junctions. *JETP letters*, 96:668–673, 2013.

- [52] S Tran, J Sell, and JR Williams. Dynamical josephson effects in nb se 2. *Physical Review Research*, 2(4):043204, 2020.