

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования "Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)"

Физтех-школа физики и исследований им. Ландау

Образовательная программа "Мезоскопические квантовые явления в  
функциональных микро- и наноструктурах"

Направление подготовки: 03.04.01 Прикладные математика и физика

Направленность подготовки: Общая и прикладная физика

Разработка и измерение параметров кутритной  
схемы для квантовой магнитометрии на  
искусственных атомах-трансмонах

(Магистерская диссертация)

Выполнил  
студент 6 курса гр. М02-306е  
Ярополов Терентий Андреевич

*подпись* \_\_\_\_\_

Научный руководитель  
к.ф.-м.н. Лебедев Андрей Владимирович

*подпись* \_\_\_\_\_

Долгопрудный, 2025 год

## Аннотация

Квантовая магнитометрия является перспективным направлением применения кубитов (квантовых систем размерности  $d > 2$ ), где использование дополнительных уровней расширяет диапазон измерений и повышает чувствительность сенсоров. Однако классические пороговые методы считывания, применимые для кубитов, не адаптированы для многоуровневых систем. В данной работе предложен метод single-shot считывания кутрита ( $d = 3$ ) на основе нейросети прямого распространения (FNN), который естественно масштабируется на кудиты, устойчив к шумам и поддерживает дообучение.

В данной магистерской работе основное внимание уделено проектированию и экспериментальному исследованию кутритной схемы на основе сверхпроводникового трансмона. Проведены моделирование и изготовление 9 кутритов на чипе с перестраиваемыми трансмонами и резонаторами, также выполнены спектроскопические и импульсные измерения. Разработанный метод считывания с использованием FNN нейросети обеспечил точность классификации состояния кутрита на уровне 85.5%, и был успешно применен для подготовки и реализации кутритных алгоритмов оценки фазы.

Полученные результаты создают основу для дальнейшего применения кутритов в квантовой метрологии, включая задачи оценки слабых магнитных полей. Разработанная схема может быть использована в качестве прототипа квантового сенсора с гейзенберговским разрешением.

# Содержание

<b>Введение</b>	<b>4</b>
<b>1 Архитектура и теоретические основы кутритных схем</b>	<b>5</b>
1.1 Базовые элементы схемы	5
1.1.1 Перестраиваемый трансмон-кутрит	5
1.1.2 Считывающий резонатор	7
<b>2 Проектирование и моделирование кутритной квантовой схемы</b>	<b>9</b>
2.1 Общая архитектура	9
2.2 Технология изготовления	10
2.3 Расчет параметров кутрита	11
2.3.1 Частоты переходов, ангармонизм	11
2.3.2 Связь с резонатором	13
2.3.3 Магнитный поток через СКВИД	15
2.4 Расчёт параметров резонатора	16
2.4.1 Нелинейная часть ёмкости	17
2.4.2 Связь с линией считывания	18
2.4.3 Частоты и добротности	20
<b>3 Оборудование</b>	<b>23</b>
3.1 Криостат растворения	23
3.2 Управляющая электроника	24
3.2.1 Генерация микроволновых импульсов с использованием IQ-миксера	24
<b>4 Измерение параметров схемы</b>	<b>27</b>
4.1 Непрерывные измерения	27
4.1.1 Однотоновая спектроскопия	27
4.1.2 Двухтоновая спектроскопия	28
4.1.3 Спектроскопия по магнитному потоку	29
4.2 Импульсные измерения	30
4.2.1 Осцилляции Раби и калибровка импульсов	30
4.2.2 Измерение ангармонизма	32
4.2.3 Реализация single-shot измерений	33
4.2.4 Измерение времен релаксации и дефазировки	34
4.3 Считывание состояния кутрита	36
4.3.1 Модифицированный single-shot	36
4.3.2 Общий принцип FNN (нейросети прямого распространения)	37
4.3.3 Структура нейросети прямого распространения	38
4.3.4 Обучение и тестирование	38

4.3.5 Экспериментальное применение нейросети . . . . .	39
<b>5 Заключение</b>	<b>41</b>
<b>Список литературы</b>	<b>42</b>

# Введение

Квантовые технологии стремительно развиваются и охватывают всё более широкий спектр направлений, включая квантовые вычисления, коммуникации и сенсоры. Классические измерения ограничены так называемым *стандартным квантовым пределом* (SQL), который масштабируется как  $\frac{1}{\sqrt{t}}$ . Однако квантовые сенсоры, использующие суперпозиционные и запутанные состояния, позволяют достичь более фундаментального ограничения — *предела Гейзенберга* [1, 2, 3, 4] (Heisenberg limit), который устанавливает, что точность измерения может масштабироваться как  $\frac{1}{t}$ .

Особую актуальность приобретает разработка квантовых сенсоров на основе сверхпроводниковых схем, в частности, трансмонов, представляющих собой искусственные атомы, управляемые СВЧ-сигналами. Были предложены способы реализации сенсоров магнитного поля на трансмонах с использованием алгоритмов оценки фазы, в том числе алгоритмов Китаева, Фурье [5], LAMA (Linear ascending metrological algorithm) [6].

В работе [7] была впервые экспериментально продемонстрирована возможность квантового усиления чувствительности при использовании алгоритмов оценки фазы на платформе сверхпроводникового кубита. Авторы использовали модифицированные алгоритмы Китаева и Фурье, что позволило достичь чувствительности при измерении постоянного магнитного поля, превосходящей стандартный квантовый предел. В теоретической работе [5] рассмотрена возможность использования кудитов (в частности, кутрита — трёхуровневой квантовой системы) для повышения эффективности алгоритмов оценки фазы. Кудит представляет собой квантовую систему с  $d$  уровнями, где  $d > 2$ . Теоретически использование кудитов позволяет дополнительно улучшить точность измерений [8] на множитель  $\propto \frac{1}{d-1}$ , где  $d$  - размерность гильбертова пространства.

В данной работе основное внимание уделено проектированию, моделированию и экспериментальному исследованию кутритной схемы на основе перестраиваемого трансмона. Представлены результаты численного расчёта параметров схемы, включая частоты переходов, ангармонизм и параметры связи с резонатором. Проведена экспериментальная спектроскопия и импульсные измерения. Реализован метод single-shot считывания кутрита с использованием нейросети прямого распространения (FNN). С его помощью измерены кутритные "паспорта" необходимые для реализации квантовой магнитометрии с применением модифицированных алгоритмов оценки фазы.

Таким образом, целью настоящей работы является всестороннее исследование кутритной схемы на сверхпроводниковой платформе — от теоретического моделирования и инженерного проектирования до практических измерений и обсуждения применения в задачах квантовой метрологии.

# 1 Архитектура и теоретические основы кутритных схем

## 1.1 Базовые элементы схемы

### 1.1.1 Перестраиваемый трансмон-кутрит

Трансмон, на сегодняшний день, является одной из наиболее распространённых архитектур сверхпроводниковых кубитов. Он состоит из джозефсоновского перехода, шунтированного большой ёмкостью (рис. 1), и был предложен [9] в 2007 году как модификация схемы ящика куперовских пар (Cooper Pair Box, CPB) [10]. Такая архитектура позволяет снизить чувствительность к флуктуациям внешнего заряда, что значительно улучшает характеристики кубита.

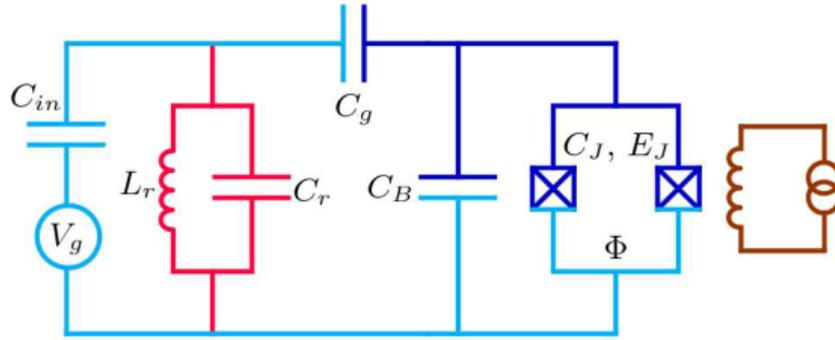


Рис. 1: Принципиальная схема трансмона. Кубит представляет собой СКВИД, шунтированный большой ёмкостью  $C_B$ . Кубит ёмкостно связан ёмкостью  $C_g$  со считывающим резонатором, представленным красным LC-контуром. Резонатор ёмкостно связан с линией считывания. Рисунок взят из статьи [9].

Гамильтониан трансмона имеет вид:

$$\hat{H} = 4E_C(\hat{n} - n_g)^2 - E_J \cos \hat{\varphi}, \quad (1)$$

где  $\hat{n}$  — оператор числа протуннелировавших куперовских пар,  $\hat{\varphi}$  — оператор разности фаз параметра порядка между сверхпроводящими берегами,  $n_g$  — внешний наведённый заряд,  $E_J$  — джозефсоновская энергия,  $E_C$  — зарядовая энергия, определяемая как

$$E_C = \frac{e^2}{2C_\Sigma}, \quad (2)$$

где  $C_\Sigma$  — полная ёмкость острова трансмона.

Перестраиваемый по частоте трансмон отличается тем, что джозефсоновский переход заменяется на СКВИД (кольцо из двух джозефсоновских переходов). В таком случае энергия Джозефсона становится функцией внешнего магнитного потока  $\Phi$

через СКВИД:

$$E_J(\Phi) = E_{J,\Sigma} \left[ \cos^2 \left( \pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) + d^2 \sin^2 \left( \pi \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \right]^{1/2}, \quad (3)$$

где  $E_{J,\Sigma} = E_{J1} + E_{J2}$  — суммарная энергия переходов,  $d = \frac{E_{J1} - E_{J2}}{E_{J,\Sigma}}$  — асимметрия переходов, и  $\Phi_0 = h/2e$  — квант магнитного потока.

Гамильтониан трансмона (1) может быть точно решен в фазовом базисе в терминах функций Матьё (уровни энергии считаются численно). Однако в трансмонном режиме  $E_J/E_C \gg 1$  фаза  $\hat{\varphi}$  хорошо определена и возможно аналитическое приближение. Раскладывая  $\cos \hat{\varphi}$  по малому параметру, получаем энергию уровней в виде:

$$E_n \approx \sqrt{8E_J(\Phi)E_C} \left( n + \frac{1}{2} \right) - \frac{E_C}{12}(6n^2 + 6n + 3), \quad (4)$$

где  $n = 0, 1, 2, \dots$  — номер уровня.

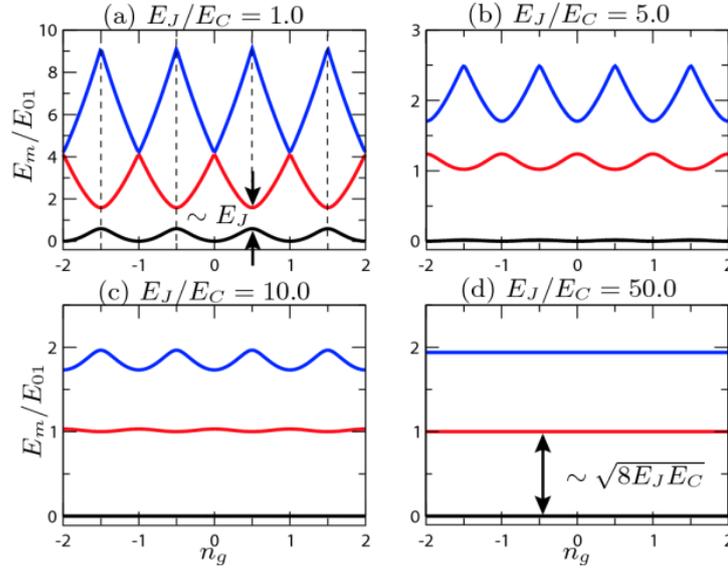


Рис. 2: Энергетические уровни сверхпроводникового кубита при разных соотношениях  $E_J/E_C$ . Чёрной кривой обозначено основное состояние, красной — первый возбужденный уровень, синей — второй возбужденный уровень. Рисунок взят из статьи [9].

Мы получили спектр слабо ангармонического осциллятора. Частота основного перехода  $\omega_{01}$  задаётся выражением:

$$\omega_{01}(\Phi) \approx \sqrt{8E_J(\Phi)E_C} - E_C, \quad (5)$$

а ангармонизм определяется как:

$$\alpha = E_{12} - E_{01} \approx -E_C \quad (6)$$

Наличие ангармонизма является необходимым условием для реализации кубитов и кудитов, так как позволяет избежать заселённости уровней вне вычислительного

базиса.

Использование первых трёх уровней трансмона позволяет реализовать кутрит с доступом к двум переходам:  $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$  и  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ . Зависимость частот переходов от внешнего потока (соответственно и от магнитного поля)  $\Phi$  позволяет использовать трансмон в качестве чувствительного магнитного сенсора, а также адаптировать рабочую точку к условиям эксперимента, максимизируя время когерентности или чувствительность к внешнему полю в зависимости от задачи.

### 1.1.2 Считывающий резонатор

Для считывания квантового состояния трансмона используется ёмкостно связанный с ним копланарный четвертьволновой резонатор.

Резонатор изготавливается в виде открытой  $\lambda/4$  линии, заземлённой с одного конца и с ёмкостной связью на другом. Через конденсатор  $C_g$  резонатор связан с островом трансмона, обеспечивая возможность как управления, так и считывания.

Взаимодействия резонатора и трансмона описывается гамильтонианом Джейнса-Каммингса:

$$\hat{H} = \hbar\omega_r\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\sum_j\omega_j|j\rangle\langle j| + \hbar\sum_{i,j}g_{ij}|i\rangle\langle j|(\hat{a} + \hat{a}^\dagger), \quad (7)$$

где  $\hat{a}^\dagger$ ,  $\hat{a}$  — операторы рождения и уничтожения фотонов в резонаторе,  $\omega_j$  — уровни трансмона, а  $g_{ij}$  — константы связи с резонатором.

Если разность частот резонатора и переходов трансмона велика по сравнению с константой связи  $g$ , т.е.

$$|\Delta_{ij}| = |\omega_{ij} - \omega_r| \gg g_{ij},$$

то система находится в дисперсионном режиме. В этом случае гамильтониан можно привести к следующему виду:

$$\hat{H}_{\text{eff}} \approx \hbar(\omega'_r + \chi\hat{\sigma}_z)\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\hbar\omega'_{01}\hat{\sigma}_z, \quad (8)$$

где  $\omega'_r$  и  $\omega'_r$  — ренормализованные частоты,  $\chi = \chi_{01} - \frac{1}{2}\chi_{12}$  — дисперсионный сдвиг. Взаимодействие между трансмоном и резонатором приводит к сдвигу как собственной частоты резонатора, так и частоты перехода кубита (или кутрита):

$$\omega'_r = \omega_r - \frac{1}{2}\chi_{12}, \quad (9)$$

$$\omega'_{01} = \omega_{01} + \chi_{01}. \quad (10)$$

Здесь  $\chi_{01}$  и  $\chi_{12}$  — дисперсионные сдвиги, определяемые как

$$\chi_{ij} = \frac{g_{ij}^2}{\omega_{ij} - \omega_r}, \quad \omega_{ij} = \omega_j - \omega_i. \quad (11)$$

Таким образом, если кубит находится в возбужденном состоянии ( $|1\rangle$ ), часто-

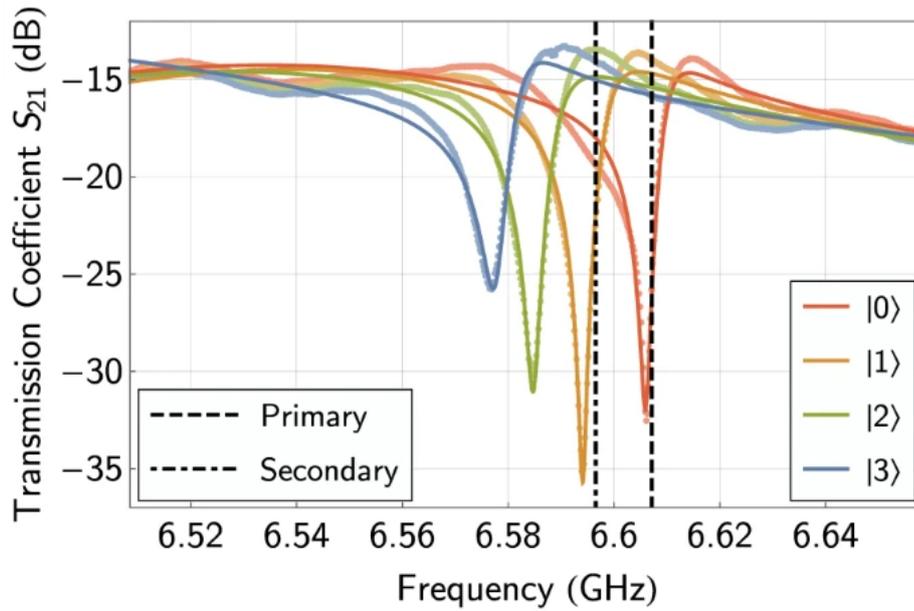


Рис. 3: Дисперсионный сдвиг частоты резонатора в зависимости от состояния кубита, подготовленного в состояниях  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$  и  $|3\rangle$  соответственно. Вертикальные линии показывают оптимальные частоты считывания для основного (штриховая линия) и дополнительного тона (штрихпунктирная линия). Рисунок взят из статьи [11].

та связанного с ним считывающего резонатора уменьшается на две величины дисперсионного сдвига  $2\chi$  (т.к. обычно он отрицательный). В случае кутрита ситуация аналогичная (рис. 3). Эта зависимость частоты резонатора от состояния кубита, позволяет различать состояния  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$  по отклику системы. Для этого на резонатор подаётся слабый сигнал и анализируется изменение его амплитуды и фазы после прохождения. Этот метод лежит в основе реализации single-shot измерений.

## 2 Проектирование и моделирование кутритной квантовой схемы

В этом разделе будут рассмотрены методы аналитических и численных расчетов параметров квантовой схемы. Будет сделан акцент на особенностях проектирования кутритных схем, однако все методы являются общими и могут быть применены при разработке других схем или их отдельных элементов.

В данной работе разработана и исследована многоэлементная квантовая схема на основе сверхпроводниковых кутритов, реализованных в виде искусственных атомов-трансмонов. Архитектура устройства была оптимизирована для задач квантовой магнитометрии.

### 2.1 Общая архитектура

Схема состоит из девяти идентичных ячеек, каждая из которых содержит один трансмон, емкостно связанный с ним четвертьволновой копланарный резонатор (CPW, coplanar waveguide) для дисперсионного считывания, а также индивидуальную DC-линию управления. Все резонаторы соединены с общей линией считывания, что позволяет реализовать мультиплексированное считывание состояний всех кутритов. Такая топология обеспечивает масштабируемость и возможность параллельной работы с несколькими искусственными атомами. Обычно к кубитам также подводятся индивидуальные линии управления, однако в нашей схеме управление производится через линию считывания, это обусловлено ограниченным количеством СВЧ-линий, заведённых в криостат.

Проектирование и численное моделирование схемы осуществлялось с использованием пакетов Comsol Multiphysics (3D электромагнитное моделирование) и QucsStudio (анализ микроволновых цепей). Это позволило оптимизировать следующие параметры:

- **Частоты резонаторов:** индивидуальные CPW-резонаторы настроены в диапазоне 6.6–6.9 ГГц, что обеспечивает селективность считывания и минимизацию перекрёстных помех.
- **Частоты кутритов и ангармонизм:** Частоты переходов кутритов  $\omega_{01}$  и  $\omega_{12}$  рассчитывались на основе моделирования суммарной ёмкости трансмона, что позволило определить рабочий диапазон частот переходов 5–6 ГГц. Ангармонизм  $\alpha$  задавался выбором энергии конденсатора  $E_C$ . Значения  $E_C$  подбирались таким образом, чтобы частоты кутритов не совпадали между собой, что минимизирует перекрёстные возбуждения и облегчает индивидуальное управление. Джозефсоновская энергия  $E_{J,\Sigma}$  фиксировалась технологией изготовления и составляла 14 ГГц.

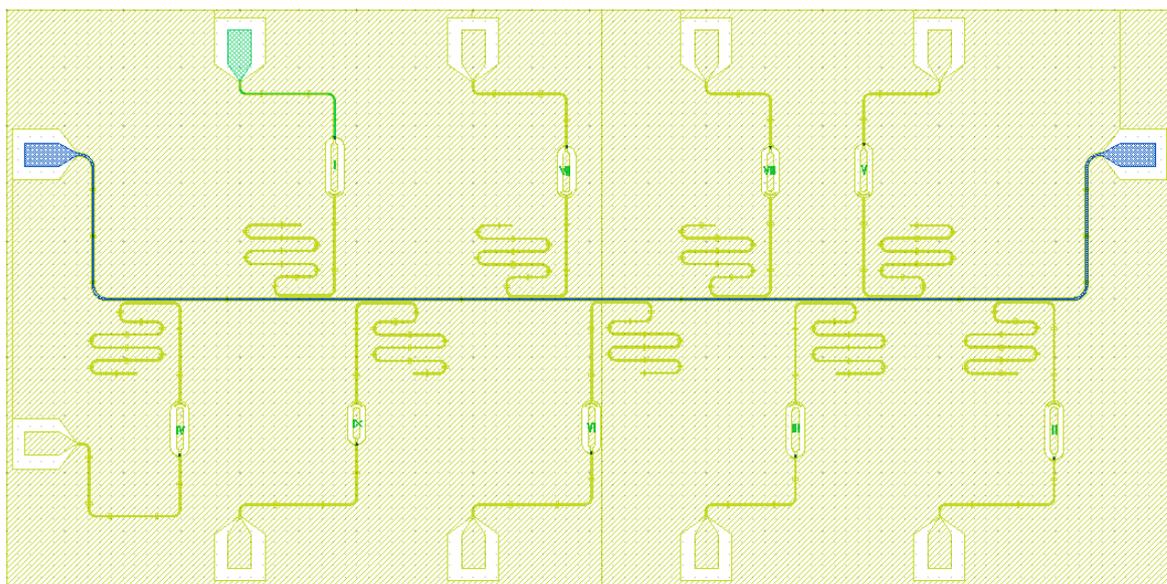


Рис. 4: Схематическое изображение кутритной квантовой схемы, состоящей из девяти трансмонов, индивидуальных четвертьволновых компланарных резонаторов, общей линии считывания и DC-линий управления. Металлизация выполнена из алюминия на высокоомной кремниевой подложке.

- **Параметры связи:** ёмкостная связь между трансмоном и резонатором подбиралась для достижения хорошей различимости состояний в режиме дисперсионного считывания при сохранении высокого времени когерентности.
- **Добротность резонаторов:** оптимизирована для баланса между скоростью считывания и минимизацией потерь.
- **Магнитный поток через СКВИД от DC-линии:** коэффициент связи между током в DC-линии управления и магнитным потоком, пронизывающим СКВИД-петлю. Оптимизирован для максимальной перестройки кутрита по частоте и минимизации потерь.

## 2.2 Технология изготовления

Изготовление схемы осуществляется в два этапа:

- **Оптическая литография** применяется для формирования крупномасштабных элементов: CPW-резонаторов, общей линии считывания, шунтирующей емкости, контактных площадок и DC-линий управления. В качестве материала металлизации используется алюминий, осаждаемый на высокоомную кремниевую подложку для минимизации потерь и паразитных токов.
- **Электронно-лучевая литография** и техника теневого напыления используются для формирования джозефсоновских переходов.

## 2.3 Расчет параметров кутрита

### 2.3.1 Частоты переходов, ангармонизм

Для точного проектирования параметров кутрита проводится электростатическое и магнитостатическое моделирование его структуры в среде *Comsol Multiphysics*. Основная задача электростатического моделирования — определение матрицы ёмкостей по Максвеллу, которая в дальнейшем используется для расчётов зарядовой энергии  $E_C$  и силы связи с резонатором. Задача магнитостатического моделирования — определение магнитного потока через СКВИД.

#### 2.3.1.1 Матрица ёмкостей по Максвеллу.

Электростатические свойства схемы описываются с помощью матрицы ёмкостей, которая связывает вектор зарядов на электродах  $\mathbf{Q}$  с вектором их потенциалов  $\mathbf{V}$  относительно земли:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{C}\mathbf{V} \quad (12)$$

где  $\mathbf{C}$  — матрица ёмкостей по Максвеллу, элементы которой определяются как производные заряда на  $i$ -м электроде по потенциалу  $j$ -го электрода при всех остальных потенциалах, равных нулю.

Для случая трёх электродов (например, остров кутрита, резонатор и земля) уравнение принимает вид:

$$\begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} \quad (13)$$

Здесь:

- $Q_i$  — заряд на  $i$ -м электроде,
- $V_i$  — потенциал  $i$ -го электрода относительно земли,
- $C_{ii}$  — собственная ёмкость  $i$ -го электрода относительно остальных,
- $C_{ij}$  ( $i \neq j$ ) — взаимная ёмкость между  $i$ -м и  $j$ -м электродами.

#### 2.3.1.2 Этапы моделирования в Comsol Multiphysics

Ниже перечислены основные этапы электростатического моделирования:

- **Построение модели и задание материалов.** В *Comsol Multiphysics* создаётся трёхмерная модель, где планарная схема кутрита (без толщины, в силу сверхпроводящей природы алюминия) размещается на объёмной подложке из высокоомного кремния. Область моделирования ограничивается вакуумом, окружающим структуру.

- **Выбор физики и граничных условий.** Для расчёта ёмкостей используется модуль *Electrostatics*. Электроды кутрита моделируются как идеальные проводники: один крупный электрод овальной формы (электрод 1), второй — бесконечная земля (электрод 3). К острову также подключён открытый конец резонатора в виде дуги (электрод 2), обеспечивающий связь с резонатором. На соответствующие поверхности задаются потенциалы:  $V = 1$  В для основного электрода и  $V = 0$  В для земли и дуги резонатора.
- **Построение сетки.** Особое внимание уделяется построению мелкой сетки в зазорах между электродами, поскольку именно в этих областях сосредоточена основная часть электрического поля. Это значительно влияет на точность расчёта ёмкости.
- **Настройка параметров решателя и расчет.** Для расчета емкостей выбирается стационарное решение (stationary), определяются шаги решения, настраиваются параметры и метод численного решения. Мы выбрали итеративный метод сопряженных градиентов для снижения требований к вычислительной мощности. Численный расчет проводится для электрического потенциала. На основе полученного решения вычисляются необходимые переменные, формируется матрица ёмкостей  $\mathbf{C}$  между всеми электродами.

### 2.3.1.3 Анализ результатов.

Для оптимизации параметров проводится параметрический свип по длине основного электрода кутрита (электрод 1). Для каждой конфигурации рассчитывается суммарная ёмкость  $C_\Sigma$ , равная  $C_{11}$ , которая далее используется для определения энергии конденсатора:

$$E_C = \frac{e^2}{2C_\Sigma}$$

Полученная зависимость  $E_C$  от длины электрода 1 аппроксимируется в Python. При относительно небольшой длине центрального электрода краевые эффекты вносят значительный вклад, поэтому мы аппроксимировали полученные значения кусочно линейной функцией. Далее, исходя из желаемого значения  $E_C$  подбирается длина центрального электрода.

Частоты переходов кутрита вычисляются по стандартным формулам для трансмона:

$$\omega_{01} \approx \sqrt{8E_J E_C} - E_C$$

$$\omega_{12} \approx \sqrt{8E_J E_C} - 2E_C$$

Ангармонизм определяется как:

$$\alpha = E_C$$

В расчётах джозефсоновская энергия  $E_{J,\Sigma}$  фиксируется технологией изготовления и

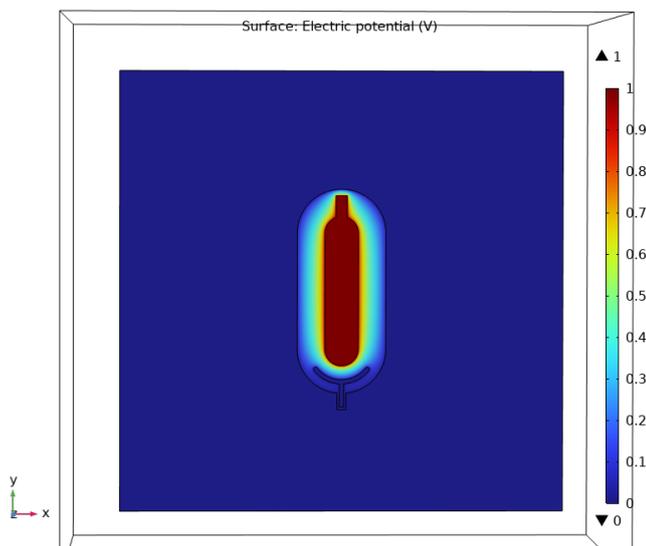


Рис. 5: Поверхностное распределение электрического потенциала, полученное в результате моделирования в Comsol Multiphysics. Граничные условия:  $V = 1$  В для центрального электрода (электрод 1) и  $V = 0$  В для земли (электрод 3) и дуги резонатора (электрод 2).

составляет 14 ГГц, а  $E_C$  подбирается индивидуально для каждого кутрита, чтобы частоты переходов не совпадали. Мы выбрали разные значения  $E_C$  в диапазоне 250-350 МГц.

Есть несколько факторов, влияющих на выбор значения зарядовой энергии. Увеличение  $E_C$  позволяет укоротить длительность управляющих импульсов (чем короче импульс, тем шире его спектр, если эта ширина превысит  $E_C$ , начнется заброс на уровни трансмона вне вычислительного базиса), что особенно важно при небольших временах когерентности. Однако важно остаться в трансмонном режиме, обычно стараются сохранять  $E_J/E_C > 50$ ).

На рисунке 5 показан пример построенной в Comsol Multiphysics модели кутрита с резонатором и подложкой. На графике 6 приведена зависимость  $E_C$  (традиционно энергия переводится в частоту) от длины электрода 1, полученная в результате свипа и дальнейшей аппроксимации.

### 2.3.2 Связь с резонатором

Для оптимизации параметров связи между кутритом и резонатором в ходе моделирования проводится параметрический свип по длине дуги резонатора (электрод 2), которая формирует ёмкостную связь с центральным электродом кутрита (электрод 1). Эта связь задаётся взаимной ёмкостью  $C_{21}$  и определяет: величину дисперсионного сдвига, распад кутрита в линию считывания через резонатор (эффект Парселла), коэффициент передачи управляющих импульсов (в нашем дизайне управление производится через общую линию считывания) между линией управления и кутритом через резонатор.

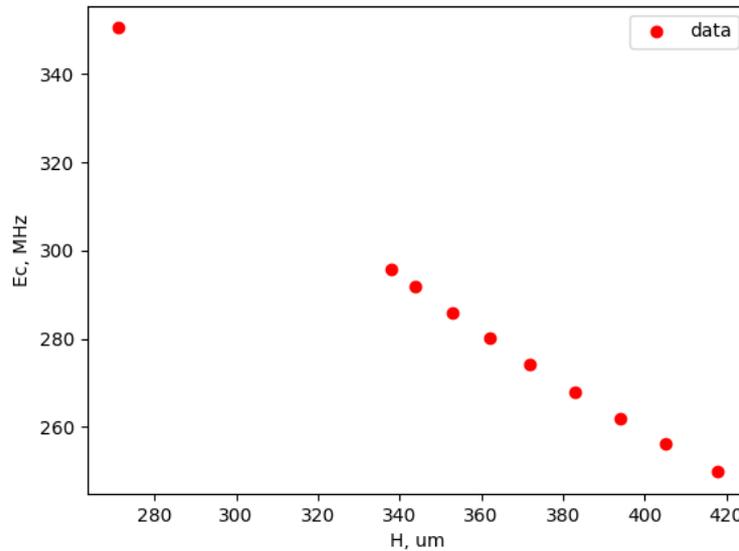


Рис. 6: Зависимость зарядовой энергии  $E_C$  от длины основного электрода.

### 2.3.2.1 Методика расчёта.

В рамках электростатической задачи в *Comsol Multiphysics* задаются следующие граничные условия: на дуге резонатора задаётся потенциал  $V = 1$  В, на центральном электроде кутрита и земле  $V = 0$  В. В результате численного моделирования вычисляется компонента  $C_{21}$ , определяющая силу связи между резонатором и кутритом.

Путём варьирования длины дуги резонатора определяется зависимость  $C_{21}$  от

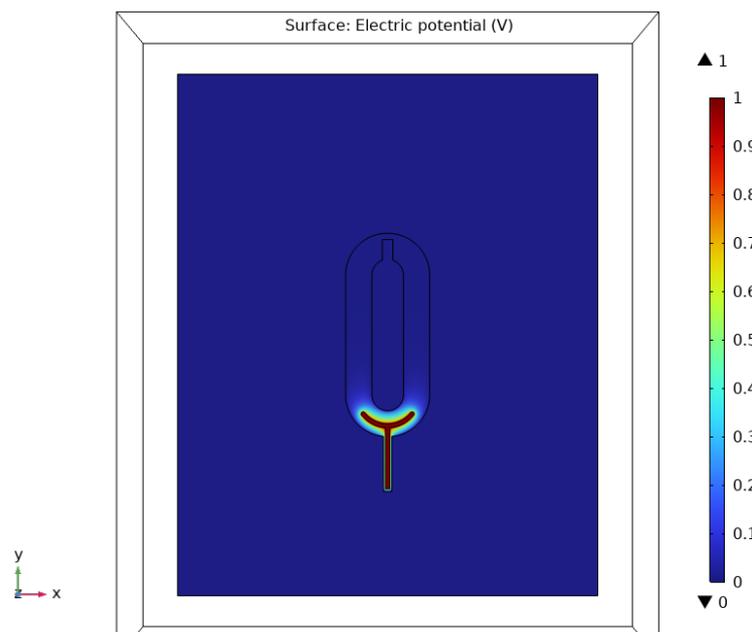


Рис. 7: Поверхностное распределение электрического потенциала, полученное в результате моделирования в *Comsol Multiphysics*. Граничные условия:  $V = 1$  В для дуги резонатора (электрод 2) и  $V = 0$  В для земли (электрод 3) и центрального электрода (электрод 1).

геометрии структуры. В данной работе для всех кутритов выбрана одинаковая константа связи  $C_{21} = 3.53$  фФ. Это значение примерно в два раза превышает типичные значения для наших сверхпроводниковых кубитов, что обусловлено необходимостью управления кутритом через резонатор (по факту получается делитель напряжения). Амплитуда управляющих импульсов ограничена возможностями управляющей электроники, при этом мы не хотим сильно увеличивать их длительность, для этого необходимо увеличить коэффициент передачи между линией управления и кутритом. Также нам необходимо увеличить величину дисперсионного сдвига для обеспечения точного считывания состояний кутрита.

### 2.3.3 Магнитный поток через СКВИД

В данном разделе рассматривается задача магнитостатики, необходимо количественно оценить магнитный поток, индуцируемый в СКВИДе внешней DC-линией управления. Эта задача решается в среде *Comsol Multiphysics* с использованием модуля *Magnetic Fields*.

#### 2.3.3.1 Методика расчёта.

В качестве граничного условия на DC-линию устанавливается режим *Coil*, при этом ток задаётся равным  $I_{DC} = 2$  мА — это предельное значение, допустимое для экспериментальной схемы.

В разделе *Definitions* создаётся переменная для магнитного потока через СКВИД. Для этого задаётся интегральная функция, вычисляющая поток магнитной индукции  $\mathbf{B}$  через площадь петли СКВИДа:

$$\Phi = \int_{S_{\text{SQUID}}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

где  $S_{\text{SQUID}}$  — площадь петли СКВИДа, задаётся его геометрией в модели.

Полученный магнитный поток выражается в единицах квантов магнитного потока  $\Phi_0 = h/2e \approx 2.07 \times 10^{-15}$  Вб:

$$n = \frac{\Phi}{\Phi_0}$$

Единственным изменяемым параметром в данной задаче является расстояние между DC-линией и петлёй СКВИДа, так как площадь петли СКВИДа определяется технологией изготовления и фиксирована для всех устройств на чипе. Соответственно, проводится параметрический свип по этому расстоянию для определения оптимальной геометрии, обеспечивающей необходимый диапазон задаваемого потока.

Для эффективной перестройки частоты кутрита желательно иметь возможность подавать не менее половины кванта магнитного потока ( $n \geq 0.5$ ) при максимальном токе в линии. Это обеспечивает максимальную гибкость в управлении рабочей точкой кутрита и позволяет реализовать полный диапазон частотной перестройки. В нашем

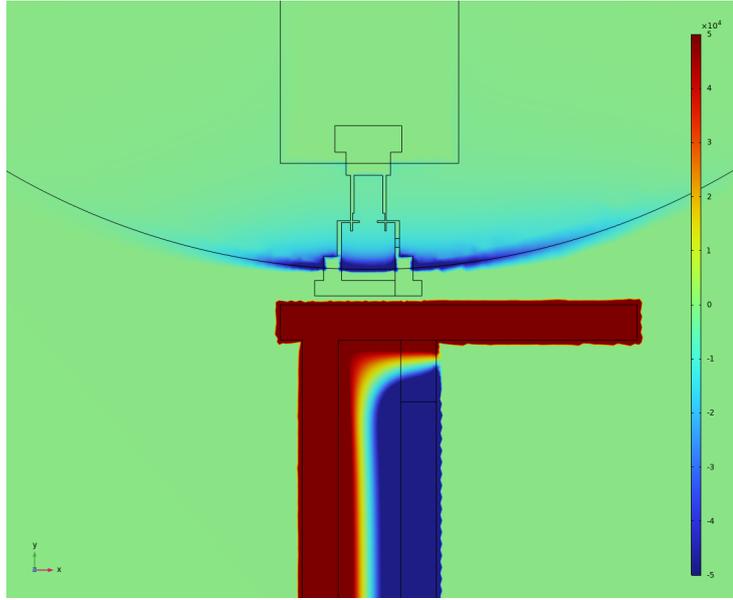


Рис. 8: Распределение  $z$ -компоненты магнитного поля  $B_z$  (мА/м). Ток через DC-линию  $I_{DC} = 2$  мА.

случае расстояние минимально и составляет 4 мкм, это позволяет подавать  $0.63\Phi_0$  при  $I_{DC} = 2$  мА.

## 2.4 Расчёт параметров резонатора

В работе используются четвертьволновые копланарные резонаторы, представляющие собой микрополосковые линии длиной около четверти длины волны  $\lambda/4$ , заземлённые с одного конца и имеющие ёмкостную связь с кутритом и линией считывания на другом конце.

### 2.4.0.1 Частота резонатора с открытым концом.

Для идеального резонатора с одним заземлённым концом и другим открытым концом частота основного резонанса определяется условием стоячей волны и выражается формулой:

$$f_0 = \frac{c}{4L\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}} \quad (14)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме,  $L$  — физическая длина резонатора,  $\epsilon_{\text{eff}}$  — эффективная диэлектрическая проницаемость среды.

### 2.4.0.2 Частота резонатора с ёмкостной нагрузкой на конце.

В случае, когда открытый конец резонатора замыкается через ёмкость  $C_{\text{end}}$ , условие резонанса меняется, и частота определяется из уравнения:

$$\tan(\beta L) = \frac{1}{\omega C_{\text{end}} Z_0} \quad (15)$$

где

- $\beta = \frac{2\pi f}{v_p}$  — волновое число,
- $v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}}$  — фазовая скорость в линии,
- $Z_0$  — волновое сопротивление линии,
- $\omega = 2\pi f$  — угловая частота.

В нашей схеме ёмкость  $C_{\text{end}}$  складывается из двух компонентов:

$$C_{\text{end}} = C_{\text{open}} + C_{\text{coupling}}$$

где  $C_{\text{open}}$  — нелинейная часть ёмкости открытого конца резонатора,  $C_{\text{coupling}}$  — ёмкостная связь с линией считывания.

### 2.4.0.3 Оптимизация частот резонаторов.

Для обеспечения корректного селективного считывания состояний кутритов частоты резонаторов рассчитываются с учётом суммарной ёмкости  $C_{\text{end}}$  и подбираются так, чтобы резонансные пики не пересекались в заданном диапазоне частот (6.6–6.9 ГГц). Это достигается точным выбором длины  $L$  каждого резонатора и параметров связи.

#### 2.4.1 Нелинейная часть ёмкости

В данном разделе подробно рассматривается моделирование нелинейной части ёмкости открытого конца резонатора, которая существенно влияет на резонансную частоту.

##### 2.4.1.1 Методика расчёта.

Поскольку ёмкость всего электрода резонатора зависит от его длины, для корректного моделирования выделяется часть резонатора — дуга с ножкой, при этом второй конец оставляется открытым. Такая конфигурация позволяет изолированно исследовать вклад открытого конца в общую ёмкость резонатора, также уменьшается область численного моделирования, что значительно ускоряет расчёт.

Расчет ёмкости проводится в *Comsol Multiphysics*, трёхмерная модель и большая часть настроек переносится из моделирования  $E_C$  кутрита. На дуге резонатора (электрод 2) задаётся потенциал  $V = 1$  В, на земле и центральном электроде устанавливается потенциал  $V = 0$  В — аналогично расчёту константы связи с кутритом.

Далее проводится параметрический свип по длине ножки резонатора. Для каждой длины вычисляется диагональный элемент матрицы ёмкостей  $C_{22}$ , который соответствует собственной ёмкости рассматриваемого участка резонатора. Полученные

значения экспортируются, и в Python проводится аппроксимация зависимости  $C_{22}(l)$  линейной функцией:

$$C_{22}(l) = a \cdot l + b$$

где  $l$  — длина ножки,  $a$  — коэффициент пропорциональности (характеризует рост ёмкости с длиной),  $b$  — свободный член, который соответствует искомой нелинейной части ёмкости открытого конца. Этот свободный коэффициент отражает вклад краевых эффектов, не зависящих от длины линии.

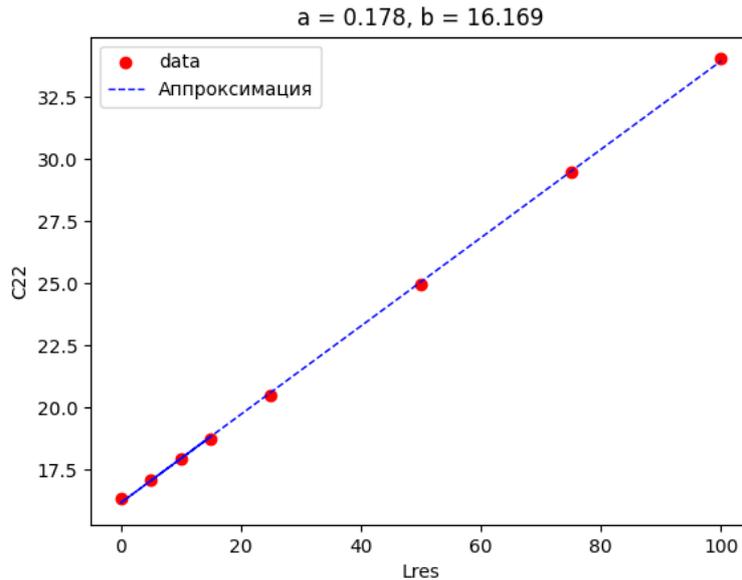


Рис. 9: Линейная аппроксимация зависимости  $C_{22}$  от длины ножки резонатора. Свободный член  $b$  соответствует нелинейной части ёмкости открытого конца.

Расчет производится при фиксированных и одинаковых для всех китритов параметрах дуги резонатора (определённых при моделировании константы связи). Соответственно, нелинейная часть ёмкости вычисляется только для одного дизайна, что оправдано, так как изменение длины основного электрода кутриты очень слабо влияет на её значение. Для нашего случая  $b = 16$  фФ.

## 2.4.2 Связь с линией считывания

Для анализа ёмкостной связи между резонатором и линией считывания создаётся новая трёхмерная модель в *Comsol Multiphysics*, включающая часть линии считывания (электрод 1) и участок резонатора, расположенный рядом с ней (электрод 2). Величина взаимной ёмкости  $C_{21}$  определяет добротность резонатора, влияет на его резонансную частоту и коэффициент передачи управляющих импульсов к кутриту.

### 2.4.2.1 Методика расчёта.

На линию считывания подаётся потенциал  $V = 1$  В, на электроде резонатора и земле  $V = 0$  В. По результатам моделирования вычисляется взаимная ёмкость  $C_{21}$ ,

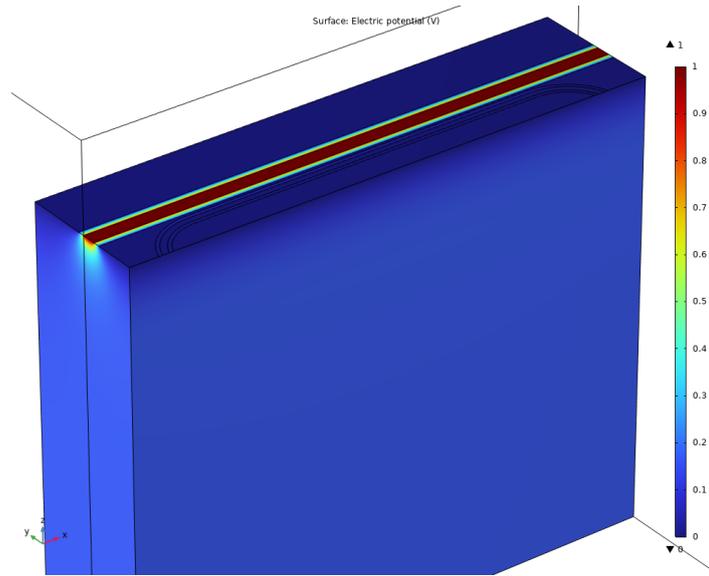


Рис. 10: Поверхностное распределение электрического потенциала, полученное в результате моделирования в Comsol Multiphysics. Граничные условия:  $V = 1$  В для линии считывания (электрод 1) и  $V = 0$  В для земли (электрод 3) и части резонатора (электрод 2).

характеризующая силу связи между резонатором и линией считывания.

Далее проводится свип по расстоянию между линией считывания и резонатором. Полученные значения экспортируются и аппроксимируются в Python для подбора оптимальных параметров (рис.11).

Сила связи между резонатором и линией считывания влияет на несколько параметров. Первый - добротность резонатора, она определяет скорость считывания состояния кутрита. Для считывания состояния кутрита необходимо, чтобы резонатор поглотил и потом испустил хотя бы один фотон. Типичные длительности пробного импульса составляют единицы микросекунд. С другой стороны, увеличение  $C_{21}$  усиливает связь кутрита с линией считывания и, соответственно, с окружающей средой, что уменьшает его время жизни.

Для трансмона, связанного с резонатором, время релаксации  $T_1$  из-за эффекта Парселла [12] связано с параметрами резонатора и кубита следующим выражением:

$$T_1 \kappa \leq \frac{\Delta^2}{g^2} \quad (16)$$

где

- $\kappa = \omega_r/Q$  — скорость распада фотонов в резонаторе (связана с добротностью  $Q$  и частотой резонатора  $\omega_r$ ),
- $g$  — константа связи трансмона с резонатором,
- $\Delta = \omega_q - \omega_r$  — отстройка между частотой кубита  $\omega_q$  и резонатора  $\omega_r$ .

Для решения этой проблемы обычно используют фильтр Парселла [13, 14], который мы планируем добавить на следующем образце.

Третьим параметром, на который влияет  $C_{21}$ , является коэффициент передачи управляющих импульсов на кутрит, так как в нашем случае управление производится через общую линию считывания. Как уже было сказано ранее, амплитуда импульсов ограничена возможностями управляющей электроники. Если мы не хотим сильно увеличивать их длительность, нам необходимо увеличить коэффициент передачи между линией управления и кутритом. Для этого мы дополнительно увеличили длину части резонатора рядом с линией считывания для увеличения взаимной ёмкости. Мы выбрали значения  $C_{21}$  в диапазоне 5-10 фФ для поиска компромисса между распадом кутрита и скоростью считывания.

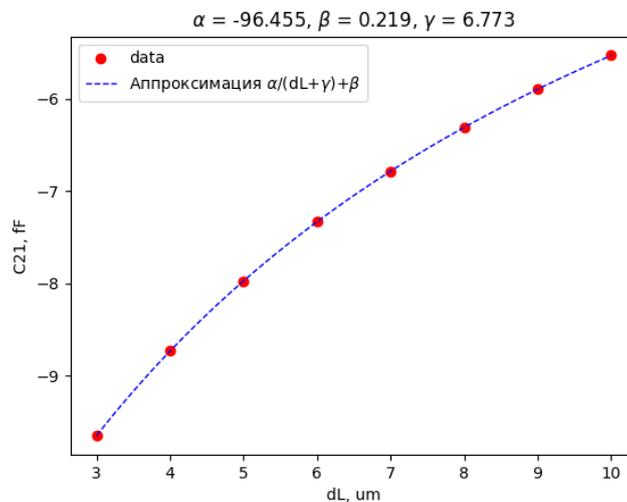


Рис. 11: Зависимость взаимной ёмкости  $C_{21}$  между резонатором и линией считывания от расстояния между ними.

### 2.4.3 Частоты и добротности

Для точного расчёта резонансных частот и добротностей компланарных резонаторов проводится моделирование в среде *QucsStudio*. Благодаря численному решению системы телеграфных уравнений для заданной схемы и её параметров можно получить значения коэффициентов отражения и прохождения (S-параметров) в желаемом диапазоне частот. На рисунке 12 приведена моделируемая схема (резонатор с линией считывания) и результаты расчёта S-параметров.

В схеме учитываются:

- значения ёмкостей, полученные на предыдущих этапах моделирования — нелинейная часть ёмкости открытого конца резонатора и ёмкость связи с линией считывания;
- размеры и материал подложки (диэлектрическая проницаемость  $\epsilon = 11.74$  для кремния, толщина подложки  $h = 0.5$  мм, толщина металлизации  $t = 50$  нм);

- геометрические параметры компланарной линии (ширина, зазор, длина каждого участка);
- взаимное расположение резонатора и линии считывания - ёмкость связи расположена на расстоянии 900 мкм от открытого конца резонатора (в модели считаем связь точечной).

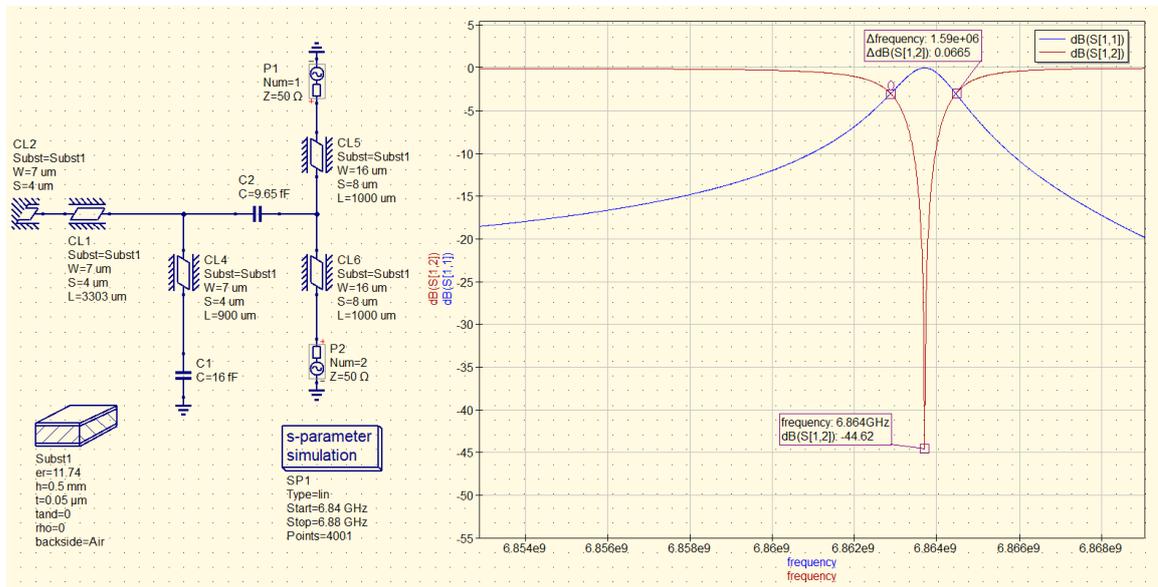


Рис. 12: Схема (компланарный резонатор и линия считывания) и результаты моделирования S-параметров в *QucsStudio*. Минимум на графике  $S_{21}$  соответствует резонансной частоте, ширина провала определяет добротность.

Задаётся желаемый диапазон частот для расчёта S-параметров и количество точек. По результатам моделирования S-параметров (например, по  $S_{21}$ ) определяется резонансная частота резонатора и его добротность. Резонансная частота соответствует минимуму на графике  $|S_{21}|$ , а ширина резонансного провала позволяет оценить добротность по стандартной формуле:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f}$$

где  $f_0$  — резонансная частота,  $\Delta f$  — ширина провала/пика на уровне  $-3$  дБ.

Далее можно добавить параметрический свип по длине резонатора для определения её точного значения, соответствующего желаемой резонансной частоте.

Для предварительной оценки частоты резонатора можно использовать формулу (15). Однако она содержит эффективную диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_{\text{eff}}$ , значение которой существенно влияет на частоту резонатора. Точное значение  $\epsilon_{\text{eff}}$  зависит от геометрии компланарной линии и в общем случае вычисляется численно (например, с помощью встроенного калькулятора параметров линии в *QucsStudio*),

однако в качестве грубой оценки можно воспользоваться простым выражением:

$$\varepsilon_{\text{eff}} \approx \frac{1 + \varepsilon_{\text{Si}}}{2}$$

где  $\varepsilon_{\text{Si}}$  — диэлектрическая проницаемость кремния.

### 3 Оборудование

В этом разделе будет описано основное используемое экспериментальное оборудование.

#### 3.1 Криостат растворения

Для проведения экспериментов со сверхпроводниковыми кутритами требуется достижение температур порядка 10 – 20 мК. Это обусловлено необходимостью подавления тепловой заселенности возбужденных состояний искусственного атома (выполнения условия  $\hbar\omega \gg k_B T$ ), которая описывается распределением Больцмана:

$$p_\omega \propto e^{-\frac{\hbar\omega}{k_B T}} \quad (17)$$

где  $\hbar\omega$  — энергия перехода кутрита,  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура.

В эксперименте использовался криостат растворения BlueFors XLD1000 с базовой температурой 10 мК. Криостат представляет собой вертикальную вакуумную камеру с шестью термоизолированными фланцами, на каждом из которых поддерживается определённая температура: комнатная, 50 K, 4 K, 1 K (still), 100 мК (cold plate) и 20 мК (mixing chamber). В нашем эксперименте температура на mixing chamber составляла ~25 мК. Также, четыре нижних фланца окружены металлическими экранами, которые минимизируют нагрев за счёт теплового излучения с более нагретых температурных ступеней. Внешний экран герметичен и поддерживает вакуум внутри криостата.

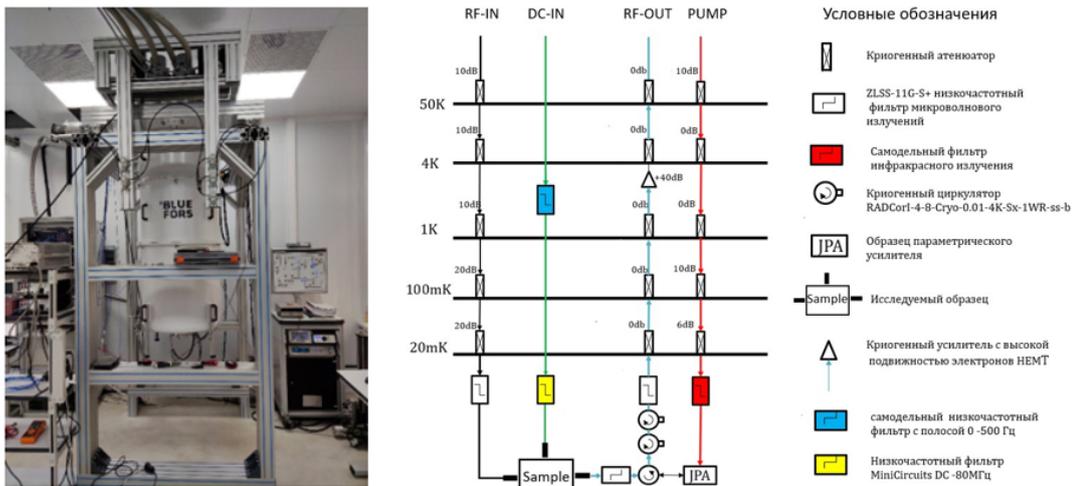


Рис. 13: Фотография криостата растворения BlueFors XLD1000 и схема подключения исследуемого образца с указанием базовых температур на фланцах.

Охлаждение реализуется в два этапа:

- 1. Предварительное охлаждение до 4К:** Осуществляется двухступенчатым *Pulse Tube* рефрижератором, который поэтапно снижает температуру сначала

до 50 К, затем до 4 К за счёт последовательных циклов сжатия, охлаждения и расширения гелия (по аналогу цикла Стирлинга). Отсутствие движущихся частей на холодной стороне минимизирует вибрации и повышает надёжность работы криостата.

2. **Охлаждение до милликельвинных температур:** Используется смесь изотопов  $^3\text{He}/^4\text{He}$ :

- после предварительного охлаждения смесь поступает в still-плату, где испарение  $^4\text{He}$  обеспечивает её дальнейшее охлаждение до  $\sim 1$  К.
- финальное охлаждение до 10 мК достигается в mixing chamber за счёт циркуляции и фазового разделения смеси изотопов  $^3\text{He}/^4\text{He}$ . Поглощение тепла происходит при переходе атомов  $^3\text{He}$  из концентрированной фазы в разбавленную через границу раздела.

## 3.2 Управляющая электроника

В эксперименте используется следующий набор оборудования для формирования, управления и считывания сигналов:

- Генератор сигналов произвольной формы M3202A PXIe Arbitrary Waveform Generator с частотой дискретизации 1 ГГц;
- Оцифровщик M3102A PXIe Digitizers с частотой дискретизации 500 МГц;
- Векторный анализатор цепей PNA-X Network Analyzer N5242B (10 МГц – 26.5 ГГц);
- Генератор аналогового сигнала Keysight MXG Analog Signal Generator N5183B (9 кГц – 20 ГГц);
- Источник постоянного тока и напряжения Keithley 2400 SourceMeter;
- Квадратурный смеситель MarKi IQ0307MXP;
- Комнатный усилитель Mini-Circuits ZVA-183G-S+;
- Криогенный усилитель LNF-LNC4\_16B s/n 1684Z;
- Разветвитель ZN2PD-02183-S+.

### 3.2.1 Генерация микроволновых импульсов с использованием IQ-миксера

Для формирования микроволновых импульсов с заданной длительностью, частотой и амплитудой широко применяются IQ-миксеры. Схема их работы схематично показана на рис. 14.

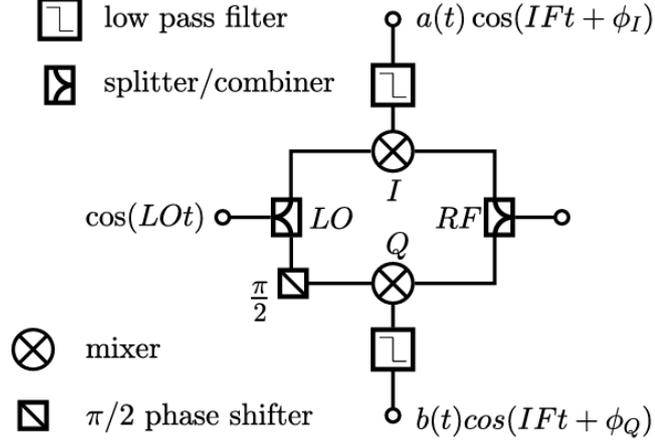


Рис. 14: Схема IQ-миксера: сигнал несущей частоты LO подаётся на LO-вход, разделяется на две ветви с фазовым сдвигом  $90^\circ$ , которые умножаются на сигналы I и Q с промежуточной частотой (IF). Результирующие сигналы суммируются и выходят на RF-порт. Рисунок взят из работы [?]

На LO-вход подаётся сигнал несущей частоты, этот сигнал делится на две ветви, одна из которых сдвинута по фазе на  $90^\circ$ . Каждая ветвь умножается на соответствующий сигнал с I- и Q-входов, имеющих одинаковую промежуточную частоту  $\omega_{IF}$ , но различные амплитуды и фазы:

$$\begin{cases} a(t) \cos(\omega_{IF}t + \varphi_I), \\ b(t) \cos(\omega_{IF}t + \varphi_Q), \end{cases}$$

где  $a(t)$  и  $b(t)$  — огибающие сигналов,  $\varphi_I$  и  $\varphi_Q$  — фазовые сдвиги.

После умножения и суммирования выходной сигнал на RF-порте описывается выражением:

$$\begin{aligned} s(t) = & \frac{a(t)}{2} \cos((\omega_{LO} + \omega_{IF})t + \varphi_I) + \frac{a(t)}{2} \cos((\omega_{LO} - \omega_{IF})t - \varphi_I) \\ & + \frac{b(t)}{2} \sin((\omega_{LO} + \omega_{IF})t + \varphi_Q) - \frac{b(t)}{2} \sin((\omega_{LO} - \omega_{IF})t - \varphi_Q). \end{aligned} \quad (18)$$

В спектре выходного сигнала присутствуют гармоники как на частоте  $\omega_{LO} + \omega_{IF}$ , так и на частоте  $\omega_{LO} - \omega_{IF}$ . Для подавления нежелательных возбуждений кутритов необходимо оставить только одну гармонику, это можно сделать подбором амплитуды и фазы  $a(t)$ ,  $b(t)$ ,  $\varphi_I$ ,  $\varphi_Q$ . Например, чтобы подавить нижнюю гармонику, достаточно выполнить условия:

$$b(t) = a(t), \quad \varphi_Q = \varphi_I + \frac{\pi}{2}.$$

В этом случае нижняя гармоника исчезает, и выходной сигнал принимает вид:

$$s(t) = a(t) \cos((\omega_{\text{LO}} + \omega_{\text{IF}})t + \varphi_I).$$

На практике требуемый фазовый сдвиг между  $I$  и  $Q$  может отличаться от идеального  $\pi/2$  из-за погрешностей компонентов. Его настраивают экспериментально, направляя выходной сигнал на спектроанализатор и регулируя фазы и амплитуды  $I$  и  $Q$  для минимизации нежелательных гармоник. Также вводятся постоянные смещения (DC offset) на  $I$  и  $Q$  каналы для подавления утечки сигнала на несущей частоте с LO-входа на RF-выход.

После формирования сигнал проходит через каскад аттенюаторов на каждом температурном фланце криостата. Это необходимо для: уменьшения мощности сигнала, приходящего на квантовую схему, и подавления тепловых шумов.

Данный способ позволяет реализовывать управляющие и считывающие последовательности импульсов. Демодуляция сигнала осуществляется обратным преобразованием с помощью IQ-миксера.

## 4 Измерение параметров схемы

В данном разделе описываются базовые методы измерений, применяемые для определения параметров квантовых схем. Непрерывные измерения - однотоновая и двухтоновая спектроскопии, для определения частот резонаторов и кубитов. Импульсные измерения - для калибровки  $\pi$ -импульсов, пробных импульсов и определения параметров кутрита (точное определение частот переходов, ангармонизма, времён жизни и когерентности). Также описывается модифицированный метод single-shot измерений на основе нейросети прямого распространения для считывания состояний кутрита.

### 4.1 Непрерывные измерения

В данном разделе однотонная и двухтонная спектроскопия. Все измерения проводятся по параметру прохождения  $S_{21}$  с использованием векторного анализатора цепей.

#### 4.1.1 Однотоновая спектроскопия

Однотоновая спектроскопия позволяет определить резонансную частоту  $f_r$  и добротность  $Q$  резонатора.

В эксперименте подаётся непрерывный микроволновый сигнал на линию считывания, связанную с резонаторами. Измеряется амплитуда и фаза параметра прохождения  $S_{21}$  с помощью векторного анализатора цепей. Провалы в амплитуде  $S_{21}$  указывают на резонансные частоты.

Измерение параметра  $S_{21}$  проводится в два этапа. Сначала спектр снимается в широком диапазоне частот, чтобы определить приблизительное положение резонансных провалов (шаг по частоте не должен превышать ширину провала (обычно порядка

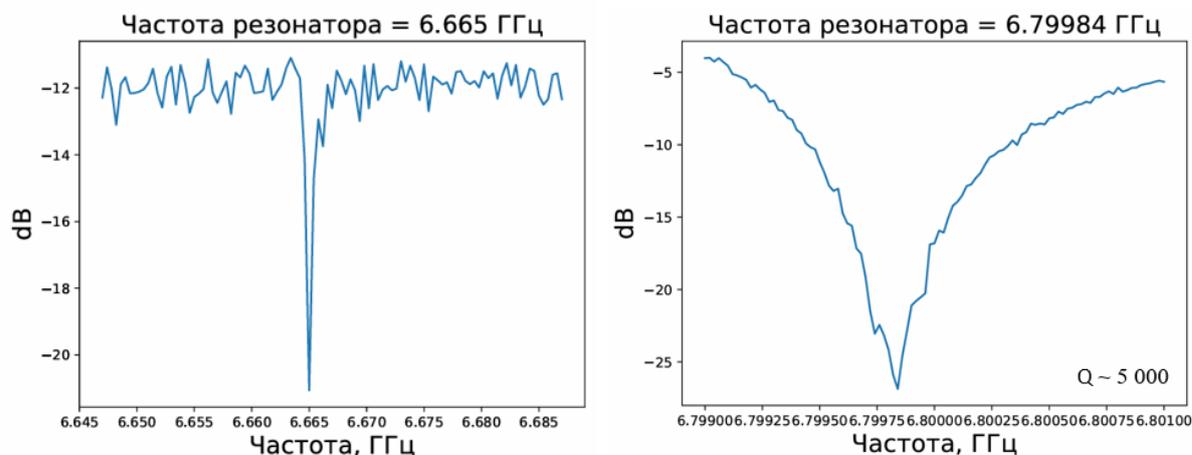


Рис. 15: Примеры однотоновой спектроскопии двух резонаторов, в широком (слева) и узком (справа) диапазоне частот, связанных с разными кутритами. Минимумы на графиках амплитуды  $S_{21}$  соответствуют резонансным частотам.

0.5–2 МГц)). Затем проводится более детальное сканирование вблизи каждого провала. Минимум амплитуды  $S_{21}$  соответствует резонансной частоте, а по его ширине можно определить добротность резонатора.

На рисунках 15 показаны примеры спектров двух различных резонаторов, связанных с разными кубитами.

#### 4.1.2 Двухтоновая спектроскопия

Двухтоновая спектроскопия применяется для измерения частоты перехода кубита  $f_{01}$ . В этой методике непрерывный зондовый сигнал с частотой  $f_p$  подаётся на вход линии считывания и фиксируется на частоте, близкой к частоте резонатора (обычно отстраиваются вниз примерно на величину дисперсионного сдвига), выбранной из данных однотоновой спектроскопии. Вторым (управляющим) сигналом с частотой  $f_d$  также подаётся на вход линии считывания (обычно он подаётся на микроволновую управляющую линию кубита, но в нашем случае все кубиты управляются через общую линию считывания). Выполняется сканирование по  $f_d$  вблизи ожидаемой частоты кубита, соответствующего выбранному резонатору.

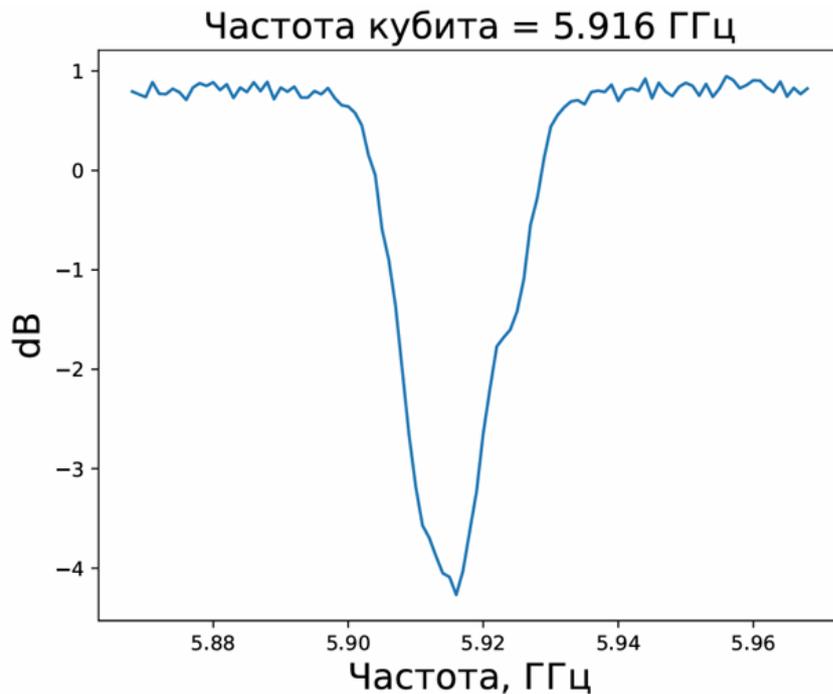


Рис. 16: Пример двухтоновой спектроскопии кубита: изменение амплитуды параметра  $S_{21}$  в зависимости от частоты управляющего сигнала  $f_d$ . Резонанс соответствует частоте перехода  $f_{01}$ .

Когда частота управляющего сигнала  $f_d$  совпадает с частотой перехода кубита, происходит возбуждение перехода  $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$ , что приводит к изменению дисперсионного сдвига резонансной частоты резонатора и, соответственно, к изменению амплитуды и фазы параметра прохождения  $S_{21}$ . Это проявляется в виде резонансного

провала или пика на зависимости  $|S_{21}|$  от  $f_d$ . На рисунке 16 приведён пример двухтоновой спектроскопии кубита, где видна резонансная линия перехода  $f_{01}$ .

В таблице приведены измеренные значения частот резонаторов и кубитов для нашей схемы:

Таблица 1: Измеренные частоты резонаторов и кубитов

Номер кубита	Частота резонатора $f_r$ , ГГц	Частота кубита $f_{01}$ , ГГц
1	6.607	5.704
2	6.665	5.880
3	6.714	5.725
4	6.742	5.970
5	6.798	5.947
6	6.824	5.942
7	6.886	6.082
8	6.908	6.180
9	6.914	6.350

### 4.1.3 Спектроскопия по магнитному потоку

Из формулы (5) видно, что частота перестраиваемого трансмона зависит от магнитного поля. Это даёт возможность использовать трансмон для прецизионной магнитометрии с помощью алгоритмов оценки фазы. Точность измерений, достигаемая с помощью таких протоколов, зависит от двух ключевых факторов: эффективного магнитного момента  $\mu$  трансмона и времени фазовой когерентности, необходимого для выполнения протокола.

Эффективный магнитный момент трансмона определяется кривизной зависимости частоты перехода  $\omega_{01}(\Phi)$  от магнитного потока  $\Phi$  через СКВИД:

$$\mu = \hbar A \frac{\partial \omega_{01}(\Phi_c)}{\partial \Phi}, \quad (19)$$

где  $\Phi_c$  — значение потока в рабочей точке. Для повышения чувствительности необходимо отстраиваться от точки «sweet spot» — локального максимума спектра трансмона, где  $\mu = 0$ . При увеличении отстройки растёт чувствительность к магнитному полю, однако одновременно уменьшается время когерентности  $T_2$ , что накладывает ограничения на длительность измерений в алгоритмах оценки фазы. Оптимум подбирается экспериментально.

Для исследования этой зависимости проводится серия двухтоновых спектроскопических измерений при различных значениях напряжения, подаваемого на ДС-линию, задающую магнитный поток. В результате получается карта зависимости частоты перехода кубита от величины магнитного поля (рис. 17). Такой свип по потоку позволяет вычислить значение магнитного момента в разных рабочих точках.

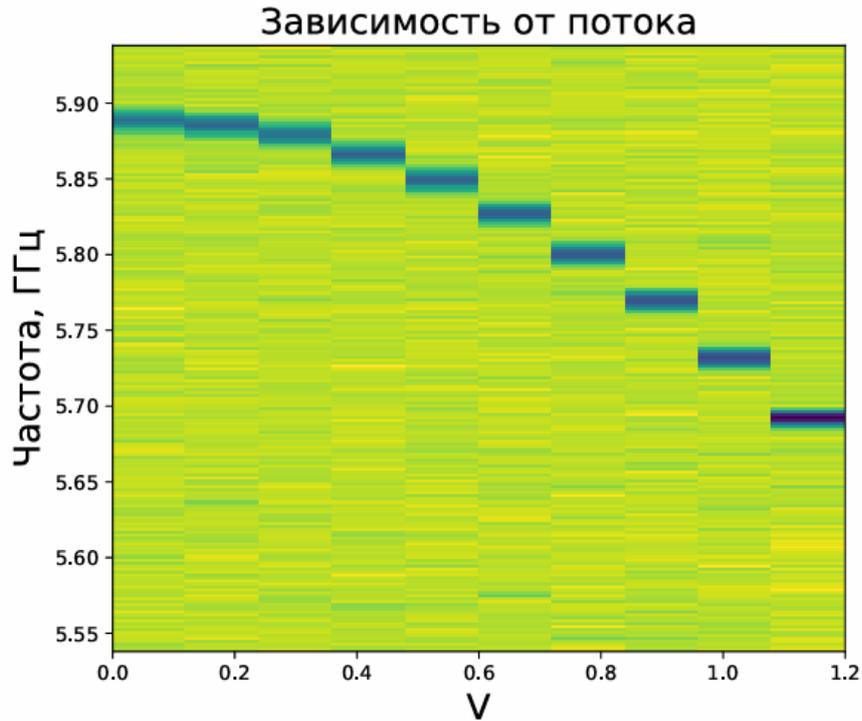


Рис. 17: Карта двухтонной спектроскопии трансмона в зависимости от напряжения подаваемого на DC-линию, управляющую магнитным потоком. Видна зависимость частоты перехода кубита  $f_{01}$  от потока  $\Phi$ .

## 4.2 Импульсные измерения

В данном разделе описываются методы калибровки управляющих и считывающих импульсов и их особенности для кутритной реализации. Далее описываются эксперименты и приводятся данные по измерению ангармонизма, времени амплитудной релаксации, времени фазовой когерентности (последовательности Рамзи и Эхо).

### 4.2.1 Осцилляции Раби и калибровка импульсов

Для измерения характеристик кутритов и проведения квантовых операций необходимо предварительно откалибровать параметры управляющих микроволновых импульсов — в первую очередь,  $\pi$ - и  $\pi/2$ -импульсов, а также параметры пробного импульса для считывания состояния.

#### 4.2.1.1 Определения $\pi$ - и $\pi/2$ -импульсов:

При резонансном возбуждении вероятность найти кубит в возбуждённом состоянии после действия импульса длительности  $t$  определяется как

$$p_1(0, t) = \sin^2\left(\frac{\Omega t}{2}\right), \quad (20)$$

где  $\Omega$  — угловая частота Раби, пропорциональная амплитуде управляющего поля.

- **$\pi$ -импульс:** импульс с амплитудой и длительностью, удовлетворяющими условию  $\Omega t = \pi$ . Реализует вращение вектора состояния на угол  $\pi$  (переводит кубит из основного состояния  $|0\rangle$  в возбуждённое  $|1\rangle$ ).
- **$\pi/2$ -импульс:** импульс с амплитудой и длительностью, удовлетворяющими условию  $\Omega t = \pi/2$ . Реализует вращение вектора состояния на угол  $\pi/2$  (переводит кубит из основного состояния  $|0\rangle$  в суперпозицию, соответствующую экватору сферы Блоха).

В нашем случае длительности импульсов фиксированы, соответственно угол поворота задаётся амплитудой. Форма огибающих: для  $\pi$ -импульса — гауссова форма, для пробного импульса — прямоугольный импульс с гауссовыми краями.

#### 4.2.1.2 Экспериментальная процедура калибровки импульсов

Сначала проводится калибровка для перехода  $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ , после чего аналогичные процедуры могут быть проведены и для перехода  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  (кутритный режим). Калибровка  $\pi$ -импульса и пробного импульса проводится итеративно по следующему алгоритму:

1. **Выбор начальных параметров пробного импульса:** задаются начальные амплитуда и частота пробного импульса, обычно вблизи резонансной частоты резонатора.
2. **Снятие опорного сигнала:** отправляется только пробный импульс без предварительного воздействия на кубит. Прошедший сигнал регистрируется и усредняется по 30 000 измерений.
3. **Калибровка частоты  $\pi$ -импульса:** выбирается амплитуда  $\pi$ -импульса, затем делается свип по частоте  $\pi$ -импульса в окрестности частоты кубита, определённой по двухтоновой спектроскопии. Для каждой частоты последовательно отправляется  $\pi$ -импульс, за которым сразу следует пробный импульс. Прошедший сигнал сравнивается с опорным, и в качестве новой частоты  $\pi$ -импульса выбирается та, при которой наблюдается максимальная разница между опорным и измеренным сигналами.
4. **Калибровка амплитуды  $\pi$ -импульса:** при новой фиксированной частоте  $\pi$ -импульса выполняется свип по амплитуде. Аналогично сравниваются прошедшие сигналы с опорным, выбирается амплитуда, обеспечивающая максимальную разницу.
5. **Калибровка пробного импульса:** при фиксированных параметрах  $\pi$ -импульса проводится свип по частоте и амплитуде пробного импульса. Для оценки используется сравнение прошедших сигналов с и без предварительного  $\pi$ -импульса.

6. **Обновление опорного сигнала:** при новых параметрах пробного импульса снимается обновлённый опорный сигнал.

7. **Повторение цикла:** процедура повторяется, уточняя параметры  $\pi$ -импульса и пробного импульса, пока не будет достигнута хорошая различимость состояний  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$  (параметры перестают существенно меняться, а качество считывания не улучшается).

Когда  $\pi_{01}$ -импульс для перехода  $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$  откалиброван, калибруется  $\pi_{12}$ -импульс для перехода  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ . Отличие только в том, что в качестве опорного состояния берется  $|1\rangle$ , т.е. в начале каждой последовательности идет  $\pi_{01}$ -импульс. Частота пробного импульса отстраивается вниз от частоты резонатора примерно на два дисперсионных сдвига, это обеспечивает хорошую различимость состояний  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ .

#### 4.2.2 Измерение ангармонизма

Ангармонизм  $E_c$  трансмона измеряется через наблюдение двухфотонного перехода  $|0\rangle \rightarrow |2\rangle$ , который становится возможен благодаря взаимодействию кутрита с резонатором. Это взаимодействие позволяет реализовать эффективный двухфотонный переход, несмотря на то, что прямой переход  $|0\rangle \rightarrow |2\rangle$  запрещён в изолированном трансмоне.

##### 4.2.2.1 Экспериментальная процедура:

1. Увеличивается длительность  $\pi$ -импульса, чтобы обеспечить достаточную энергию для двухфотонного перехода.
2. Частота управляющего сигнала отстраивается вниз от частоты перехода  $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$  примерно на половину расчётного значения ангармонизма  $E_c$ .
3. Отправляется  $\pi$ -импульс с новой частотой и увеличенной длительностью, за которым следует пробный импульс.
4. Измеряется прошедший сигнал и сравнивается с опорным (без управляющего импульса).
5. Максимальное отличие от опорного сигнала соответствует резонансу двухфотонного перехода, что позволяет определить  $E_c/2$ .

Резонансная частота двухфотонного перехода связана с ангармонизмом соотношением:

$$f_d = \frac{f_{01} + f_{12}}{2} = f_{01} - \frac{E_c}{2}.$$

Таким образом, измеренное значение частоты  $f_{02}$  позволяет определить ангармонизм:

$$E_c = 2(f_{01} - f_d).$$

### 4.2.3 Реализация single-shot измерений

Метод single-shot измерений позволяет быстро определять состояние кубита за счёт предварительного набора статистики. Ускорение операции считывания и улучшение её точности является важной задачей для квантовых компьютеров. А в случае реализации сенсоров магнитного поля на основе кутритов время затрачиваемое на считывание напрямую влияет на скорость их работы.

#### 4.2.3.1 Классическая процедура single-shot измерений для кубита:

1. **Подготовка опорных состояний:** Для определения сигнатур состояний  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$  собираются наборы данных. Для состояния  $|0\rangle$  кубит оставляется в основном состоянии без предварительного воздействия. Для состояния  $|1\rangle$  отправляется  $\pi_{01}$ -импульс.
2. **Сбор статистики и преобразование сигнала:** Измеренный временной сигнал пробного импульса  $s(t)$  преобразуется в комплексное значение на IQ-плоскости по формуле
$$S_{IQ} = I + iQ = \int_{t_0}^{t_0+T} s(t) e^{-i\omega_p t} dt, \quad (21)$$
где  $\omega_p = 2\pi f_p$  — угловая частота пробного импульса,  $T$  — его длительность, а  $t_0$  — время начала интегрирования. Для каждого состояния набирается по 10 000 точек измерений.
3. **Определение порога классификатора:** В результате на IQ-плоскости формируются два «пятна» — распределения комплексных значений  $S_{IQ}$  для состояний  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$  (см. рис. 18). В случае двух пятен, каждое аппроксимируется распределением Гауса и вычисляется граница классификатора (обычно, с помощью порогового правила).
4. **Определение состояния:** В дальнейшем каждое новое измерение (одна точка) сравнивается с этой границей и определяется состояние  $|0\rangle$  или  $|1\rangle$ .

#### 4.2.3.2 Особенности single-shot измерений для перехода $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ :

Отличие состоит в том, что в качестве опорного состояния берётся  $|1\rangle$ . Для этого в начале каждой последовательности отправляется  $\pi_{01}$ -импульс. Далее проводится процедура, аналогичная описанной выше: формируются распределения для состояний  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  (после  $\pi_{12}$ -импульса) и выполняется классификация на IQ-плоскости.

В случае кутрита использовать классический метод single-shot измерений для различия трех состояний не получается. Вместо однотонного пробного импульса необходимо использовать двухтонный и оптимизировать классификатор. Подробно модифицированный метод single-shot измерений будет рассмотрен в следующих разделах.

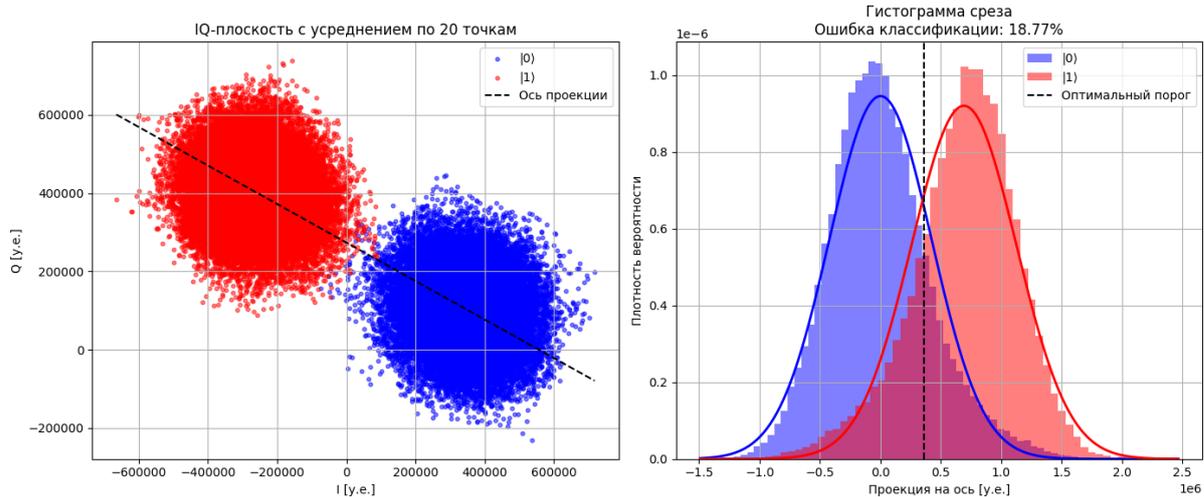


Рис. 18: Слева, пример распределения измеряемых комплексных значений  $(I, Q)$  параметра прохождения  $S_{21}$  для состояний  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$  в single-shot измерениях. Разделимость пятен на IQ-плоскости определяет точность классификации. Справа, срез вдоль оси между центрами пятен, линией копазана граница классификатора.

#### 4.2.4 Измерение времен релаксации и дефазировки

В экспериментах измеряются времена релаксации  $T_1$  и времена дефазировки  $T_2^*$  и  $T_2$  (Эхо) для переходов  $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$  и  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ . Для последнего в начале каждой импульсной последовательности добавляется  $\pi_{01}$ -импульс.

##### 4.2.4.1 Протокол измерения времени релаксации $T_1$

Время релаксации  $T_1$  — характеризует распад кутрита из возбуждённого состояния счёт взаимодействия с окружающей средой (релаксация энергии).

1. Посылается  $\pi$ -импульс, переводящий кубит в возбуждённое состояние.
2. Сразу после  $\pi$ -импульса отправляется пробный импульс для считывания состояния (single-shot измерение).
3. Последовательность повторяется несколько тысяч раз для точного определения состояния.
4. Аналогичная последовательность повторяется с добавлением задержки  $\tau$  между  $\pi$ -импульсом и пробным импульсом, во время задержки происходит распад кубита.
5. Процедура повторяется для различных значений задержек. Для каждого значения задержки состояние кубита измеряется и усредняется.
6. Полученная зависимость вероятности нахождения кубита в возбуждённом со-

стоянии от времени задержки аппроксимируется экспонентой:

$$p_1(\tau) = p_1(0) \exp\left(-\frac{\tau}{T_1}\right). \quad (22)$$

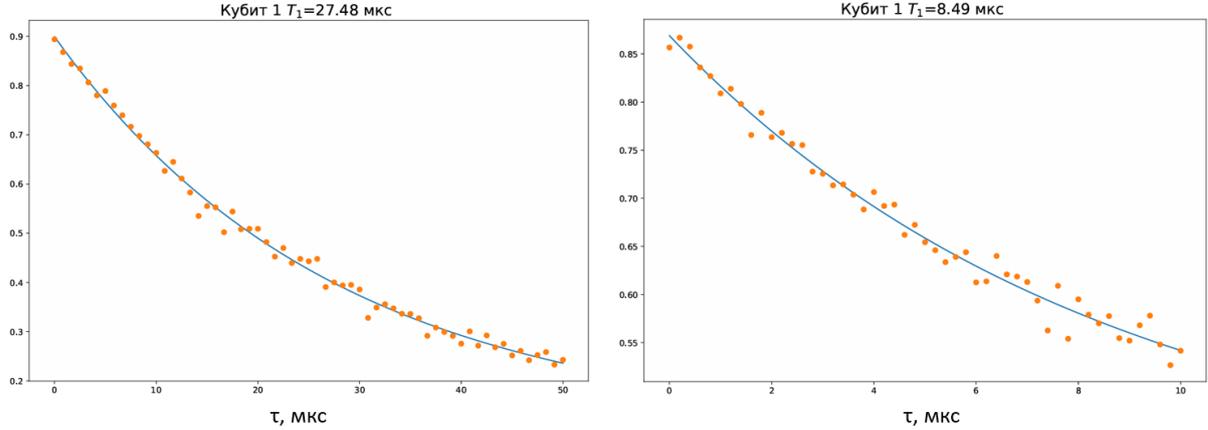


Рис. 19: Результаты измерения времени релаксации  $T_1$  для кубита: слева-распад из состояния  $|1\rangle$ , справа-из  $|2\rangle$ .

#### 4.2.4.2 Протокол измерения времени дефазировки $T_2^*$ (Рамси)

Время дефазировки  $T_2^*$  (Рамси) — это время, за которое суперпозиция состояний кубита теряет когерентность.

1. Последовательно посылаются два  $\pi/2$ -импульса.
2. После второго  $\pi/2$ -импульса отправляется пробный импульс для считывания состояния.
3. Аналогичная последовательность повторяется с добавлением задержки  $\tau$  между двумя  $\pi/2$ -импульсами, в течение которой кубит испытывает дефазировку.
4. Процедура повторяется для различных значений задержек.
5. Полученная зависимость аппроксимируется экспоненциально затухающей синусоидой:

$$p_1(\tau) = A \exp\left(-\frac{\tau}{T_2^*}\right) \sin(\omega\tau + \phi) + B, \quad (23)$$

где  $A$ ,  $B$  и  $\phi$  — параметры фита, а  $\omega$  — частота биений, связанная с отстройкой частоты  $\pi/2$ -импульса от частоты кубита.

#### 4.2.4.3 Протокол измерения времени дефазировки $T_2$ (Эхо)

Время дефазировки  $T_2$  (Эхо) — это время, за которое суперпозиция состояний кубита теряет когерентность, но компенсируется влияние низкочастотного (медленного) шума благодаря применению  $\pi$ -импульса в середине последовательности.

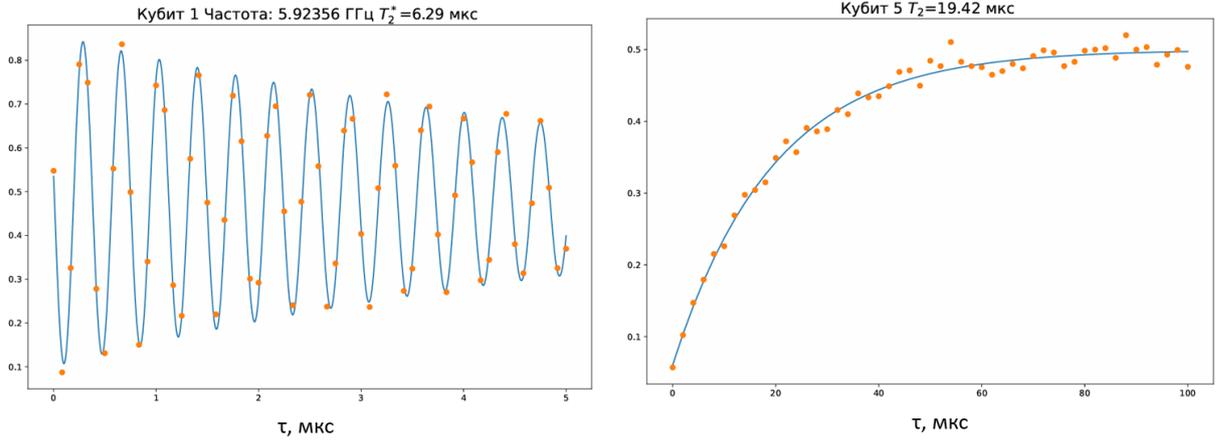


Рис. 20: Результаты измерения времени дефазировки для кубита: слева -  $T_2^*$  (Рамси), справа -  $T_2$  (Эхо).

1. Посылается последовательность:  $\pi/2$ -импульс,  $\pi$ -импульс,  $\pi/2$ -импульс.
2. После последнего импульса отправляется пробный импульс для считывания состояния.
3. Аналогичная последовательность повторяется с добавлением задержки  $\tau$  между первым  $\pi/2$ -импульсом и  $\pi$ -импульсом, а также между  $\pi$ -импульсом и вторым  $\pi/2$ -импульсом.
4. Процедура повторяется для различных значений задержек.
5. Полученная зависимость аппроксимируется экспонентой:

$$p_0(\tau) = A \exp\left(-\frac{\tau}{T_2}\right) + B. \quad (24)$$

#### 4.2.4.4 Особенности для перехода $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$

Для перехода  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  в начале каждой последовательности добавляется  $\pi_{01}$ -импульс, чтобы подготовить кубит в состоянии  $|1\rangle$ . Далее используются импульсы для перехода  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ . Формулы и процедуры фита аналогичны описанным выше.

### 4.3 Считывание состояния кубита

В данном разделе описывается модифицированный метод single-shot измерений с использованием нейросети прямого распространения. Далее рассматривается его применение в эксперименте и результаты таких измерений.

#### 4.3.1 Модифицированный single-shot

Single-shot измерения для кубитных систем стали стандартной процедурой. Использование пороговой классификации на основе гауссовского распределения пятен со-

стояний  $|0\rangle$  и  $|1\rangle$  на IQ-плоскости, получаемых по фурье-компонентам однотоного пробного импульса, позволяет хорошо различать эти два состояния. Однако для высокоточной single-shot классификации состояния кутрита задача усложняется: необходимо различать три состояния —  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ . В нашем случае применяется двухтоновый пробный импульс, что позволяет получать больше информации о состоянии системы. Для классификации по результатам двухтонового считывания используется нейросеть прямого распространения (FNN) [11], которая демонстрирует более высокую эффективность [15] по сравнению с традиционными методами (например, методом опорных векторов) и обладает хорошей масштабируемостью. Кроме того, FNN поддерживает дообучение (transfer learning), что упрощает повторное обучение при изменении параметров системы.

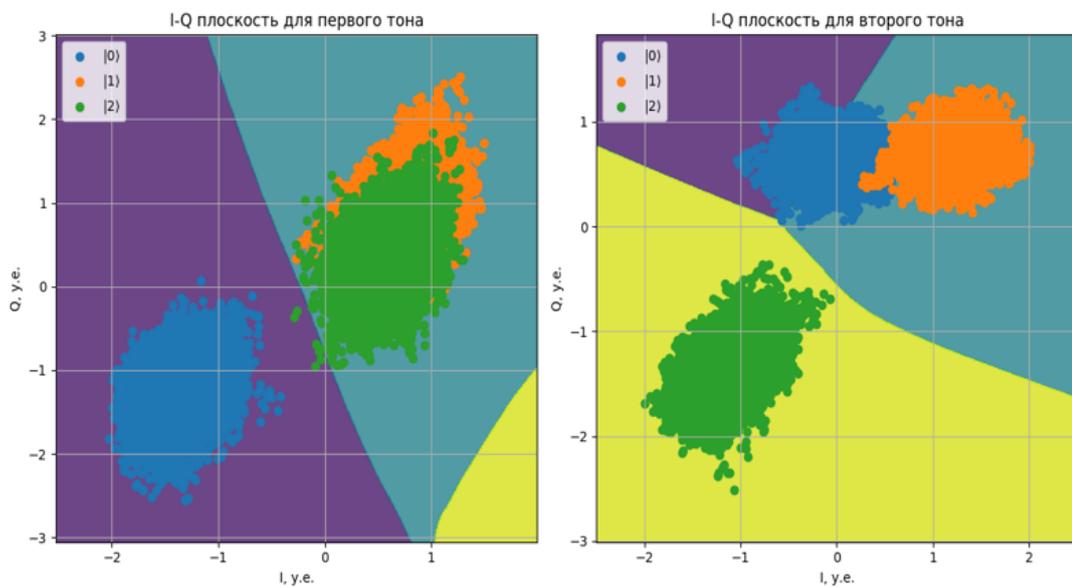


Рис. 21: Усредненный single-shot сигнал считывания кутрита на IQ-плоскости (результаты двухтонового считывания). Результаты классификации состояния кутрита с использованием нейронной сети прямого распространения (FNN). Цветные области, наложенные на графики, отображают границы классификатора, полученные в результате обучения нейронной сети, что позволяет различать состояния  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ .

#### 4.3.2 Общий принцип FNN (нейросети прямого распространения)

Нейросеть прямого распространения (Feedforward Neural Network, FNN) — это искусственная нейронная сеть, в которой сигнал последовательно проходит от входного слоя через один или несколько скрытых слоёв к выходному слою, без обратных связей. Каждый нейрон слоя связан со всеми нейронами предыдущего слоя, а выход каждого нейрона вычисляется как взвешенная сумма входов, к которой применяется нелинейная функция активации.

Рассмотрим простую формулу для выхода  $l$ -го слоя:

$$\mathbf{a}^{(l)} = f^{(l)} (\mathbf{W}^{(l)} \mathbf{a}^{(l-1)} + \mathbf{b}^{(l)}),$$

где

- $\mathbf{a}^{(l)}$  — вектор активаций  $l$ -го слоя,
- $\mathbf{W}^{(l)}$  — матрица весов между слоями  $l - 1$  и  $l$ ,
- $\mathbf{b}^{(l)}$  — вектор смещений  $l$ -го слоя,
- $f^{(l)}$  — функция активации  $l$ -го слоя.

Входной слой принимает исходные данные (например, фурье-компоненты сигнала), а выходной слой выдаёт вероятности принадлежности к каждому классу (в нашем случае — состояния кутрита).

### 4.3.3 Структура нейросети прямого распространения

В нашем случае нейросеть реализована на PyTorch. На вход подаются синфазные (I) и квадратурные (Q) фурье-компоненты сигнала, полученного по результатам двух-тонового считывания (см. рис. 21). Архитектура сети следующая:

- **Входной слой:** 4 узла (I и Q компоненты для каждой из двух частот).
- **Первый скрытый слой:** 16 узлов.
- **Второй скрытый слой:** 8 узлов.
- **Выходной слой:** 3 узла (вероятности состояний  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$ ).

В качестве функции активации в скрытых слоях используется SELU (scaled exponential linear unit). Выходной слой использует функцию активации softmax, что позволяет интерпретировать выходные значения как вероятности принадлежности к каждому из трёх состояний кутрита.

### 4.3.4 Обучение и тестирование

Обучение нейросети проводилось с использованием оптимизатора Adam и функции потерь cross-entropy. Скорость обучения составляла 0.0005, размер батча — 64. Обучение длилось 300 эпох на выборке из 8000 обучающих и 2000 валидационных примеров.

В результате обученная сеть обеспечивает точность классификации состояний кутрита на уровне 85.51%, на рисунке 22 приведена матрица распределения точности.

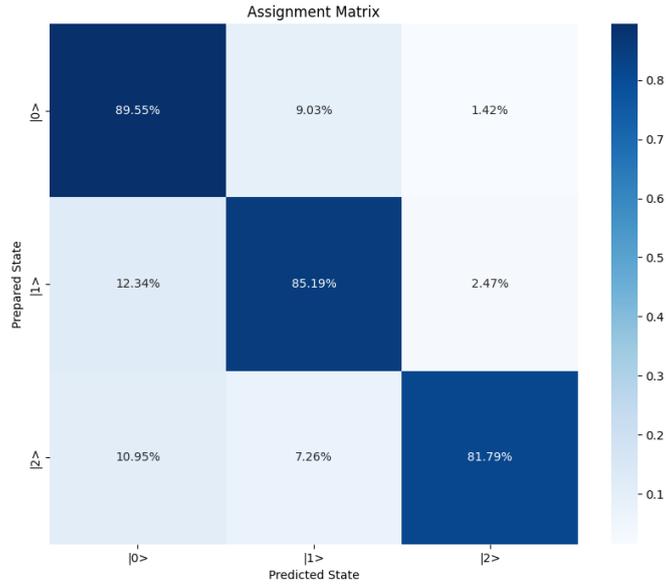


Рис. 22: Матрица точности классификации трёх состояний кутрита с помощью нейросети для одного из кубитов.

#### 4.3.5 Экспериментальное применение нейросети

В данном разделе представлены результаты измерения распада кутрита из состояний  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  с использованием двухтонового пробного импульса и нейросети для классификации состояний. Применение нейросети позволяет получать вероятности всех трёх состояний кутрита ( $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$ ,  $|2\rangle$ ) в каждом single-shot измерении, что даёт возможность построить зависимости заселённости всех уровней от времени задержки и внешних параметров (например, напряжения на DC-линии, управляющей магнитным потоком).

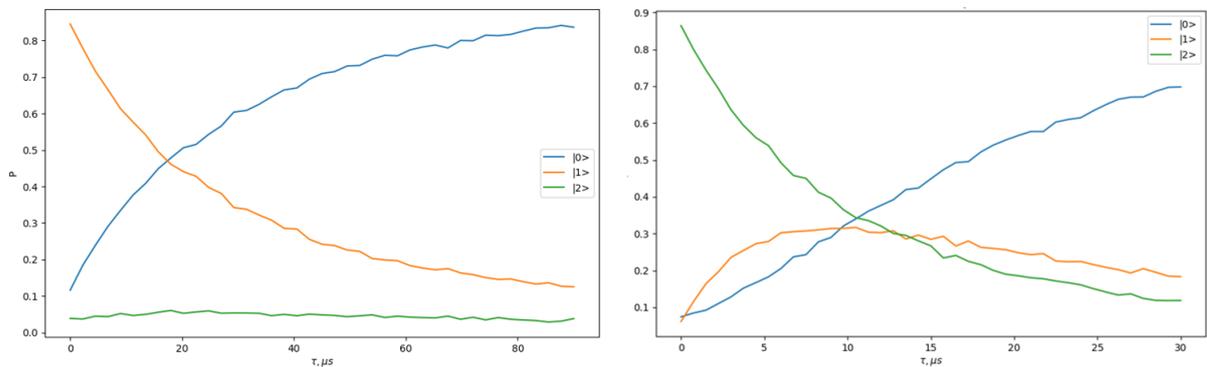


Рис. 23: Зависимости вероятностей состояний  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  от времени задержки  $\tau$ .

Полученные экспериментальные зависимости распада из состояний  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  (рис. 23) согласуются с теоретическими моделями: вероятность нахождения системы в исходном состоянии экспоненциально уменьшается с ростом времени задержки, а заселённость переходных состояний отражает динамику квантовой системы. Это подтвер-

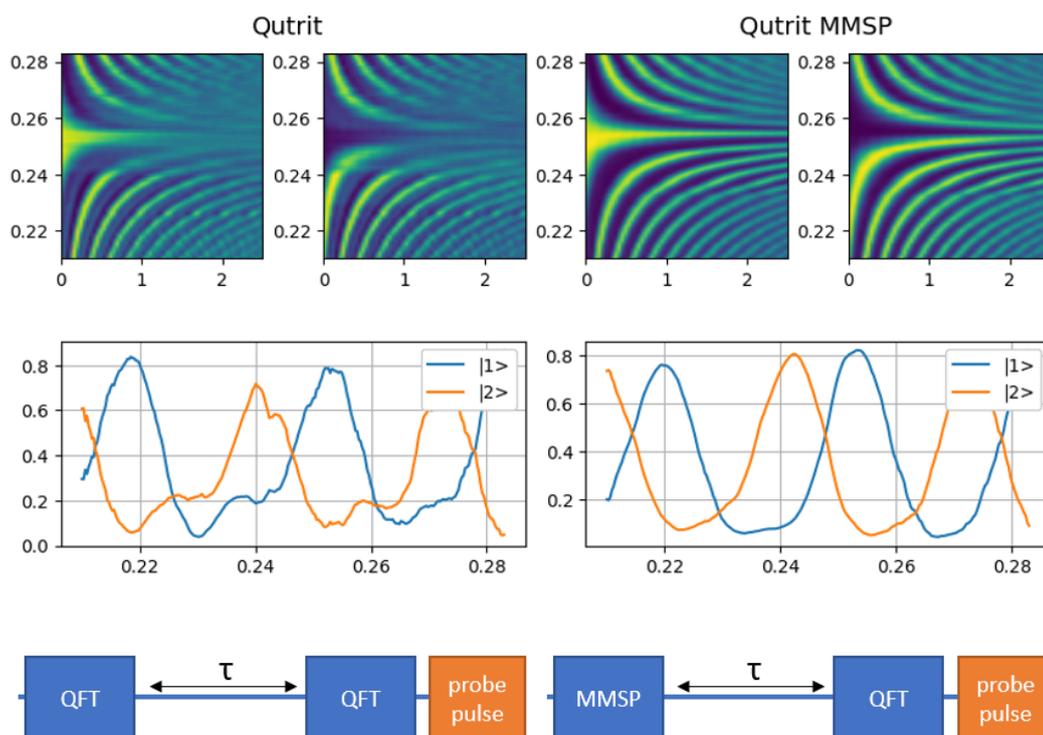


Рис. 24: Метрологические паспорта для кутрита: Зависимости вероятности измерения состояния от времени задержки ( $\tau$ ) и внешнего магнитного поля (напряжения  $V$ ). Для кутрита показаны вероятности состояний  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ , срез при нулевой задержке ( $\tau = 0$ ), последовательности импульсов - применяется импульс квантового преобразования Фурье (QFT) в сочетании с импульсом максимальной проекции спина (MMSP).

ждает корректность выбранного метода считывания и классификации состояний.

На рисунке 24 представлены два кутритных метрологических паспорта. Первый паспорт отображает вероятность нахождения системы в состоянии  $|2\rangle$  в зависимости от времени задержки  $\tau$  и внешнего магнитного поля (или управляющего напряжения  $V$ ). Второй паспорт аналогично показывает вероятность состояния  $|1\rangle$ . На паспортах видно, как меняется вероятность состояния при изменении внешних параметров и времени, что позволяет визуализировать динамику кутрита и использовать эти данные для калибровки и метрологических измерений.

## 5 Заключение

### Заключение

В данной магистерской работе проведено всестороннее исследование кутритной схемы на основе сверхпроводникового трансмона. Выполнен расчет и численное моделирование ключевых параметров кутритов (частоты переходов, ангармонизм, константы связи) и резонаторов (частоты, добротности), спроектирована схема образца с 9 кутритами.

В экспериментальной части на изготовленном образце реализованы основные методы непрерывных (однотоновая и двухтоновая спектроскопия) и импульсных ( $T_1$ ,  $T_2^*$ ,  $T_2$ ) измерений. Центральным достижением работы стала разработка и внедрение метода считывания состояния кутрита с использованием нейросети прямого распространения (FNN), которая обеспечивает точность классификации трёх состояний кутрита на уровне 85.5%. Этот подход существенно превосходит классические пороговые методы, которые напрямую не применимы к многоуровневым системам, и обладает преимуществами естественной масштабируемости на кудиты, устойчивости к шумам и возможностью дообучения.

Измерены кутритные паспорта, которые использованы для реализации метрологических протоколов оценки фазы. Полученные экспериментальные результаты находятся в хорошем согласии с теоретическими моделями, что подтверждает надежность и эффективность предложенного метода считывания.

## Список литературы

- [1] Vittorio Giovannetti, Seth Lloyd, and Lorenzo Maccone. Quantum measurement bounds beyond the uncertainty relations. *Physical Review Letters*, 108(26):260405, 2012.
- [2] Wim van Dam, G Mauro D’Ariano, Artur Ekert, Chiara Macchiavello, and Michele Mosca. Optimal quantum circuits for general phase estimation. *Physical review letters*, 98(9):090501, 2007.
- [3] A Yu Kitaev. Quantum measurements and the abelian stabilizer problem. *arXiv preprint quant-ph/9511026*, 1995.
- [4] Tomasz Kaftal and Rafał Demkowicz-Dobrzański. Usefulness of an enhanced kitaev phase-estimation algorithm in quantum metrology and computation. *Physical Review A*, 90(6):062313, 2014.
- [5] A. Shlyakhov, Vladislav Zemlyanov, M. Suslov, Andrey Lebedev, G. Paroanu, Gordey Lesovik, and G. Blatter. Quantum metrology with a transmon qutrit. *Physical Review A*, 97, 11 2017.
- [6] Michael R Perelshtein, NS Kirsanov, VV Zemlyanov, AV Lebedev, Gianni Blatter, VM Vinokur, and GB Lesovik. Linear ascending metrological algorithm. *Physical Review Research*, 3(1):013257, 2021.
- [7] Sergey Danilin, Andrey Lebedev, Antti Vepsäläinen, Gordey Lesovik, G. Blatter, and G. Paroanu. Quantum-enhanced magnetometry by phase estimation algorithms with a single artificial atom. *npj Quantum Information*, 4, 01 2018.
- [8] AR Shlyakhov, VV Zemlyanov, MV Suslov, Andrey V Lebedev, Gheorghe S Paroanu, Gordey B Lesovik, and Gianni Blatter. Quantum metrology with a transmon qutrit. *Physical Review A*, 97(2):022115, 2018.
- [9] Jens Koch, Terri Yu, Jay Gambetta, A. Houck, David Schuster, J Majer, Alexandre Blais, M. Devoret, Steven Girvin, and R. Schoelkopf. Charge insensitive qubit design derived from the cooper pair box. *Physical Review A*, 76, 03 2007.
- [10] V Bouchiat, D Vion, P Joyez, D Esteve, and M H Devoret. Quantum coherence with a single cooper pair. *Physica Scripta*, 1998(T76):165, jan 1998.
- [11] Liangyu Chen, Hang-Xi Li, Yong Lu, Christopher Warren, Christian Križan, Sandoko Kosen, Marcus Rommel, Shahnawaz Ahmed, Amr Osman, Janka Biznárová, Anita Fadavi, Benjamin Lienhard, Marco Caputo, Kestutis Grigoras, Leif Grönberg, Joonas Govenius, Anton Frisk Kockum, Per Delsing, Jonas Bylander, and Giovanna Tancredi. Transmon qubit readout fidelity at the threshold for quantum error

correction without a quantum-limited amplifier. *npj Quantum Information*, 9, 03 2023.

- [12] Andrew Addison Houck, DI Schuster, JM Gambetta, JA Schreier, BR Johnson, JM Chow, L Frunzio, J Majer, MH Devoret, SM Girvin, et al. Generating single microwave photons in a circuit. *Nature*, 449(7160):328–331, 2007.
- [13] Evan Jeffrey, Daniel Sank, JY Mutus, TC White, J Kelly, R Barends, Y Chen, Z Chen, B Chiaro, A Dunsworth, et al. Fast accurate state measurement with superconducting qubits. *Physical review letters*, 112(19):190504, 2014.
- [14] Eyob A Sete, John M Martinis, and Alexander N Korotkov. Quantum theory of a bandpass purcell filter for qubit readout. *Physical Review A*, 92(1):012325, 2015.
- [15] Rohit Navarathna, Tyler Jones, Tina Moghaddam, Anatoly Kulikov, Rohit Beriwal, Markus Jerger, Prasanna Pakkiam, and Arkady Fedorov. Neural networks for on-the-fly single-shot state classification. *Applied Physics Letters*, 119(11), 2021.