Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)»

Физтех-школа физики и исследований им. Ландау

Образовательная программа «Квантовые наноструктуры, материалы и устройства»

Направление подготовки: 03.03.01 Прикладные математика и физика
Направленность подготовки: Общая и прикладная физика

Нейрон на основе планарных джозефсоновских контактов Nb/Au/Nb

(магистерская работа)

Выполнила
студентка 6 курса гр. М02-903
Елистратова Анна Андреевна

подпись _____

Научный руководитель
д.ф.-м.н. Столяров Василий Сергеевич

подпись _____
_____

Долгопрудный, 2025 год

Содержание

1 Введение **2**

2 Литературный обзор **4**

2.1 Теоретические основы сверхпроводимости 4

2.2 Джозефсоновкие контакты 7

2.3 Особенности СНС-контактов 9

2.3.1 Ток-фазовая зависимость 9

2.3.2 Баллистический и диффузный пределы 10

2.3.3 Перегрев и теплоотведение 11

2.3.4 Проникновение вихрей 12

2.3.5 Сочетание S- и N-металлов 13

2.4 Модель СНС-контакта в геометрии мостика переменной толщины 13

2.5 СКВИД и БОК-логика 17

3 Технология и методы измерения **20**

3.1 Технология изготовления структур Nb/Au 20

3.1.1 Электронная литография 20

3.1.2 Магнетронное напыление 21

3.2 Экспериментальное оборудование 23

3.2.1 Ультразвуковая сварка 23

3.2.2 Криостаты 24

3.2.3 Измерительное оборудование 25

4 Экспериментальное исследование SN-N-NS-контактов **27**

4.1 Измерение электротранспортных свойств 27

4.1.1 Дизайн и вольт-амперные характеристики 27

4.1.2 Температурная зависимость критического тока 29

4.1.3 Подавление сверхпроводимости в магнитном поле 31

4.2 Энергия Тауллеса 33

5 СКВИД **36**

5.1 Экспериментальное исследование 36

5.1.1 Дизайн и ВАХ СКВИДа 36

5.1.2 Зависимость ВАХ от управляющего тока I_b 37

5.1.3 Фит зависимости $I_c(I_b)$ на основе резистивной модели 40

5.2 Отклик СКВИДа 41

5.3 Джозефсоновская передающая линия: аксон 42

5.4 Нейрон 43

6 Заключение **45**

1 Введение

Устройства на основе сверхпроводников на сегодняшний день нашли применение в таких областях, как магнитометрия, магнитно-резонансная томография и другие направления, где требуются высокая чувствительность и точность измерений. Однако, несмотря на значительный потенциал, вычислительная техника на основе сверхпроводников до сих пор не получила широкого распространения. В последние годы интерес к сверхпроводниковым вычислениям вновь усилился. Это обусловлено, с одной стороны, достижением физических пределов традиционных CMOS-технологий, с другой — стремительным ростом объёма обрабатываемых данных [3, 31]. Кроме того, именно сверхпроводниковые технологии на сегодняшний день занимают лидирующие позиции в области квантовых вычислений.

SFQ-логика (англ. single flux quantum - одноквантовая логика) использует джозефсоновские переходы для генерации и обработки информации, представленной в виде квантов магнитного потока $\Phi_0 = h/2e$. Каждое логическое событие в такой системе сопровождается генерацией одиночного импульса, что позволяет достигать тактовых частот до сотен гигагерц при энергии на операцию порядка 10^{-19}–10^{-21} Дж при температуре жидкого гелия $(4,2$ K)[26, 13]. Однако в отличие от классических CMOS-схем, сверхпроводниковая логика требует криогенного оборудования, что диктует специфические подходы к проектированию и эксплуатации таких систем.

В процессе эволюции сверхпроводниковой логики было предложено несколько семейств базовых логических элементов, каждое из которых возникало как ответ на те или иные технологические вызовы. На различных этапах развития приоритеты менялись: от ориентации на максимальную скорость — к энергоэффективности, от минимизации числа компонентов — к функциональной полноте [29]. Различные реализации этой логики, включая RSFQ [21], ERSFQ/eSFQ [23] и RQL [12], направлены на оптимизацию энергопотребления, уменьшение числа пассивных элементов и повышение плотности интеграции. На сегодняшний день продемонстрированы как отдельные логические элементы, так и прототипы процессоров на SFQ-логике, включая 8-битные арифметические устройства и тестовые многобитные регистры [14].

Активно развивающимся направлением также являются нейроморфные вычисления на базе SFQ-логики. Особенно привлекательным направлением для реализации в контексте одноквантовой электроники являются спайковые нейронные сети (англ. spiking neural networks, SNN). Использование логики на одиночных квантах магнитного потока позволяет естественным образом реализовывать передачу информации в виде дискретных импульсов, аналогичных нейронным «спайкам» [5]. Экспериментальные реализации таких сетей уже продемонстрировали способность к обучению и классификации входных паттернов [25]. В перспективе сверхпроводниковые SNN смогут применяться в задачах реального времени, где критична высокая плотность и точность временного кодирования, например, в робототехнике, биомедицинской обработке сигналов и нейроинтерфейсах.

Однако на сегодняшний день внедрение SFQ-устройств существенно ограничено низкой степенью интеграции элементов на чипе. Одной из самых сложных задач масштабирования является уменьшение размера джозефсоновского перехода [34], который является нелинейным элементом сверхпроводящих цепей. На текущий момент площадь джозефсоновского контакта превышает площать полупроводникового транзистора более чем на два порядка. В этой связи ведутся активные исследования возможностей миниатюризации элементов SFQ-схем, в частности данная работа посвящена исследованию перспективной технологии реализации джозефсоновского контакта.

Целью работы является экспериментальное исследование отдельных джозефсоновских контактов и базовых блоков на их основе, пригодных для реализации элементов SFQ-логики, в частности биподобного нейрона.

Задачи:

- экспериментальная реализация и исследование джозефсоновских контактов Nb/Au/Nb;
- исследование ячейки SFQ-логики;
- теоретический анализ возможности создания устройств на основе полученных элементов.

2 Литературный обзор

2.1 Теоретические основы сверхпроводимости

В 1911 году голландским физиком Х. Камерлингом-Оннесом впервые было обнаружено явление сверхпроводимости [39]. Экспериментально оно наиболее ярко проявляется во внезапном исчезновении электрического сопротивления металла при достижении определенной температуры вблизи абсолютного нуля. Сверхпроводники чрезвычайно привлекательны с практической точки зрения в качестве элементов электронных устройств, так как позволяют свести диссипацию энергии при выполнении логических операций к физически возможному пределу.

Уравнения Горькова

Наиболее полное и строгое описание сверхпроводящих систем строится на основе методов квантовой теории поля. За основу берётся модель вырожденного почти идеального ферми-газа с притяжением между частицами [41]. Оказывается, что при понижении температуры ниже некоторого критического значения основное состояние системы становится неустойчивым и сколь угодно малое притяжение приводит к образованию куперовских пар.

Полный гамильтониан системы электронов имеет вид [38]

$$\hat{H} = \int \left[-\Psi^+ \frac{\nabla^2}{2m} \Psi + \frac{\lambda}{2} \Psi^+ \Psi^+ \Psi \Psi \right] d\mathbf{r}, \tag{1}$$

где m - масса частицы, Ψ, Ψ^+ - полевые операторы, λ - константа взаимодействия.

Используя гейзенберговское представление оператора (1) и соответствующие операторные уравнения можно получить уравнение на функции Грина

$$\left[i\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\nabla^2}{2m} \right] G_{\alpha\beta}(x, x') + i\lambda < T((\tilde{\Psi}^+(x)\tilde{\Psi}(x))\tilde{\Psi}_\alpha(x), \tilde{\Psi}_\beta(x - x') = \delta(x - x'),$$

где $G_{\alpha\beta}(x, x') = -i < T(\tilde{\Psi}_\alpha(x)\Psi^+_\beta(x) >$ - функция Грина системы.

В случае сверхпроводника после применения теоремы Вика необходимо учесть возможность создания куперовских пар, формально их рождение описывается аномальной функцией Грина

$$F^+_{\alpha\beta}(0+) = e^{-2i\mu t} < N + 2 \, |\Psi^+_\alpha(x)\Psi_\beta(x)|N >,$$

где μ - химический потенциал, $N >$ - основаное состояние системы с числом частиц N.

В связи с её появлением на основе уравнений Дайсона записывается система уравнений Горькова:

$$\begin{cases} (i\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\nabla^2}{2m})G(x - x') - i\lambda F(0+)F^+(x - x') = \delta(x - x') \\ (i\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\nabla^2}{2m} - 2\mu)F^+(x - x') - i\lambda F^+(0+)G(x - x') = 0. \end{cases} \tag{2}$$

Переходя в импульсное пространство и алгебраически выражая функции Грина получаем

$$G(p) = \frac{\omega + \xi}{\omega^2 - \xi^2 - \Delta^2},$$

$$F^+(p) = -i\lambda \frac{F^+(0+)}{\omega^2 - \xi^2 - \Delta^2},$$

где $\Delta^2 = \lambda^2 |F^+(0+)|^2$, $\xi = v(|\mathbf{p}| - p_0)$, $p_0 \approx \sqrt{2m\mu}$ - граничный импульс Ферми, $v = p_0/m$.

Таким образом, при введении аномальной функции Грина в законе дисперсии возникает так называемая сверхпроводящая щель Δ

$$\varepsilon(p) = \sqrt{\xi^2 + \Delta^2}.$$

Величина щели при нулевой температуре $\Delta = \frac{\pi}{\gamma} T_c$, где T_c - критическая температура сверхпроводника, $\ln \gamma = C = 0.577$.

Из строгого уравнения на $\Delta(T)$ [41] разложением по малой величине щели вблизи T_c можно получить приближенное выражение

$$\Delta \approx 3.06 T_c \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}.$$

Теория Гинзбурга-Ландау

Теория Гинзбурга–Ландау (ГЛ) — это феноменологическая теория сверхпроводимости, предложенная в 1950 году В. Л. Гинзбургом и Л. Д. Ландау, основанная на общих принципах теории фазовых переходов [41]. В основе теории лежит введение комплексного порядка параметра, нормированного на плотность куперовских пар $|\psi|^2 = n_s/2$. Параметр порядка $\psi = \sqrt{n_s/2} e^{i\varphi}$ является волновой функцией сверхпроводящих электронов. Теория описывает поведение сверхпроводника через функционал свободной энергии, разложенный в ряд по параметру порядка, малому вблизи T_c:

$$F = F_n + \alpha |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4 + \frac{1}{2m^*} \left| \left(-i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right) \psi \right|^2 + \frac{|\nabla \times \mathbf{A}|^2}{8\pi},$$

где F_n — свободная энергия нормального состояния, α и β — феноменологические коэффициенты разложения, характеризующие материал и зависящие от температуры, m^* и e^* — эффективная масса и заряд куперовской пары, $\mathbf{A}$ - векторный потенциал.

В результате варьирования функционала свободной энергии по ψ и $\mathbf{A}$ можно получить два основных уравнения Гинзбурга — Ландау:

1. уравнение на параметр порядка:

$$\frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar\nabla - \frac{e^*}{c} \mathbf{A} \right)^2 \psi + \alpha\psi + \beta |\psi|^2 \psi = 0; \tag{3}$$

на него накладывается граничное условие, обеспечивающее равенство нулю сверхтока

через границу сверхпроводник-диэлектрик(нормальный металл):

$$\left(i\nabla + \frac{2\pi}{\Phi_0}\mathbf{A}\right)\mathbf{n}\psi = \frac{i\psi}{\lambda}, \tag{4}$$

где $\mathbf{n}$ - единичный вектор нормали к поверхности сверхпроводника, λ - действительная константа;

2. уравнение на сверхпроводящий ток:

$$\mathbf{j}_s = \frac{e^*\hbar}{2im^*}\left(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*\right) - \frac{e^{*2}}{m^*c}|\psi|^2\mathbf{A}. \tag{5}$$

В рамках теории возникают два характерных масштаба: длина когерентности ξ_{GL} — характерный масштаб изменения $\psi(\mathbf{r})$ в пространстве, и лондоновская глубина проникновения λ_L — глубина, на которую магнитное поле проникает внутрь сверхпроводника:

$$\xi_{GL} = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m^*|\alpha|}}, \qquad \lambda_L = \sqrt{\frac{m^*c^2\beta}{4\pi|\alpha|e^{*2}}}.$$

Теория Гинзубрга-Ландау позволяет феноменологически описывать пространственные распределения сверхпроводящего параметра, магнитных полей и токов в сверхпроводниках, включая образование вихрей и границ между нормальной и сверхпроводящей фазами. Теория часто применяется для изучения макроскопических свойств сверхпроводников второго рода и для моделирования поведения сверхпроводников в неоднородных или внешних полях, но применима только при температурах, близких к критической $T \to T_c$, при низких температурах $T \ll T_c$ требуется применение микроскопической теории Бардина — Купера — Шриффера (БКШ). Уравнения Гинзбурга-Ландау были выведены из теории БКШ Л. Горьковым в 1959 году [11].

Эффект близости

На границе между нормальными и сверхпроводящими металлами наблюдается так называемый эффект близости: куперовские пары сверхпроводника могут проникать на некоторую глубину в нормальную область. Из-за этого концентрация куперовских пар становится меньше, чем в глубине сверхпроводника, и, следовательно, параметр порядка ψ рядом с границей снижается.

Решая первое уравнение ГЛ (3) в области сверхпроводника вблизи границы, получаем ослабление параметра порядка

$$\psi = \mathrm{th}[(x - x_0)/\sqrt{2}\xi_{GL}],$$

где x_0 - константа интегрирования.

В нормальной области(считая нормальный металл сверхпроводником с критической температурой $T'_{cn} < T$), можно получить экспоненциально затухающий параметр поряд-

ка

$$\psi = \psi_0 e^{-|x|/\xi_n}, \tag{6}$$

где ξ_n - длина когерентности в нормальном металле.

Расчёты с использованием микроскопической теории «чистом» нормальном металле ($l_n \gg \xi_n$) показали, что

$$\xi_n = \frac{\hbar v_{F_n}}{2\pi k_B T}, \tag{7}$$

где v_{F_n} - скорость электрона на поверхности Ферми.

В «грязном» металле

$$\xi_n = \sqrt{\frac{\hbar v_{F_n} l_n}{6\pi k_B T_c}} = \sqrt{\frac{\hbar D_n}{2\pi k_B T_c}}, \tag{8}$$

где D_n - коэффициент диффузии.

На основании микроскопической теории БКШ предсказывается существование андреевского отражения и дискретных уровней энергии, которые могут заполняться андреевскими квазичастицами, переносящими электрический ток в нормальной области.

2.2 Джозефсоновкие контакты

Интерференция волновых функций сверхпроводников

Если два сверхпроводника разделены тонкой прослойкой несверхпроводящего материала, небольшой ток может протекать через разрыв бездиссипативно. Это явление называется эффектом Джозефсона. Рассмотрим два сверхпроводника, разделенные тонким слоем изолятора. Вдали от границы их волновые функции: $\psi_1 = |\psi_1| e^{i\varphi_1}$, $\psi_2 = |\psi_2| e^{i\varphi_2}$.

Выразив параметры порядка обоих сверхпроводников из граничного условия (4) и подставив в уравнение (5) на сверхпроводящий ток

$$-\frac{\partial \psi_0}{\partial x} - \frac{2ie}{\hbar c}\mathbf{A_x}\psi_\mathbf{1} = -\frac{\psi_\mathbf{2}}{\lambda}, \quad -\frac{\partial \psi_\mathbf{2}}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\mathbf{2ie}}{\hbar \mathbf{c}}\mathbf{A_x}\psi_\mathbf{1} = -\frac{\psi_\mathbf{1}}{\lambda},$$

получим

$$j = \frac{ie\hbar}{2m\lambda}(\psi_1^* \psi_2 - \psi_1 \psi_2^*).$$

После перемножения с учётом вещественности сверхтока через контакт получается синусоидальная ток-фазовая зависимость (ТФЗ):

$$I = I_c \sin(\varphi), \tag{9}$$

где $I_c = \dfrac{e\hbar}{m\lambda}|\psi|^2$ — критический ток джозефсоновского контакта. Это выражение получило название первое уравнение Джозефсона. Внутри слабой связи происходит интерференция двух волновых функций, источниками которых являются конденсаты куперовских пар в сверхпроводящих электродах. Модель справедлива для произвольных слабых связей(изолятор, нормальный металл, сужение сверхпроводника и тд.), но применима вблизи T_c, так как является следствием теории Ландау-Гинзбурга. Для

SIS-контактов (англ. superconductor /insulator /superconductor) синусоидальная зависимость выполняется при любой температуре $T < T_c$.

Динамика джозефсоновских контактов

Для описания динамики разности фаз в сверхпроводящих берегах джозефсоновского контакта используется так называемая резистивно-емкостная модель (англ. Resistively and Capacitively Shunted Junction, RCSJ-модель) [37]. В ней рассматривается параллельное подключение джозефсоновского контакта, резистора и конденсатора, через которые соответственно протекают три компоненты полного тока:

$$I = I_c \sin(\varphi) + \frac{V}{R_n} + C\frac{dV}{dt},$$

где R_n — нормальное сопротивление контакта, C — ёмкость контакта. Фаза джозефсоновского контакта связана с напряжением по закону

$$V = \frac{\hbar}{2e}\frac{d\varphi}{dt},$$

который называется вторым соотношением Джозефсона. В случае приложенного к контакту постоянного напряжения, ток осциллирует с частотой

$$\omega_c = \frac{2e}{\hbar}V. \tag{10}$$

На этой частоте, называемой характеристической, происходит джозефсоновская генерация. В результате можно записать динамическое уравнение второго порядка на фазу джозефсоновского контакта:

$$I = I_c \sin(\varphi) + \frac{\hbar}{2eR}\frac{d\varphi}{dt} + \frac{\hbar}{2e}\frac{d^2\varphi}{dt^2}. \tag{11}$$

Уравнение тождественно модели математического маятника с затуханием и накачкой. Контакт также характеризуется параметром Маккамбера $\beta_c = (2eI_cR^2C)/\hbar$. Если $\beta_c > 1$, вольт-амперная характеристика контакта имеет гистерезис, обусловленный ёмкостью, в системе возможны автоколебания и резонансы. При $\beta_c \ll 1$ колебания фазы не возникают - движение с сильным затуханием.

Потенциальная энергия джозефсоновского контакта, также называется потенциалом стиральной доски, поскольку имеет форму наклонную волнистую форму

$$U(\varphi) = -E_J \cos\varphi - \frac{\hbar I}{2e}\varphi,$$

где E_J — джозефсоновская энергия, I — внешний ток. Первый член — периодический потенциал: E_J определяет глубину локальных минимумов, второй — линейный наклон, пропорциональный току. При $I < I_c$ фаза может находиться в минимумах потенциа-

ла — что соответствует сверхпроводящему состоянию. При $I > I_c$ фаза движется по потенциальной поверхности - на контакте возникает напряжение.

2.3 Особенности СНС-контактов

Благодаря эффекту близости возможно создание полностью металлических джозефсоновских контактов, обозначаемых как SNS-переходы (англ. superconductor /normal metal /superconductor, SNS). В них роль слабой области играет прослойка нормального металла.

2.3.1 Ток-фазовая зависимость

При низких температурах выражение (9) перестаёт быть универсальным и начинают играть роль особенности связей. Для учёта этих эффектов в качестве базовой модели, демонстрирующей основные свойства джозефсоновского контакта, рассматривается одномерный (точечный) контакт

$$I_s(\varphi) = \frac{\pi\Delta}{2eR_n} \frac{\sin\varphi}{\sqrt{1-\overline{D}\sin^2\varphi/2}} \tanh\left[\frac{\Delta}{2T}\sqrt{1-\overline{D}\sin^2\varphi/2}\right], \tag{12}$$

где $\overline{D}$ - усредненная по углу вероятность прохождения. Выражение (12) оказывается применимо в диапазоне от баллистического ($\overline{D} \approx 0$), до туннельного ($\overline{D} \ll 1$) случаев. На рисунке 1(a) представлены возможные формы ТФЗ при различных значениях параметра $\overline{D}$: по мере повышения прозрачности происходит трансформация от синусоидальной к пилообразной зависимости. Вблизи T_c уравнение сводится к формуле 1.

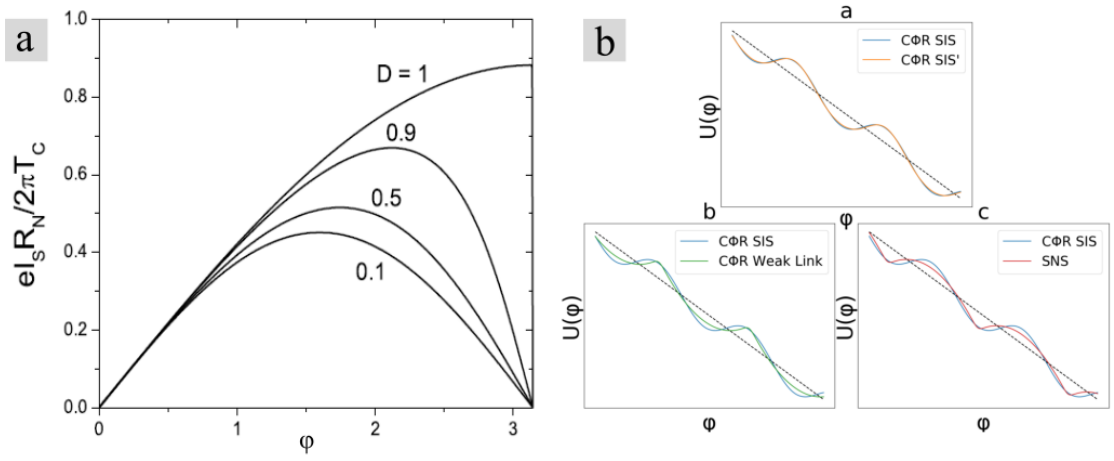


Рис. 1: Ток-фазовая зависимость: (a) - ТФЗ точечного контакта в зависимости от коэффициента прохождения [10]; (b) - влияние ТФЗ контакта на форму зависимости потенциальной энергии U от фазы φ.

При изменении ТФЗ зависимость потенциальной энергии от фазы также претерпевает изменение. В работе [32] исследуется влияние ТФЗ на динамику джозефсоновского

контакта в резистивном режиме. ТФЗ определяет профиль потенциальной энергии перехода. На рисунке 1(b) приведены кривые $U(\varphi)$: форма энергетических ям джозефсоновских контактов типа сужения сверхпроводника (англ. weak link) и SNS- значительно изменена по сравнению с ямами, определяемыми синусоидальной ТФЗ SIS-перехода.

В контексте проектирования SFQ-устройств это означает, что контакты генерируют импульсы напряжения различных форм и по-разному реагируют на ток смещения (ток, подаваемый для управления фазой в контуре).

Кроме того, изменение формы ТФЗ изменяет кинетическую индуктивность перехода и его реакцию на приложенный сигнал. Индуктивность джозефсоновского контакта обратно пропорциональна наклону ТФЗ

$$L(\varphi) = \frac{\Phi_0}{2\pi I_c} \frac{dI(\varphi)}{d\varphi}$$

В результате в динамические уравнения на фазу джозефсоновского контакта (11) входят иные функции $f(\varphi)$ и его решение существенно меняется.

2.3.2 Баллистический и диффузный пределы

С точки зрения микроскопической теории перенос сверхтока через SNS-контакт происходит благодаря андреевским отражениям: квазичастицы с энергией $E < \Delta$ отражаются от границ между сверхпроводником и нормальным металлом. В баллистическом пределе в N-слое существуют отдельные траектории движения квазичастиц, соответствующие квантованным уровням энергии E_n.

В рамках экспериментальных исследований в качестве баллистических N-металлов используются высаженные на кремний монокристаллы (Ni[28], Co и Cu[17] и тд.), к которым подведены сверхпроводящие электроды. Так, в работе [15] продемонстрирована возможность наблюдения множественных андреевских отражений в SNS-контакте, содержащем монокристаллическое золото. Оказывается возможным создание длинной структуры ($L \approx 1$ мкм), лишенной дефектов по длине и на границах и демонстрирующей дискретные уровни энергии. Однако, в основном, баллистический транспорт исследуется в системах с 2D- и 1D-полупроводниками (InAs [16], графен [19] и др.) в роли N-слоя. Это обусловлено возможностью контролировать плотность состояний в N-слое и высокой длиной когерентности $L_\varphi \sim 2 - 10$ мкм. Баллистические контакты могут быть использованы для создания новых квантовых устройств, основанных на когерентном электрическом транспорте.

В диффузном пределе $l_e < L$ квазичастицы при движении претерпевают многократные рассеяния на дефектах N-слоя (l_e - длина свободного пробега). Спектр андреевских состояний оказывается непрерывным, так как появляется континум диффузных траектории. В этом случае вместо уровней определяется аналогичная величина - токонесущая плотность состояний - которая обеспечивает перенос тока через «грязный» SNS-контакт. В этом пределе энергетический спектр частиц в нормальной области

определяется энергией Таулесса, создающей щель $E_{Th} < \Delta$. Она является естественным масштабом энергии для эффекта близости и задается выражением

$$E_{Th} = \frac{\hbar D_n}{L^2}, \tag{13}$$

где $D_n = v_F l_e/3$ – константа диффузии N-металла, v_F – скорость Ферми. Энергия Таулесса обратно пропорциональна времени, которое требуется электрону для диффузии с коэффициентом диффузии D через область размером L. Она демонстрирует конечную ширину энергетических уровней системы [33]. Повышение температуры до энергии Таулесса SNS-контакта приводит к экспоненциальному подавлению критического тока. При температуре ниже энергии Таулеса возможно наблюдение когерентных эффектов.

Реальная плотность состояний В SNS-контактах и даже в отдельных SN-интерфейсах до сих пор не до конца исследована, её особенности активно изучаются в надежде обнаружить анормальные пики или минигэпы, связанные с многочастичными эффектами, неоднородностью границ и топологическими свойствами [22, 36]. Особый интерес вызывает влияние фазовой разности между сверхпроводниками на спектр андреевских состояний, а также возможность появления нулевой плотности состояний при определённых условиях. Современные эксперименты с туннельной спектроскопией и STM позволяют исследовать тонкую структуру плотности состояний на наномасштабном уровне, выявляя отклонения от классической теории эффекта близости [24].

2.3.3 Перегрев и теплоотведение

В полностью металлических переходах типа SNS и SS'S существенная ёмкость между сверхпроводящими электродами отсутствует: в таких структурах возможна лишь геометрическая ёмкость, величина которой пренебрежимо мала. В связи с этим для подобных систем ожидается негистерезисная вольт-амперная характеристика (ВАХ). Однако в экспериментах с длинными мостиками часто наблюдается выраженный гистерезис: после перехода в резистивное состояние возвращение в сверхпроводящий режим происходит лишь при значительно меньшем токе.

Многочисленные исследования показали, что источник гистерезиса — перегрев электронной системы в нормальной области [**Skryabina_2021**, 4]. В классической работе [27] было продемонстрировано, что формирование горячей области - хот-спота (англ. hotspot), играет ключевую роль в появлении гистерезиса при низких температурах. В случае SNS-контакта такая область представляет собой локализованный участок нормального металла с повышенной температурой, возникающий вследствие джоулева нагрева при прохождении тока через N-металл.

Тепло, выделяющееся в диссипативной области, отводится двумя основными путями: посредством теплопроводности вдоль тонкой металлической плёнки и через поверхностный теплообмен с подложкой, обусловленный температурным перепадом на границе. Эффективность теплоотведения в значительной степени определяется характерной

тепловой длиной восстановления, которая задаётся выражением [6]

$$l = \sqrt{\frac{Kd}{a}},$$

где K — теплопроводность материала плёнки, d — её толщина, а a — коэффициент теплоотдачи в подложку. Типичные значения параметров: теплопроводность металлической плёнки оценивается по закону Видемана—Франца и составляет порядка 0.05 Вт/см·К, а коэффициент теплоотдачи для стеклянных и сапфировых подложек вблизи температуры 4.2 К — порядка 2 Вт/см^2·К. Вклад теплопереноса через сверхпроводящие электроды несущественен из-за крайне низкой теплопроводности сверхпроводника при $T < T_c$, вызванной наличием энергетической щели Δ в спектре элементарных возбуждений.

Таким образом, баланс между локальным тепловыделением и неэффективным охлаждением определяет размер и стабильность хот-спотов, напрямую влияя на форму ВАХ и наличие гистерезиса в SNS-переходах.

2.3.4 Проникновение вихрей

Исследование влияния внешнего магнитного поля на SNS-контакт также представляет интерес по ряду причин. Магнитное поле используется для экспериментального определения длины когерентности ξ_{GL}. В частности, для сверхпроводника второго рода справедливо выражение

$$H_{c2}(T) = \frac{\Phi_0}{2\pi\xi_{GL}^2(T)}, \tag{14}$$

$H_{c2}(T)$ - второе критическое поле, которое можно определить экспериментально, как поле, при котором параметр порядка сверхпроводника полшностью подавляется.

Магнитное поле модулирует фазовую разность между сверхпроводящими электродами, что влияет на критический ток и позволяет наблюдать интерференционные эффекты, аналогичные эффекту Фраунгофера. В работе [2] теоретически исследована зависимость критического тока I_c контакта от приложенного магнитного поля. Полученные результаты дают единое описание поведения тока I_c для произвольной ширины переходов.

В диффузионных SNS-переходах в нормальный металл при наложении перпендикулярного магнитного поля формируется линейная решётка вихрей – так называемые проксимити-вихри. Эти вихри по своим свойствам аналогичны абрикосовским вихрям в сверхпроводниках. В работе [30] экспериментально и теоретически показано, что квантовый вихрь с чётко выраженным ядром может существовать в достаточно толстой нормальной металлической плёнке, находящейся в контакте со сверхпроводником. С помощью сканирующей туннельной спектроскопии была выявлена решётка проксимити-вихрей на поверхности медного слоя толщиной 50 нм, осаждённого на ниобий. Обнаружено, что размеры ядер значительно превышают размеры абрикосовских

вихрей в ниобиевой плёнке, что связано с эффективной длиной когерентности в области проксимити-эффекта. Полученные результаты можно использовать для управления сверхпроводящими свойствами квантовых гибридных систем.

2.3.5 Сочетание S- и N-металлов

Существует множество возможных пар S- и N-металлов, которые могут использоваться для изготовления джозефсоновских контактов. Экспериментально обнаружено, что важное на практике произведение I_cR_n в SNS-структурах на порядок меньше предсказываемого теоретически [20]. Так как эффект близости распространяется в обе стороны от границы, для получения высоких значений плотности критического тока в SNS-контакте необходимо минимизировать подавление параметра порядка в сверхпроводнике [40]. Оно характеризуется параметром подавления, зависящим от нормальной проводимости металлов:

$$\gamma = \frac{\rho_s \xi_s}{\rho_n \xi_n}, \quad \xi_s = \sqrt{\frac{\hbar D_s}{2\pi k_b T_c}} \tag{15}$$

где ξ_s - длина когерентности в S-металле, ρ_s, ρ_n - удельные сопротивления сверхпроводника и нормального металла соответственно, D_s - коэффициент диффузии S-металла.

Для достаточно больших плотностей критического тока число нормальных электронов, проникающих из N-металла в S-металл, должно быть меньше, чем количество куперовских пар, движущихся в обратном направлении, этому условию соответствует значение параметра $\gamma < 1$. В качестве сверхпроводника чаще всего используется ниобий в силу высокой критической температуры ($T_c \approx 9.2$ K) и пренебрежимому окислению. Для формирования слабой связи используют Nb, NbN, TiN, Al, Pb, Au а так же Cu. В SNS-структурах типа «сэндвич» (металлы напыляются слоями) для получения высокого значения произведения I_cR_n требуется $\gamma \approx 0.1$. Однако на практике достичь такого значения сложно. Для увеличения критического тока предпочтительно использовать нормальные металлы с большой длиной когерентности, однако такие материалы обычно обладают низким удельным сопротивлением, поскольку $\xi_n \sim \sqrt{D_n}$, а $\rho_n \sim 1/D_n$.

2.4 Модель CHC-контакта в геометрии мостика переменной толщины

В качестве перспективной технологии в последнее время активно исследуются длинные SNS-контакты, также называемых мостиками переменной толщины (SN-N-NS) . Такие системы потенциально позволяют преодолеть ограничения по степени интеграции в сверхпроводниковых цифровых устройствах по ряду причин. Подавление параметра порядка, рассмотренное в разделе 2.3.5 в силу геометрии для них оказывается существенно ниже [1]. Также этот тип контактов обеспечивает высокую воспроизводимость параметров контактов по всему чипу [29]. Именно этот вид джозефсоновских контактов выбран для дальнейшего экспериментального исследования (см. рис. 2(а)).

В соответствии с публикациями [7, 27] вольт-амперная характеристика мостика имеет гистерезис и область избыточного тока, обусловленную появлением хот-спотов (рис. 2(2)). В промежутке между сверхпроводящими электродами наведенный параметр порядка падает в соответствии с выражением (6), но так как длина когерентности в нормальном металле может достигать нескольких микрометров, мостики длиной порядка сотен нанометров имеют высокие критические токи по сравнению с SIS-контактами, занимающими сравнимые площади.

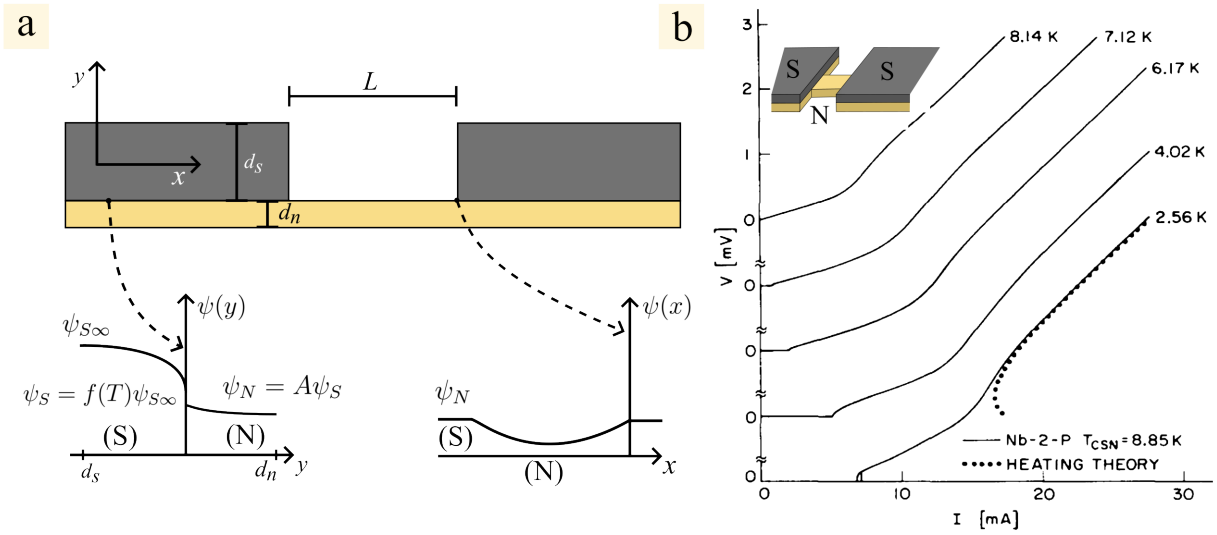


Рис. 2: SN-N-NS-контакт (иллюстрация адаптирована из публикации [7]): (a) - эффект близости в мостике переменной толщины; $d_n < \xi_n$, поэтому ψ_N считается постоянной в N-металле вдоль оси y , (b) - ВАХ мостика, демонстрирующая гистерезис, обусловленный перегревом нормальной области, и коленчатую особенность вблизи $V \approx 2\Delta/e$.

В **модели SN–N–NS-контакта** рассматривается нормальный металлический мостик между двумя симметричными массивными сверхпроводниками. Предполагается диффузный предел, нулевая критическая температура нормального металла и малость его геометрических размеров малы по сравнению с характерными длинами $L < \lambda_L, \xi_n$. Для теоретического описания стационарных явлений в таких системах используется уравнение Узадейля, оно может быть выведено из уравнений Горькова (2), если рассматривать их в диффузном $l_e < L < L_\varphi$ пределе и произвести ряд упрощений [35]. Для области под электродами уравнение Узадейля записывается в виде [29]

$$\xi_n^2 \frac{\partial}{\partial x}(G_n^2 \frac{\partial \Phi_n}{\partial x}) + \xi_n^2 \frac{\partial}{\partial y}(G_n^2 \frac{\partial \Phi_n}{\partial y}) - \omega G_n \Phi_n = 0, \tag{16}$$

где Φ_n, $G_n = \omega/\sqrt{\omega^2 + \Phi_n \Phi_n^*}$ - модифицированные узадейлевские гриновские функции $\omega = (2m+1)T/T_c$ - мацубаровские частоты, m - целое число, Φ_n нормированы на πT_c. Используется граничное условие Куприянова-Лукичева, позволяющее учесть конечную

прозрачность границы между металлами [18]

$$\gamma_B \xi_n G_n \frac{\partial}{\partial y}\Phi_n = G_s\big(\frac{\Phi_s}{\omega} - \frac{\Phi_n}{\omega}\big), \;\; \Phi_s = \Delta e^{\varphi/2}, \;\; G_s = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2+\Delta^2}} \tag{17}$$

где $\gamma_B = R_B/\rho_n\xi_n$ - параметр подавления, R_B - удельное сопротивление SN-интерфейса, Δ - параметр сверхпроводящего порядка в объёмном S электроде, $\varphi/2$ - фаза сверхпроводящего параметра порядка на SN границе.

Подавлением параметра порядка в сверхпроводниках можно пренебречь при условиях $\gamma_{BM} \leq 0.3$, где $\gamma_{BM} = \gamma_B \frac{d_n}{\xi_n}$, $d_n \ll \xi_n$. Функция Φ_n в первом порядке разложения по малому d_n/ξ_n не зависит от y, поэтому (16) можно проинтегрировать по этой координате, сведя задачу к одномерной. После ряда преобразований получается уравнение, которое решается численно:

$$\frac{\partial}{\partial x}(G^2\frac{\partial \Phi}{\partial x}) = (\Phi - \delta e^{\varphi/2})G/\xi_{eff}^2, \tag{18}$$

$$\xi_{eff}^2 = \frac{\gamma_{BM}}{G_s + \gamma_{BM}\omega}, \;\; \delta = \frac{G_s}{G_s + \gamma_{BM}\omega}\Delta.$$

После этого с полученными значениями G и Φ_ω вычисляется зависимость $I_c(T)$:

$$I_n(x)/I_0 = \frac{T}{T_c}\sum_{-\infty}^{\infty}\frac{G^2}{\omega^2} Im(\Phi_{-\omega}\frac{\partial \Phi_\omega}{\partial x}), \tag{19}$$

$$I_0 = J_0 W d = \frac{\pi T_c}{e\xi_n\rho_n} W d, \;\; J_0 = \frac{\pi T_c}{e\xi_n\rho_n},$$

где W - ширина электродов.

Приближенные аналитические решения:

При малом подавлении

$$\sqrt{\gamma_{BM}} \ll \frac{L}{\xi_n} \ll 1 \tag{20}$$

результат сводится к формуле Кулика-Оленьянчука(КО-1), описывающей квазиодномерный диффузный мостик с прозрачными границами:

$$\frac{eR_nJ_s}{2\pi k_B T_c} = t\sum_{\omega\geq 0}\frac{2\Delta\cos\varphi/2}{\Omega}\arctan\frac{\Delta\sin\varphi/2}{\Omega_1},$$

$$\Omega_1 = \sqrt{\Omega^2 + \Delta^2\cos^2\frac{\varphi}{2}}, \;\; \Omega = \omega(1+\gamma_{BM}\sqrt{\omega^2+\Delta^2}).$$

В пределе сильного подавления:

$$\frac{L}{\xi_n} \ll \frac{\gamma_{BM}}{(1+\gamma_{BM})}, \tag{21}$$

$$\frac{eR_nJ_s}{2\pi k_BT_c} = t\sum_{\omega\geq 0}\frac{\sqrt{2}\Delta^2\sin\varphi}{\Omega_1\sqrt{(\sqrt{\Omega^2+\Delta^2}+\Omega_1)\sqrt{\omega^2+\Delta^2}}},$$

причём R_n здесь в основном определяется сопротивлением на SN-границах.

Ключевым параметром диффузной системы является энергия Таулесса, позволяющая определить, насколько сильно сверхпроводящие корреляции проникают в нормальную область и насколько эффективно она участвует в переносе сверхтока. Для контактов такой геометрии была предложена аппроксимационная формула для I_c [8]:

$$\frac{eI_cR_n}{E_T} = \alpha\left(1-\beta\exp\left\{-\frac{\alpha E_T}{3.2T}\right\}\right),\ E_T = \frac{D}{L^2},$$

где коэффициенты $\alpha \approx 10.82$ и $\beta \approx 1/3$ являются подгоночными параметрами, найденными в пределе малой энергии Таулесса, E_T, по сравнению с величиной параметра порядка S-электрода, Δ. В противоположном пределе, $E_T \gg T$, зависимость $I_c(E_T)$ имеет следующий вид:

$$\frac{eI_cR_n}{E_T} = \frac{32}{3+2\sqrt{2}}\left(\frac{2\pi T}{E_T}\right)^{3/2}\exp\left\{-\sqrt{\frac{2\pi T}{E_T}}\right\}.$$

В приведенной выше работе предполагается условие жесткой границы между сверхпроводящим и нормальным металлами. Согласно классическому определению, энергия Таулесса характеризует чувствительность энергетического спектра к граничным условиям и определяет характерный масштаб пространственных изменений. Однако SNS-контакт в геометрии мостика переменной толщины имеет протяженную границу, параллельную направлению протекания тока, в связи с чем эффективная площадь SN-интерфейса существенно отличается от геометрической. В работе [1] исследуется энергия Таулесса SN-N-NS с учётом конечной прозрачности интерфейсов и делокализации области слабой связи.

В рамках метода функции Грина энергию Таулесса естественно определить как $E_T = 2\pi T_{Th}$, где T_{Th} — температура, при которой наблюдается переход от экспоненциального роста критического тока к более плавному с понижением температуры. Это определение эквивалентно классическому, так как при $E_T = 2\pi T_{Th}$ длина когерентности $\xi_n = \sqrt{D/2\pi T_{Th}} = L$, то есть максимальная длина когерентности равна геометрическому размеру структуры. Определённая таким образом энергия Таулесса соответствует температуре, при которой структура переходит от дискретного набора таких как величин как сверхпроводящий порядок и ток, к непрерывным спектрам.

С учётом перечисленных особенностей авторами предложено выражение

$$\frac{L}{\xi_N} + 2\kappa\sqrt{\frac{\gamma_{BM}}{\sqrt{\epsilon^2\left(\gamma_{BM}^2+2\gamma^*\gamma_{BM}\right)+1}}} = \sqrt{\frac{1}{\epsilon}},$$

где $\epsilon = E_T/2\pi T_c$, $\gamma^* \approx 1.781$ - постоянная Эйлера.

В пределе $\epsilon\gamma_{BM} \gg 1$ это уравнение преобразуется к:

$$\epsilon = \frac{\xi_N^2}{L^2}\left(1 - 2\kappa\sqrt{\frac{\gamma_{BM}}{\sqrt{(\gamma_{BM}^2 + 2\gamma^*\gamma_{BM})}}}\right)^2. \tag{22}$$

При $\gamma_{BM} \to \infty$, SN-границы становятся полностью непрозрачными для квазичастиц, находящихся в N-области. Ток, находящийся в N-пленке SNS-контакта, не может протекать в S-электроды. Если длина SN-границы электрода значительно превышает ζ_ω(максимальное значение среди характерных масштабов пространственных изменений в N-слое под S-пленками), то длину области локализации тока в ее N-части можно считать бесконечной. Поэтому в соответствии с (22) параметр ϵ должен стремиться к нулю, а $\gamma_{BM} \to \infty$. Из этого требования $\kappa = 1/2$ и

$$\epsilon = \frac{\xi_N^2}{L^2}\left(1 - \sqrt{\frac{\gamma_{BM}}{\sqrt{\gamma_{BM}^2 + 2\gamma^*\gamma_{BM}}}}\right)^2.$$

Далее, если параметр κ не зависит от γ_{BM}. в обратном пределе, тогда $\epsilon\gamma_{BM} \ll 1$ и

$$\epsilon = \frac{\xi_N^2}{(L + \xi_N\sqrt{\gamma_{BM}})^2}. \tag{23}$$

Далее в разделе 4.2 будет продемонстрирована применимость этой теории для описания поведения критического тока SN-N-NS-контактов Nb/Au/Nb в зависимости от температуры.

2.5 СКВИД и БОК-логика

Теоретическое описание двухконтактного СКВИДа (англ. superconducting quantum device, SQUID) основывается на интерференции токов через два джозефсоновских контакта, объединённых в замкнутый сверхпроводящий контур. Она возникает из-за неоднородности фазы параметра порядка, обусловленной внешним магнитным потоком.

Запишем уравнение на суммарный сверхпроводящий ток джозефсоновских контактов двух-контактного СКВИДа

$$I = I_1 + I_2 = I_c\left(\sin\varphi_1 + \sin\varphi_2\right).$$

Из-за квантования потока в сверхпроводящем контуре

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0} + 2\pi n,$$

где $\Phi_0 = \frac{h}{2e}$ — магнитный квант потока, $n \in \mathbb{Z}$.

Введём обозначения:

$$\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}, \quad \delta = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = \frac{\pi\Phi}{\Phi_0},$$

тогда:

$$I = 2I_c \cos\left(\frac{\pi\Phi}{\Phi_0}\right) \sin\varphi.$$

Если контур имеет ненулевую индуктивность L, то создаётся дополнительный поток:

$$\Phi = \Phi_{ext} + LI',$$

где I' — циркулирующий в контуре ток. Тогда уравнение фазового баланса усложняется:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\Phi_0}(\Phi_{\text{ext}} + LI_{\text{circ}}).$$

Таким образом, СКВИД обладает модулируемым критическим током, зависящим от магнитного потока.

Можно экспериментально исследовать ТФЗ джозефсоновского контакта, включив его в двухконтактный асимметричный СКВИД, причём ТФЗ вспомогательного контакта должна быть известна [9]. Если его критический ток существенно больше, фазовое распределение в контуре определяется в первую очередь именно исследуемым контактом. За счёт изменения внешнего магнитного потока через контур СКВИДа можно точно контролировать разность фаз между двумя переходами. Измеряя критический ток всего СКВИДа как функцию магнитного потока, можно реконструировать ТФЗ исследуемого контакта.

SFQ-логика

Объединив несколько сверхпроводящих ячеек, можно реализовать логическое устройство. При этом наличие или отсутствие кванта магнитного потока в контуре ячейки можно использовать как логические состояния «1» и «0» соответственно.

При проектировании SFQ-логики на базе одиночных квантов магнитного потока джозефсоновских контактов и СКВИДов необходимо учитывать параметры, следующие из резистивной модели. Они определяют работоспособность, скорость, энергопотребление и масштабируемость схем:

1. **Характеристическое напряжение $\mathbf{V_c = I_c R_n}$**

Произведение $I_c R_n$ определяет частоту, с которой меняется фаза джозефсоновского контакта (частоту Джозефсона). Оно определяется выбранной технологией (Nb/AlOx/Nb, NbN и др.). Чем больше $I_c R_n$, тем выше возможная рабочая частота перехода. Для SFQ-схем это ограничивает максимальную скорость переключения. Типичное $I_c R_n \sim$ 0.2–2 мВ соответствует частотам порядка десятков–сотен ГГц. Соответственно, характерное время генерации одного SFQ-импульса $\tau \approx \frac{\Phi_0}{I_c R_n}$ имеет порядок пикосекунд. С другой стороны, чем выше значение $I_c R_n$, тем больше диссипация энергии, сопровож-

дающая переключение контакта.

2. Емкость контакта C - параметр Стюарта-Маккамбера $\beta_\mathbf{c} = \frac{\mathbf{2e}}{\hbar}\mathbf{I_c R_n^2 C}$

Ёмкость присуща туннельным контактам. Полностью металлические джозефсоновские контакты (SNS и SS'S) не имеют собственной ёмкости, в связи с этим в них не включают емкостной член и уравнение динамики сводится к нелинейному уравнению первого порядка. Ёмкость определяет временные характеристики и режим колебаний Переход может быть недемпфированным ($\beta_c > 1$) или передемпфированным ($\beta_c < 1$). В SFQ-логике обычно стремятся к значению $\beta_c \approx 1$.

3. Джозефсоновская энергия $\mathbf{E_J} = \frac{\hbar}{\mathbf{2e}}\mathbf{I_c}$

Чем больше джозефсоновская энергия, тем глубже локальный минимум потенциала стиральной доски и тем маловероятнее выход фазы за пределы допустимых отклонений (например, под влиянием шумов). Также это энергия, затрачиваемая при переключении одного бита.

4. Индуктивность линии L

Индуктивность контура SFQ-ячейки должна соответствовать условию: $LI_c \gtrsim \Phi_0$. В таком случае контур может удерживать квант потока и не терять его самопроизвольно. С другой стороны, индуктивность должна быть достаточно мала, чтобы сохранить фазовую когерентность между плечами. При проведении тонких сверхпроводящих линий (порядка десятков нанометров) неизбежно возникает значительная паразитная индуктивность.

При реализации SFQ-схем неизбежно возникает некоторый разброс параметров I_c, R_n, C, который влияет на работоспособность устройства. Важно, чтобы режим работы схемы был устойчив к изменению параметров в небольшом диапазоне. При проектировании устройств исследуется допустимый разброс.

3 Технология и методы измерения

3.1 Технология изготовления структур Nb/Au

В качестве сверхпроводника используется ниобий. Он широко применяется в сверхпроводниковой электронике из-за высокой температуры перехода (9.2K) и слабой подверженности окислению. Однако при магнетронном напылении получается заведомо «грязный» ниобий, так как это металл-геттер, активно реагирующий с оставшимися в камере молекулами. В результате критическая температура плёнки снижается на несколько десятых Кельвина. Функцию нормального металла выполняет дуффузное золото, оно также практически не подвержено окислению. Структуры изготавливаются методом магнетронного напыления в два этапа. Так как золото имеет низкую адгезию к подложке, оно напыляется первым, чтобы слой ниобия надежно «прижал» полоски.

В качестве подложки используется Si/SiO_2 с толщиной оксида 270 нм. Оксид выполняет функцию диэлектрика, препятствуя произвольному растеканию тока по структуре.

3.1.1 Электронная литография

Так как целью работы является изготовление субмикронных структур, в качестве основного метода применяется электронная литография. Электронный литограф работает по принципу направленного воздействия пучка электронов на чувствительный материал — электронный резист, нанесённый на поверхность подложки. При прохождении электронов через резист происходит локальное изменение его химических свойств в зависимости от дозы облучения. После экспонирования подложку подвергают процессу проявления, в результате которого облучённые (или необлучённые — в зависимости от типа резиста) области удаляются, формируя заданный рисунок с нанометровым разрешением.

Таблица 1: параметры электронной литографии

Резист	AR-P 6200.04
Толщина резиста	65-70 нм (Au) / 140-150 нм (Nb)
Сушка	150 градусов, 5 минут
Поле	300×300 мкм^2
Чувствительность резиста	160 мкКл/см^2
Ток	36 нА
Растворитель	AR 600-546

При создании дизайнов необходимо учитывать несколько особенностей метода электронной литографии. К сожалению, лабораторная методика сопряжена с большим разбросом получаемых геометрических параметров структуры; по мере уменьшения раз-

меров отклонение увеличивается в процентном соотношении. Так, например, на стадии проявления маски более позднее извлечение образца из раствора приводит к большему разрушению краёв маски. Наибольшее влияние оказывает так называемый литографический эффект близости, заключающийся в паразитной «засветке» окружающей области переотражёнными электронами. Так как используемая установка не оснащена алгоритмами для компенсации эффекта, были установлены поправочные коэффициенты для параллельных структур (рис. 3). Установление истинных размеров получающейся субмикронной структуры затруднено дефектами на краях, они вносят погрешность 10 нм, что сказывается на точности определения площади сечения.

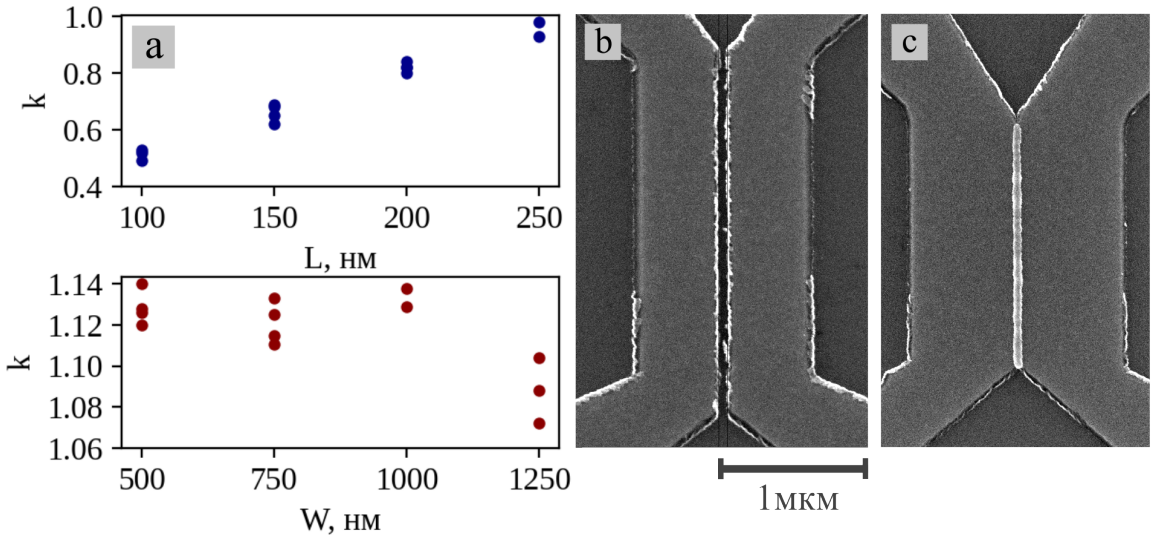


Рис. 3: Особенности метода электронной литографии: (a) - зависимость искажения ширины зазора (сверху), растяжение параллельных полос в ширину, обусловленное литографическим эффектом близости; (b) - зазор между ниобиевыми электродами, составляющий 50 нм, при заданных 100 нм; (c) - зазор, который оказался слишком узким для метода lift-off, в следствие чего электроды остались закороченными.

Для изготовления масок в рамках проекта используются позитивные резисты, то есть участки резиста, подвергшиеся облучению в соответствии с дизайном схемы, становятся растворимыми и смываются перед напылением металла.

3.1.2 Магнетронное напыление

Магнетрон представляет собой устройство, в котором на магнитопроводе установлены постоянные магниты, формирующие сильное магнитное поле. С противоположной стороны от магнитов расположена мишень, служащая источником распыляемого материала. На мишень подаётся отрицательный потенциал, в то время как корпус вакуумной камеры заземлён. В условиях разреженной атмосферы и приложенного магнитного поля вблизи мишени возникает тлеющий разряд. Атомы аргона ионизируются, электроны направляются к стенкам камеры, а положительные ионы ускоряются к мишени. В

результате бомбардировки ионнами происходит распыление материала мишени, и нейтральные атомы металла осаждаются на подложке, размещённой напротив. В используемой установке образцы фиксируются перпендикулярно к магнетрону и напыление происходит без вращения.

На следующем этапе производится lift-off: подложка погружается в растворитель, который растворяет резист, в результате чего осаждённый на него материал смывается. Металл, лежащий непосредственно на подложке в местах открытых окон, остаётся, формируя требуемый рисунок.

После реализации золотого слоя процесс повторяется заново для дизайна ниобиевых структур. Возможности миниатюризации структур при таком двухэтапном методе ограничены точностью совмещения, в дизайн заложено возможное смещение 1 мкм.

Таблица 2: параметры магнетронного напыления

Параметр	этап I: золото	этап II: ниобий
Остаточное давление	10^{-8} мбар	10^{-8} мбар
Травление Ar	$20 \cdot 3$ сек	$20 \cdot 3$ сек
Мощность плазмы	100 Вт	200 Вт
Напряжение	130 В	410 В
Давление газа	$4 \cdot 10^{-3}$ мбар	10^{-3} мбар
Скорость напыления	0.41 нм/сек	0.23 нм/сек
Толщина плёнки	32 нм	70 нм

При разрезании чувствительных к пробою образцов должен использоваться защитный резист, который не позволит статическому напряжению, возникающему из-за трения диска пилы о подложку, спровоцировать протекание больших токов через структуры.

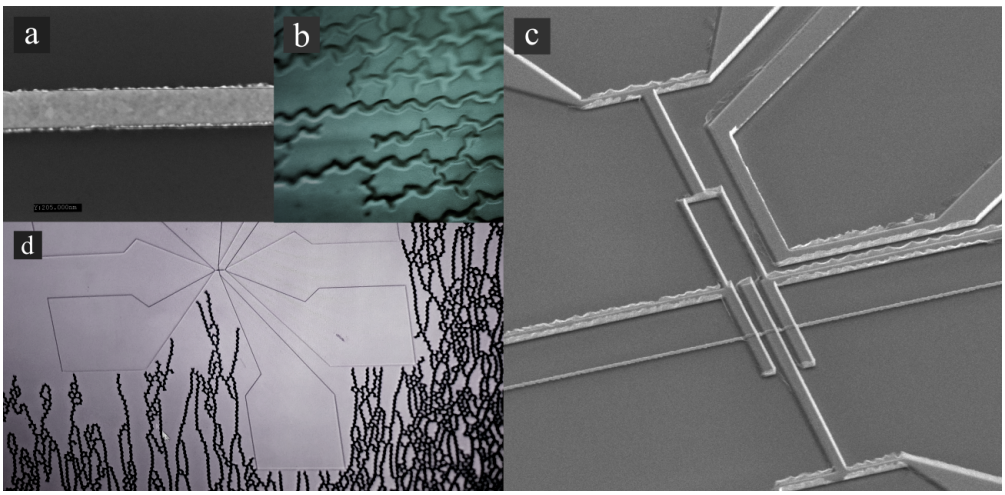


Рис. 4: Магнетронное напыление: (a) - золотая полоска шириной $\sim$ 180 нм и толщиной 30 нм; (b) - потрескавшийся резист, на который была напылёна ниобиевая плёнка толщиной 70 нм, фотография сделана под оптическим микроскопом; (c) - двухконтактный СКВИД, сфотографированный под углом с попощью СЭМ. Видны паразитные «стенки», сформированные из плёнки ниобия в процессе напыления, обусловленные неоптимальным профилем маски. (d) - образец под оптическим микроскопом, на котором начался процесс lift-off.

3.2 Экспериментальное оборудование

3.2.1 Ультразвуковая сварка

Метод ультразвуковой сварки (бондирования) в микроэлектронике основан на использовании высокочастотных механических колебаний (обычно 20–60 кГц), которые прикладываются к проволоке, подведенной к контактной площадке образца с помощью специальной иглы (см. рис. 5). Под действием давления и ультразвуковых колебаний на границе раздела материалов возникают интенсивные трения и локальное повышение температуры, достаточное для пластической деформации и образования прочного межатомного соединения без плавления материалов. Этот процесс позволяет надёжно соединять проводники с чувствительными микроструктурами без термического повреждения. Используется алюминиевая проволока толщиной 100 мкм, хорошо подходящая для бондирования к ниобиевым плёнкам.

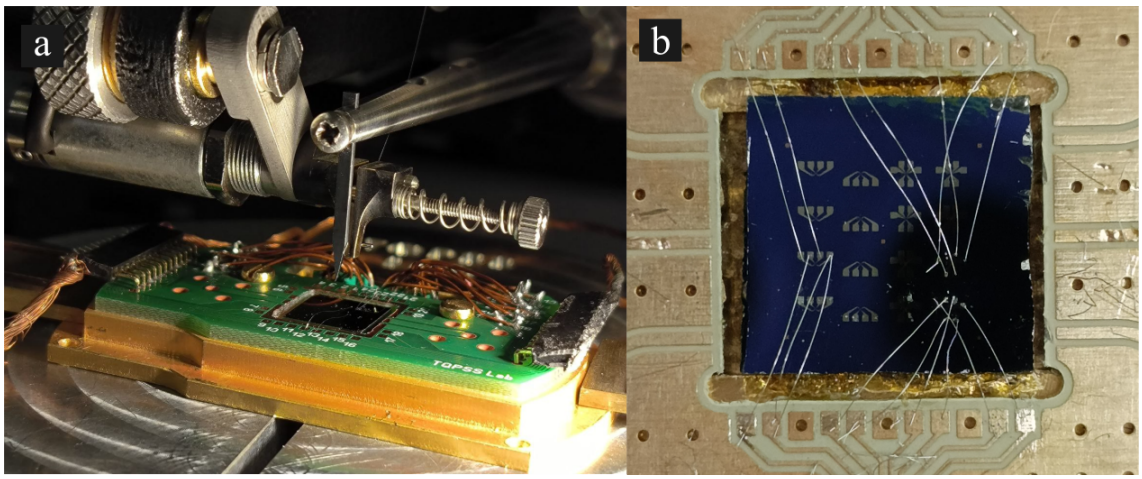


Рис. 5: Ультразвуковая сварка: (a) - процесс бондирования: к держателю образца подведена игла с алюминиевой проволокой; (b) - образец под микроскопом, размещенный на держателе и гальванически связанный с контактным площадкам держателя.

3.2.2 Криостаты

Измерения производились в рефрижераторах растворения BlueForse и Coolab. В этом типе криостатов для охлаждения используется смесь двух изотопов гелия — ^3He и ^4He. До перехода гелия в жидкое агрегатное состояние криостат охлаждается технологии Pulse tube(охладитель на пульсирующих трубках). Система Pulse Tube получила широкое распространение благодаря отсутствию движущихся частей в холодной части, что минимизирует вибрации. Принцип её работы основан на периодической компрессии и расширении газа (обычно гелия) в замкнутом объёме, что приводит к переносу тепла и постепенному охлаждению до температур ниже 4 К.

При достижении температуры ≈ 700 мК смесь самопроизвольно разделяется на две фазы: одну, обогащённую He-3, и другую, преимущественно содержащую He-4 и He-3 по градиенту концентраций перемещающийся в бедную фазу затрачивает энергию, вызывая охлаждение окружающей среды. He-3 переходит через фазовую границу внутри смесительной камеры, поглощая тепло и обеспечивая непрерывное охлаждение до температур порядка 10–20 мК.

Криостат BlueFors оснащен сверхпроводящим соленоидом, который вместе с экранами надевается в процессе сборки. Образцы оказываются целиком внутри катушки, что обеспечивает равномерное магнитное поле. Крепление держателей имеет поворотный механизм, позволяющий менять ориентацию образцов в поле соленоида.

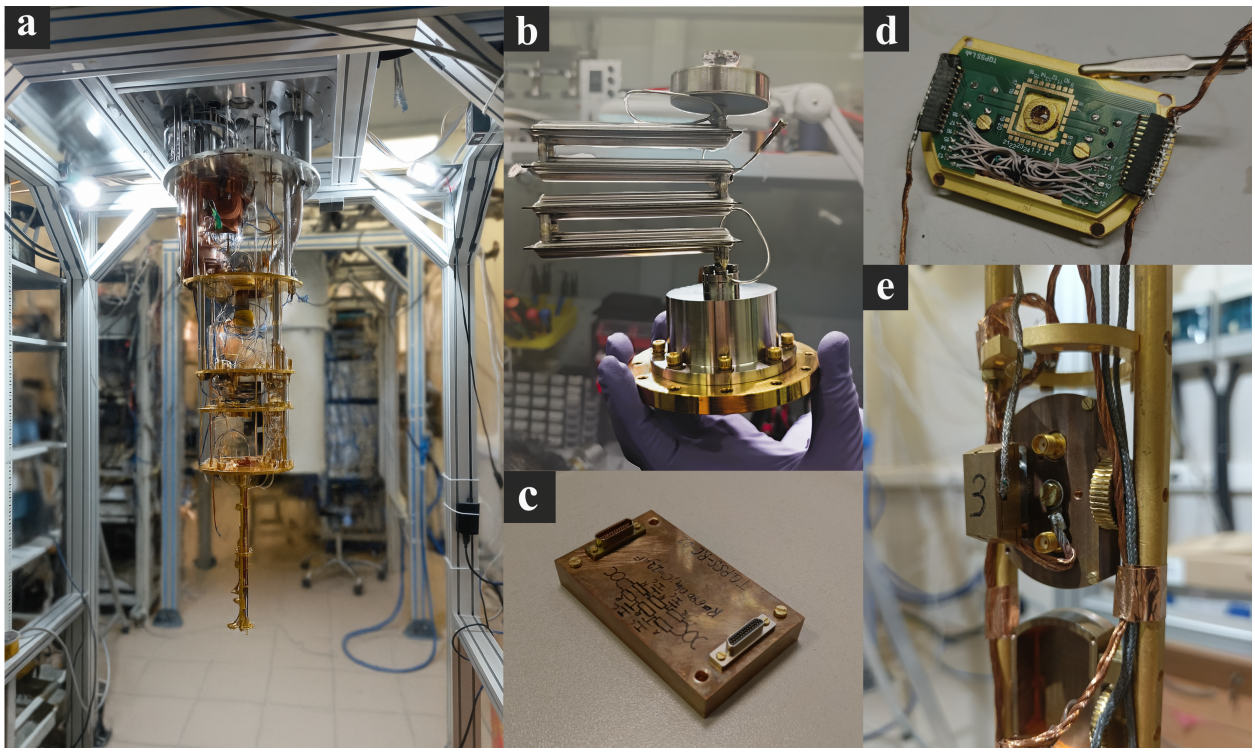


Рис. 6: Криостат растворения: (a) - фотография криостата BlueFors, с которого сняты экраны и магнит. На позолоченных (для снижения излучения) плитах, имеющих разную температуру, размещается необходимое оборудование, вытянутая часть внизу после сборки оказывается внутри сверхпроводящего магнита, создающего поле до 9 T; (b) - камера смешения и still(испаритель) криостата Coolab; (c) - криогенный RC-фильтр, включаемый в измерительные линии последовательно и термализованный с одной из плит; (d) - держатель для образцов, оснащенный двадцатью четырьмя dc-линиями; (e) - поворотный механизм, на котором размещаются держатели.

3.2.3 Измерительное оборудование

Электротранспортные измерения производятся по четырехточечной схеме: через два электрода на образец подаётся ток, а напряжение измеряется между двумя другими контактами. Поскольку вольтметр имеет высокий входной импеданс, ток через измерительные провода практически отсутствует, и падение напряжения на них не влияет на результат. Такая схема позволяет полностью исключить влияние электрических проводов, регистрируя только отклик исследуемого участка.

Для измерений вольт-амперных характеристик в эксперименте используется нановольтметр Keithley 2182A, представляющий собой высокоточный прибор, способный регистрировать напряжения с разрешением до 1 нВ. Одной из ключевых особенностей 2182A является возможность программной коррекции шумов и дрейфа сигнала, что позволяет существенно повысить достоверность данных при длительных сериях измерений.

Для задания токов в эксперименте используется источник Keithley 6221, представ-

ляющий собой прецизионный токовый источник, способный выдавать постоянный ток от пикоампер до сотен миллиампер. Прибор разработан специально для низкошумных измерений и часто используется в сочетании с нановольтметром Keithley 2182A для высокоточных вольт-амперных характеристик. Источник поддерживает программную компенсацию шумов, включая методы подавления термоЭДС при переменном токе.

Приборы связаны с компьютером с помощью интерфейса GPIB. Измерения автоматизированы с помощью скриптов, написанных на языке программирования Python с помощью библиотеки PyVisa.

Для физического подавления шумов, распространяющихся по электрическим линиям, используются криогенные RC-фильтры, устанавливаемые на одной из плит криостата (4K или 1K). Они предназначены для фильтрации высокочастотных помех, способных влиять на чувствительные измерения. В рамках данной работы шумы влияют на разброс значений критического тока.

4 Экспериментальное исследование SN-N-NS-контактов

4.1 Измерение электротранспортных свойств

На первом этапе разработки устройства на основе технологии Nb/Au исследовались свойства отдельных SN-N-NS-контактов. Для этого было изготовлено несколько чипов с образцами, и три чипа были помещены в рефрижератор растворения для проведения экспериментов.

4.1.1 Дизайн и вольт-амперные характеристики

В рамках эксперимента варьировалась длина нормальной области L и ширина ниобиевых электродов W. Так как основной мотивацией для перехода на полностью металлические контакты в SFQ-устрйствах является необходимость миниатюризации, требовалось изучить эффекты, возникающие при уменьшении планарных размеров контакта (размеры определяются с погрешностью ± 5 нм, см. раздел 3.1). Толщина металлов: $d(Au) = d_n = 32$ нм, $d(Nb) = d_s = 70$ нм. Так как золото имеет высокую проводимость, соотношение толщин выбирается таким, чтобы $d_n \ll d_s$, при этом чем тольше пленка, тем меньшего планарного размера структуры можно достичь. Измерения проводились при подключении образцов по четырехточечному методу (рис. 7).

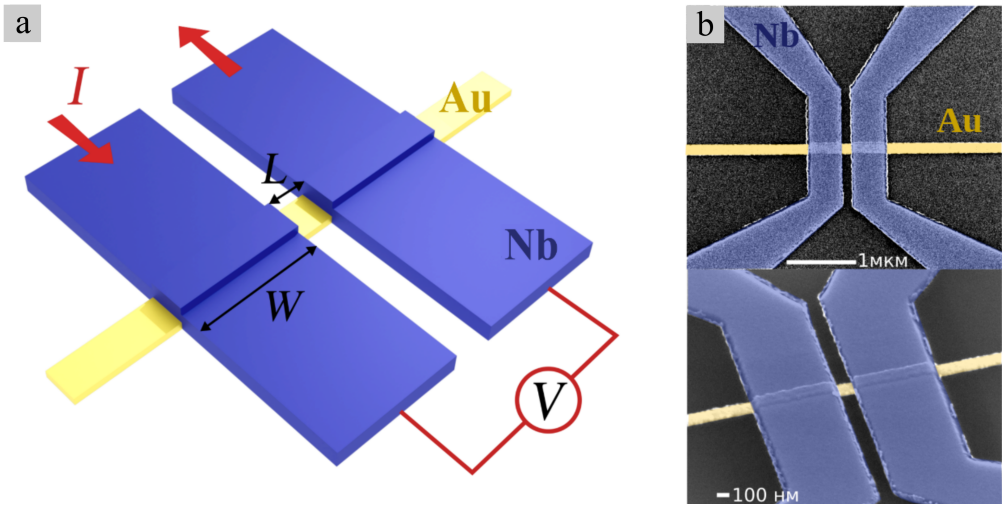


Рис. 7: SN-N-NS-контакт: (a) - 3D-изображение, L варьируется в диапазоне $110-270$ нм, W - $550-1250$ нм; (b) - фотографии, полученные с помощью сканирующего электронного микроскопа: сверху при перпендикулярном направлении пучка электронов, снизу - под углом 45 градусов. Видно, что SN-интерфейс имеет сложную форму, и реальное растекание токов можно определить только с помощью моделирования.

ВАХ образцов снимается при развертке тока, изображенной в виде вставки на рис. 8(a), она позволяет изучить гистерезисы, характерные для джозефсоновских контактов. Вольт-амперные характеристики всех образцов демонстрируют стандартное для мостиков переменной толщины поведение: после перехода в резистивное состояние сле-

дует область избыточного тока, которая при напряжении $V' \approx 2\Delta/e$ резко сменяется линейным участком (рис. 8(a)). Наблюдается выраженный гистерезис, обусловленный перегревом золота. Для корректной работы схемы он должен быть минимизирован, что достигается при температурах $3 - 4$K.

Было обнаружено влияние ширины электродов на форму ВАХ: при наименьшем размере $W \approx 550$ нм, возникает значительный гистерезис в области напряжения V'. Он может существенно усложнять работу SFQ-устройства, приводя к дополнительной неоднозначности в динамических уравнениях. При увеличении температуры он падает намного медленнее первого вблизи I_c.

На рис. 8(b) представлены значения критического тока, измеренные в разных сериях образцов и при разной ширине сверхпроводящих электродов. Наблюдается снижение критического тока по мере увеличения длины слабой области, что согласуется выражением 6. С точки зрения SFQ-логики важной является область сопротивления вблизи Ic (см. табл. 4.1.1), в ней определяется характеристическое напряжение и частота генерации при постоянном напряжении. Ёмкость контактов пренебрежимо мала.

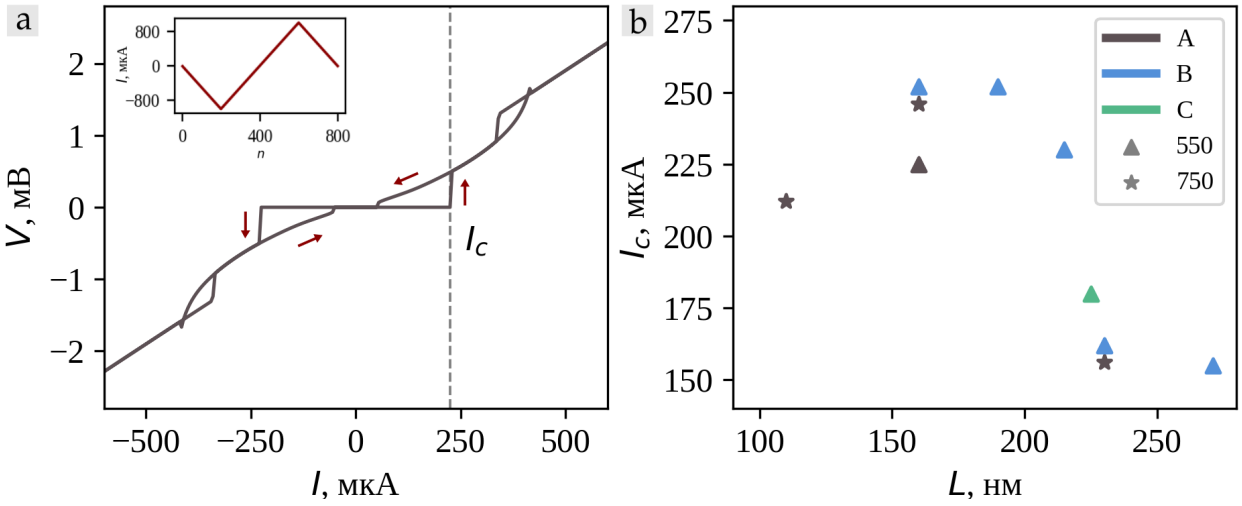


Рис. 8: Измерения при базовой температуре $T = 240$ мК: (a) - типичная ВАХ SN-N-NS-контакта, стрелками обозначен путь обхода ВАХ: из больших по модулю токов напряжение «возвращается» с гистерезисами; (b) - критический ток контакта I_c в зависимости от длины нормального участка мостика L, различными цветами обозначены разные серии - образцы, изготовленные на разных кристаллы и измеренные в разное время.

В результате работы были исследованы 3 серии образцов:

Табл. 3: Схематехнические характеристики SNS-контактов.

Образец (L, нм; W, нм)	I_c, мкА	R_n, Ом	V_c, мВ	f_c, ГГц
A1(110, 750)	212	3.5	0.74	360
A2(160, 550)	225	3.3	0.74	360
A3(160, 750)	246	2.8	0.69	332
A4(160, 1000)	199	3.4	0.68	328
A5(160, 1250)	252	3.6	0.91	439
A6(230, 750)	156	3.8	0.59	286
B1(160, 550)	252	2.2	0.55	267
B2(190, 550)	252	2.1	0.53	256
B3(215, 550)	230	2.2	0.51	245
B4(230, 550)	162	2.0	0.32	156
B5(271, 550)	155	1.8	0.28	135
C1(225, 550)	180	3.1	0.76	364

Таким образом, SN-N-NS-контакты Nb/Au способны демонстрировать высокие значения характеристического напряжения $Vc \approx 0.8$ мВ, сравнимые с напряжениями в SIS-контактах $Vc \approx 1$ мВ и, следовательно, высокую характерную частоту ≈ 300 ГГц. В силу высокой плотности критического тока контакты являются самошунтированными, то есть не требуют параллельного подключения резистора для подавления плазменных осцилляций. Однако, как будет показано далее, пренебрежимо малое значение ёмкости ограничивает область применимости исследуемых контактов без применения емкостного шунтирования.

4.1.2 Температурная зависимость критического тока

Была исследована температурная зависимость ВАХ в диапазоне $0.24 - 10$K. Зависимость критического тока образцов от температуры имеет характерный для CHC-контактов изгиб (рис. 9(a)). Подробное исследование зависимостей $I_c(T)$ проведено в разделе 4.2. Критический ток контактов падает до нуля при температурах около 6 K. На рисунке 9(b) представлена зависимость дифференциального сопротивления SN-N-NS-контактов от температуры при токе $I = 1$ мкА ($I \ll I_c$). Если сравнить рис. 9(a) и 9(b), видно, что большему сопротивлению структуры соответствует меньший критический ток, что косвенно подтверждает влияние низкой прозрачности интерфейсов на подавление критического тока.

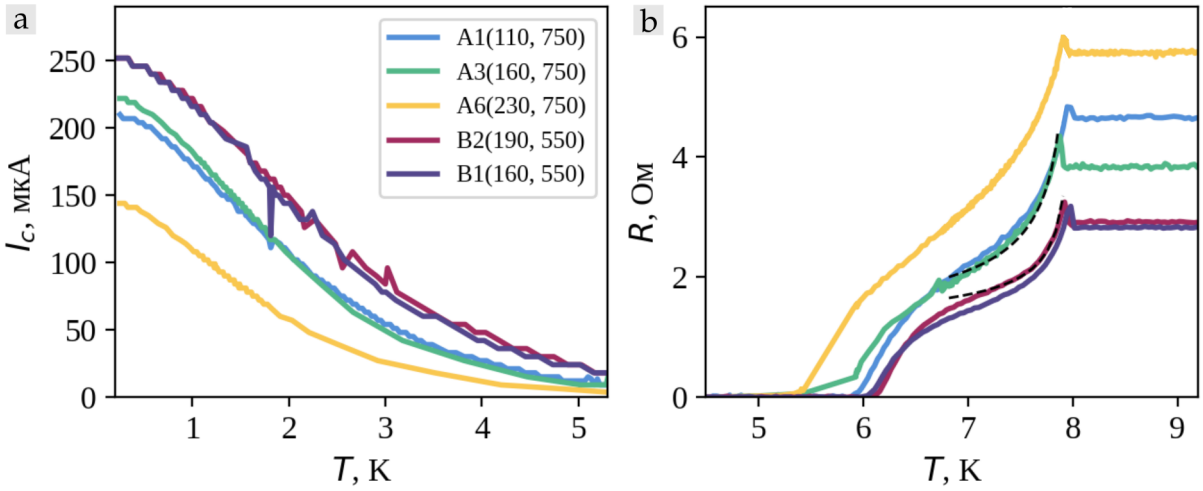


Рис. 9: Исследование зависимости ВАХ образцов от температуры: (a) - падение критического тока I_c при повышении температуры; (b) - дифференциальное сопротивление при токе $I = 1$ мкА в зависимости от температуры, пунктирными линиями обозначены теоретические кривые, соответствующие формуле (24).

Зависимость дифференциального сопротивления SNS-контакта можно использовать для определения вклада сопротивления SN-интерфейсов [39] и участков нормального металла R_{Au} в суммарное сопротивление образца. В промежуточной области температур $0.5 < T/T_C < 0.9$ ($T_C \approx 8K$) сопротивление SN-границы R_b хорошо описывается соотношением : $R_b(T) \sim (1 - T/T_C)^{-p}$. Такая зависимость может быть объяснена проникновением в сверхпроводник квазичастиц с энергией, превышающей $\Delta_\infty(T)$ - энергетическую щель сверхпроводника вдали от границы. Инжекция электронов приводит к разбалансу заселённостей спектра элементарных возбуждений на границе и возникает перепад напряжения, то есть последовательное сопротивление в системе.

Удельное сопротивление нормального металла в SNS-контакте позволяет определить качество напыления металлов. С этой целью был произведен фит зависимости $dV/dI(T)$ при $I \ll I_C$.

Суммарное сопротивление SNS-контакта:

$$R(T) = R_{Au} + 2R_b(T) = R_{Au} + 2A(1 - T/T_C)^{-p}, \tag{24}$$

где R_{Au} - сопротивление золотой полоски, A - феноменологический коэффициент, определяемый свойствами границы.

Показатель степени выбран равным $p \approx 1/2$ в соответствии с работой [**Skryabina_2021**]. В результате фита были определены значения R_{Au}, из которых по формуле $\rho_{Au} = R_{Au} \cdot S/l$ легко найти удельные сопротивления нормального металла образцов (см. табл. 4.2). Удельное сопротивление золота после усреднения по пяти образцам составило $\rho_{Au} \approx 5$ мкОм·см, сопротивление нормального участка: $R_{Au} \approx 0.8$ Ом.

4.1.3 Подавление сверхпроводимости в магнитном поле

Исследовалась также зависимость ВАХ от внешнего магнитного поля. Для наглядности при изучении зависимости вольт-амперных характеристик от других параметров используется псевдотрехмерное изображение (рис. 10), на котором по вертикали отложены значения подаваемого тока, по горизонтали - варьируемый параметр, а цветом обозначается соответствующее дифференциальное сопротивление. Зависимость дифференциального сопротивления образца от перпендикулярного магнитного поля имеет вид плавно выходящей на ноль кривой, характерной для длинного мостика. При такой геометрии внешнее поле разрывает куперовские пары, монотонно подавляя критический ток [2] (рис. 11). Коленчатые особенности полностью подавляются в полях, близких к критическому полю ниобия (3 Т).

При приближении тока к коленчатой особенности наблюдаются участки отрицательного сопротивления, отображенные голубым на рис. 10 Вероятно, они обусловлены взаимодействием вихрей с центрами пиннинга, которыми, являются хот-споты на границе. Их плотность выше в квадрантах III и IV(отрицательное направление тока и магнитного поля и наоборот).

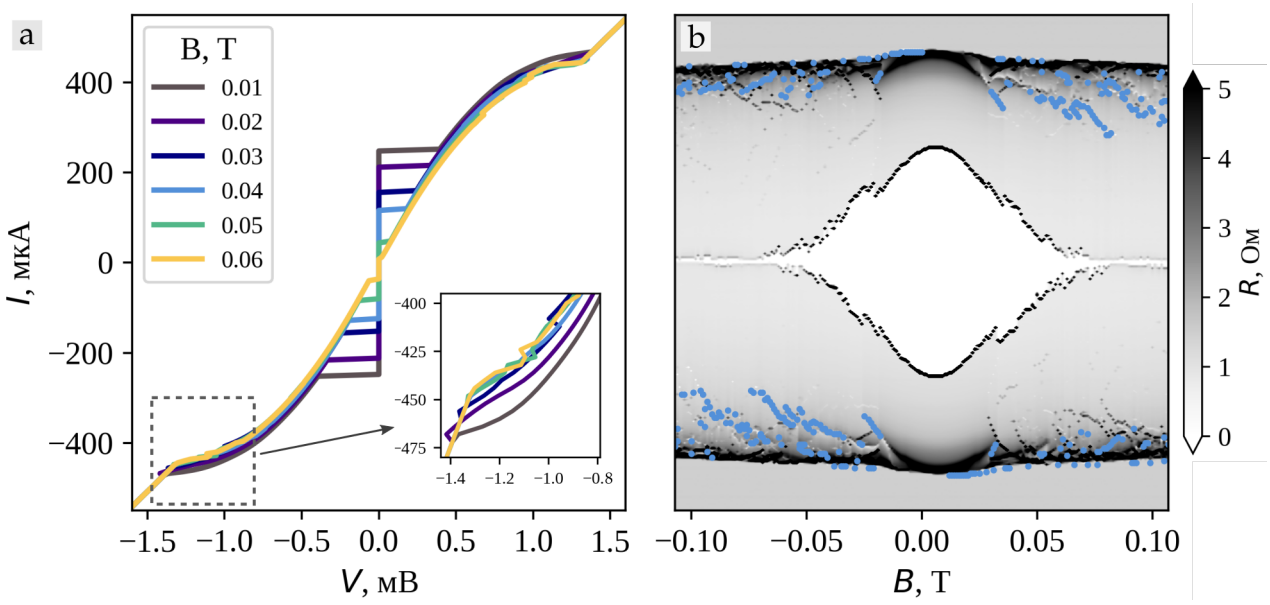


Рис. 10: Влияние магнитного поля на ВАХ SNS-контакта: (a) - изменение ВАХ по мере увеличения магнитного поля, на вставке представлены артефакты ВАХ, возникающие при полях от 0.03 Т; (b) - дифференциальное сопротивление образца в зависимости от поля, голубыми точками отмечены точки отрицательного дифференциального сопротивления

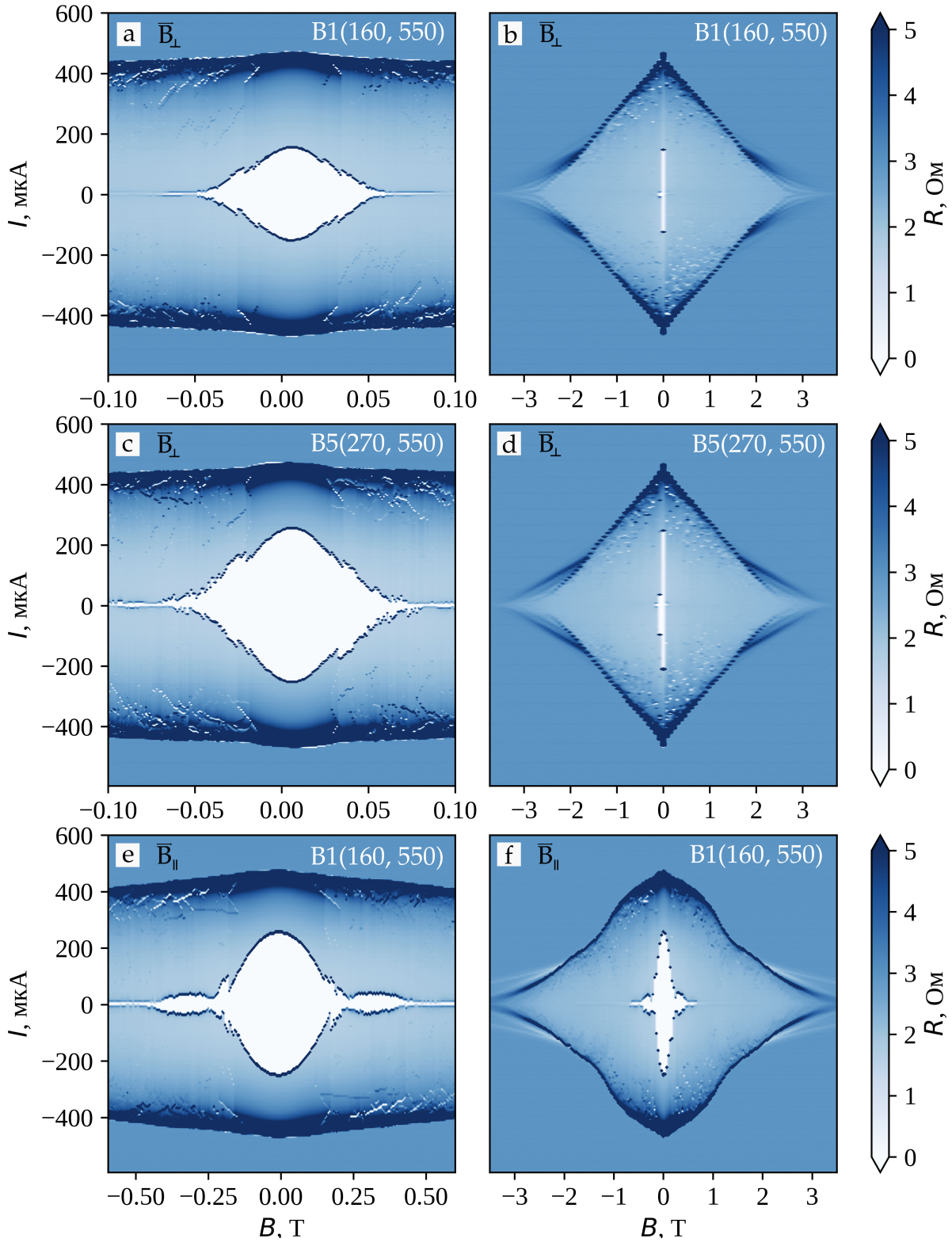


Рис. 11: Дифференциальное сопротивление образцов B1 и B5 в магнитном поле: (a) - B1, перпендикулярное небольшое поле, затухание критического тока без осцилляций, зависимость $I_c(B)$ демонстрирует изломы, соответсвующие проникновению вихрей в электроды или нормальную область; (b) - B1, перпендикулярное большое поле; (c) - B5, перпендикулярное небольшое поле; (d) - B5, перпендикулярное большое поле;

(e) - B1 параллельное поле, подавление сверхпроводимости происходит при полях в пять раз превышающих критическое значение перпендикулярного поля, отличается и форма кривой $I_c(B)$; (f) - B1, большое параллельное поле, форма зависимости коленчатой особенности от поля принципиально отличается.

4.2 Энергия Тауллеса

Для определения характеристик SN-N-NS-контактов была использована теория, описанная в разделе 2.4. На основе существующей программы Matlab численно решается уравнение (18), которое сводится к системе уравнений первого порядка.

Вычисление производится сразу для нескольких образцов. Параметрами, которые подбираются в процессе решения, являются удельное сопротивление золота ρ_n, длина когерентности ξ_n, критическая температура T_c (общие для всех образцов серии) и параметры подавления γ_{BMi} - отдельные для каждого образца. Для этого использовались образцы, изготовленные на одном чипе, и, соответственно, имеющие наименьший технологический разброс характеристик. Образцы B1-B5 имеют одинаковую геометрию интерфейса и различные длины L_b. Однако ВАХ трех образцов из пяти измерялись до температуры 2K.

К сожалению, метод не позволяет точно определить все пять параметров для каждого образца. Существует множество возможный пар (ξ_n, γ_{BMi}), соответствующих наилучшей кривой по методу наименьших квадратов, поэтому ξ_n фиксируется как более четко определяемый другими методами параметр . В диффузном случае ξ_n описывается выражением (6), в который входит коэффициент диффузии в золоте D коэффициент диффузии в золоте ($\tilde{5}$0–100 см^2/с при комнатной температуре). Тогда грубо длину когерентности можно оценить: для $D = 50$ см^2/с $\xi_n \approx 200$ нм. Однако при $T \to 0$ сопротивление нормального металла определяется только примесями, поэтому точно установить его значение можно только экспериментально. С другой стороны, критическая температура является легко измеримой величиной и требует подбора только в случае неполных данных.

Были получены параметры подавления в мостиках. Экспериментально энергию Тауллесса можно определить, найдя точку перегиба на кривой $I_c(T)$, в которой пологий режим при низких температурах сменяется резким падением критического тока с помощью выражения $E_T = 2\pi T_{Th}$ [1] .

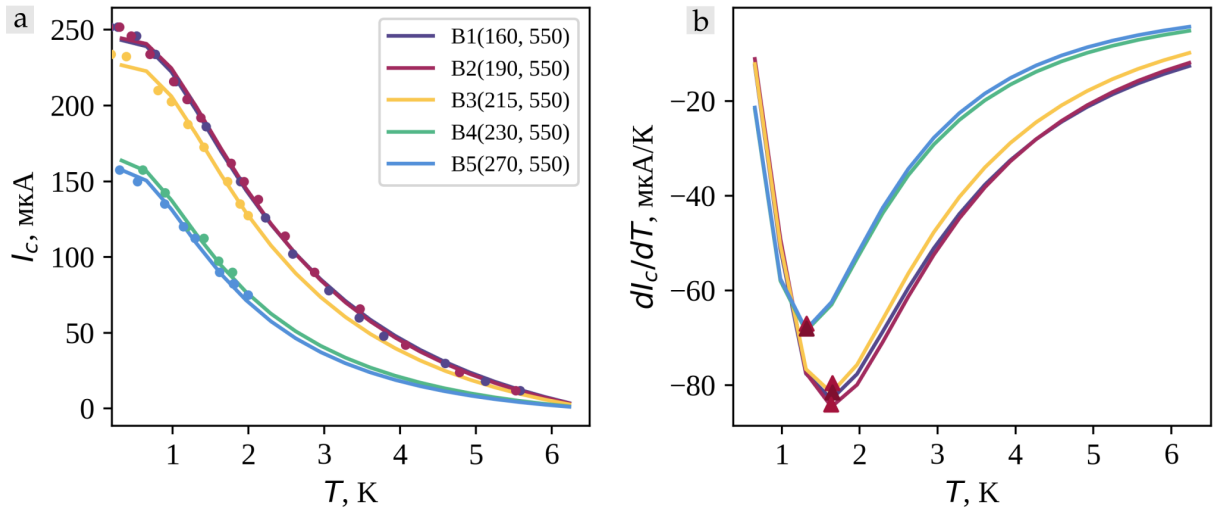


Рис. 12: Температурная зависимость критического тока: (a) - экспериментальные данные $I_c(T)$ (точками) и соответствующие численные решения уравнений (сплошными линиями); (b) - дифференциальная зависимость критического тока, на которой хорошо виден перегиб кривой, что позволяет определить точку смены режимов.

Табл. 4: Параметры SN-N-NS-контактов серии B, при различных зафиксированных значениях длины когерентности ξ_n.

	ξ_n, нм				E_{Th}, Дж	
	60	80	100	120	$k_B \cdot 2\pi T_{Th}$	$\frac{k_B \cdot 2\pi T_c \cdot \xi_n^2}{(L+\xi_n\sqrt{\gamma_{BM}})^2}$
T_c, К	7.81	7.03	6.78	6.72		
ρ_n, мкОм·см	2.06	1.69	1.42	1.14		
$\gamma_{BM\ B1}$	3.79	3.84	4.04	4.59	$14.21 \cdot 10^{-23}$	$3.25 \cdot 10^{-23}$
$\gamma_{BM\ B2}$	3.05	3.27	3.55	4.13	$13.86 \cdot 10^{-23}$	$2.48 \cdot 10^{-23}$
$\gamma_{BM\ B3}$	2.83	3.16	3.51	4.13	$14.56 \cdot 10^{-23}$	$2.18 \cdot 10^{-23}$
$\gamma_{BM\ B4}$	4.01	4.41	4.83	5.61	$11.96 \cdot 10^{-23}$	$1.76 \cdot 10^{-23}$
$\gamma_{BM\ B5}$	3.23	3.82	4.36	5.21	$11.96 \cdot 10^{-23}$	$1.51 \cdot 10^{-23}$

При $\xi_n < 50$ нм алгоритм не находит решения по методу МНК. При фиксировании длины когерентности ξ_n в диапазоне $60 - 120$ нм значения параметра подавления меняются, причем соотношение между ними $(1.00 : 0.85 : 0.80 : 1.15 : 1.10)$ остается приблизительно постоянным. Величину удельного сопротивления нормального металла можно сравнить с результатом феноменологической оценки на основании формулы (24): значение, полученное на основании зависимости $R(T)$ оказывается приблизительно в три раза выше.

На основании используемого метода можно определить минимальную ширину электродов: для получения тех же значений критического тока она должна превышать эффективную длину границы [1]. Так, например, для образца $L_{eff} = L + \xi_n\sqrt{\gamma_{BM}} =$

$190 + 80 \cdot \sqrt{3.27} \approx 334$ нм. Если сравнить полученные значения с выражениями (21, 20), оказывается, что исследуемые контакты находятся в промежуточном режиме подавления, их параметры должны исследоваться численно.

Теория [1] хорошо применима при условии $L > 5\xi_n$, что не выполняется даже для контакта длины 270 нм при $\xi_n = 60$ нм. Однако процесс поиска оптимальной ξ_n на данный момент не завершен и приложение теории требует дальнейшего анализа.

Таким образом, были исследованы основные свойства SN-N-NS-контактов Nb/Au, изготовленных методом магнетронного напыления, и на основании этих данных можно приступать к реализации отдельных ячеек SFQ-логики и к проектированию устройств.

5 СКВИД

5.1 Экспериментальное исследование

5.1.1 Дизайн и ВАХ СКВИДа

Далее был изготовлен двухконтактный СКВИД. Дизайн СКВИДа включает дополнительные токовые контакты (см. рис. 13). Это позволяет модулировать критический ток СКВИДа без приложения магнитного поля, а также эта геометрия является удобным методом определения индуктивности сверхпроводящих плёнок. Важно, что все токовые контакты подведены к структуре перпендикулярно, что позволяет избежать дополнительного (паразитного) введения потока магнитного поля в контур. Образец исследовался в криостате Coolab, поэтому его поведение в магнитном не было установлено. Однако подаваемый через контур ток I_b эффективно оказывает такое же влияние.

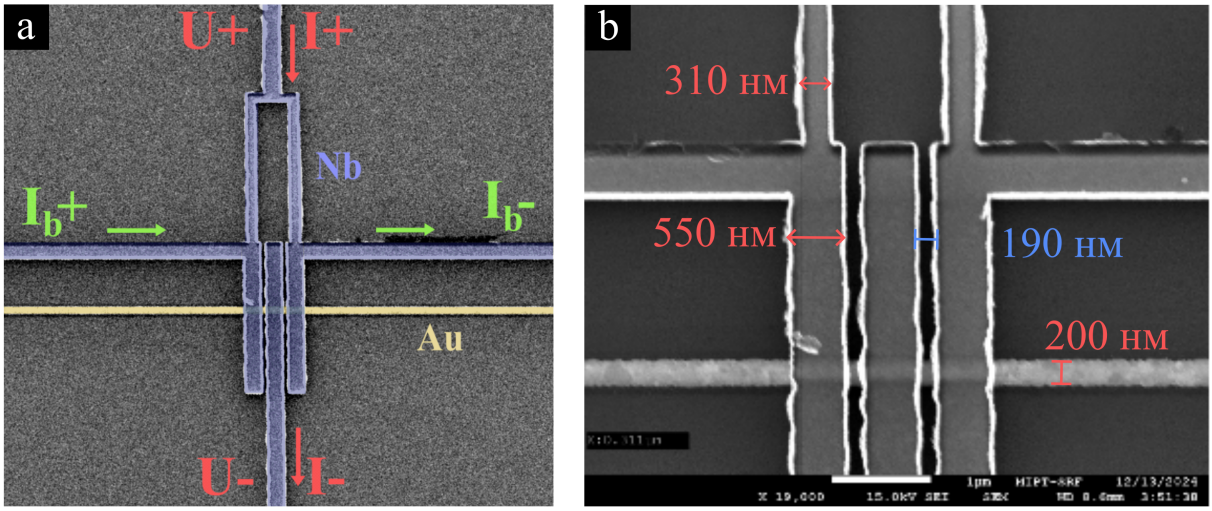


Рис. 13: СКВИД: (a) - схема подключения образца (СЭМ-изображение); (b) - увеличенное изображение, белые края структур - это «стенки» из ниобия, которые могут падать в зазор, таким образом «закорачивая» структуру, но этот образец оказался пригодным для измерения.

ВАХ СКВИДа имеет такую же характерную форму с областью избыточного тока в области $I_c < I < I'$. При значении ≈ 900 мкА происходит переход в нормальное состояние ниобия, образующего контур СКВИДа. Это может быть обусловлено дефектами или невысокой плотностью критического тока плёнки. Максимальный критический ток при базовой температуре $I_c = 600$ мкА, что существенно выше, чем критический ток отдельных контактов. Однако джозефсоновские контакты не независимы и расположены близко друг к другу на одной полоске золота.

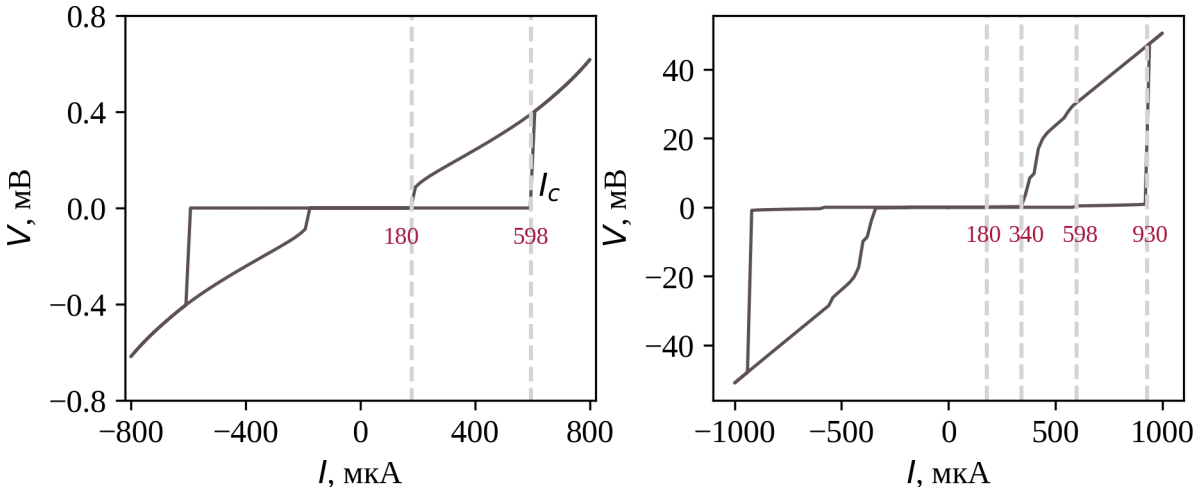


Рис. 14: ВАХ СКВИДа: (a) - небольшие предельные токах; (b) - ВАХ при больших токах - «возвращение» по току происходит по другой ветви, так как переход плёнки в нормальный режим происходит при достаточно низких токах, коленчатая особенность не наблюдается.

5.1.2 Зависимость ВАХ от управляющего тока I_b

Дизайн СКВИДа с дополнительными токовыми контактами предполагает подключение ещё одного источника тока, что в общем случае может приводить к неправильным результатам, так как потенциалы приборов будут произвольными. Однако при использовании разных схем подключения было установлено, что эти эффекты не вносят вклад в результаты измерений. При подаче тока I_b критический ток I_c периодически меняется, так как током задается градиент сверхпроводящей фазы. Зависимость пилообразная, причины возникновения наблюдаемой асимметрии остаются не до конца выясненными, однако можно предположить, что в контуре присутствуют дополнительные слабые связи, которые доминируют при низких температурах. На это указывает многозначная ТФЗ, характерная для даэмовского мостика [20]. Стохастически происходит срыв тока на нижнюю ветвь.

Зависимость $I_c(I_b)$ была исследована в диапазоне от -1.2 до 1.2 мА, ограниченном схемой криогенного фильтра криостата. Во всём диапазоне период и амплитуда величины критического тока сохраняется.

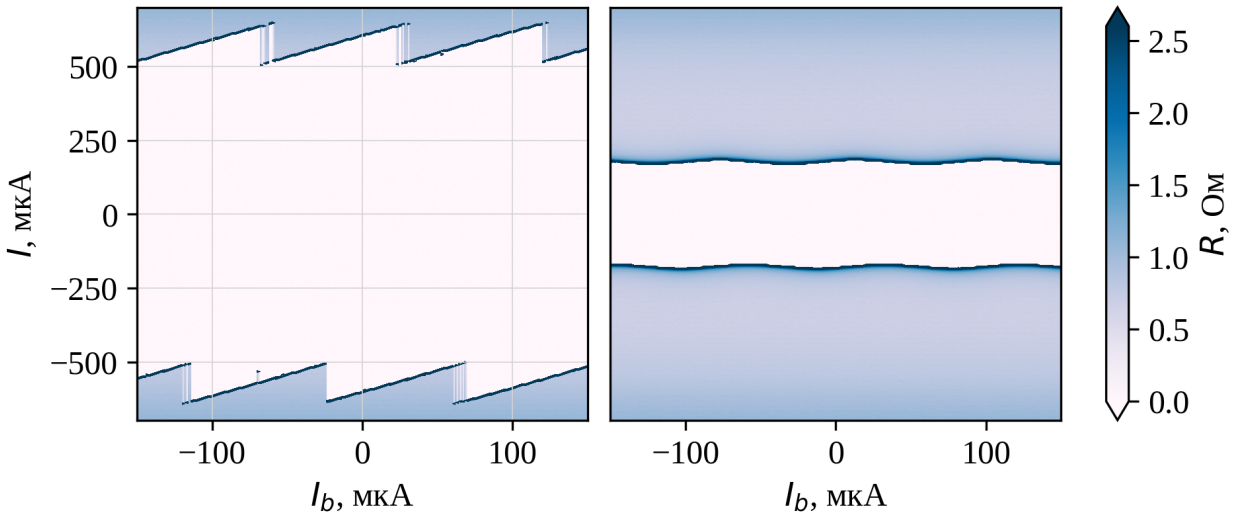


Рис. 15: Зависимость при низких температурах

Была обнаружена зависимость кривой $I_c(I_b)$ от развертки тока. Обычная развертка, включающая прямой и обратный ход тока, приводит к пилообразной форме зависимости. Оказалось, что если развертка включает переход в резистивное состояние с противоположным знаком, паттерн менятся. Это обусловлено попаданием в другую область многозначной ТФЗ. Таким образом, система обладает способностью запоминать предыдущие состояния, что может быть использовано при создании устройства памяти.

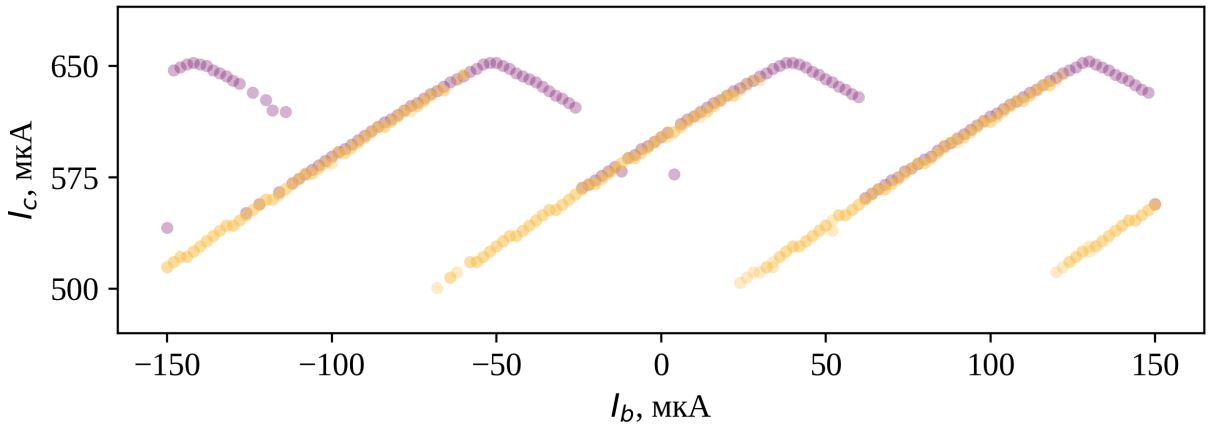


Рис. 16: Зависимость формы кривой $I_c(I_b)$ от развертки тока.

Зависимость $I_c(I_b)$ от температуры

Вблизи $T \approx 1$ К происходит перестроение кривой на симметричную. При этом исчезает зависимость паттерна от развертки. Зависимость критического тока была изучена до критической температуры СНС-контактов (7.5 К). Форма и период меняются в соответствии с теоретическим предсказанием.

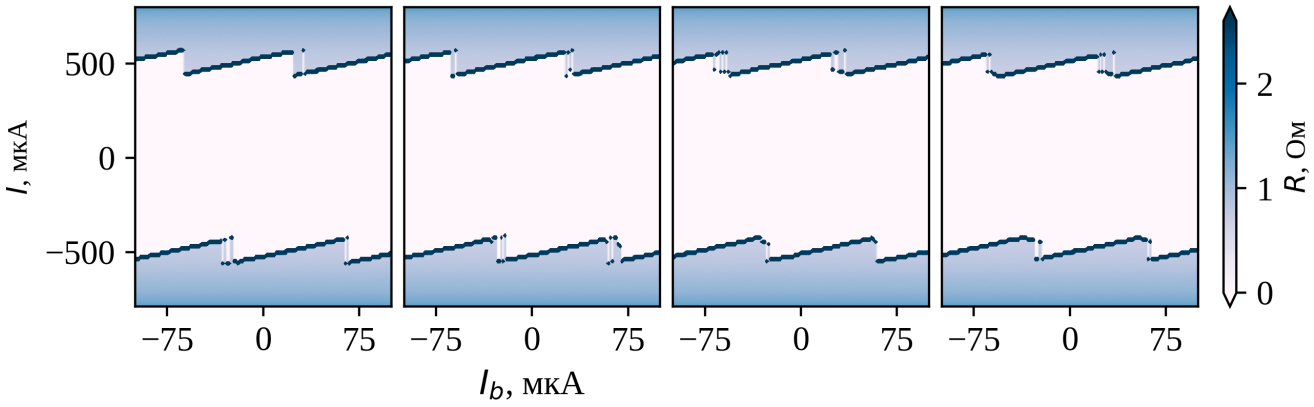


Рис. 17: Изменение формы кривой $I_c(I_b)$ при повышении температуры

Кривые были исследованы для двух различных вариантов подключения (рис. 18). В соответствии с предсказанием используемой теории, при уменьшении индуктивности контура, по которому протекает ток I_b в два раза, пропорционально возрастает период кривой. Это подтверждает корректность измерительной схемы, поскольку в данном случае источники тока имеют общую точку, но поведение системы в обоих случаях соответствует теории.

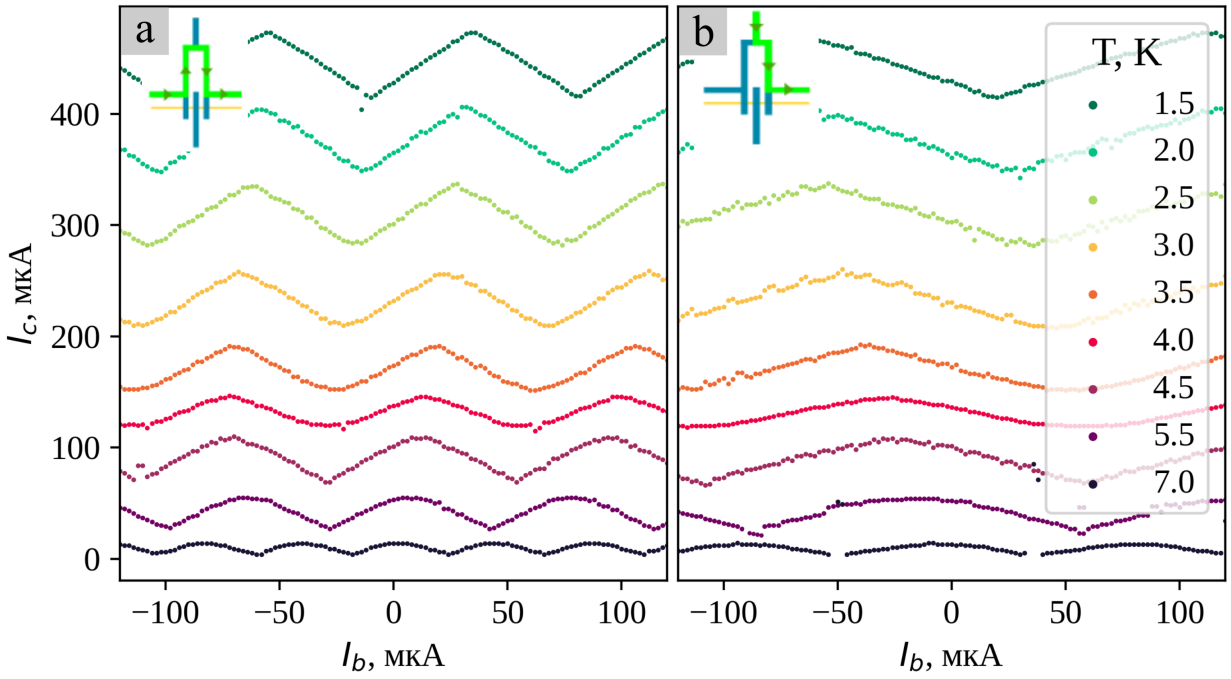


Рис. 18: Зависимость $I_c(I_b)$ в диапазоне $T = 1.5 \div 7$ К при разных способах подключения: (a) - ток пропускается через оба плеча СКВИДа, источники тока независимы; (b) - ток пропускается через одно плечо, источники имеют общую точку.

5.1.3 Фит зависимости $I_c(I_b)$ на основе резистивной модели

Кривые, изображенные на рисунке 18 описываются динамическими уравнениями на фазы джзефсоновских контактов. Затухание системы с пренебрежимо малой ёмкостью ($C \approx 0$) полностью определяется индуктивностью элементов. Запишем первый и второй законы Кирхгофа для контура, исключая вторую производную от фазы (см. рис. 19):

$$\begin{cases} I_{c_1} sin\varphi_1 + \dfrac{\Phi_0}{2\pi R_{n_1}}\dot{\varphi}_1 = I' - I_b \\ I_{c_2} sin\varphi_2 + \dfrac{\Phi_0}{2\pi R_{n_2}}\dot{\varphi}_2 = I_{in} - I' - I_b \\ \dfrac{\Phi_0\varphi_1}{2\pi} + L_1(I' - I_{in}) = \dfrac{\Phi_0\varphi_2}{2\pi} + L_2 I' \end{cases} \tag{25}$$

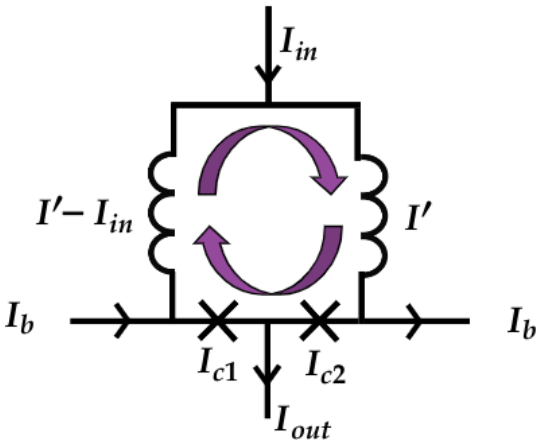


Рис. 19: Принципиальная схема СКВИДа.

Вводим нормировки

$$i_b = \frac{I_b}{I_{c_1}}, \quad i_{in} = \frac{I_{in}}{I_{c_1}}, \quad l_n = \frac{2\pi I_{c_1} L_n}{\Phi_0}, \quad \eta = \frac{I_{c_2}}{I_{c_1}}, \quad \tau = \omega_c t = \frac{2\pi}{\Phi_0} I_{c_1} R_{n_1} t. \tag{26}$$

Используется нормировка на характерную частоту, поскольку она не содержит ёмкость и потому позволяет исследовать передемпфированные системы. В результате получаем систему

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 = -i_b - sin\varphi_1 + \frac{l_1 i_{in} + \varphi_2 - \varphi_1}{l_1 - l_2} \\ \dot{\varphi}_2 = -i_b + i_{in} - \eta sin\varphi_2 - \frac{l_1 i_{in} + \varphi_2 - \varphi_1}{l_1 - l_2}. \end{cases} \tag{27}$$

Решение системы производится методом Рунге-Кутта четвертого порядка:
$\varphi_{n+1} = \varphi_n + h_{n+1} \sum_{i=1}^{4} b_i k_n^i$

$$\begin{cases} k_n^1 = hf_n(t_i, \varphi_n) \\ k_n^2 = hf_n(x_i + h/2, y_i + k_1/2) \\ k_n^3 = hf_n(x_i + h/2, y_i + k_2/2) \\ k_n^4 = hf_n(x_i + h, y_i + k_3) \\ \varphi_{n+1} = \varphi_n + [k_n^1 + 2k_n^2 + 2k_n^3 + k_n^4]/6. \end{cases}$$

Алгоритм перебирает значения управляющего тока от меньшего к большему и при обнаружении разности 2π между начальным и конечным состоянием одного из контактов, возвращается к предыдущему значению, увеличивая степень точности, которую естественно выбрать равной шагу экспериментального измерения (2 мкА).

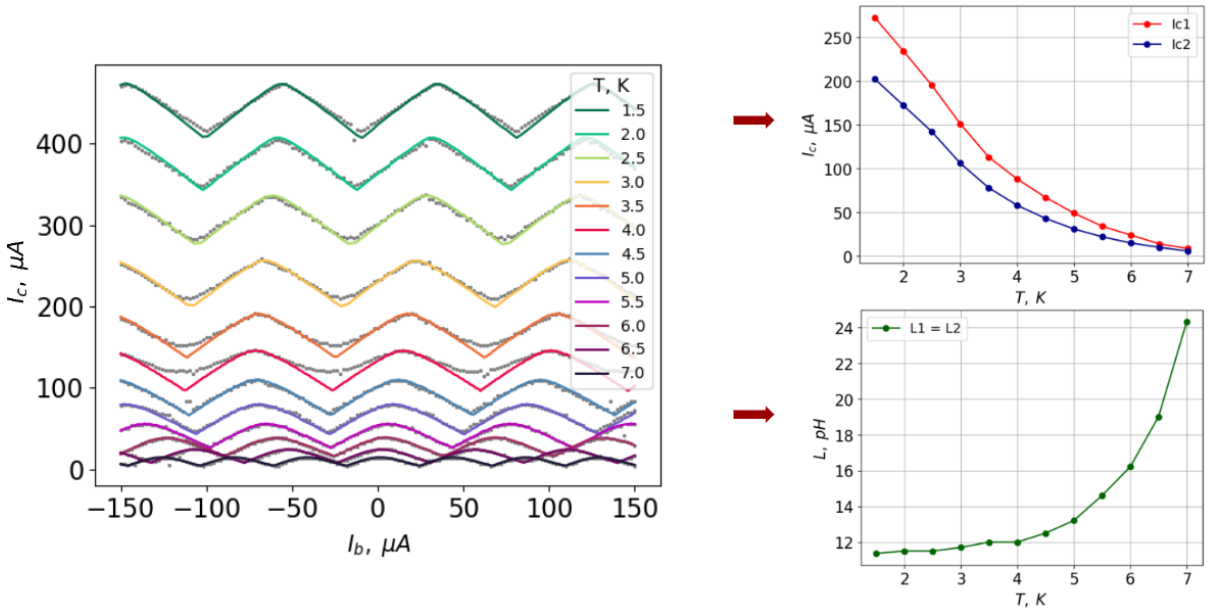


Рис. 20: Фит зависимости $I_c(I_b)$, из которого легко получить температурную зависимость критических токов обоих контактов, а также повышение индуктивности ниобиевых участков контура.

Фит позволил исследовать температурные зависимости джозефсоновских контактов по-отдельности. Оказалось, что в СКВИДе имеется асимметрия: критический ток одного из контактов на 20% выше. Также было обнаружено значительное изменение индуктивности контура. Полная индуктивность состоит из геометрической (независящей от температуры) и кинетической, важной для сверхпроводников и описывающейся в теории ГЛ формулой $L_k(T) = \frac{L_k(0)}{1-T/T_c}$. Её значительное повышение приводит к перераспределению токов в контуре.

5.2 Отклик СКВИДа

Если вместо перебора значений постоянного тока подать на вход СКВИДа короткий импульс, на контактах также может появиться напряжение при определенных условиях.

Импульс задаётся функцией Гаусса

$$Pulse(t) = e^{-\frac{1}{2}\frac{(t-\mu)^2}{\sigma}},$$

где выбраны значения $\mu = 100$ с, $\sigma = 10$ с^2. Его продолжительность ~ 1 пк, что соответствует характреной продолжительности импульса в джозефсоновском нейроне.

Результат является тривиальным в том смысле, что способность СКВИДа генерировать импульсы определяется только управляющим током, задающим стационарную разность фаз.

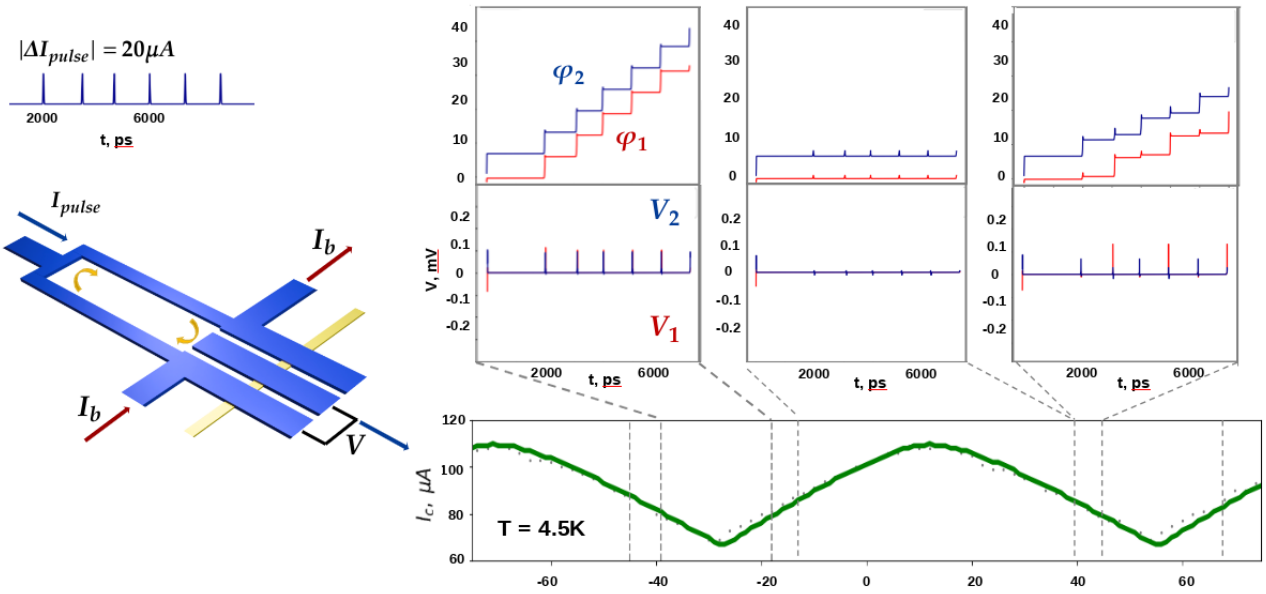


Рис. 21: Отклик СКВИДа на короткие импульсы тока с амплитудой $20\mu A$. При определенных значениях тока смещения, импульса становится достаточно для скачка фазы на 2π и, соответсвенно, переключения контакта.

.

При наличии внешнего возбуждения происходит генерация спайка, которая прекращается практически мгновенно после снятия накачки (рис. 21). Плазменные осцилляции отсутствуют вследствие пренебрежимо малой инерционности. В связи с этим рабочая тактовая частота схемы близка к джозефсоновской частоте.

5.3 Джозефсоновская передающая линия: аксон

Полученный СКВИД отличается от SFQ-ячейки отсутствием участка между джозефсоновскими контактами. Тем не менее, расположив элементы в другой последовательности для моделирования работы возможных систем, можно оценить работоспособность полноценного устройства на основе исследованной технологии.

Для распространения импульсов в SFQ-схемах используются джозефсоновские передающие линии (англ. Josephson Transmission Line, JTL). В простейшем случае они состоят из расположенных последовательно сверхпроводящих ячеек и подведенных линий управляющего тока I_b. При подаче импульса на контакт J_2 произойдёт его переключение и перемещение кванта потока (флаксона) в сторону следующей ячейки.

Распространение флаксона по JTL моделируется системой из N уравнений, где N - количество джозефсоновских контактов:

$$I_c\, sin(\varphi_1) + \frac{\hbar}{2eR}\dot{\varphi}_1 + \frac{\hbar C}{2e}\ddot{\varphi}_1 = Pulse(t) + I_b + \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{L}$$

$$I_c\, sin(\varphi_k) + \frac{\hbar}{2eR}\dot{\varphi}_k + \frac{\hbar C}{2e}\ddot{\varphi}_k = I_b + \frac{\Phi_{k+1} - \Phi_k}{L} - \frac{\Phi_k - \Phi_{k-1}}{L}, \quad 1 < k < N$$

$$I_c\, sin(\varphi_N) + \frac{\hbar}{2eR}\dot{\varphi}_N + \frac{\hbar C}{2e}\ddot{\varphi}_N = I_b + \frac{\Phi_N - \Phi_{N-1}}{L}$$

Поток магнитного поля связан с фазой перехода как $\varphi = \frac{2\pi\Phi}{\Phi_0}$, где $\Phi_0 = \frac{\pi\hbar}{e} \approx 2,07 \cdot 10^{-15}$ Вб. Произведем нормировку на I_c и плазменнную частоту $\omega_p = \sqrt{2eI_c/\hbar C}$:

$$sin\varphi_n + \alpha\dot{\varphi}_n + \ddot{\varphi}_n = Pulse(t) + i_b + \frac{\varphi_{n+1} - \varphi_n}{l} - \frac{\varphi_n - \varphi_{n-1}}{l},$$

где $\alpha = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{\hbar}{2eI_cC}}$, $i_b = \frac{I_b}{I_c}$, $l = \frac{2eI_cL}{\hbar}$.

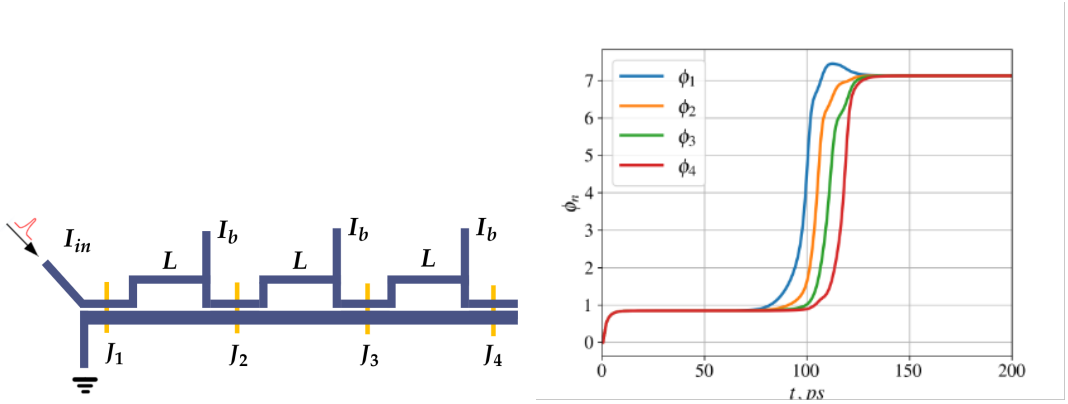


Рис. 22: Джозефсоновская передающая линия: (a) - возможный дизайн; (b) - зависимость фазы джозефсоновских контактов от времени при прохождении импульса, который подается в момент $t = 75$ пс.

5.4 Нейрон

На основании полученных данных был исследован трехконтактный биоподобный нейрон [**Gubochkin_2025**]. Выбор именно такого базового элемента обусловлен наличием у такой системы ряда “биологически мотивированных” динамических режимов работы.

Также была показана возможность переключения между динамическими режимами работы с помощью управляющего тока.

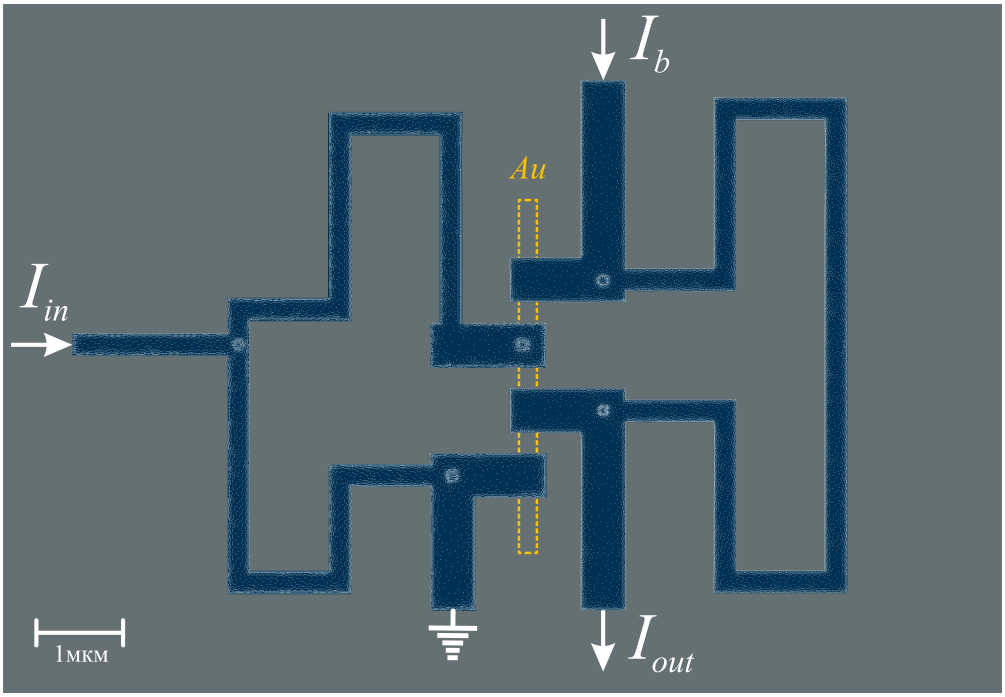


Рис. 23: Дизайн 3JJ-нейрона на основе наноразмерных джозефсоновских контактов. Синим обозначены Nb-электроды. Белыми штрихами на синем фоне схематически показано растекание токов, полученное на основе имитационного моделирования при помощи пакета 3D-MLSI. Белыми квадратами обозначены виртуальные терминалы для разграничения участков индуктивностей в схеме. Желтым пунктиром обозначено расположение золотого провода. [**Gubochkin_2025**].

Дизайн имеет большие ниобиевые петли для обеспечения достаточной индуктивности. Хотя с точки зрения численного моделирования, устойчивое затухание может быть достигнуто при использовании сравнительно малых значений индуктивности, но для реализации квантующей ячейки необходимо увеличение полной индуктивности за счёт вклада геометрической составляющей. С технологической точки зрения, возможным решением для миниатюризации в дальнейшем является использование сверхпроводников с высокой кинетической индуктивностью, в частности, так называемых «грязных» сверхпроводников, превосходящих ниобий по данному параметру.

В используемой резистивной модели нет ёмкости, значит, нет накопления энергии и нет возможности её периодического возврата — условия, необходимые для автоколебаний. Любое отклонение фазы приводит либо к затуханию (при $I < I_c$), либо к скольжению (при $I > I_c$) без возвращения. Следовательно, автогенерация без внешнего резонатора невозможна.

Однако большая часть необходимых режимов может быть реализована на основе исследованной технологии Nb/Au.

6 Заключение

В рамках работы изготовлены и экспериментально исследованы SN-N-NS-контакты в геометрии мостика переменной толщины. Показано, что структуры демонстрируют достаточно высокие плотности критических токов. При промежуточных температурах $(3-4\text{K})$ исчезает гистерезис, вызванный перегревом нормальной области, критический ток при этом остаётся достаточным для практической реализации SFQ-устройства. Исследованы особенности изготовленных джозефсоновских контактов с помощью уравнения Узадейля. Было показано, что в терминах эффекта близости на SN-границах контактов происходит подавление средней выраженности.

Исследованный далее двухконтактный СКВИД позволил установить зависимость индуктивности плёнки ниобия от температуры. Было выяснено, что засчёт кинетической составляющей суммарная индуктивность контура возрастает в два раза в интервале температур от $1.5-7$ K. Исследована асимметрия джозефсоновских контактов, составляющих СКВИД, что позволить учитывать технологический разброс параметров и сводить его к минимуму. Также сделано предположение относительно ТФЗ SN-N-NS-контактов.

На основании полученных экспериментальных данных было произведено имитационное моделирование динамики различных систем. Была продемонстрирована возможность создания биоподобного нейрона на основе трех SN-N-NS-контактов. В будущем исследованные системы могут быть реализованы в виде устройств.

Список литературы

[1] Sergey Bakurskiy и др. “Thouless energy in Josephson SN-N-NS bridges”. В: *Mesoscience Nanotechnology* 1.1 (июль 2024). URL: https://jmsn.press/publications/01-01003.

[2] F. Bergeret и Juan Cuevas. “The Vortex State and Josephson Critical Current of a Diffusive SNS Junction”. В: *Journal of Low Temperature Physics* 153 (дек. 2008), с. 304—324. DOI: 10.1007/s10909-008-9826-2.

[3] Mark T. Bohr и Ian A. Young. “CMOS Scaling Trends and Beyond”. В: *IEEE Micro* 37.6 (2017), с. 20—29. DOI: 10.1109/MM.2017.4241347.

[4] H. Courtois и др. “Origin of Hysteresis in a Proximity Josephson Junction”. В: *Phys. Rev. Lett.* 101 (6 авг. 2008), с. 067002. DOI: 10.1103/PhysRevLett.101.067002. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.101.067002.

[5] Patrick Crotty, Dan Schult и Ken Segall. “Josephson junction simulation of neurons”. В: *Physical Review E* 82.1 (июль 2010). ISSN: 1550-2376. DOI: 10.1103/physreve.82.011914. URL: http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.82.011914.

[6] G. Dharmadurai и N. S. Satya Murthy. “A simplified expression for the minimum hotspot current in long, thin-film superconductors”. В: *Journal of Low Temperature Physics* 37.3-4 (нояб. 1979), с. 269—276. DOI: 10.1007/BF00119189.

[7] R. B. van Dover, A. de Lozanne и M. R. Beasley. “Superconductor-normal-superconductor microbridges: Fabrication, electrical behavior, and modeling”. В: *Journal of Applied Physics* 52.12 (дек. 1981), с. 7327—7343. ISSN: 0021-8979. DOI: 10.1063/1.328724. eprint: https://pubs.aip.org/aip/jap/article-pdf/52/12/7327/18394838/7327_1_online.pdf. URL: https://doi.org/10.1063/1.328724.

[8] P. Dubos и др. “Josephson critical current in a long mesoscopic SNS junction”. В: *Physical Review B - PHYS REV B* 63 (янв. 2001). DOI: 10.1103/PhysRevB.63.064502.

[9] Ya. V. Fominov и D. S. Mikhailov. “Asymmetric higher-harmonic SQUID as a Josephson diode”. В: *Phys. Rev. B* 106 (13 окт. 2022), с. 134514. DOI: 10.1103/PhysRevB.106.134514. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.106.134514.

[10] Alexander Golubov, M. Kupriyanov и E. Il’Ichev. “The current-phase relation in Josephson junctions”. В: *Reviews of Modern Physics - REV MOD PHYS* 76 (апр. 2004), с. 411—469. DOI: 10.1103/RevModPhys.76.411.

[11] L. P. GOR’KOV. “Microscopic Derivation of the Ginzburg-Landau Equations in the Theory of Superconductivity”. В: *SOVIET PHYSICS JETP* 36.6 (дек. 1959).

[12] Quentin P. Herr и др. “Ultra-low-power superconductor logic”. В: *Journal of Applied Physics* 109.10 (май 2011), с. 103903. ISSN: 0021-8979. DOI: 10.1063/1.3585849. eprint: https://pubs.aip.org/aip/jap/article-pdf/doi/10.1063/1.3585849/15080859/103903_1_online.pdf. URL: https://doi.org/10.1063/1.3585849.

[13] D.S. Holmes, A.L. Ripple и Marc Manheimer. “Energy-Efficient Superconducting Computing—P Budgets and Requirements”. В: *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on* 23 (июнь 2013), с. 1701610—1701610. DOI: 10.1109/TASC.2013.2244634.

[14] K. Inoue и др. “Simulation and Implementation of an 8-bit Carry Look-Ahead Adder Using Adiabatic Quantum-Flux-Parametron”. В: июль 2013, с. 1—3. ISBN: 978-1-4673-6369-3. DOI: 10.1109/ISEC.2013.6604271.

[15] Minkyung Jung и др. “Superconducting Junction of a Single-Crystalline Au Nanowire for an Ideal Josephson Device”. В: *ACS Nano* 5.3 (2011). PMID: 21355535, с. 2271—2276. DOI: 10.1021/nn1035679.

[16] Nam Hee Kim и др. “Zero bias conductance peak in InAs nanowire coupled to superconducting electrodes”. В: *Current Applied Physics* 18 (2017), с. 384—387. URL: https://api.semanticscholar.org/CorpusID:104153933.

[17] Maksym Kompaniiets и др. “Superconducting Proximity Effect in Crystalline Co and Cu Nanowires”. В: *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism* 28 (2015), с. 431—436. URL: https://api.semanticscholar.org/CorpusID:121366414.

[18] M.Yu. Kurpianov и V.F. Lukichev. “Influence of boundary transparency on the critical current of dirty SS’S structures”. В: *Soviet Physics - JETP (English Translation)* 67.6 (июнь 1988).

[19] Gil-Ho Lee и др. “Ultimately short ballistic vertical graphene Josephson junctions”. В: *Nature Communications* 6 (2015). URL: https://api.semanticscholar.org/CorpusID:6873103.

[20] K. K. Likharev. “Superconducting weak links”. В: *Rev. Mod. Phys.* 51 (1 янв. 1979), с. 101—159. DOI: 10.1103/RevModPhys.51.101. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.51.101.

[21] K.K. Likharev и V.K. Semenov. “RSFQ logic/memory family: a new Josephson-junction technology for sub-terahertz-clock-frequency digital systems”. В: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* 1.1 (1991), с. 3—28. DOI: 10.1109/77.80745.

[22] A.A. Mazanik и Ya.V. Fominov. “Peculiarities of the density of states in SN junctions”. В: *Annals of Physics* 449 (февр. 2023), с. 169199. ISSN: 0003-4916. DOI: 10.1016/j.aop.2022.169199. URL: http://dx.doi.org/10.1016/j.aop.2022.169199.

[23] Oleg A. Mukhanov. “Energy-Efficient Single Flux Quantum Technology”. В: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* 21.3 (2011), с. 760—769. DOI: 10.1109/TASC.2010.2096792.

[24] G. Rubio-Bollinger, H. Suderow и S. Vieira. “Tunneling Spectroscopy in Small Grains of Superconducting MgB_2”. В: *Phys. Rev. Lett.* 86 (24 июнь 2001), с. 5582—5584. DOI: 10.1103/PhysRevLett.86.5582. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.86.5582.

[25] M. Schneider и др. “A self-training spiking superconducting neuromorphic architecture”. В: *npj Unconventional Computing* 2 (март 2025). DOI: 10.1038/s44335-025-00021-9.

[26] Connor D Shelly и др. “Weak link nanobridges as single flux quantum elements”. В: *Superconductor Science and Technology* 30.9 (авг. 2017), с. 095013. DOI: 10.1088/1361-6668/aa80cd. URL: https://dx.doi.org/10.1088/1361-6668/aa80cd.

[27] W. J. Skocpol, M. R. Beasley и M. Tinkham. “Self-heating hotspots in superconducting thin-film microbridges”. В: *Journal of Applied Physics* 45.9 (сент. 1974), с. 4054—4066. ISSN: 0021-8979. DOI: 10.1063/1.1663912. eprint: https://pubs.aip.org/aip/jap/article-pdf/45/9/4054/18368429/4054_1_online.pdf. URL: https://doi.org/10.1063/1.1663912.

[28] Olga Skryabina и др. “Anomalous magneto-resistance of Ni-nanowire/Nb hybrid system”. В: *Scientific Reports* 9 (окт. 2019), с. 14470. DOI: 10.1038/s41598-019-50966-8.

[29] I.I. Soloviev и др. “Miniaturization of Josephson Junctions for Digital Superconducting Circuits”. В: *Physical Review Applied* 16 (окт. 2021). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.16.044060.

[30] Vasily Stolyarov и др. “Expansion of a superconducting vortex core into a diffusive metal”. В: *Nature Communications* 9 (июнь 2018). DOI: 10.1038/s41467-018-04582-1.

[31] Thomas N. Theis и H.-S. Philip Wong. “The End of Moore’s Law: A New Beginning for Information Technology”. В: *Computing in Science Engineering* 19.2 (2017), с. 41—50. DOI: 10.1109/MCSE.2017.29.

[32] Miranda Thompson и др. “Effects of Non-Sinusoidal Current Phase Relationships on Single Flux Quantum Circuits”. В: *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* PP (янв. 2022), с. 1—6. DOI: 10.1109/TASC.2022.3223853.

[33] D.J. Thouless. “Electrons in disordered systems and the theory of localization”. В: *Physics Reports* 13.3 (1974), с. 93—142. ISSN: 0370-1573. DOI: https://doi.org/10.1016/0370-1573(74)90029-5. URL: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370157374900295.

[34] Sergey Tolpygo. “Superconductor Digital Electronics: Scalability and Energy Efficiency Issues”. В: *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on* 42 (май 2016), с. 463—485. DOI: 10.48550/arXiv.1602.03546.

[35] Klaus D. Usadel. “Generalized Diffusion Equation for Superconducting Alloys”. В: *Phys. Rev. Lett.* 25 (8 авг. 1970), с. 507—509. DOI: 10.1103/PhysRevLett.25.507. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.25.507.

[36] Fei Zhou и др. “Density of States in Superconductor-Normal Metal-Superconductor Junctions”. В: *Journal of Low Temperature Physics* 110 (февр. 1998), с. 841—850. DOI: 10.1023/A:1022628927203.

[37] С.Н. Шевченко А.Н. Омельянчук Е.В. Ильичев. *Квантовые когерентные явления в джозефсоновских кубитах*. НАУКОВА ДУМКА, 2013.

[38] Дзялошинский И.Е. Абрикосов А.А. Горьков Л.П. *Методы квантовой теории поля в статистической физике*. Физматгиз, 1962.

[39] Шмидт В. В. *Введение в физику сверхпроводников*. МНЦМР, 2000.

[40] Лукичев В.Ф. Голубов А.А. Куприянов М.Ю. “Влияние эффекта близости в электродах на стационарные свойства SN-N-NS-мостиков переменной толщины”. В: *Микроэлектроника* 12 (1983), с. 116074. ISSN: 0960-0779. DOI: https://doi.org/10.1016/j.chaos.2025.116074.

[41] Л. П. Питаевский Е. М. Лифшиц. *Том 9, Статистическая физика, часть 2, теория конденсированного состояния*. ФИЗМАТЛИТ, 2002.