

Общество с ограниченной ответственностью «Международный центр
квантовой оптики и квантовых технологий»

На правах рукописи

Егорова Елена Юрьевна

Реализация квантового процессора на 8 кубитах-трансмонах

Специальность 1.3.8 —
«Физика конденсированного состояния»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
Устинов Алексей Валентинович
д. ф.-м. н., проф.

Москва – 2025

Оглавление

Введение	4
1 Теоретические сведения и обзор литературы	11
1.1 Мировые тенденции	11
1.2 Сверхпроводниковый кубит	12
1.3 Считывание кубита	21
1.4 Двухкубитные системы на трансмонах	27
1.5 О гейтах	30
1.6 Метрика точности операций	33
1.7 Выводы по Главе 1	34
2 Разработка трехконтактного трансмона с шунтирующей емкостью круглой формы	36
2.1 Введение	36
2.2 Теоретическое описание	37
2.3 Оценка диэлектрических потерь	41
2.4 Выводы по Главе 2	43
3 Двухкубитная система с перестраиваемым элементом связи	45
3.1 Гамильтониан элемента связи	45
3.2 Классический расчет элемента связи	47
3.3 Описание двухкубитной системы	51
3.4 Вывод XX- и ZZ- взаимодействий	55
3.5 Анализ и сравнение с другими элементами связи	63
3.6 Выводы по Главе 3	66
4 Проектирование 8-кубитного квантового процессора	67
4.1 Описание топологии	67

4.2	Проектирование трансмона	69
4.3	Считывающие резонаторы и парселловские фильтры	73
4.4	Выводы по Главе 4	77
5	Экспериментальное исследование 8-кубитного процессора	79
5.1	Образец в держателе	79
5.2	Схема экспериментальной установки	80
5.3	Спектроскопические и импульсные измерения	83
5.4	О зарядовой дисперсии	90
5.5	Исследование спектров элемента связи	92
5.6	Измерение силы взаимодействия кубитов	94
5.7	Калибровка однокубитных операций	98
5.8	Калибровка двухкубитной операции	99
5.9	Калибровка двухкубитного считывания	100
5.10	Тестирование двухкубитного гейта	101
5.11	Анализ ошибок двухкубитной системы	107
5.12	Моделирование двухкубитного вентиля CZ	109
5.13	Выводы по Главе 5	111
6	Заключение	113

Введение

Актуальность работы

Настоящая экспериментальная работа выполняется в одном из наиболее динамично развивающихся направлений современной науки — квантовых вычислениях. Среди различных физических платформ значительное внимание уделяется сверхпроводниковым кубитам, на основе которых может быть реализован квантовый процессор, способный эффективно решать задачи экспоненциальной сложности, недоступные для классических вычислительных систем. Для достижения практического квантового превосходства необходимо разработать многокубитную архитектуру, в которой каждый кубит обладает высокой когерентностью и обеспечивает возможность высокоточной реализации базовых квантовых операций: инициализации, считывания, а также одно- и многокубитных вентилей (называемых также гейтами). Ключевым требованием к такой архитектуре является её совместимость с квантовыми кодами коррекции ошибок, необходимыми для повышения надежности и масштабируемости вычислений.

За последние несколько лет был получен ряд важных результатов в разработке квантовых вычислительных устройств на основе сверхпроводниковых кубитов [1–5]. Такие устройства чаще всего представляют собой схемы из кубитов-трансмонов [6] с дисперсионным считыванием и емкостной связью между кубитами [7]. За счет шунтирующей емкости в таких кубитах подавлена чувствительность к низкочастотному зарядовому шуму. Трансмоны обладают меньшей восприимчивостью к потоковому шуму по сравнению с потоковыми кубитами [8]. В них отсутствуют массивы джозефсоновских контактов, используемые, например, в кубитах-флаксониумах [9], что упрощает их изготовление. Времена когерентности трансмонов достаточны для реализации универсального набора квантовых вентилей, необходимых для выполнения алгоритмов квантовой обработки информации [10].

Текущий уровень ошибок двухкубитных операций негативно влияет как на практическое применение таких схем, так и на демонстрацию их преимуществ [11]. Более того, для реализации помехозащищенных квантовых вычислений необходимо использовать коды коррекции квантовых ошибок [12], на эффективность которых точность двухкубитных гейтов оказывает существенное влияние [4].

Для реализации двухкубитных гейтов существует множество разнообразных подходов со своими достоинствами и недостатками. Простейший способ основывается на резонансном обмене населенностью между кубитами, вызванном изменением частоты одного из кубитов [13,14]. Для трансмонов примерами такого подхода могут быть гейты типа iSWAP [15–17] и CPHASE [16–18]. Длительность двухкубитной операции определяется величиной константы взаимодействия кубитов и может быть достаточно короткой. Однако, такой подход имеет ряд недостатков. Система подвержена влиянию дефазировки кубитов при их частотной отстройке от рабочих точек-экстремумов, что может быть нивелировано подачей двух потоковых импульсов на кубит разной полярности относительно нуля [19]. Такие системы имеют высокое остаточное ZZ-взаимодействие [20] в рабочих точках кубитов. В процессе выполнения гейта возможно совпадение частот с паразитными двухуровневыми системами [21], вызывающими снижение времени релаксации кубитов, а также флюктуации частот кубитов и времен релаксации. Вместо перестройки частоты кубита в широком диапазоне в таких схемах может применяться параметрически модулированный сигнал [22]. Однако, для параметрических гейтов эффективная константа взаимодействия достаточно мала, поэтому длительности гейтов увеличиваются. Кроме того, смещение кубита от его рабочей точки приводит к дополнительной дефазировке, величина которой может быть уменьшена посредством подачи модулированного сигнала вблизи рабочей точки [23].

Альтернативным подходом к выполнению двухкубитного гейта является использование перестраиваемого по частоте соединительного элемента, как для параметрически модулированного гейта [24,25], так и для резонансного [26,27]. Операция CPHASE может быть реализована с помощью адиабатического потокового импульса, что увеличивает длительность гейта при том же взаимодействии, но позволяет избежать необходимости точного совпадения частот кубитов [28–32]. Кроме того, можно отстраивать одновременно как частоты куби-

тов, так и элемент связи. Снижение дефазировки в данном случае возможно при использовании переменного сигнала для изменения эффективной частоты кубитов и достижения оптимальной длительности гейта [33]. Для перестраиваемых элементов связи при этом важно устранять перекрестные наводки. Это можно реализовать за счёт деструктивной интерференции между двумя различными вкладами в двухкубитное взаимодействие [34, 35]. При этом остаточное взаимодействие сильно зависит от соотношения между частотами кубитов и соединительного элемента.

Цель работы

Целью диссертационной работы является проектирование, экспериментальное и теоретические исследование 8-кубитного процессора на трансмонах с перестраиваемым взаимодействием.

В процессе исследований были сформулированы и решались следующие **задачи**:

1. Спроектировать сверхпроводниковый кубит-трансмон с узким диапазоном перестройки частоты и уменьшенными диэлектрическими потерями.
2. Сравнить диэлектрические потери для кубита-трансмона с шунтирующей емкостью круглой и крестообразной формы.
3. Теоретически исследовать двухкубитную систему с перестраиваемым трехмодовым элементом связи на основе кубитов-трансмонов.
4. Спроектировать микросхему сверхпроводникового 8-кубитного процессора с перестраиваемыми элементами связи и индивидуальными микроволновыми копланарными резонаторами.
5. Реализовать двухкубитный гейт CZ на паре кубитов 8-кубитного процессора и оценить достоверность операции методом перекрестно-энтропийного тестирования.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Трехконтактный кубит-трансмон с круглой шунтирующей емкостью снижает диэлектрические потери на границе металл—подложка и в объеме кремниевой подложки в 2.7 и 2.6 раза соответственно по сравнению с X-моном. Повышенная устойчивость такого трансмона к потоковому шуму обеспечивается за счет уменьшения диапазона перестройки частоты кубита в более чем 3 раза до 300 МГц по сравнению со стандартным двухконтактным трансмоном.
2. Перестраиваемый трехмодовый элемент связи между двумя трансмонами обеспечивает диапазон ZZ-взаимодействия от десятков кГц до 60 МГц и не требует высокой асимметрии джозефсоновских контактов в СКВИДе.
3. Универсальный 8-кубитный квантовый процессор на основе узкоперестраиваемых трансмонов в виде двумерного массива с управляемым взаимодействием через трехмодовый элемент связи позволяет выполнять двухкубитные CZ-операции с точностью до 98.9%.

Научная новизна исследований

1. Впервые рассчитан и продемонстрирован трехконтактный кубит-трансмон с круглой формой шунтирующей емкости.
2. Впервые разработан и экспериментально продемонстрирован перестраиваемый трехмодовый элемент связи между двумя кубитами-трансмонами.
3. Впервые разработан и экспериментально продемонстрирован восьмикубитный квантовый процессор с перестраиваемыми трехмодовыми элементами связи между кубитами-трансмонами.

Практическая значимость работы

В настоящее время квантовые вычисления на сверхпроводниках выполняются на многокубитных схемах, состоящих из связанных друг с другом трансмонов. Для достижения высокой достоверности двухкубитных гейтов продол-

жаются поиски оптимальных подходов в реализации таких систем. В рамках диссертационной работы была предложена оптимизированная топология трансмона с тремя джозефсоновскими переходами. Показано, что трёхконтактный трансмон позволяет получить более узкий диапазон перестройки частоты по сравнению с двухконтактным трансмоном при сопоставимых размерах джозефсоновских контактов в составе структуры, что снижает чувствительность к потоковому шуму. Электромагнитное моделирование распределения электрического поля на технологических поверхностях показало, что круглая форма шунтирующей ёмкости уменьшает диэлектрические потери на интерфейсах по сравнению с распространённой крестообразной формой. Разработан трёхмодовый соединительный элемент с пониженной чувствительностью к разбросам критического тока, позволяющий управлять величиной ZZ-взаимодействия в широком диапазоне для выполнения высокоточной операции CZ. Экспериментально продемонстрирована работа восьмикубитной схемы, на которой реализована двухкубитная операция с высокой достоверностью. Полученные результаты подтверждают возможность создания универсального сверхпроводникового квантового процессора на основе трансмонов с трёхмодовым элементом связи.

Личный вклад автора

Основные результаты, изложенные в данной диссертации, получены лично диссертантом или при его непосредственном участии. Автор самостоятельно выполнял теоретические и электродинамические расчеты, необходимые для проектирования кубита-трансмона и двухкубитной системы с перестраиваемым трехмодовым соединительным элементом. Автор выполнил моделирование, описывающее динамику системы при реализации двухкубитного гейта [36, 37]. Автор принимал активное участие в проектировании и измерении сверхпроводникового 8-кубитного процессора, интерпретации полученных результатов и подготовке публикаций [38, 39]. Автор внес вклад в работу [40], так как описанный в публикации эксперимент был выполнен на 8-кубитном процессоре.

Апробация работы

Результаты, описываемые в диссертационной работе, докладывались на следующих российских и международных конференциях:

- E. Egorova, I. Tsitsilin, A. Kazmina, I. Besedin, A. Bolgar, A.V. Ustinov, 4-qubit chip with tunable coupling // The 6th International Conference on Quantum Technologies ICQT-2021 (Москва, 2021).
- Е.Ю. Егорова, И.А. Цицилин, А.С. Казьмина, И.С. Беседин, А.Н. Болгар, Д.А. Калачева, А.В. Устинов, 4-qubit chip with tunable coupling // 64-ая Всероссийская научная конференция МФТИ (Долгопрудный, 2021) (устный доклад).
- Е.Ю. Егорова, А.С. Казьмина, И.С. Беседин, Д.А. Калачева, 4-кубитный чип на трансмонах с перестраиваемой силой связи // Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2022» (Москва, 2022) (устный доклад).
- E.Yu. Egorova, A.S. Kazmina, I.A. Simakov, I.S. Besedin, 8-qubit chip for high fidelity two-qubit gates on transmons with tunable coupling // II International Youth Scientific School «SQH-2022» (Казань, 2022).
- Е.Ю. Егорова, Сверхпроводниковый квантовый процессор (8 кубитов) // IV annual outdoor conference on quantum computing (Эстосадок, Россия, 17-24 февраля 2023) (устный доклад).
- E. Egorova, A. Kazmina, I. Simakov, I. Moskalenko, N. Abramov, D. Kalacheva, V. Lubsanov, A. Bolgar and I. Besedin, 8-transmon chip with tunable coupling // VII International Conference on Quantum Technologies ICQT-2023 (Москва, 2023).
- E. Egorova, A. Kazmina, I. Simakov, I. Moskalenko, N. Abramov, D. Kalacheva, V. Lubsanov, A. Bolgar and I. Besedin, 8-transmon chip with tunable coupling // III International Youth Scientific School «SQH-2023» (Санкт-Петербург, 2023).

- E. Egorova, A. Kazmina, I. Simakov, I. Moskalenko, N. Abramov, D. Kalacheva, V. Lubsanov, A. Bolgar and I. Besedin, 8-transmon chip with tunable coupling // «Сверхпроводимость в наноструктурах-2023» (Сколково, 2023).
- E. Egorova, High-performance superconducting two-qubit gate using a three-mode tunable coupler // 1-st Russian-Sino Workshop on Quantum Science and Technology (Сколково, 2024) (устный доклад)

Публикации

Основные теоретические и практические результаты диссертации опубликованы в **3** статьях в научных журналах, входящих в перечень ВАК РФ, а также базы Scopus и Web of Science. Получено авторское свидетельство Федерального института промышленной собственности (ФИПС) на топологию интегральной микросхемы «Топология интегральной микросхемы сверхпроводникового квантового процессора из 8 кубитов-трансмонов в планарной архитектуре» (номер свидетельства: 2023630240).

1 Теоретические сведения и обзор литературы

В данной главе дано краткое описание базовых понятий, необходимых для исследования сверхпроводниковых квантовых процессоров.

1.1 Мировые тенденции

Сверхпроводниковые квантовые вычисления реализуются на многокубитных схемах, где кубиты соединяются либо напрямую — через емкостную или индуктивную связь, либо через промежуточный элемент, перестраиваемый или фиксированный по частоте [51, 67]. В качестве кубитов используются как трансисторы различных модификаций, так и другие типы сверхпроводниковых кубитов, что приводит к большому разнообразию схем. Несмотря на достигнутую в ряде экспериментов высокую точность двухкубитных операций, при масштабировании возрастает сложность управления системой, а также повышаются требования к стабильности параметров элементов и воспроизводимости технологии изготовления [4, 42].

Текущий уровень ошибок двухкубитных операций остаётся существенным ограничением для практического применения квантовых процессоров [11]. Для полноценного выполнения квантовых алгоритмов, предполагающих превосходящую мощность по отношению к классическим компьютерам, предстоит пройти долгий и тернистый путь из множества ступеней, описанных в работе [41]. После создания физического процессора с большим количеством кубитов необходимо научиться выявлять и исправлять квантовые ошибки с помощью кодов коррекции и продолжать наращивать число физических кубитов, так как конечная цель — это процессор с логическими кубитами. На сегодняшний день был продемонстрирован один логический кубит на 105 физических кубитах, превосходящий по времени жизни лучший физический кубит, на котором он закодирован [42]. Количество физических кубитов в одном логическом в дан-

ной работе и сам факт, что результаты получены в корпорации Google, наглядно демонстрируют уверенный прогресс и масштабность деятельности в этом направлении.

1.2 Сверхпроводниковый кубит

Физический мир многообразен, поэтому для создания базовых элементов бинарной логики (битов) можно выбрать систему, в которой есть два различимых устойчивых состояния с возможностью управления и измерения. Для квантовых битов это могут быть неэквидистантные уровни энергий [43] в атомах, ионах, полупроводниковых квантовых точках, сверхпроводниковых кубитах и др. Методы управления в таких системах отличаются, но одно остается постоянным – это подчинение законам квантовой механики. О кубите как о квантовомеханической системе, а также о многих других вещах, касающихся квантовых вычислений, можно подробно прочитать в книге [44] или в ее переведенной на русский язык версии [45].

Как уже было сказано, кубит – это квантовая двухуровневая система. Если она изолирована от окружения, то такая система описывается волновой функцией в базисе двух состояний

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (1.2.1)$$

с нормировкой $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Это также означает, что вероятность измерения системы в основном состоянии равна α^2 , а в первом возбужденном состоянии – β^2 .

Благодаря нормировке коэффициенты перед базисными векторами можно переписать таким образом, что

$$|\psi\rangle = e^{i\gamma} \left(\cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\phi} \sin\frac{\theta}{2}|1\rangle \right). \quad (1.2.2)$$

Так как общая фаза системы γ не имеет значения с точки зрения измерения, то приведенная выше запись описывает вектор на сфере с единичным радиусом в сферической системе координат. Угол ϕ – это азимутальный угол между проекцией вектора на плоскость XY и осью X. Угол θ – зенитный угол между

вектором и осью Z. Такое описание называется сферой Блоха (рис. 1.1), причем базисные состояния расположены на противоположных полюсах оси Z. Исторически сложилось так, что вектор основного состояния расположен на верхнем полюсе, а возбужденного – на нижнем.

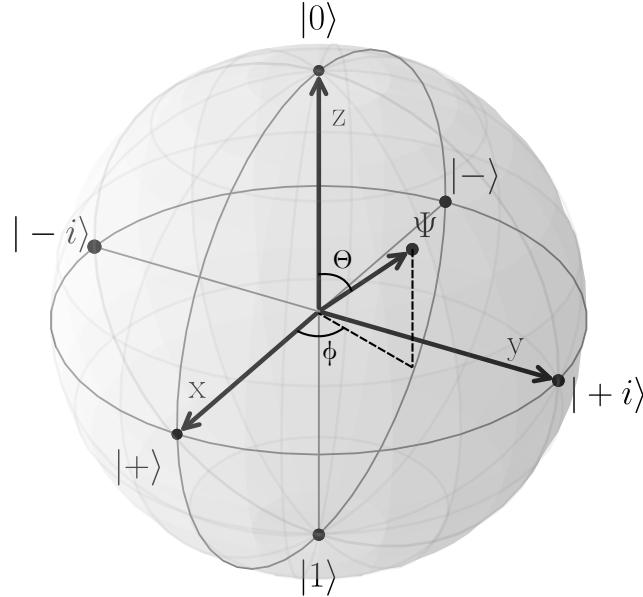


Рис. 1.1: Сфера Блоха, построенная при помощи библиотеки QuTiP.

Эволюция замкнутой системы описывается унитарным оператором, связывающим волновую функцию в два момента времени:

$$|\psi\rangle_{t_2} = U|\psi\rangle_{t_1}, \quad (1.2.3)$$

причем необязательно $t_2 > t_1$, так как оператор эволюции унитарен, а значит, обратим.

Любой однокубитный унитарный оператор можно представить в базисе матриц Паули, которые вместе с единичной матрицей составляют базис в пространстве эрмитовых матриц 2×2 :

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

причем собственные вектора этих матриц соединяют центр сферы и один из полюсов соответствующей оси.

Если известен вид гамильтониана системы, то можно найти зависимость

волновой функции от времени из уравнения Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H}|\psi\rangle. \quad (1.2.4)$$

Решением уравнения Шредингера для волновой функции в общем виде является выражение:

$$\psi(t) = \psi_{t_0} e^{-iH(t-t_0)/\hbar}. \quad (1.2.5)$$

Например, гамильтониан кубита, взаимодействующего с электрическим полем, можно записать в виде:

$$\hat{H} = \frac{\hbar\omega_{01}}{2}\hat{\sigma}_z + \hbar f\hat{\sigma}_x \cos(\omega t + \varphi)\psi, \quad (1.2.6)$$

где ω_{01} – частота перехода между состояниями, f – амплитуда поля. Подставляя данный гамильтониан в выражение для временной зависимости волновой функции, можно получить зависимости для амплитуд вероятностей двух базисных состояний кубита, описывающие осцилляции Раби [46].

Если система составная, то есть имеет n кубитов, то ее волновая функция записывается через тензорное произведение векторов состояний отдельных подсистем:

$$\psi = \psi_1 \otimes \psi_2 \otimes \cdots \otimes \psi_n. \quad (1.2.7)$$

Запись волновой функции многокубитной системы в таком виде называется факторизованным состоянием, и она не всегда возможна. Например, в случае запутанного состояния.

Все вышесказанное относилось к случаю чистого состояния. Но существуют также смешанные состояния, которым соответствует набор из возможных чистых состояний системы. В таком случае описание волновой функцией уже не применимо, а используется понятие матрицы плотности:

$$\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i| \quad (1.2.8)$$

с вероятностью p_i для i -го чистого состояния. Заметим, что матрица плотности для чистого состояния $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$.

У оператора плотности есть ряд свойств, аналогичных нормировке волновой

функции. Во-первых, это неотрицательно определенный оператор, так как он описывает распределение вероятностей возможных наборов состояний системы. Во-вторых, его след равен 1:

$$\mathrm{Tr}(\rho) = \sum_i p_i \mathrm{Tr}(|\psi_i\rangle\langle\psi_i|) = 1. \quad (1.2.9)$$

Наконец, $\rho^2 \leq 1$, причем если состояние системы чистое, то выполняется равенство.

Аналогично описанию эволюции чистого состояния в терминах волновой функции, эволюция матрицы плотности связана с унитарным преобразованием U следующим образом:

$$\rho \xrightarrow{U} U\rho U^\dagger. \quad (1.2.10)$$

Причем матрицу плотности также можно представить через матрицы Паули и вектор \vec{r} :

$$\rho = \frac{I + \vec{r} \cdot \vec{\sigma}}{2} \quad (1.2.11)$$

Временная динамика матрицы плотности без каналов шума описывается уравнением Луивилля-фон Неймана:

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}]. \quad (1.2.12)$$

Также это уравнение описывает динамику замкнутой системы, даже если в ней есть окружение и взаимодействие с ним. Однако, в таком уравнении размерность вычисляемых матриц выше по сравнению с описанием через вектора состояния.

В случае наличия диссипации из системы в окружающее пространство, используется уравнение Линдблада (также называемое мастер-уравнением), напоминающее уравнение Луивилля, но с добавлением операторов Линдблада L_α и констант затухания γ_α , описывающих каналы связи с окружающей средой:

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}] + \sum_\alpha \gamma_\alpha \left(L_\alpha \hat{\rho} L_\alpha^\dagger - \frac{1}{2} \{ L_\alpha^\dagger L_\alpha, \hat{\rho} \} \right), \quad (1.2.13)$$

где фигурными скобками обозначен антисимметрический оператор.

Аналогично уравнениям Блоха для ядерной намагниченности, у кубитов

есть два времени, характеризующих происходящее с состоянием – это релаксация и дефазировка. Релаксация – это продольное оси Z затухание состояния кубита, вызванное потерей энергии вовне. Дефазировка включает в себя релаксацию и чистую дефазировку согласно соотношению:

$$\gamma_2 = \frac{\gamma_1}{2} + \gamma_\phi, \quad (1.2.14)$$

где γ_2 , γ_1 , γ_ϕ – скорости дефазировки, релаксации и чистой дефазировки соответственно. Чистая дефазировка – это поперечная релаксация, вызванная потерей когерентности из-за фазовых шумов.

Природа шумов крайне разнообразна (рис. 1.2) [47], так как в случае сверхпроводниковых кубитов, являющимисяnanoструктурами в планарной архитектуре, помимо электрических и магнитных наводок извне, существуют также паразитные взаимодействия с двухуровневыми системами (Two-Level Systems), находящимися в чипе. Это явление является отдельной темой исследования [48], но в случае создания квантового процессора на сверхпроводниках необходимо улучшать технологию изготовления структур с контролем чистоты пленок и проектировать систему таким образом, чтобы минимизировать взаимодействия с TLS, о чем будет рассказано в следующей главе диссертации.

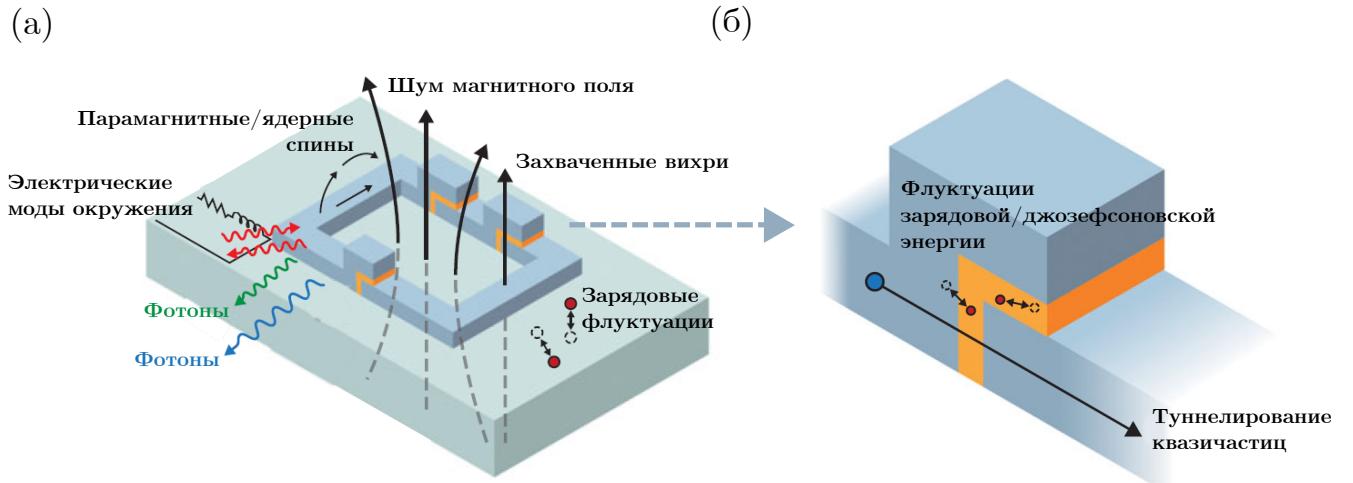


Рис. 1.2: (а) Механизмы декогеренции сверхпроводниковых кубитов. (б) Увеличенное изображение джозефсоновского перехода. Рисунок адаптирован из [47].

Возвращаясь к физическому описанию релаксации и дефазировки, можно обратиться к ряду русскоязычных диссертаций и дипломов, рассматривающих уравнение Линдблада с каждым каналом и соответствующими операторами

[49, 50].

Однако, помимо уравнения Линдблада, существуют другие подходы, описывающие каналы затухания в квантовой системе. Например, квантовые преобразования [45], суть которых заключается в некотором воздействии на матрицу плотности:

$$\rho' = \mathcal{E}(\rho), \quad (1.2.15)$$

представимом через операторную сумму:

$$\mathcal{E}(\rho) = \sum_k E_k \rho E_k^\dagger. \quad (1.2.16)$$

Здесь E_k – это операторы, называемые операторами Крауса, описывающие k -й канал шума. Данные операторы удовлетворяют соотношению полноты при условии сохранения следа квантового преобразования:

$$\sum_k E_k^\dagger E_k = I. \quad (1.2.17)$$

При помощи операторов Крауса можно описать шумы разного вида. Например, деполяризующий канал, который с некоторой вероятностью из чистого состояния делает смешанное. Также рассматриваются затухание амплитуды, описывающее релаксацию, и затухание фазы, соответствующее чистой дефазировке.

Если система составная, то ее матрица плотности записывается через тензорное произведение матриц плотности подсистем. В случае, если необходимо исследовать одну из подсистем, берется частичный след по всем подсистемам, кроме целевой. Например, для составной системы из подсистем A и B :

$$\rho_A = \text{Tr}_B(\rho_{AB}). \quad (1.2.18)$$

В настоящее время существует множество разновидностей реализации кубитов на разных физических платформах. В том числе и для сверхпроводников, где в зависимости от количества и типа соединения джозефсоновских контактов существуют системы с потенциалами различной формы. Подробнее об этом можно почитать в обзорах [51] и предшествующих диссертациях научной группы [49, 52]. Существует также полезный обзор, где наглядно изображена эво-

люция времен релаксации и когерентности разных типов сверхпроводниковых кубитов [53].

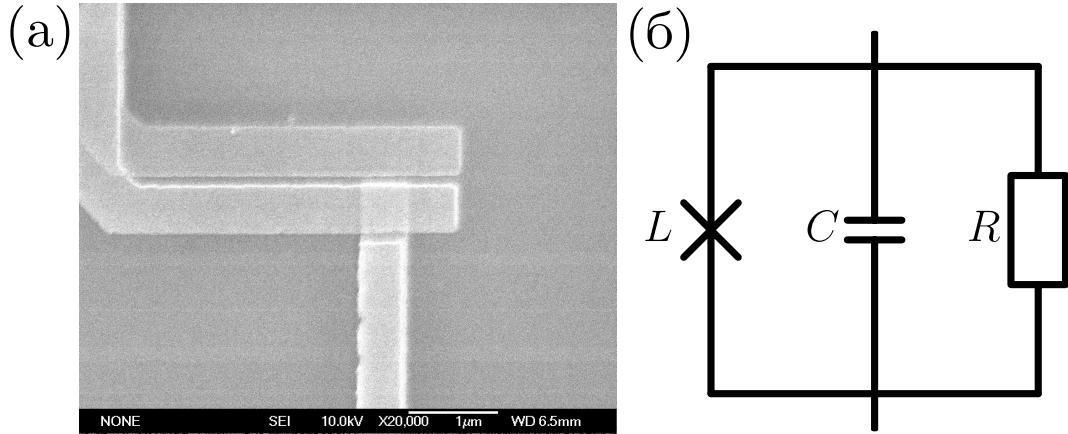


Рис. 1.3: (а) Снимок джозефсоновского контакта в сканирующем электронном микроскопе (СЭМ), вид сверху. (б) LCR-модель джозефсоновского перехода.

Тем не менее, ключевым элементом любого сверхпроводникового кубита является джозефсоновский контакт [54], где слабая связь реализована в виде тонкой пленки оксида между двумя слоями металла (рис. 1.2(б), рис. 1.3). При достижении низких температур металл переходит в сверхпроводящее состояние, и в такой структуре начинает работать стационарный эффект Джозефсона [54]:

$$I = I_c \sin \varphi, \quad (1.2.19)$$

описывающий протекание тока через слабую связь, зависящего от разности фаз между слоями сверхпроводника и от критического тока контакта I_c . Критический ток – это предельная величина, при превышении которой контакт переходит в нормальное состояние. Эта величина описывается формулой Амбераокара-Баратова [55]:

$$I_c = \frac{\pi \Delta(T)}{2eR_n}, \quad (1.2.20)$$

связывающая критический ток, ширину щели сверхпроводника Δ и нормальное сопротивление R_n при некоторой температуре. Зная ширину щели и измеряя сопротивление, можно определить примерную величину критического тока контакта и сравнить с проектным значением. Такие измерения весьма полезны на этапе до основных измерений, так как по порядку величины сопротивления можно определить, получился ли контакт, а при достаточно набранной статистике можно определить ожидаемое значение критического тока и вычислить частотные характеристики кубита.

Ключевым свойством джозефсоновского контакта является зависимость его энергии от фазы, которая и объясняет, почему он необходим при создании кубита:

$$E_J(\varphi) = \int I_J V_J dt = \int_0^\varphi I_c \sin \phi \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial t} dt = \frac{\hbar I_c}{2e} (1 - \cos \varphi). \quad (1.2.21)$$

Отсюда видно, что энергия не квадратична по фазе, и, соответственно, такая система является нелинейной, что делает ее энергетические уровни неэквидистантными. Следует отметить, что далее в следующих главах диссертации под джозефсоновской энергией будет пониматься постоянный множитель $E_J = \frac{\hbar I_c}{2e}$.

Индуктивность джозефсоновского контакта определяется как обратная производная критического тока по магнитному потоку [7]:

$$L_J(\Phi) = \left(\frac{\partial I}{\partial \Phi} \right)^{-1} = \frac{2e}{\hbar I_c \cos \varphi} \quad (1.2.22)$$

С точки зрения электрических цепей, джозефсоновский контакт представим через LCR-модель, то есть в виде параллельного соединения индуктивности, емкости и нормального сопротивления. В криогенных условиях сопротивлением пренебрегают, и остается LC-контур с нелинейной индуктивностью. Наличие емкости обусловлено тем, что в разрезе джозефсоновский контакт является плоскопараллельным конденсатором с оксидом в роли диэлектрика между металлическими пластинами.

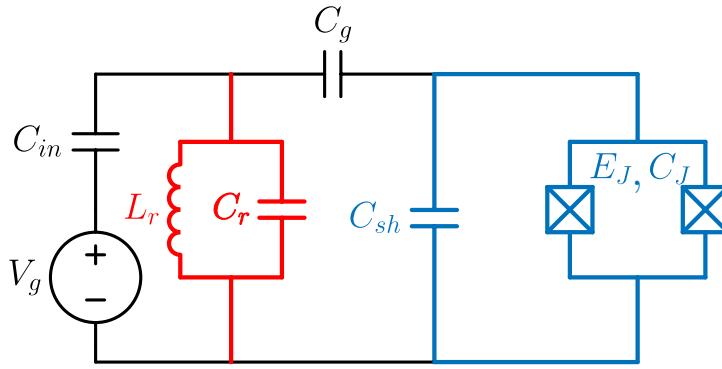
Как было упомянуто ранее, в настоящее время кубит-трансмон [6] (transmission-line shunted plasma oscillation qubit) используется в многокубитных системах чаще всего. Его преимуществами являются простота в изготовлении и физическом описании. Гамильтониан трансмона (синий участок электрической схемы на рис. 1.4(а)) состоит из зарядовой и джозефсоновской энергий:

$$\hat{H} = E_C(\hat{n} - n_g)^2 + E_J(1 - \cos \hat{\varphi}) \quad (1.2.23)$$

где $n_g = -\frac{C_g V_g}{2e}$ – число куперовских пар, наведенных через емкость C_g с приложенным напряжением V_g .

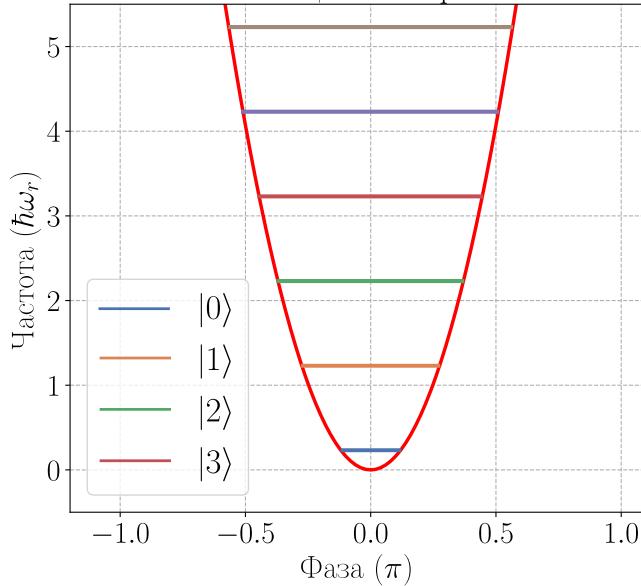
Вообще говоря, уровни энергий трансмона зависят от n_g . Но благодаря шунтирующей емкости (C_{sh}), которая увеличивает отношение джозефсоновской

(a)



(б)

Осциллятор



(в)

Трансмон

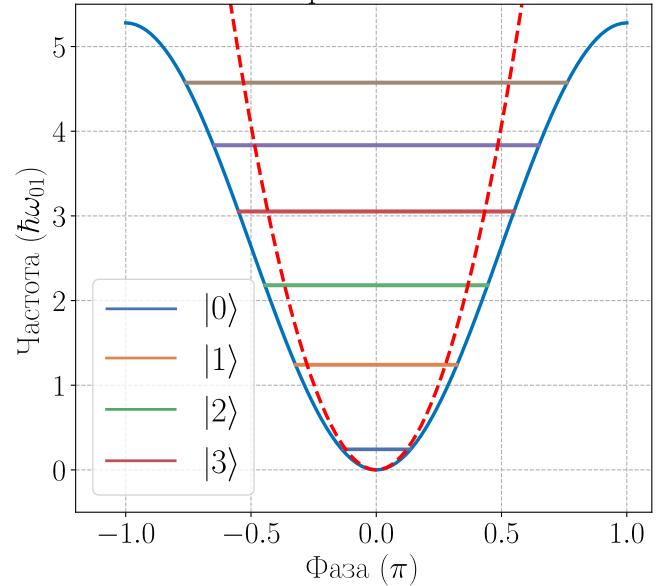


Рис. 1.4: (а) Электрическая схема гармонического осциллятора (красный) и трансмона (синий), связанных друг с другом и со считывающей линией. Схема адаптирована из [6] и нарисована при помощи библиотеки Schemdraw Python. (б)–(в) Сопоставление потенциалов и спектров гармонического осциллятора (б) и трансмона (в). Потенциалы обозначены красным и синим цветом соответственно. Концепция рисунка адаптирована из [51].

энергии к зарядовой, у трансмона, в отличие от зарядового кубита [56], эта зависимость подавлена. Уровни энергии трансмона с номером m описываются выражением:

$$E_m \simeq -E_J + \sqrt{8E_C E_J} \left(m + \frac{1}{2}\right) - \frac{E_C}{12} (6m^2 + 6m + 3), \quad (1.2.24)$$

с энергией основного перехода

$$E_{01} = \sqrt{8E_C E_J} - E_C. \quad (1.2.25)$$

Уровни энергии трансмона напоминают уровни энергии осциллятора, но с некоторой нелинейной поправкой. Так как в трансмоне потенциальная энергия не

квадратичная, то уровни энергии не эквидистантны, но нелинейность слаба относительно частот переходов. На рис. 1.4(б)–(в) показаны потенциалы и уровни энергий гармонического осциллятора и трансмона соответственно, вычисленные при помощи библиотеки `Scqubits Python` [57]. Можно заметить, что уровни энергий трансмона относительно осциллятора постепенно отклоняются в меньшую сторону по частоте.

Существует множество модификаций кубитов-трансмонов со своими особенностями. Во-первых, это трансмоны с одиночным джозефсоновским контактом. Частоту его переходов нельзя изменить, что ограничивает возможности эксперимента, но делает такой кубит невосприимчивым к потоковым шумам. Во-вторых, это двухконтактный перестраиваемый трансмон, у которого два джозефсоновских контакта образуют СКВИД (сверхпроводящий квантовый интерферометр), в котором меняется магнитный поток, и, как следствие, джозефсоновская энергия системы. Однако, диапазон перестройки таких трансмонов широкий, в чем чаще всего нет необходимости. К тому же, весь этот частотный диапазон не пригоден для квантовых вычислений вследствие зависимости когерентности кубита от точки внешнего магнитного потока и частотного расстояния дочитывающего резонатора, влияющего на скорость релаксации [58]. Поэтому предлагаются всевозможные модификации трансмона, например, с тремя джозефсоновскими контактами [59], позволяющими сузить диапазон перестройки, тем самым сделав его менее чувствительным к шумам.

1.3 Считываение кубита

Методы измерения кубитов за четверть века претерпели существенные изменения. Первый зарядовый кубит [56] внешне похож на электронный транзистор с тремя ножками, через которые подводили ток к ящику куперовских пар на один электрод и измеряли его после взаимодействия с кубитом на другом электроде. Первый потоковый кубит [60], состоящий из трех джозефсовских контактов без шунтирующей емкости, был опоясан СКВИДом, позволяющим измерять поведение тока в системе. Помимо этого, кубиты измерялись в трехмерной архитектуре, посредством помещения чипа с кубитом в трехмерный волновод [61]. Затем группы начали использовать копланарные волноводы цепной или половинчатой длины волны, емкостно связанные с кубитом посередине

и по краям с портами для считывания [8, 62]. Копланарным резонатором называется двумерная структура, представляющая из себя полоску металла, отделенную диэлектрической щелью от металлической земли, причем земля лежит в той же плоскости, что и центральный проводник. Существуют также работы по считыванию нескольких кубитов одним резонатором [63, 64], однако такое считывание требует различия большего количества кубитных состояний, что чревато потерей точности считывания, и не позволяет считывать кубиты независимо друг от друга.

В настоящее время общепринятым способом считывания является использование четвертьволнового копланарного индивидуального резонатора, емкостно связанного с кубитом и с непрерывной считающей линией [65]. Этот способ отличается от упомянутого ранее тем, что к такой считающей линии можно подвести несколько считающих резонаторов, которые не мешают считыванию друг друга.

С точки зрения радиоэлектроники копланарный резонатор является передающей линией конечной длины, описываемой телеграфными уравнениями в модели распределенных элементов. Так как длина линии конечная, то образуются стоячие волны с характеристиками, зависящими от граничных условий передающей линии. Если условия симметричные, то линия называется полуволновой, а если несимметричные – то четвертьволновой (рис. 1.5) [66, 67]. Выражения для частот мод $\lambda/2$ и $\lambda/4$ линий выражаются через длину линии как

$$\begin{aligned} f_{\lambda/2} &= \frac{nv}{2l}, \\ f_{\lambda/4} &= \frac{(2n-1)v}{4l}, \end{aligned} \tag{1.3.1}$$

где n – номер моды, l – длина линии. $v = c/\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}$ – это скорость света в линии, определенная через эффективную диэлектрическую проницаемость линии, или через погонные емкость и индуктивность копланара $v = 1/\sqrt{L'C'}$. Индуктивность L' и емкость C' единицы длины копланарной линии аналитически определяются из эллиптических интегралов для сечения копланара с известными ширинами центральной металлической жилы и зазорами диэлектрика по бокам от центральной жилы [66], или могут быть вычислены численно при помощи конформных отображений [49, 68].

Из уравнений для частот можно увидеть, что на $\lambda/2$ линии укладываются

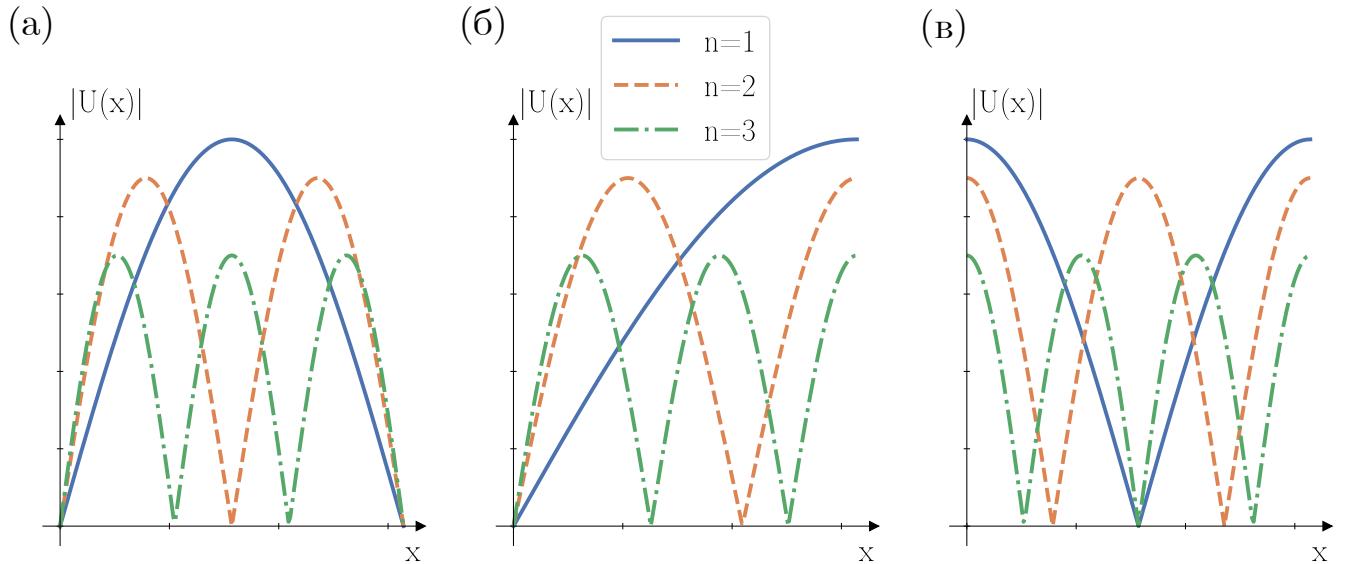


Рис. 1.5: Распределение поля в длинной линии с разными граничными условиями: (а) закороченная на концах, (б) замкнутая на одном конце, (в) разомкнутом на двух концах. Порядковый номер n соответствует возрастанию частоты колебаний. Рисунок адаптирован из [69].

стоячие волны, кратные половине длины волны, а на $\lambda/4$ – кратные четверти длины волны. При одинаковой частоте моды $\lambda/4$ линия короче, а значит, компактнее. Различают два вида граничных условий – когда линия закорочена на землю, и когда изолирована диэлектриком некоторой ширины. В первом случае на конце такой линии напряжение равно нулю, а ток максимальен, во втором – напряжение максимально, а ток равен нулю. В зависимости от этого можно по-разному связывать кубит и резонатор [67]. Если связь емкостная, то необходимо помещать кубит в точку, где напряжение линии максимально. Если связь индуктивная, то в точку, где максимальен ток.

При дальнейшем рассмотрении системы копланарного резонатора с кубитом делается упрощение, согласно которому учитывается только нижняя мода. Это значит, что резонатор рассматривается в модели сосредоточенных элементов в виде LCR-контура. Это облегчает дальнейшие классические и квантовые вычисления и оправдывается тем, что моды резонатора большего порядка по частоте находятся далеко от частот кубита. Соответственно, параметры чет-

вертьволнового резонатора [70]:

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{2L'l}{\pi^2}, \\ C &= \frac{\pi}{4\omega Z_0} = \frac{C'l}{2}, \\ R &= \frac{Z_0}{\alpha l}, \end{aligned} \quad (1.3.2)$$

где $Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$ – характеристический импеданс, $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – циклическая частота, α – константа аттенюации [70], связанная с потерями при распространении волны в передающей линии.

Важной характеристикой резонатора является его добротность. В силу наличия резистивных потерь внутри самого резонатора, на практике возникающих из-за наличия паразитных двухуровневых систем [67], его собственная, или внутренняя, добротность конечна. Также существует внешняя добротность, описывающая связь резонатора с окружением, как правило со считывающей линией. Общая добротность, называемая нагруженной, описывается выражением [66]:

$$\frac{1}{Q_l} = \frac{1}{Q_{\text{int}}} + \frac{1}{Q_{\text{ext}}}. \quad (1.3.3)$$

Характеристики резонатора извлекаются из зависимости прохождения волны через него. Имеется в виду, что резонатор, связанный со считывающей линией, представляет собой четырехполюсник и к нему применим подход ABCD-матрицы. Сигнал, вошедший в резонатор, а затем вышедший из него, сравнивается, и исследуется зависимость S-параметра, который представляет собой отношение входящего и выходящего напряжения. Зависимость S-параметра от частоты для резонатора можно описать выражением [71]:

$$S_{21}(f) = ae^{i\alpha} e^{-2\pi if\tau} \left(1 - \frac{(Q_l/|Q_{\text{ext}}|)e^{i\phi}}{1 + 2iQ_l(f/f_r - 1)} \right), \quad (1.3.4)$$

где a – общее затухание (усиление) в линиях передачи, α – фазовый сдвиг в линиях передачи, τ – задержка сигнала вследствие наличия длины кабеля и конечности скорости света, f_r – резонансная частота, ϕ – параметр рассогласования импедансов.

В упомянутой работе [71] описан алгоритм определения всех величин из

S-параметра. Зная нагруженную добротность, можно аппроксимировать фазу сигнала зависимостью

$$\Theta(f) = \Theta_0 + 2 \arctan \left(2Q_l \left[1 - \frac{f}{f_r} \right] \right), \quad (1.3.5)$$

где Θ_0 – общий фазовый сдвиг, и определить резонансную частоту.

Система резонатор-кубит с точки зрения квантовой оптики описывается гамильтонианом Джейнса-Каммингса

$$H_{JC} = \hbar\omega_r a^\dagger a + \frac{\hbar\omega_q}{2} \sigma_z + \hbar g (\sigma_- a^\dagger + \sigma_+ a), \quad (1.3.6)$$

где $\sigma_{\pm} = \frac{\sigma_x \mp i\sigma_y}{2}$ – аналоги операторов рождения и уничтожения для кубита. Это можно проверить, подействовав оператором σ_+ на основное состояние кубита $|0\rangle$:

$$\sigma_+ |0\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |1\rangle. \quad (1.3.7)$$

В ур. 1.3.6 g – это сила взаимодействия кубита с резонатором. Для нее существует несколько видов записи, получаемых из квантовой электродинамики цепей [49, 52, 72, 73]. Например, если упрощенно считать, что взаимодействуют два осциллятора, в таком случае сила связи определяется выражением:

$$g = \frac{C_{qr}}{2\sqrt{C_q C_r}} \sqrt{\omega_q \omega_r}, \quad (1.3.8)$$

в котором C_{qr} – взаимная емкость кубита и резонатора, C_q – емкость кубита, C_r – емкость резонатора.

В модели Джейнса-Каммингса принят ряд упрощений. Во-первых, рассматривается только одна мода резонатора. Во-вторых, во взаимодействии учитываются только слагаемые, соответствующие сохранению числа возбуждений в системе, что называется также приближением вращающейся волны. Также здесь учитывается только два уровня кубита.

Собственные энергии гамильтониана Джейнса-Каммингса могут быть най-

дены аналитически [7]:

$$\begin{aligned} E_{g,0}/\hbar &= \frac{\omega_r - \omega_{ge}}{2}, \\ E_{\pm,n}/\hbar &= (n + 1)\omega_r \pm \frac{1}{2}\sqrt{4g^2(n + 1) + (\omega_{ge} - \omega_r)^2}, \end{aligned} \quad (1.3.9)$$

где n – число фотонов в резонаторе, а символ \pm означает, что существует два варианта: если $\omega_r < \omega_{ge}$, то берется знак « $-$ », и наоборот. В случае двухконтактного трансмона частота кубита является функцией магнитного потока:

$$\omega_{ge}(\Phi) = \omega_{ge}^{\max} \left[\cos^2 \left(\frac{\pi\Phi}{\Phi_0} \right) + d^2 \sin^2 \left(\frac{\pi\Phi}{\Phi_0} \right) \right]^{1/4}. \quad (1.3.10)$$

Частота перехода такой системы при $n = 0$ равна

$$(E_{\pm,0} - E_{g,0})/\hbar = \frac{\omega_r + \omega_{ge}}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{4g^2 + (\omega_r - \omega_{ge})^2}. \quad (1.3.11)$$

Отсюда следует, что изменяя магнитный поток в СКВИДе кубита, можно измерить частоту перехода такой системы. Она будет близка к частоте резонатора, но, при наличии связи с кубитом, появится зависимость от магнитного потока. Из данной зависимости, имея достаточно точную модель, можно определить параметры системы кубит-резонатор [74]. Однако, для получения информации о состоянии кубита необходимо более сложное измерение, называемое дисперсионным считыванием [51, 67, 75]. Оно реализуется при условии:

$$g/|\Delta| \ll 1; g/|\Delta + \eta| \ll 1, \quad (1.3.12)$$

где $\Delta = \omega_{01} - \omega_r$ – отстройка между частотой перехода кубита и резонатором, а $\eta = E_{12} - E_{01}$ – ангармонизм. Гамильтониан системы резонатор-кубит в дисперсионном режиме можно записать следующим образом [6]:

$$\hat{H} = \frac{\hbar\omega'_{01}}{2}\hat{\sigma}_z + (\hbar\omega'_r + \hbar\chi\hat{\sigma}_z)\hat{a}^\dagger\hat{a}. \quad (1.3.13)$$

Здесь $\omega'_r = \omega_r - \chi_{12}/2$ – эффективная частота резонатора, $\omega'_{01} = \omega_{01} + \chi_{01}$ – эффективная частота кубита и $\chi = \chi_{01} - \chi_{12}/2$ – дисперсионный сдвиг, причем $\chi_{ij} = \frac{g_{ij}^2}{\omega_{ij} - \omega_r}$, $\omega_{ij} = \omega_j - \omega_i$, g_{ij} – сила связи резонатора и ij -перехода кубита.

Из гамильтониана 1.3.13 можно сделать вывод, что частота резонатора за-

висит от состояния кубита. Поэтому, если измерять S-параметр на одной из возможных частот резонатора, можно определять, в каком состоянии находится кубит. В силу наличия дисперсионного сдвига, сигнал на частоте считывания будет отличаться в зависимости от состояния кубита. Выходящий из системы сигнал на частоте считывания представим в виде [51]:

$$s(t) = A_{\text{RO}} \cos(\omega_{\text{RO}} t + \theta_{\text{RO}}) = \text{Re}(A_{\text{RO}} e^{i\theta_{\text{RO}}} e^{i\omega_{\text{RO}} t}). \quad (1.3.14)$$

Для измерения состояния кубита после выполнения на нем логических операций, исследуются квадратуры считающего сигнала I и Q:

$$A_{\text{RO}} e^{i\theta_{\text{RO}}} = A_{\text{RO}} \cos \theta_{\text{RO}} + i A_{\text{RO}} \sin \theta_{\text{RO}} = I + iQ, \quad (1.3.15)$$

которые получаются путем демодулирования выходящего сигнала.

1.4 Двухкубитные системы на трансмонах

Сверхпроводниковые двухкубитные системы претерпевают эволюцию последние двадцать лет. Однако, проследить ее тяжело, так как исследования проводятся параллельно во многих группах на кубитах разных типов, некоторые более ранние работы удостаиваются меньшего внимания, чем последующие и т. д. Поэтому, нельзя сказать однозначно, кто первым выполнил двухкубитную операцию и как изменялась архитектура систем в том смысле, в котором описывают двухкубитные схемы сейчас. Известно, что двухкубитные операции выполнялись еще 20 лет назад [76] на зарядовых кубитах, которые были продемонстрированы раньше всех остальных известных в настоящее время типов кубитов. Информацию о видах двухкубитных операций и архитектурах, на которых они были выполнены впервые и с рекордной на тот момент достоверностью, можно почерпнуть в обзоре [53].

Обобщенно можно описать двухкубитные системы в зависимости от их типа связи (рис. 1.6) [51, 67]. Во-первых, кубиты могут быть связаны емкостным или индуктивным образом напрямую. Во-вторых, кубиты могут взаимодействовать через частотно перестраиваемый или неперестраиваемый соединительный элемент. При этом не учитывается, что в качестве кубитов могут использоваться не только трансмоны различных модификаций, но и другие типы кубитов. Отсюда

следует, что существует крайне разнообразный набор архитектур двухкубитной системы.

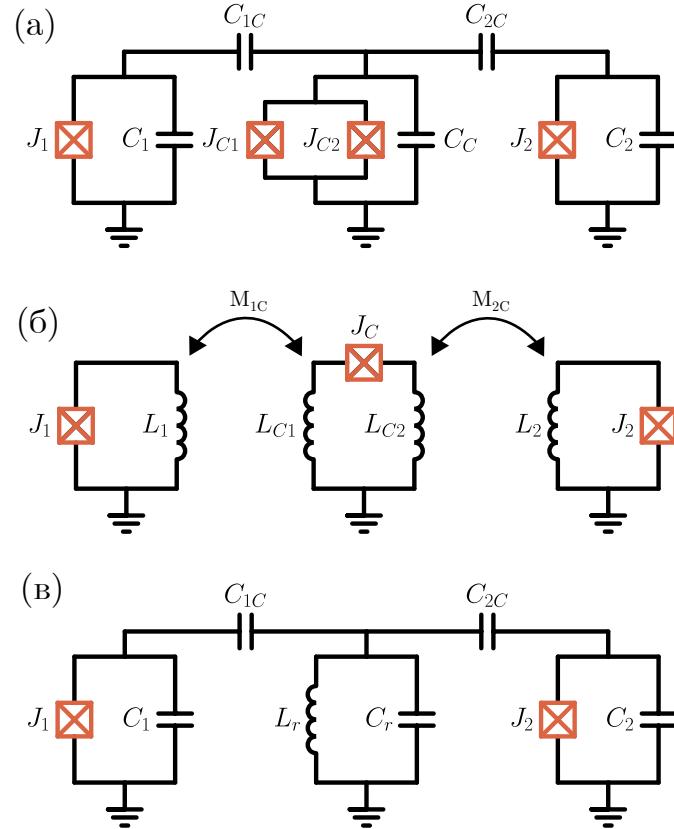


Рис. 1.6: Некоторые типы элементов связи в двухкубитной системе: (а) перестраиваемый каплер, емкостно связанный с кубитами, (б) перестраиваемый каплер, индуктивно связанный с кубитами, (в) резонатор в роли каплера, емкостно связанный с кубитами. Рисунок адаптирован из [51].

Как уже было упомянуто ранее, в настоящее время наиболее популярны системы с перестраиваемым элементом связи (далее для краткости — «каплера») в виде трансмона (рис. 1.6(а)), используемые в корпорации Google [1, 4, 42] ($\overline{F_{CZ}} = 99.75\%$ на 105-кубитном процессоре) и IBM [77, 78] ($\overline{F_{CZ}} = 99.38\%$ на 133-кубитном процессоре), например, а также системы с неперестраиваемым элементом связи (рис. 1.6(в)), используемые в Дельфтском техническом университете [79] ($F_{CZ} = 99.93\%$) и IBM [5, 78] ($\overline{F_{CZ}} = 98.3\%$ на 127-кубитном процессоре). При этом научные группы всего мира демонстрируют и другие подходы с весьма высокой достоверностью двухкубитных операций, как например, двухкубитная система с элементом связи в виде двух трансмонов [32] ($F_{CZ} = 99.92\%$), а также перестраиваемая индуктивная связь [80, 81] ($F_{iSWAP} = 99.88\%$). Проблема в том, что при масштабировании процессоров такими системами управлять становится довольно сложно. Например, в статье Google о квантовом превосходстве [1] сказано, что ранее они использовали упомянутую

выше перестраиваемую индуктивную связь, но отказались от нее из соображений удобства. К тому же, нужно иметь весьма стабильную технологию, которая сможет обеспечить воспроизводимость размеров джозефсоновских контактов, что особенно важно для структур с критическими токами, отличающимися в несколько раз, как например, в случае с двойным трансмоном. Помимо этого, перечисленные достоверности операций были получены на двухкубитных системах. При масштабировании, нужно прилагать больше усилий для калибровки операций с сохранением точности [4]. Помимо достоверности двухкубитных операций, нужно обращать внимание на длительности двухкубитных операций и способы, при помощи которых достоверность была определена. В конечном итоге, все это приобретет осозаемый смысл только на стадии выполнения квантовых алгоритмов.

Для описания двухкубитной системы так же актуальны операторы Паули, однако размерность пространства увеличивается, и взаимодействие описывается как тензорное произведение двух операторов. Причем выбор оператора зависит от конкретной системы [51]. Например, в случае с прямым емкостным взаимодействием двух кубитов без элемента связи гамильтониан традиционно принимает следующий вид:

$$\hat{H} = \frac{\hbar\omega_{q1}}{2}\hat{\sigma}_z \otimes \hat{1} + \frac{\hbar\omega_{q2}}{2}\hat{1} \otimes \hat{\sigma}_z + \hbar g \hat{\sigma}_x \otimes \hat{\sigma}_x, \quad (1.4.1)$$

и такая связь между кубитами называется XX-связью. Существует также запись двухкубитного взаимодействия через σ_z операторы, и тогда связь называется ZZ-взаимодействием. Однако, по большей части это лишь вопрос записи через операторы, позволяющие показать прямое взаимодействие между двумя кубитами, исключающие остальные элементы цепи. На самом деле, значение имеет только сила связи, являющаяся множителем в члене двухкубитного гамильтониана с операторами рождения и уничтожения вида

$$J(ab^\dagger + a^\dagger b). \quad (1.4.2)$$

При наличии дополнительных элементов в системе, через которые происходит взаимодействие кубитов, необходимо выполнять преобразования, приводящие гамильтониан к вышеупомянутому виду. Например, преобразование Шриффера-Вульфа, активно используемое для учета вклада элемента связи в

ZZ-взаимодействие [35, 51, 67, 82].

Поэтому, при исследовании двухкубитных систем, записывается гамильтониан конкретного вида согласно квантовой электродинамике цепей [49, 52, 72, 73], и затем численно определяются собственные энергии и вектора. Причем важно учитывать как можно больше уровней, потому что своим наличием они давят на более низкие уровни, меняя частоты их переходов. Бездиссипативная динамика исследуется из уравнения Шредингера. При вводе диссипации используется матрица плотности для учета смешанных состояний в рассмотрении.

1.5 О гейтах

Квантовые гейты, они же вентили, с точки зрения квантовой информатики представляют собой унитарные преобразования над n -кубитной системой. С экспериментальной точки зрения это микроволновые импульсы, меандры или мгновенное изменение фазы сигнала.

В общем виде унитарную операцию над одним кубитом можно записать как вращение относительно единичного вектора \vec{n} на угол θ и множителем-глобальной фазой α [45]:

$$U = e^{i\alpha} R_{\vec{n}}(\theta). \quad (1.5.1)$$

Здесь вращение определяется как:

$$R_{\vec{n}}(\theta) = e^{-i\theta\vec{n}\cdot\vec{\sigma}/2} = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) I - i\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \vec{n} \cdot \vec{\sigma}. \quad (1.5.2)$$

Ранее упоминалось, что любая однокубитная операция может быть представлена через матрицы Паули. Отсюда немудрено, что существует множество однокубитных операций с вращениями на произвольный угол вокруг любой из трех осей сферы Блоха. Существует теорема о Z-Y разложении [45], утверждающая, что любую однокубитную операцию можно представить в виде трех вращений относительно Z-Y-Z осей с некоторой глобальной фазой.

В квантовых вычислениях чаще всего встречаются X, Y, Z операции, обеспечивающие вращение на угол π вокруг соответствующей оси. Матрицы этих операций полностью совпадают с матрицами Паули. В общем виде вращение на угол θ вокруг одной из осей сферы Блоха записывается согласно выражению

1.5.2, где вектором \vec{n} является одна из матриц Паули. Также часто используются S гейт, гейт Адамара и гейт $\pi/8$

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}, H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/4} \end{pmatrix}. \quad (1.5.3)$$

S-гейт осуществляет вращение вокруг оси Z на угол $\pi/2$, операция Адамара – вращение на $\pi/2$ вокруг оси $(X + Z)/\sqrt{2}$. Эта операция используется для приготовления суперпозиции базисных состояний при изначальном нахождении кубита в одном из базисных состояний. Также это очень полезная операция с точки зрения выполнения одного двухкубитного гейта через другой с добавлением Адамаров, о чем будет сказано позднее.

Двухкубитных операций также большое множество из-за вращений на произвольные углы. Существуют условно направленные операции, где есть контролирующий кубит, а есть целевой. Это операции CNOT и CPHASE

$$\text{CNOT} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \text{CPHASE} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{i\phi} \end{pmatrix}. \quad (1.5.4)$$

В случае CNOT выполняется логическая операция, при которой в зависимости от состояния контролируемого кубита выполняется поворот целевого кубита на угол π вокруг оси X. В случае CPHASE гейта, если контролирующий кубит находится в возбужденном состоянии, выполняется поворот целевого кубита на угол ϕ вокруг оси Z. Однако, эта операция на самом деле не является направленной, потому что если поменять местами контролирующий и контролируемый кубиты, вид матрицы гейта не изменится. Также стоит отметить упомянутое выше свойство, что двухкубитные операции представимы через друг друга. Это называется теоремой о полноте, суть которой в том, что любой двухкубитный гейт можно представить через операцию CNOT и однокубитные гейты [45]. В случае этой пары операций, CPHASE операцию можно получить последовательностью H-CNOT-H, где гейт Адамара выполняется на контролируемом кубите. Также стоит отдельно отметить CZ гейт, который является CPHASE операцией с фазой π .

Существуют также ненаправленные двухкубитные операции SWAP вида. Операции этого вида отличаются фазой, которая набегает на состояниях, обменивающихся населенностью. Так, например, разница между SWAP и iSWAP операциями заключается в том, что на состояниях $|01\rangle$ и $|10\rangle$ набегает фаза 0 и $\pi/2$:

$$\text{SWAP} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{iSWAP} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.5.5)$$

Также стоит отметить, что SWAP гейт можно сделать из трех CNOT операций с чередованием контролирующего кубита.

Вид двухкубитной связи определяет вид нативной двухкубитной операции, то есть той, которая является для системы естественной и выполняется за одно реальное экспериментальное действие. Так, например, SWAP операции являются нативными для систем с прямым емкостным взаимодействием, в то время как CPHASE операции – для систем с перестраиваемым элементом связи, емкостно связанным с каждым из кубитов.

Для квантовых вычислений довольно трудоемко и часто попросту невозможно уметь выполнять любую логическую операцию на процессоре. В связи с этим существуют универсальные наборы квантовых операций, через которые можно представлять любую унитарную операцию. Наиболее популярный набор – это однокубитные операции Адамар, S, T, вместе с двухкубитной CNOT операцией. Стоит отметить, что универсальные наборы заменяют любую операцию в некотором приближении [45], согласно теореме Соловея-Китаева. В однокубитном пространстве универсальным набором является упомянутый выше, но без гейта CNOT.

Стоит отметить, однако, что в настоящее время весьма популярной является клиффордовская группа операций [49, 83]. Сама по себе она не является универсальной, но имеет ряд полезных свойств. Оператор, представимый в виде тензорного произведения матриц Паули, после действия на него гейтов из клиффордовской группы, остаётся представимым через матрицы Паули. Помимо этого, согласно теореме Готтесмана–Книлла, моделирование квантовых вычислений для группы Клиффорда на классическом компьютере занимает меньше времени, так как вычислительная сложность зависит от числа кубитов

полиномиально (n^2), а не экспоненциально (2^n). Также группа Клиффорда используется в кодах коррекции ошибок на основе стабилизаторов [84]. С одной стороны, гейты из группы Клиффорда проще моделировать и использовать в целом. С другой, они не являются универсальным набором, но это решается добавлением хотя бы одного гейта не из группы Клиффорда. Также у группы Клиффорда есть удобное свойство, заключающееся в том, что можно исследовать среднее значение достоверности произвольных квантовых операций, используя конечный набор гейтов из группы Клиффорда [49].

Безусловно, в реальности матричный вид операций отличается от теоретического. Существует множество ошибок, возникающих из-за шумов или недостаточно точной калибровки импульсов [45]. Упрощенно можно считать, что эффективно существуют X , Y , Z ошибки, имеющие матричное представление в виде операторов Паули. Тем не менее, помимо ошибок в базисе Паули, существует также деполяризующий канал, для которого есть отдельное понятие деполяризационной точности. Суть деполяризации заключается в том, что состояние с некоторой вероятностью переводится в полностью смешанное [45, 84]

$$\rho' = \frac{pI}{2} + (1-p)\rho. \quad (1.5.6)$$

1.6 Метрика точности операций

Данный раздел посвящен описанию того, как оценить, насколько ожидание совпадает с реальностью.

В первую очередь, можно оценить, насколько близки два квантовых состояния. Существуют следовая метрика и точность состояния [45, 84]. Первая оценивает след разницы между ожидаемой и реальной матрицей плотности

$$D(\rho, \sigma) = \frac{1}{2} \text{Tr}|\rho - \sigma|. \quad (1.6.1)$$

Вторая оценивает степень совпадения между измеряемой матрицей плотности σ и ожидаемой матрицей плотности

$$F(\rho, \sigma) = \left(\text{Tr} \sqrt{\sqrt{\rho} \sigma \sqrt{\rho}} \right)^2. \quad (1.6.2)$$

Определение выглядит довольно странно, но, например, в случае чистого ожидаемого состояния $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$, выражение для достоверности записывается как квадрат скалярного произведения двух векторов

$$F(\rho, \sigma) = \langle\psi|\sigma|\psi\rangle. \quad (1.6.3)$$

Однако, на практике оценивать достоверность операции по ее действию на одно конкретное состояние некорректно. Вместо этого оценивается точность операции в представлении матриц переноса Паули \mathcal{R} [49, 84]:

$$F = \frac{\text{Tr}(\mathcal{R}_{\text{ideal}}^T \mathcal{R})/d + 1}{d + 1}. \quad (1.6.4)$$

Матрица переноса Паули – это представление оператора U в базисе Паули:

$$\mathcal{R}_{ij} = \frac{1}{d} \text{Tr}(\sigma_i U \sigma_j U^\dagger). \quad (1.6.5)$$

Здесь $\mathcal{R}_{\text{ideal}}$ – матрица переноса Паули идеальной операции U_{ideal} , d – размерность пространства состояний системы.

Также можно оценить точность унитарного оператора U по формуле, учитывающей усреднение по всевозможным чистым квантовым состояниям системы [85–87]:

$$F = \frac{\text{Tr}(U^\dagger U) + |\text{Tr}(U_{\text{ideal}}^\dagger U)|^2}{d(d + 1)}. \quad (1.6.6)$$

1.7 Выводы по Главе 1

В данной главе представлен обзор ключевых теоретических аспектов и современных исследований в области сверхпроводниковых квантовых схем. Основная цель заключалась в систематизации информации, необходимой для понимания последующих разделов диссертации, где будут рассмотрены конкретные методы теоретического исследования, проектирования и измерения сверхпроводниковых систем.

Рассмотрены базовые принципы работы кубитов, включая их описание в рамках квантовой механики. Особое внимание уделено кубиту-трансмону как наиболее распространенному элементу в масштабируемых квантовых вычисле-

ниях. Описаны его преимущества, а также возможные модификации, влияющие на перестраиваемость и когерентные свойства.

Отдельно разобраны методы считывания кубитов, начиная от исторических подходов и заканчивая современными дисперсионными схемами с использованием копланарных резонаторов. Показано, как взаимодействие кубита с резонатором может быть описано в рамках модели Джейнса-Каммингса, что важно для последующего анализа экспериментальных данных.

В части, посвященной двухкубитным системам, обобщены основные архитектуры взаимодействия, включая емкостную и индуктивную связь, а также использование соединительных элементов.

Наконец, рассмотрены метрики оценки точности квантовых операций, что необходимо для последующего анализа ошибок и оптимизации гейтов.

2 Разработка трехконтактного трансмона с шунтирующей емкостью круглой формы

Данная глава диссертации посвящена теоретическому описанию трехконтактного кубита-трансмона с шунтирующей емкостью круглой формы и моделированию его характеристик.

2.1 Введение

Наиболее распространённый тип трансмонов – перестраиваемый X-мон [88], имеющий крестообразную шунтирующую емкость и два джозефсоновских контакта, образующих СКВИД. Такая конструкция позволяет изменять частоту кубита из-за захватывания разных долей кванта магнитного потока в СКВИДе. Для многокубитных схем часто требуется более четырёх электродов для ёмкостной связи, поэтому встречаются модификации трансмона с шунтирующей емкостью в форме звезды, например [89].

В настоящее время основной причиной ограничения добротности кубитов-трансмонов являются диэлектрические потери. Потери обусловлены наличием двухуровневых дефектов (TLS), расположенных вблизи границ интерфейсов вакуум-подложка и металл-подложка, а также внутри туннельного барьера джозефсоновского контакта [90–93]. В областях с высокой плотностью энергии электрического поля такие дефекты могут быть сильно связаны с кубитом, при этом их общее количество невелико, что позволяет наблюдать индивидуальные резонансы кубита с отдельными дефектами [94]. Важной характеристикой является доля участия энергии электрического поля на интерфейсе, потенциально содержащем дефекты, определяемая как отношение энергии поля в исследуемой области к полной энергии.

Помимо паразитных двухуровневых систем, в системе неизбежно присутствуют низкочастотные потоковые шумы, снижающие время когерентности ку-

бита. Несмотря на широкий диапазон перестройки частоты трансмонов, максимальные времена когерентности достигаются в экстремумах зависимости частоты от магнитного потока в СКВИДе. В этих точках производная частоты кубита по магнитному полю равна нулю, что делает его в первом приближении нечувствительным к потоковому шуму [95].

Таким образом, при проектировании кубитов-трансмонов для достижения высоких времен жизни необходимо уменьшать долю участия интерфейсов с дефектами и производную зависимости частоты кубита от магнитного потока. Простейшим способом уменьшения доли участия является уменьшение размеров джозефсоновского контакта. Однако, его минимальный размер ограничен возможностями технологии изготовления и в производимостью.

2.2 Теоретическое описание

В данном разделе рассматривается оптимизированный кубит-трансмон с последовательным соединением одиночного джозефсоновского контакта и СКВИДа [59], а также с круглой шунтирующей емкостью [96–98].

Топология такого кубита и его эквивалентная электрическая схема представлены на рис. 2.1(а-б). Круглая шунтирующая емкость C_2 (красный цвет) соединена с землёй (чёрный цвет) через контур, состоящий из трёх джозефсоновских контактов J_1 , J_2 , J_3 с собственными емкостями $C_{J1,2}$ и C_3 (зелёный цвет). К СКВИДу кубита подведена управляющая линия, предназначенная для его микроволнового возбуждения и частотной перестройки. Синим цветом обозначены электроды, обеспечивающие емкостную связь кубита с другими элементами схемы.

Гамильтониан трехконтактного трансмона выводится из классической динамики электромагнитных цепей [99]:

$$\begin{aligned} \hat{H}_q = & 4E_{C_q}\hat{n}^2 + E_{J3}(1 - \cos\hat{\varphi}_2) + \\ & + (E_{J1} + E_{J2})\cos\frac{\pi\Phi}{\Phi_0}\sqrt{1 + d^2\tan^2\frac{\pi\Phi}{\Phi_0}}(1 - \cos\hat{\varphi}_1), \end{aligned} \quad (2.2.1)$$

где $\hat{\varphi}_1$, $\hat{\varphi}_2$ – фазовые операторы на джозефсоновских контактах J_1 и J_3 соответственно, \hat{n} оператор числа куперовских пар, канонически сопряженный сумме операторов $\hat{\varphi} = \hat{\varphi}_1 + \hat{\varphi}_2$. Зарядовая энергия трансмона определена как

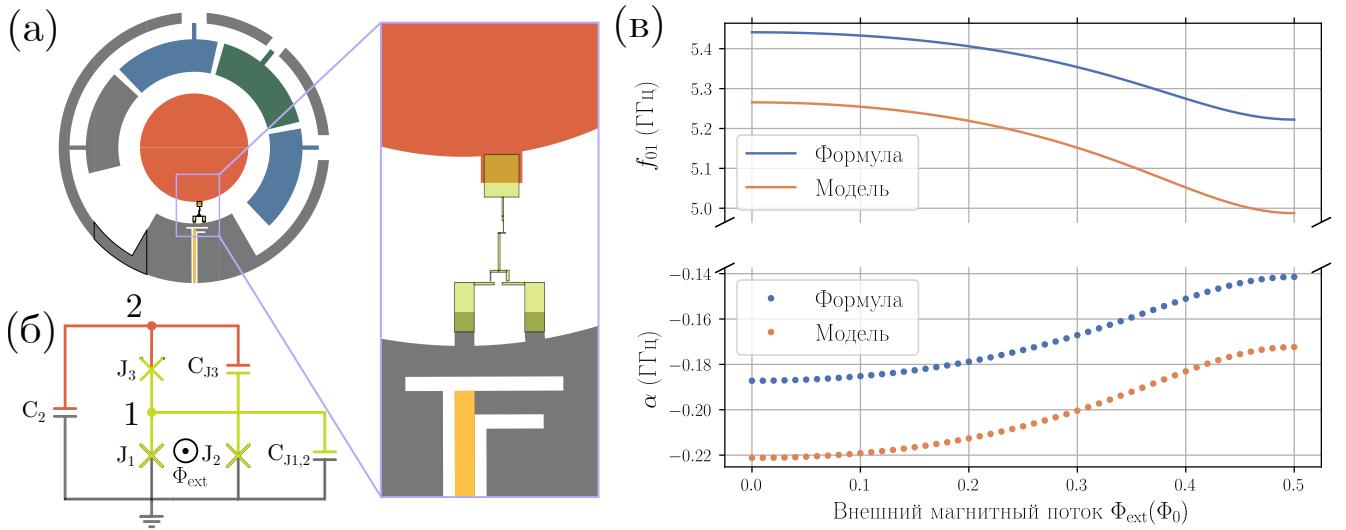


Рис. 2.1: (а) Топология трансмона с круглой шунтирующей емкостью (красный цвет). На вставке показано увеличенное изображение одиночного джозефсоновского перехода, последовательно соединённого со СКВИДом (зелёный цвет). Внешний магнитный поток подаётся на СКВИД через индуктивно связанные управляющие линии (жёлтый цвет). Синим цветом выделены электроды-арки, обеспечивающие емкостную связь с другими возможными элементами схемы. (б) Эквивалентная электрическая схема трёхконтактного трансмона. Цифрами обозначены узлы электрической цепи: 1 — узел между одиночным джозефсоновским контактом J_3 (с собственной емкостью C_{J3}) и СКВИДом, содержащим джозефсоновские контакты J_1 и J_2 (их суммарная емкость $C_{J1,2}$); 2 — узел, соединяющий шунтирующую емкость C_2 с землёй. (в) Частота кубита и его ангармонизм в зависимости от магнитного потока в СКВИДе, рассчитанные численно и по аналитическим формулам для трёхконтактного трансмона.

$E_{C_q} = e^2/2C_\Sigma$, где $C_\Sigma = C_2 + C_{J3}C_{J1,2}/(C_{J3} + C_{J1,2})$. Здесь E_{Ji} — джозефсоновская энергия i -го контакта, $d = (E_{J2} - E_{J1})/(E_{J2} + E_{J1})$ — асимметрия СКВИДа, Φ — внешний магнитный поток в СКВИДе, $\Phi_0 = \frac{\hbar}{2e}$ — квант магнитного потока.

В некотором приближении можно получить аналитическое выражение для уровней энергии данного трансмона. Прежде всего, будем считать, что одиночный джозефсоновский переход и СКВИД соединены последовательно, а токи через джозефсоновские контакты можно разложить в ряд Тейлора до первой степени, поскольку соответствующие фазы малы:

$$I_{C_{12}} \sin \varphi_1 = I_{C_3} \sin \varphi_2 \Rightarrow \tilde{E}_{J_{12}} \varphi_1 = E_{J_3} \varphi_2. \quad (2.2.2)$$

Здесь введено обозначение $\tilde{E}_{J_{12}} = E_{J_{12}} \cos(\pi\Phi/\Phi_0) \sqrt{1 + d^2 \tan^2(\pi\Phi/\Phi_0)}$ — эффективная джозефсоновская энергия СКВИДа, зависящая от внешнего маг-

нитного потока. Из соотношения (2.2.2) следует зависимость фаз:

$$\varphi_1 = \frac{E_{J_3}}{\tilde{E}_{J_{12}}} \varphi_2.$$

Таким образом, вся система может быть описана через одну фазу φ :

$$\hat{\varphi} = \hat{\varphi}_1 + \hat{\varphi}_2 = \frac{\tilde{E}_{J_{12}} + E_{J_3}}{\tilde{E}_{J_{12}}} \hat{\varphi}_2 = \frac{\tilde{E}_{J_{12}} + E_{J_3}}{E_{J_3}} \hat{\varphi}_1. \quad (2.2.3)$$

Гамильтониан трансмона тогда принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \hat{H}_q = 4E_{C_q}\hat{n}^2 + E_{J_3} \left(1 - \cos \frac{\tilde{E}_{J_{12}}}{\tilde{E}_{J_{12}} + E_{J_3}} \hat{\varphi} \right) + \\ + \tilde{E}_{J_{12}} \left(1 - \cos \frac{E_{J_3}}{\tilde{E}_{J_{12}} + E_{J_3}} \hat{\varphi} \right). \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

Аналогично работе [6], разложим косинус в ряд Тейлора до четвёртого порядка по малой фазе φ , предполагая выполнение условия $\frac{E_C}{E_{J_s}} \ll 1$ [100]:

$$\begin{aligned} \hat{H}_q = 4E_{C_q}\hat{n}^2 + E_{J_3} \left(\left(\frac{\tilde{E}_{J_{12}}}{\tilde{E}_{J_{12}} + E_{J_3}} \right)^2 \frac{\hat{\varphi}^2}{2} - \left(\frac{\tilde{E}_{J_{12}}}{\tilde{E}_{J_{12}} + E_{J_3}} \right)^4 \frac{\hat{\varphi}^4}{24} \right) + \\ + \tilde{E}_{J_{12}} \left(\left(\frac{E_{J_3}}{\tilde{E}_{J_{12}} + E_{J_3}} \right)^2 \frac{\hat{\varphi}^2}{2} - \left(\frac{E_{J_3}}{\tilde{E}_{J_{12}} + E_{J_3}} \right)^4 \frac{\hat{\varphi}^4}{24} \right). \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

Объединяя слагаемые с одинаковой степенью фазы, введём обозначения: для линейной части индуктивной энергии —

$$E_{J_s} = \frac{E_{J_3} \tilde{E}_{J_{12}}}{E_{J_3} + \tilde{E}_{J_{12}}},$$

а для нелинейной части —

$$E_{J_q} = \frac{E_{J_3}^4 \tilde{E}_{J_{12}} + E_{J_3} \tilde{E}_{J_{12}}^4}{(E_{J_3} + \tilde{E}_{J_{12}})^4}.$$

Тогда гамильтониан можно записать в следующем виде:

$$\hat{H}_q = 4E_{C_q}\hat{n}^2 + \frac{1}{2}E_{J_s}\hat{\varphi}^2 - \frac{1}{24}E_{J_q}\hat{\varphi}^4, \quad (2.2.6)$$

Переходя к формализму вторичного квантования, выразим операторы фазы и числа куперовских пар через операторы рождения и уничтожения [75]:

$$\begin{aligned} \hat{n} &= -\frac{i}{2} \left(\frac{E_{J_s}}{2E_C} \right)^{1/4} (\hat{a} - \hat{a}^+), \\ \hat{\varphi} &= \left(\frac{2E_C}{E_{J_s}} \right)^{1/4} (\hat{a} + \hat{a}^+). \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

Возведя выражения для \hat{n} и $\hat{\varphi}$ в квадрат, получим:

$$\begin{aligned} \hat{n}^2 &= \frac{1}{4} \left(\frac{E_{J_s}}{2E_C} \right)^{1/2} (\hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a} - \hat{a}\hat{a} - \hat{a}^+\hat{a}^+), \\ \hat{\varphi}^2 &= \left(\frac{2E_C}{E_{J_s}} \right)^{1/2} (\hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a} + \hat{a}\hat{a} + \hat{a}^+\hat{a}^+). \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

Для вычисления уровней энергии рассмотрим действие операторов рождения и уничтожения на базисные состояния системы $|n\rangle$:

$$\begin{aligned} \langle n | \hat{a}\hat{a}^+ | n \rangle &= n + 1, & \langle n | \hat{a}\hat{a} | n \rangle &= 0, \\ \langle n | \hat{a}^+\hat{a} | n \rangle &= n, & \langle n | \hat{a}^+\hat{a}^+ | n \rangle &= 0. \end{aligned} \quad (2.2.9)$$

Отсюда видно, что в выражении четвёртой степени фазы необходимо учитывать только те произведения операторов, которые содержат равное количество операторов рождения и уничтожения:

$$\hat{\varphi}^4 = \left(\frac{2E_C}{E_{J_s}} \right) (\hat{a}\hat{a}\hat{a}^+\hat{a}^+ + \hat{a}\hat{a}^+\hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}\hat{a}^+\hat{a}^+\hat{a} + \hat{a}^+\hat{a}\hat{a}\hat{a}^+ + \hat{a}^+\hat{a}\hat{a}^+\hat{a} + \hat{a}^+\hat{a}^+\hat{a}\hat{a}). \quad (2.2.10)$$

Вычислим усреднённые значения этих операторов:

$$\begin{aligned} \langle n | \hat{a}\hat{a}\hat{a}^+\hat{a}^+ | n \rangle &= (n+1)(n+2), & \langle n | \hat{a}\hat{a}^+\hat{a}\hat{a}^+ | n \rangle &= (n+1)^2, \\ \langle n | \hat{a}\hat{a}^+\hat{a}^+\hat{a} | n \rangle &= n(n+1), & \langle n | \hat{a}^+\hat{a}\hat{a}\hat{a}^+ | n \rangle &= n(n+1), \\ \langle n | \hat{a}^+\hat{a}\hat{a}^+\hat{a} | n \rangle &= n^2, & \langle n | \hat{a}^+\hat{a}^+\hat{a}\hat{a} | n \rangle &= (n-1)n. \end{aligned} \quad (2.2.11)$$

E_{J1} (ГГц)	E_{J2} (ГГц)	E_{J3} (ГГц)	E_{C_q} (МГц)
124.2	43.5	17.4	251

Таб. 2.1: Параметры трансмона: джозефсоновские энергии трех контактов, зарядовая энергия

Подставляя данные результаты в выражение (2.2.6), окончательно получаем уровни энергии трёхконтактного трансмона:

$$E_m = \sqrt{8E_{C_q}E_{J_s}}(m + 1/2) - E_{C_q} \frac{E_{J_q}}{12E_{J_s}}(6m^2 + 6m + 3), \quad (2.2.12)$$

что позволяет записать выражения для частоты перехода f_{01} и ангармонизма $\alpha = f_{21} - f_{01}$:

$$f_{01} = \left(\sqrt{8E_{C_q}E_{J_s}} - E_{C_q} \frac{E_{J_q}}{E_{J_s}} \right) / h, \quad (2.2.13)$$

$$\alpha = -E_{C_q} \frac{E_{J_q}}{E_{J_s}} / h. \quad (2.2.14)$$

На рис. 2.1(в) показаны диапазон перестройки частоты кубита и его ангармонизм, рассчитанные по аналитическим выражениям (2.2.13) и (2.2.14), а также численно, в зависимости от величины внешнего магнитного потока в СКВИДЕ. При проведении расчётов использовались параметры, представленные в таб. 2.1. Можно заметить, что аналитическая формула имеет погрешность в силу принятых ранее приближений. Трёхконтактный трансмон обладает достаточным ангармонизмом и при этом более узким диапазоном перестройки частоты по сравнению с двухконтактными вариантами [58], что делает его более удобным в многокубитных схемах.

2.3 Оценка диэлектрических потерь

Для исследования влияния формы круглой емкости трансмонов на скорость релаксации кубита при помощи пакета Ansys HFSS было выполнено моделирование и расчет доли участия электрического поля в технологических интерфейсах для двух форм шунтирующих емкостей одинаковой величины в трансмоне. Диэлектрические потери в интерфейсах вносят вклад в обратную добротность кубита [101], которая, в свою очередь, влияет на скорость релаксации кубита в

силу соотношения

$$\gamma_1 = \omega Q^{-1}. \quad (2.3.1)$$

Вклад диэлектрических потерь в добротность кубита описывается соотношением

$$Q^{-1} = \sum_i p_i \tan \delta_i, \quad (2.3.2)$$

где p_i – доля участия поверхностной энергии электрического поля на i -м технологическом интерфейсе, $\tan \delta_i$ – тангенс угла диэлектрических потерь. Поверхностная энергия электрического поля представляется в виде интеграла энергии электрического поля по i -й поверхности:

$$\int |E|^2 | dS_i. \quad (2.3.3)$$

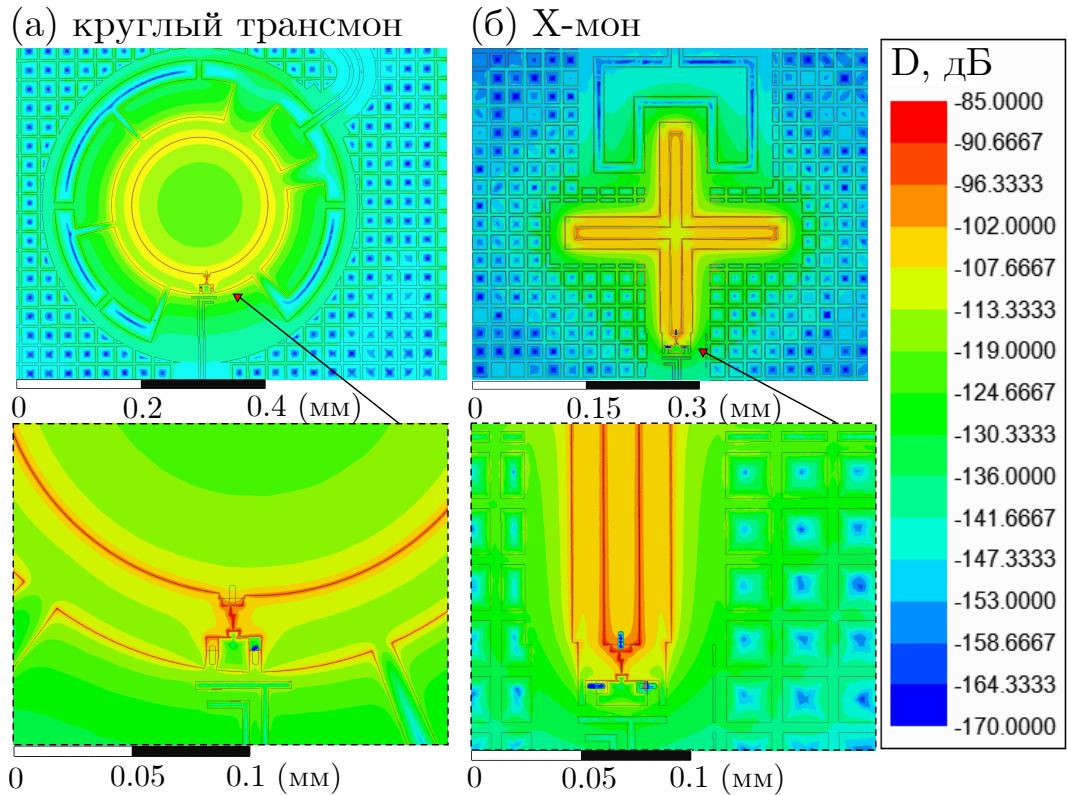


Рис. 2.2: Моделирование распределения электрического поля при помощи пакета Ansys HFSS в трансмонах с разной формой шунтирующей емкости. (а) Трансмон с круглой емкостью (круглый трансмон), (б) трансмон с крестообразной емкостью (Х-мон). Внизу показаны увеличенные области с джозефсоновскими переходами. Цветом обозначено значение электрического смещения на поверхности (D) в децибелах.

Первый тип трансмона имеет круглую емкость, второй – крестообразную. Оба кубита включают в себя три джозефсоновских контакта. В моделировании

Тип кубита	Интерфейс		
	ms-e	ms-o	sa
Круглый трансмон	3.92	17.2	30.4
X-мон	3.61	46.9	78.9

Таб. 2.2: Интегралы энергии электрического поля по поверхностям в относительных единицах

участвуют три типа интерфейсов: металл-подложка в основном слое фотолитографии (ms-o), металл-подложка для слоя электронной литографии (ms-e) и поверхность кремниевой подложки (sa). Электронная литография предназначена для изготовления джозефсоновских переходов, имеющих размеры меньше 1 мкм. В моделировании не учитывается интерфейс металл-воздух, так как доля участия поля в нем пренебрежимо мала по отношению к интерфейсу металл-подложка [91]. Сверхпроводник моделируется как идеальный проводник, что упрощает расчет, так как вклад кинетической индуктивности не учитывается. Область симуляции ограничена до 1 мм перпендикулярно поверхности подложки. Полученное распределение электрического поля показано на рис. 2.2(а-б) для круглого трансмона и X-мона соответственно.

Помимо минимизации диэлектрических потерь, в Ansys HFSS была произведена оценка релаксации круглого трансмона в контролирующую линию. Для этого было введено граничное условие на потоковой линии в виде согласованной нагрузки (50 Ом), а джозефсоновские контакты моделировались как линеаризованные эквивалентные сосредоточенные индуктивности. Аналогично вычислению доли участия, толщина кремниевой подложки и слоя воздуха над металлом составляют 0.5 мм. Результаты моделирования показали, что верхний предел для релаксации кубита в точке с наибольшей частотой в данный канал составляет 1.6 мс. Итоговые доли участия интерфейсов приведены в таб. 2.2. По сравнению с X-моном, круглый трансмон имеет более низкую энергию в подложке (sa) и в фотолитографическом интерфейсе металл-подложка (ms-o).

2.4 Выводы по Главе 2

В данной главе разработана новая топология трансмона с тремя джозефсоновскими контактами, обеспечивающая улучшение характеристик сверхпроводникового квантового процессора. Получено аналитическое выражение для спек-

тра уровней энергии трёхконтактного трансмона, позволяющее провести прямое сопоставление с характеристиками стандартного двухконтактного трансмона. Показано, что введение третьего джозефсоновского контакта приводит к сужению диапазона перестройки рабочей частоты кубита по сравнению с двухконтактными аналогами, что существенно снижает чувствительность устройства к потоковому шуму и, как следствие, увеличивает время когерентности на всём диапазоне рабочих частот.

Результаты электромагнитного моделирования продемонстрировали, что использование круглой формы шунтирующей ёмкости в конструкции трансмона позволяет существенно снизить уровень диэлектрических потерь на интерфейсах по сравнению с более традиционной крестообразной формой. Это имеет важное значение для увеличения добротности кубита.

Основные результаты работы опубликованы в статье [38]. Предложенная оптимизированная топология круглого трёхконтактного трансмона реализована в составе сверхпроводникового восьмикубитного квантового процессора. Экспериментальные исследования характеристик таких трансмонов подробно представлены в работах [39, 40]. В частности, в работе [40] трансмон впервые был использован в качестве кутритной системы, что подтверждает как его практическую ценность, так и научную значимость.

3 Двухкубитная система с перестраиваемым элементом связи

В данной главе представлено теоретическое описание трёхмодового элемента связи кубитов, а также двухкубитной системы с предложенной топологией трёхконтактных трансмонов круглой формы.

3.1 Гамильтониан элемента связи

Элемент связи представляет собой копланарную линию со СКВИДом в центре и одиночными джозефсоновскими переходами по краям (рис. 3.1(а)). Его эквивалентная электрическая схема показана на рис. 3.1(в) (синяя область).

Связующий элемент имеет три узла (обозначенные на электрической схеме цифрами 3, 4 и 5), что соответствует трём модам в классическом приближении. Если записать гамильтониан через переменные узлов, то фазовые переменные в джозефсоновских энергиях контактов не разделяются. В связи с этим необходимо выбрать замену. Например, фазы узлов $\varphi_{i=3,4,5}$ могут быть выражены через фазовые координаты нормальных мод $\tilde{\varphi}_3, \tilde{\varphi}_4, \tilde{\varphi}_5$ как:

$$\varphi_3 = \tilde{\varphi}_3 + \tilde{\varphi}_4; \quad \varphi_4 = \tilde{\varphi}_3; \quad \varphi_5 = \tilde{\varphi}_3 - \tilde{\varphi}_5. \quad (3.1.1)$$

После переопределения фаз гамильтониан элемента связи принимает вид:

$$\begin{aligned} H_c = & 4E_{C_{00}}\tilde{n}_3^2 + 4E_{C_{11}}\tilde{n}_4^2 + 4E_{C_{22}}\tilde{n}_5^2 + 2E_{C_{01}}\tilde{n}_3\tilde{n}_4 + 2E_{C_{02}}\tilde{n}_3\tilde{n}_5 + \\ & + 2E_{C_{12}}\tilde{n}_4\tilde{n}_5 + E_{J4}(1 - \cos \tilde{\varphi}_4) + E_{J7}(1 - \cos \tilde{\varphi}_5) + \\ & + (E_{J5} + E_{J6}) \cos \frac{\pi\Phi}{\Phi_0} \sqrt{1 + d^2 \tan^2 \frac{\pi\Phi}{\Phi_0}} (1 - \cos \tilde{\varphi}_3). \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

Здесь d – асимметрия СКВИДа связующего элемента. Зарядовая энергия определяется как $E_{C_{ij}} = e^2/2C_{ij}$, где C_{ij} – это элемент емкостной матрицы

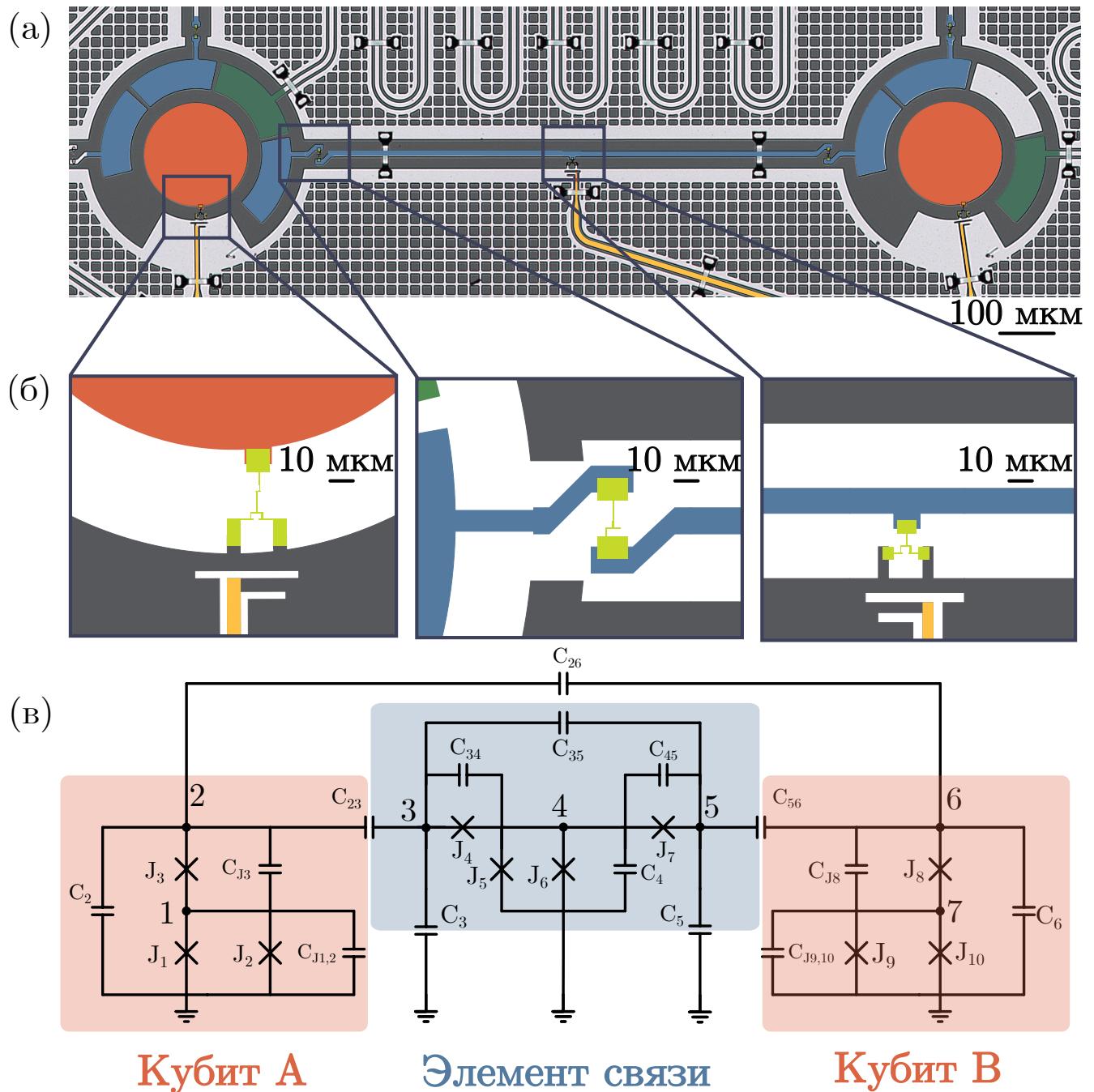


Рис. 3.1: Двухкубитная ячейка. (а) Фотография образца. Каждый трансмон (красный) состоит из круглого острова и контура из трех джозефсоновских контактов (салатовый). Трансмоны взаимодействуют друг с другом через элемент связи (синий). (б) Увеличенные изображения джозефсоновских контактов (слева направо): контур трансмона, одиночный джозефсоновский переход на конце элемента связи, СКВИД элемента связи. (в) Эквивалентная электрическая схема двухкубитной системы. C_i – емкость i -го узла на землю, C_{J_i} ($i = 1, \dots, 10$) – емкости джозефсоновских переходов, $C_{J1,2} = C_{J1} + C_{J2}$ $C_{J9,10} = C_{J9} + C_{J10}$ – суммарная емкость контактов в СКВИДе первого и второго трансмонов, C_{ij} – взаимные емкости между узлами i and j , которые определяют итоговую силу связи кубитов. J_i – индуктивность i -го джозефсоновского контакта.

(индексы i, j соответствуют номерам строки и столбца матрицы, нумерация начинается с нуля) после переопределения операторов числа куперовских пар \tilde{n}_i , канонически сопряженных фазовым координатам нормальных мод:

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} C_3 + C_4 + C_5 & C_3 & -C_5 \\ C_3 & C_3 + C_{34} + C_{35} & C_{35} \\ -C_5 & C_{35} & C_{35} + C_{45} + C_5 \end{bmatrix}. \quad (3.1.3)$$

В концептуальной форме гамильтониан связующего элемента можно представить как сумму гамильтонианов трёх подсистем, емкостно связанных между собой:

$$H_c = \sum_i H_i + \sum_{i \neq j} H_{ij}, \quad i, j \in \{3, 4, 5\}. \quad (3.1.4)$$

Здесь индекс i соответствует фазе i -го узла.

Спектр элемента связи, полученный из выражения 3.1.2, показан на рис. 3.2. Степень частотной перестройки уровней определяется вкладом центрального узла в соответствующие моды колебаний системы.

3.2 Классический расчет элемента связи

Рассмотрим элемент связи как отдельную подсистему и охарактеризуем его с точки зрения теоретической механики. В линейном приближении возможно получить аналитические выражения для трех мод соединительного элемента и определить соответствующее направление колебаний заряда на узлах.

Вычисления проводятся в целях наглядной демонстрации принципа работы элемента связи в рамках линейного приближения и без учета малых взаимных емкостей для получения простых аналитических выражений мод. Таким образом, в рассмотрение включаются только собственные емкости узлов, поскольку взаимные емкости в линейном приближении пренебрежимо малы:

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} C_3 & 0 & 0 \\ 0 & C_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix}. \quad (3.2.1)$$

Чтобы диагонализовать матрицу индуктивности, выполняется следующее

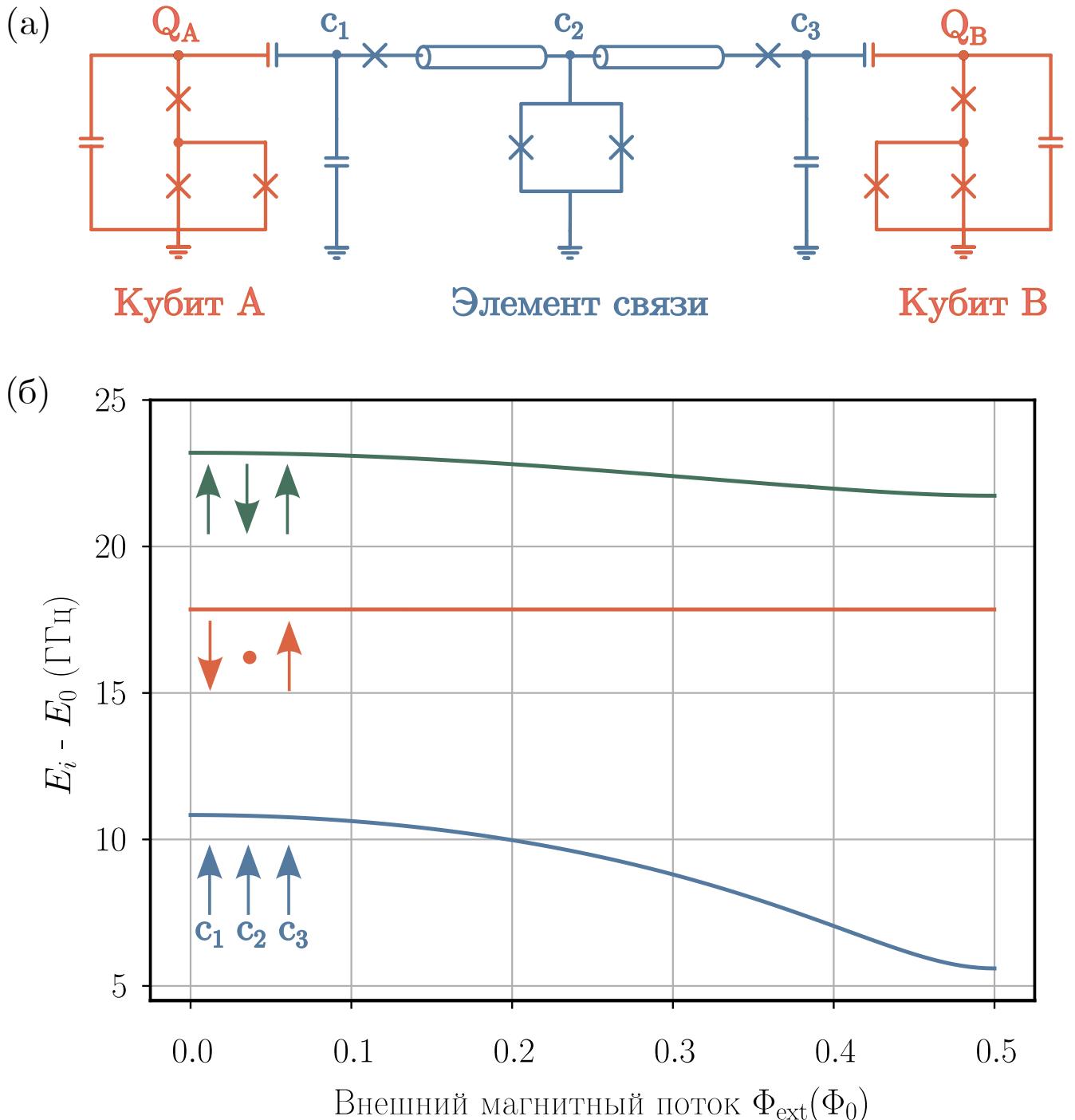


Рис. 3.2: (а) Упрощенная электрическая схема двухкубитной системы. Рыжим цветом обозначены кубиты, синим - элемент связы. (б) Уровни энергий элемента связы в зависимости от магнитного потока в его СКВИДе, полученные из численного гамильтониана 3.1.2. Нормальные моды связующего элемента определяются тремя его узлами. Стрелки показывают относительные направления колебаний заряда на узлах для каждой из трех мод.

преобразование:

$$\hat{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.2.2)$$

которое меняет вид матрицы емкостей:

$$\hat{C}_T = \begin{bmatrix} C_3 & C_3 & 0 \\ C_3 & 2C_3 + C_4 & C_3 \\ 0 & C_3 & C_3 \end{bmatrix} \quad (3.2.3)$$

и матрицы индуктивностей

$$\hat{L}_T = \begin{bmatrix} L_{J4} & 0 & 0 \\ 0 & L_{J56} & 0 \\ 0 & 0 & L_{J4} \end{bmatrix}. \quad (3.2.4)$$

Отметим, что данное преобразование отличается от того, что использовалось при численном расчёте энергетических уровней элемента связи. Тем не менее, оно эквивалентно по сути и не влияет на вычисленные величины. В то же время оно представляется интуитивно более понятным, так как не требует перестановки фаз узлов.

Решая задачу на собственные частоты и собственные вектора системы для матрицы

$$\hat{I} - \omega^2 \hat{L}_T \hat{C}_T, \quad (3.2.5)$$

получаем выражения для квадратов циклических частот мод элемента связи:

$$\begin{aligned}
\omega_{c+}^2 &= \frac{2}{C_3 L_{J4} + 2C_3 L_{J56} + C_4 L_{J56} +} \\
&+ \sqrt{\frac{C_3^2 L_{J4}^2 + 4C_3^2 L_{J4} L_{J56} + 4C_3^2 L_{J56}^2}{-2C_3 C_4 L_{J4} L_{J56} + 4C_3 C_4 L_{J56}^2 + C_4^2 L_{J56}^2}} \\
\omega_{c0}^2 &= \frac{1}{C_3 L_{J4}}, \\
\omega_{c-}^2 &= \frac{2}{C_3 L_{J4} + 2C_3 L_{J56} + C_4 L_{J56} -} \\
&- \sqrt{\frac{C_3^2 L_{J4}^2 + 4C_3^2 L_{J4} L_{J56} + 4C_3^2 L_{J56}^2}{-2C_3 C_4 L_{J4} L_{J56} + 4C_3 C_4 L_{J56}^2 + C_4^2 L_{J56}^2}}
\end{aligned} \tag{3.2.6}$$

Собственные моды перечислены в порядке возрастания частоты. Можно заметить, что вторая мода неперестраиваемая, так как не зависит от индуктивности СКВИДа. Подставляя проектные параметры, можно определить собственные вектора системы в фазовом базисе, отражающие направления фазовых колебаний на узлах для каждой моды:

$$v_+ = \begin{bmatrix} 1 \\ 2.66 \\ 1 \end{bmatrix}, v_0 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, v_- = \begin{bmatrix} 1 \\ -0.45 \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{3.2.7}$$

Исходя из полученных векторов, можно сделать вывод, что в самой нижней по частоте моде колебания сонаправлены, в то время как в третьей моде колебания в центральном узле противоположны по направлению по отношению к боковым узлам. Во второй моде нет колебаний в центральном узле, что согласуется с предположением о независимости этой моды от магнитного потока в СКВИДе. Полученные результаты изображены на рисунке 3.2(б). Описанное поведение системы согласуется с расчетом в библиотеке QuCat Python [102], где также можно нарисовать электрическую схему и проанализировать направления колебаний заряда на узлах в зависимости от выбранной моды.

3.3 Описание двухкубитной системы

Гамильтониан двухкубитной системы в общем виде можно записать следующим образом:

$$\hat{H}_{\text{sys}} = \sum_{i \in \{Q_A, Q_B, c_1, c_2, c_3\}} \hat{H}_i + \hat{H}_{\text{int}}, \quad (3.3.1)$$

где вся система состоит из пяти подсистем (узлы 1-7 на рис. 3.1(в)). Две пары узлов (1-2 и 6-7) соответствуют кубитам, узлы 3, 4 и 5 относятся к модам элемента связи. Взаимодействие между подсистемами описывается выражением:

$$\hat{H}_{\text{int}} = \sum_{i \neq j} E_{Cij} \hat{n}_i \hat{n}_j, \quad (3.3.2)$$

где $\{i, j\}$ – это комбинации пар перечисленных узлов и E_{Cij} – энергия емкостного взаимодействия.

Чтобы записать гамильтониан, используемый в численных расчетах, определяются фазы узлов φ_i , соответствующие узлу i на рис. 3.1(в), в качестве обобщенных координат системы. Затем лагранжиан $L(\varphi_i, \dot{\varphi}_i)$ выражается через соответствующие фазовые координаты и их производные $\dot{\varphi}_i$:

$$L = T - U,$$

$$\begin{aligned} T = & \frac{\Phi_0^2}{2(2\pi)^2} \left[C_{J1,2} \dot{\varphi}_1^2 + C_2 \dot{\varphi}_2^2 + C_{J3} (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1)^2 + C_{23} (\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_2)^2 + C_3 \dot{\varphi}_3^2 + \right. \\ & + C_{34} (\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_3)^2 + C_4 \dot{\varphi}_4^2 + C_5 \dot{\varphi}_5^2 + C_{45} (\dot{\varphi}_5 - \dot{\varphi}_4)^2 + C_{35} (\dot{\varphi}_5 - \dot{\varphi}_3)^2 + \\ & + C_6 \dot{\varphi}_6^2 + C_{56} (\dot{\varphi}_6 - \dot{\varphi}_5)^2 + C_{26} (\dot{\varphi}_6 - \dot{\varphi}_2)^2 + C_{J8} (\dot{\varphi}_7 - \dot{\varphi}_6)^2 + C_{J9,10} \dot{\varphi}_7^2 \left. \right], \\ U = & E_{J1} (1 - \cos \varphi_1) + E_{J2} (1 - \cos(\varphi_1 - \varphi_{\text{ext},1})) + E_{J3} (1 - \cos(\varphi_2 - \varphi_1)) + \\ & + E_{J4} (1 - \cos(\varphi_4 - \varphi_3)) + E_{J5} (1 - \cos \varphi_4) + E_{J6} (1 - \cos(\varphi_4 - \varphi_{\text{ext},c})) + \\ & + E_{J7} (1 - \cos(\varphi_5 - \varphi_4)) + E_{J8} (1 - \cos(\varphi_6 - \varphi_7)) + E_{J9} (1 - \cos \varphi_7) + \\ & + E_{J10} (1 - \cos(\varphi_7 - \varphi_{\text{ext},2})), \end{aligned} \quad (3.3.3)$$

где T и U – кинетическая и потенциальная энергии. Кинетическая энергия может быть записана в матричном виде как $T = \frac{1}{2} \vec{\varphi}^T C \vec{\varphi}$. Здесь $\vec{\varphi} =$

$[\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3, \dot{\varphi}_4, \dot{\varphi}_5, \dot{\varphi}_6, \dot{\varphi}_7]$ и C – емкостная матрица размерностью 7×7 :

$$C = \begin{bmatrix} C_{1\Sigma} & -C_{J3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_{J3} & C_{2\Sigma} & -C_{23} & 0 & 0 & -C_{26} & 0 \\ 0 & -C_{23} & C_{3\Sigma} & -C_{34} & -C_{35} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C_{34} & C_{4\Sigma} & -C_{45} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C_{35} & -C_{45} & C_{5\Sigma} & -C_{56} & 0 \\ 0 & -C_{26} & 0 & 0 & -C_{56} & C_{6\Sigma} & -C_{J8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_{J8} & C_{7\Sigma} \end{bmatrix}, \quad (3.3.4)$$

где

$$\begin{aligned} C_{1\Sigma} &= C_{J1,2} + C_{J3}, \\ C_{2\Sigma} &= C_2 + C_{J3} + C_{23} + C_{26}, \\ C_{3\Sigma} &= C_3 + C_{23} + C_{34} + C_{35}, \\ C_{4\Sigma} &= C_4 + C_{34} + C_{45}, \\ C_{5\Sigma} &= C_5 + C_{45} + C_{35} + C_{56}, \\ C_{6\Sigma} &= C_6 + C_{56} + C_{26} + C_{J8}, \\ C_{7\Sigma} &= C_{J8} + C_{J9,10}. \end{aligned} \quad (3.3.5)$$

Применяя преобразование координат элемента связи (см. ур.3.1.1) к емкостной матрице, получаем

$$C_{\text{new}} = T_r^T \times C \times T_r, \quad (3.3.6)$$

где матрица преобразования выглядит как:

$$T_r = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.3.7)$$

После преобразования координат потенциальная энергия принимает следу-

ющий вид

$$\begin{aligned}
 U = & E_{J1}(1 - \cos \varphi_1) + E_{J2}(1 - \cos(\varphi_1 - \varphi_{ext,1})) + E_{J3}(1 - \cos(\varphi_2 - \varphi_1)) + \\
 & + E_{J4}(1 - \cos \tilde{\varphi}_4) + E_{J5}(1 - \cos \tilde{\varphi}_3) + E_{J6}(1 - \cos(\tilde{\varphi}_3 - \varphi_{ext,c})) + \\
 & + E_{J7}(1 - \cos \tilde{\varphi}_5) + E_{J8}(1 - \cos(\varphi_6 - \varphi_7)) + E_{J9}(1 - \cos \varphi_7) + \\
 & + E_{J10}(1 - \cos(\varphi_7 - \varphi_{ext,2})).
 \end{aligned} \tag{3.3.8}$$

При помощи данного преобразования гамильтониан элемента связи разделяется на три подсистемы. Это позволяет существенно упростить вычисления за счёт перехода к матрицам меньшей размерности. Добавляя два трансмона, мы имеем пять подсистем, в каждой из которых будет рассмотрено по пять уровней. Для каждой фазовой переменной φ_i задаётся дискретная сетка с шагом $\delta\varphi_i = \pi/16$ и соответствующий канонически сопряженный заряд $q_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_i}$. Сетка для внешнего магнитного потока в СКВИДе элемента связи имеет шаг $\delta\varphi_{ext} = \pi/128$. Гамильтониан всей системы через нормальные моды определяется как

$$H = \sum_i q_i \dot{\varphi}_i - L = \frac{1}{2} \vec{q}^T C_{\text{new}}^{-1} \vec{q} + U, \tag{3.3.9}$$

где C_{new}^{-1} – обратная матрица емкости. Собственные значения каждой подсистемы рассчитываются в фазовом базисе при помощи численной диагонализации, а затем находится зарядовые матрицы при помощи преобразования Фурье. Далее собирается полный гамильтониан системы путем добавления слагаемых с взаимодействием между подсистемами ур. (3.3.2). При этом зарядовая энергия определяется как $E_{Cij} = \frac{e^2}{2} C_{\text{new}}^{-1}$. Наконец, диагонализуется полный гамильтониан.

Спектр всей системы в зависимости от магнитного потока в СКВИДе элемента связи Φ_{ext} показан на рис. 3.3(а). При расчете использовались целевые параметры цепи (таб. 3.1). Кубиты при этом находятся в своих верхних точках по частоте. Собственные состояния системы обозначены как $|n_{q1}, n_{q2}, n_{c1}, n_{c2}, n_{c3}\rangle$, где n_i – населенность i -й моды. Четыре вычислительных состояния системы обозначены как $|gg000\rangle, |eg000\rangle, |ge000\rangle, |ee000\rangle$.

Для выполнения двухкубитного гейта CZ, который является естественным (или нативным) для данной системы, то есть реализуется без дополнительных

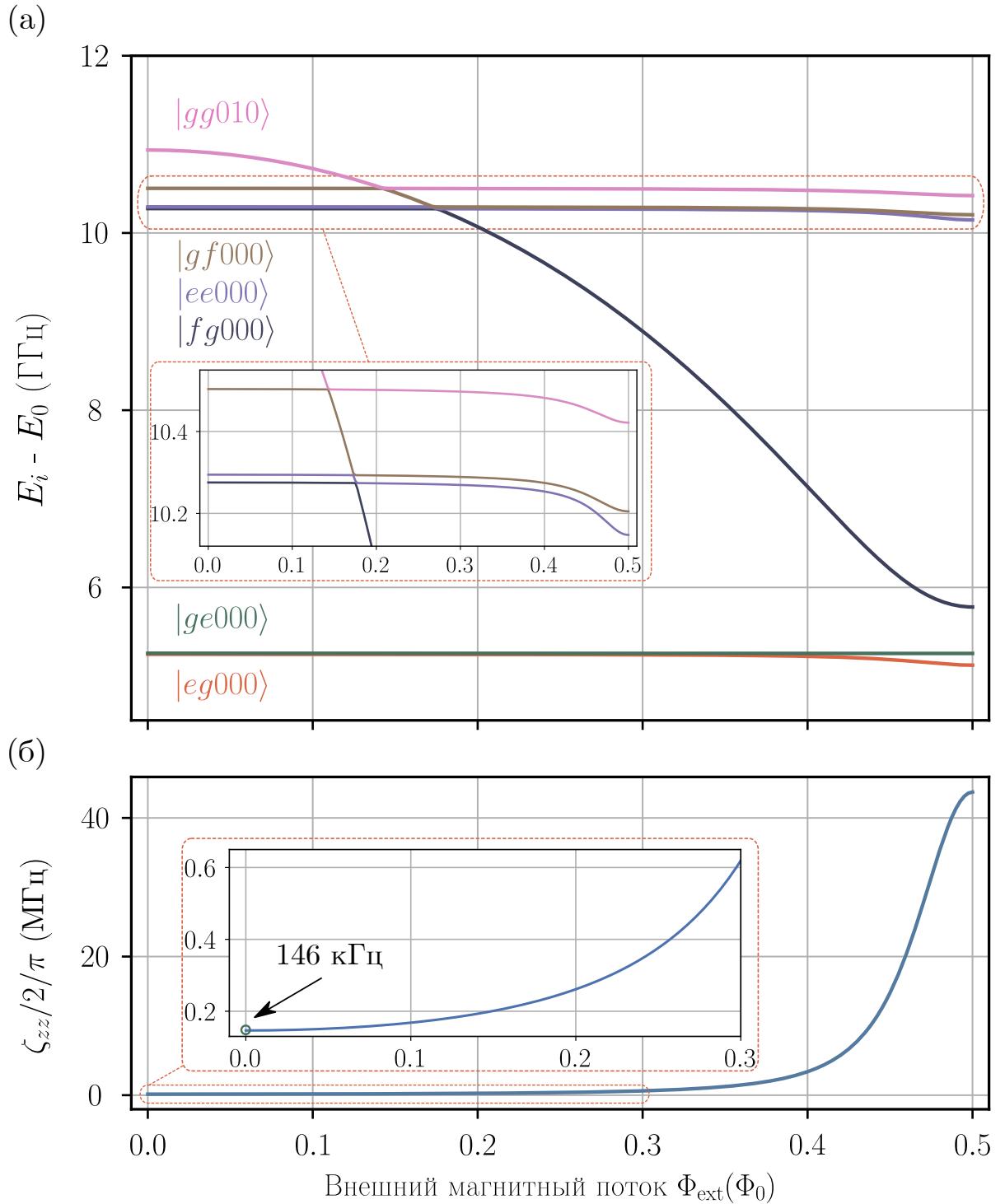


Рис. 3.3: (а) Уровни энергий системы трансмон-элемент связи-трансмон в зависимости от магнитного потока в СКВИДе элемента связи. Состояние всей системы описывается комбинацией состояний пяти подсистем: первые два символа соответствуют трансмонам ($|g\rangle$, $|e\rangle$ или $|f\rangle$), а оставшиеся — модам элемента связи, аналогично рис. 3.2. Перестраиваемые уровни соединительного элементадвигают уровни трансмонов, изменяя силу их взаимодействия. (б) Сила связи трансмонов в зависимости от магнитного потока в элементе связи.

Джозефсоновская энергия (ГГц)	Емкость	(Φ)	Емкость	(Φ)
E_{J1}, E_{J10}	124.2	C_2	75.6	C_{35}
E_{J2}, E_{J9}	43.5	C_3	47.2	C_{56}
E_{J3}, E_{J8}	17.4	C_4	144	C_{J1}, C_{J10}
E_{J4}, E_{J7}	124.2	C_5	46.5	C_{J2}, C_{J9}
E_{J5}	79.5	C_6	75.9	C_{J3}, C_{J8}
E_{J6}	129.1	C_{23}	9	C_{J4}, C_{J7}
-	-	C_{26}	0.015	C_{J5}
-	-	C_{34}, C_{45}	13	C_{J6}
				7.1

Таб. 3.1: Проектные параметры двухкубитной схемы: емкости и джозефсоновские энергии контактов, емкости узлов. Емкости джозефсоновских контактов элемента связи C_{J4}, C_{J5} и C_{J6}, C_{J7} учтены в величинах C_{34}, C_4, C_{45} соответственно.

однокубитных операций, необходимо иметь возможность контролировать взаимодействие между кубитами. В данной системе эффективное взаимодействие определяется как разность между частотой состояния, в котором оба вычислительных кубита возбуждены ($|ee\rangle$), и суммой частот состояний, в которых возбуждён только один кубит: $\zeta_{ZZ} = f_{ee} - f_{eg} - f_{ge}$, и зависит от магнитного потока в СКВИДе элемента связи. Рассчитанная сила связи между кубитами в верхних точках по частоте показана на рис. 3.3(б) и принимает значения в диапазоне от 146 кГц при магнитном потоке в СКВИДе элемента связи ($\Phi = 0$) до 44 МГц в точке $\Phi = 0.5\Phi_0$.

3.4 Вывод XX- и ZZ- взаимодействий

Для понимания принципов работы системы полезно получить аналитические выражения, описывающие ее ключевые характеристики. В случае двухкубитной подсистемы основной интерес представляет сила связи между кубитами и ее зависимость от параметров цепи. Описываемая в диссертации система, как уже было упомянуто, имеет ZZ-тип взаимодействия, зависящий от магнитного потока в элементе связи. Для таких систем общепринятым методом поиска формулы, описывающей связь между кубитами, является преобразование Шриффера-Вульфа, упомянутое в Главе 1. Преобразование позволяет исключить все остальные подсистемы, кроме кубитных, оставив только видоизмененное двухкубитное взаимодействие с поправкой на присутствие других

элементов цепи. Однако применение данного преобразования допустимо лишь в рамках определённых приближений, и его сложность возрастает при увеличении количества подсистем, которые надо исключить из преобразованного гамильтониана. В нашем случае таких подсистем три, и предположение о слабом взаимодействии между подсистемами по сравнению с их частотным разнесением не соблюдается.

Тем не менее, существуют другие подходы, позволяющие аналитически описать систему. Например, получить выражение для силы связи в линейном приближении, которое является функцией импеданса между кубитами согласно работам [103, 104].

В линейном приближении емкости джозефсоновских переходов не учитываются, а сами джозефсоновские переходы заменяются на линейные индуктивности. Соответственно, число элементов в электрической схеме на рис. 3.1(в) сокращается, а кубиты А и В ассоциируются с узлами 2 и 6 соответственно. Емкости C_{34} , C_{45} и C_{35} без учета вкладов джозефсоновских контактов пренебрежимо малы и, следовательно, не учитываются. Прямое емкостное взаимодействие между кубитами C_{26} будет учтено позднее. Матрицы емкостей и обратных индуктивностей, выраженные через фазовые переменные узлов φ_i , имеют вид:

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} C_{23} + C_{q_A} & -C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -C_{23} & C_{23} + C_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_5 + C_{56} & -C_{56} \\ 0 & 0 & 0 & -C_{56} & C_{56} + C_{q_B} \end{bmatrix}, \quad (3.4.1)$$

$$\tilde{L}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{J4}} & -\frac{1}{L_{J4}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_{J4}} & \frac{1}{L_{J4}} + \frac{1}{L_{J56}} + \frac{1}{L_{J7}} & -\frac{1}{L_{J7}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L_{J7}} & \frac{1}{L_{J7}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.4.2)$$

Здесь кубиты полагаются как источники тока, согласно подходу [103, 104], поэтому не имеют собственных индуктивностей. После применения преобразования, аналогичного преобразованию для аналитического рассмотрения мод

элемента связи 3.2.2

$$T_{\text{diag}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.4.3)$$

матрица индуктивностей принимает диагональный вид:

$$L^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{J4}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{J56}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_{J7}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.4.4)$$

Лагранжиан при наличии наведенного тока I_{q_A} от кубита А записывается как:

$$L(\vec{\Phi}, \dot{\vec{\Phi}}) = \frac{1}{2} \dot{\vec{\Phi}}^T C \dot{\vec{\Phi}} - \frac{1}{2} \vec{\Phi}^T L^{-1} \vec{\Phi} + I_{q_A}(t) \Phi_2. \quad (3.4.5)$$

Используя уравнение Эйлера-Лагранжа, получаем систему уравнений движения:

$$C \ddot{\vec{\Phi}} + L^{-1} \vec{\Phi} = I_{q_A}(t) \vec{e}, \quad (3.4.6)$$

где $\vec{e}^T = (1, 0, 0, 0, 0)$. Подстановка временной зависимости потока $\vec{\Phi}(t) = \vec{\tilde{\Phi}} e^{i\omega t}$ в систему уравнений движения приводит к выражению, описывающему связь между потоками узлов и наведенным током:

$$(-\omega^2 C + L^{-1}) \vec{\tilde{\Phi}} = \tilde{I}_{q_A} \vec{e}. \quad (3.4.7)$$

Для упрощения в дальнейших вычислениях рассматривается симметричная система: $C_{56} = C_{23}$, $C_3 = C_5$, $C_{q_A} = C_{q_B}$, $L_{J7} = L_{J4}$. Путем элементарных преобразований строк выделяются переменные элемента связи, что приводит к следующей системе уравнений, содержащей только потоки связующего элемента:

$$(1 - \omega^2 L_c C_c) \vec{\tilde{\Phi}}_c = \frac{C_{23}}{C_{23} + C_{q_A}} \tilde{I}_{q_A} \begin{pmatrix} L_{J4} \\ L_{J56} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.4.8)$$

где матрицы индуктивности и емкости элемента связи имеют вид:

$$L_c = \begin{bmatrix} L_{J4} & 0 & 0 \\ 0 & L_{J56} & 0 \\ 0 & 0 & L_{J4} \end{bmatrix}, \quad (3.4.9)$$

$$C_c = \begin{bmatrix} -\frac{C_{23}^2}{C_{23}+C_{qA}} + C_{23} + C_3 & -\frac{C_{23}^2}{C_{23}+C_{qA}} + C_{23} + C_3 & 0 \\ -\frac{C_{23}^2}{C_{23}+C_{qA}} + C_{23} + C_3 & -\frac{2C_{23}^2}{C_{23}+C_{qA}} + 2C_{23} + 2C_3 + C_4 & -\frac{C_{23}^2}{C_{23}+C_{qA}} + C_{23} + C_3 \\ 0 & -\frac{C_{23}^2}{C_{23}+C_{qA}} + C_{23} + C_3 & -\frac{C_{23}^2}{C_{23}+C_{qA}} + C_{23} + C_3 \end{bmatrix}. \quad (3.4.10)$$

Определяя

$$F(\omega) = 1 - \omega^2 L_c C_c, \quad (3.4.11)$$

потоки элемента связи выражаются как:

$$\vec{\Phi}_c = \frac{C_{23}}{C_{23} + C_{qA}} \tilde{I}_{qA} \frac{\text{adj}(F(\omega))}{\det(F(\omega))} \begin{pmatrix} L_{J4} \\ L_{J56} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.4.12)$$

где $\text{adj}(F(\omega))$ — алгебраическое дополнение матрицы $F(\omega)$,

$\det(F(\omega)) = \frac{\omega_{c+}^2 \omega_{c0}^2 \omega_{c\pm}^2}{(\omega_{c+}^2 - \omega^2)(\omega_{c0}^2 - \omega^2)(\omega_{c-}^2 - \omega^2)}$ — определитель, зависящий от нормальных мод элемента связи $\omega_{c+}, \omega_{c0}, \omega_{c-}$ (ур. 3.2.6), представленных на рис. 3.2(б) в порядке возрастания частоты.

Во время элементарных преобразований строк выявляется соотношение между потоками на узлах соединительного элемента:

$$\omega^2 C_{23} \tilde{\Phi}_4 + \omega^2 C_{23} \tilde{\Phi}_5 - \omega^2 (C_{qA} + C_{23}) \tilde{\Phi}_6 = 0.$$

Совместно с выражением $\tilde{V}_{qB} = i\omega \tilde{\Phi}_6$, напряжение на втором кубите можно записать как:

$$\tilde{V}_{qB} = i\omega \left(\frac{C_{23}}{C_{23} + C_{qA}} \right)^2 \frac{L_{J56} \omega_{c+}^2 \omega_{c0}^2 \omega_{c-}^2}{(\omega_{c+}^2 - \omega^2)(\omega_{c0}^2 - \omega^2)(\omega_{c-}^2 - \omega^2)} \tilde{I}_{qA},$$

где подставлены выражения для детерминанта и алгебраического дополнения матрицы $F(\omega)$. Следовательно, мнимая часть импеданса между двумя кубитами

ми, определяемая как $Z_{q_A q_B} = \tilde{V}_{q_B} / \tilde{I}_{q_A}$, имеет вид:

$$\text{Im}Z_{q_A q_B}(\omega) = \omega \left(\frac{C_{23}}{C_{23} + C_{q_A}} \right)^2 \frac{L_{J56} \omega_{c_+}^2 \omega_{c_0}^2 \omega_{c_-}^2}{(\omega_{c_+}^2 - \omega^2)(\omega_{c_0}^2 - \omega^2)(\omega_{c_-}^2 - \omega^2)}.$$

Наконец, при известном импедансе можно найти силу связи как функцию импеданса, согласно [103, 104]:

$$J_{q_A q_B} = -\frac{1}{4} \sqrt{\frac{\omega_{q_A} \omega_{q_B}}{L_{q_A} L_{q_B}}} \text{Im} \left[\frac{Z_{q_A q_B}(\omega_{q_A})}{\omega_{q_A}} + \frac{Z_{q_A q_B}(\omega_{q_B})}{\omega_{q_B}} \right],$$

где L_{q_A} и L_{q_B} — это полные индуктивности цепей трехконтактных кубитов в данном случае. Полная сила связи между кубитами оценивается как

$$J_{XX} = J_{q_A q_B} + J_0, \quad (3.4.13)$$

где J_0 представляет собой силу связи, обусловленную наличием прямого емкостного взаимодействия C_{26} .

Зная выражение для силы связи кубитов, становится возможным определить ZZ-взаимодействие. Для этого необходимо построить численный гамильтониан двухкубитной подсистемы, составленный из уровней, которые вносят наибольший вклад в ZZ-взаимодействие и описать вклад джозефсоновских контактов элемента связи в гамильтониан двухкубитной системы.

В нашей системе ZZ-взаимодействие в первую очередь определяется сдвигом уровня $|ee\rangle$ из-за возмущений в системе уровней $|fg\rangle$, $|gf\rangle$ и $|ee\rangle$. Согласно упомянутой ранее работе [104], взаимодействие между уровнями $|fg\rangle$ и $|ee\rangle$, а также между уровнями $|gf\rangle$ и $|ee\rangle$, примерно равно $\sqrt{2}J_{XX}$ в первом приближении. Однако также следует учитывать нелинейные вклады джозефсоновских контактов связующего элемента.

Гамильтониан подпространства двухкубитных состояний описывается с использованием модели осцилляторов Дуффинга:

$$H = \omega_{q_A} a^\dagger a + \frac{\delta_{q_A}}{2} a^\dagger a (a^\dagger a - 1) + \omega_{q_B} b^\dagger b + \frac{\delta_{q_B}}{2} b^\dagger b (b^\dagger b - 1) + J_{XX} (a^\dagger b + a b^\dagger).$$

Здесь J_{XX} представляет собой полное XX-взаимодействие, определенное выше (упр. 3.4.13).

Нелинейные вклады от джозефсоновских контактов соединительного элемента задаются следующим образом:

$$H_{\text{nonlinear}} = -\frac{1}{24} \sum_{i=c_1, c_2, c_3} \frac{E_{J,i}}{\hbar} \varphi_i^4, \quad (3.4.14)$$

где учитываются потоки всех узлов каплера. Для учета этих вкладов в гамильтониане осцилляторов Дуффинга каждая координата потока соединительного элемента $\Phi_i = 2\pi\varphi_i$ выражается как линейная комбинация потоков кубитов Φ_{q_A} и Φ_{q_B} :

$$\Phi_i = \alpha_{A,i}\Phi_{q_A} + \alpha_{B,i}\Phi_{q_B} = \sqrt{\hbar \frac{Z_{q_A}}{2}} \alpha_{A,i} (a^\dagger + a) + \sqrt{\hbar \frac{Z_{q_B}}{2}} \alpha_{B,i} (b^\dagger + b), \quad (3.4.15)$$

где $\alpha_{A,i}$ — это коэффициент, связывающий поток i -го узла связующего элемента с суммой операторов уничтожения и рождения кубита A . То же самое относится и к коэффициенту $\alpha_{B,i}$ и кубиту B .

Для определения этих коэффициентов перепишем уравнение 3.4.7 без индуцированного тока и с измененным порядком переменных: $(\tilde{\Phi}_{q_A}, \tilde{\Phi}_{q_B}, \tilde{\Phi}_3, \tilde{\Phi}_4, \tilde{\Phi}_5)$. Матрица ёмкости в этом случае принимает вид:

$$C' = \begin{bmatrix} C_{23} + C_{q_A} & 0 & -C_{23} & -C_{23} & 0 \\ 0 & C_{56} + C_{q_B} & 0 & -C_{56} & -C_{56} \\ -C_{23} & 0 & C_{23} + C_3 & C_{23} + C_3 & 0 \\ -C_{23} & -C_{56} & C_{23} + C_3 & C_{23} + C_3 + C_4 + C_5 + C_{56} & C_5 + C_{56} \\ 0 & -C_{56} & 0 & C_5 + C_{56} & C_5 + C_{56} \end{bmatrix}. \quad (3.4.16)$$

Определив $A = -\omega^2 C' + L'^{-1}$, получаем систему уравнений:

$$A \begin{pmatrix} \tilde{\Phi}_{q_A} \\ \tilde{\Phi}_{q_B} \\ \tilde{\Phi}_3 \\ \tilde{\Phi}_4 \\ \tilde{\Phi}_5 \end{pmatrix} = 0. \quad (3.4.17)$$

Здесь A — это блочная матрица:

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}, \quad (3.4.18)$$

где A_{11} и A_{22} — диагональные. Связь между фазами соединительного элемента и фазами кубитов описывается уравнением:

$$A_{21} \begin{pmatrix} \tilde{\Phi}_{q_A} \\ \tilde{\Phi}_{q_B} \end{pmatrix} + A_{22} \begin{pmatrix} \tilde{\Phi}_3 \\ \tilde{\Phi}_4 \\ \tilde{\Phi}_5 \end{pmatrix} = 0. \quad (3.4.19)$$

Наконец, мы получаем

$$\begin{pmatrix} \tilde{\Phi}_3 \\ \tilde{\Phi}_4 \\ \tilde{\Phi}_5 \end{pmatrix} = -A_{22}^{-1} A_{21} \begin{pmatrix} \tilde{\Phi}_{q_A} \\ \tilde{\Phi}_{q_B} \end{pmatrix} = -\omega^2 C_{23} A_{22}^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{\Phi}_{q_A} \\ \tilde{\Phi}_{q_A} + \tilde{\Phi}_{q_B} \\ \tilde{\Phi}_{q_B} \end{pmatrix}. \quad (3.4.20)$$

Используя соотношения в ур. 3.4.20, находятся коэффициенты $\alpha_{A,i}$ и $\alpha_{B,i}$ из ур. 3.4.15, что позволяет выразить фазы соединительного элемента φ_i через операторы рождения и уничтожения кубитов. Здесь выражения для коэффициентов не приводятся ввиду их громоздкости. Затем вычисляются матричные элементы $\langle kl|\varphi_i^4|mn\rangle$ для каждой комбинации состояний в подпространстве $\{|fg\rangle, |gf\rangle, |ee\rangle\}$. Данные действия аналогичны выводу аналитической формулы трехконтактного трансмона в Главе 2. Опишем их более подробно.

Распишем выражение $\varphi_i^4 = (\varphi_{A,i}(a^\dagger + a) + \varphi_{B,i}(b^\dagger + b))^4$, в котором коэффициенты известны и равны

$$\varphi_{A,i} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \sqrt{\hbar \frac{Z_{q_A}}{2}} \alpha_{A,i}, \quad \varphi_{B,i} = \frac{2\pi}{\Phi_0} \sqrt{\hbar \frac{Z_{q_B}}{2}} \alpha_{B,i} :$$

$$\begin{aligned} \varphi_i^4 = & \varphi_{A,i}^4 (a^\dagger + a)^4 + \varphi_{B,i}^4 (b^\dagger + b)^4 + 6\varphi_{A,i}^2 \varphi_{B,i}^2 (a^\dagger + a)^2 (b^\dagger + b)^2 + \\ & + 4\varphi_{A,i}^3 \varphi_{B,i} (a^\dagger + a)^3 (b^\dagger + b) + 4\varphi_{A,i} \varphi_{B,i}^3 (a^\dagger + a) (b^\dagger + b)^3. \end{aligned} \quad (3.4.21)$$

Далее скобки со степенями раскрываются, рассчитываются матричные элемен-

ты φ_i^4 для состояний двухкубитной системы:

$$\begin{aligned}
 \langle ee | \varphi_i^4 | ee \rangle &= 15\varphi_{A,i}^4 + 15\varphi_{B,i}^4 + 54\varphi_{A,i}^2\varphi_{B,i}^2 \\
 \langle fg | \varphi_i^4 | fg \rangle &= 39\varphi_{A,i}^4 + 3\varphi_{B,i}^4 + 30\varphi_{A,i}^2\varphi_{B,i}^2 \\
 \langle gf | \varphi_i^4 | gf \rangle &= 39\varphi_{B,i}^4 + 3\varphi_{A,i}^4 + 30\varphi_{A,i}^2\varphi_{B,i}^2 \\
 \langle ee | \varphi_i^4 | gf \rangle &= 12\sqrt{2}\varphi_{A,i}^3\varphi_{B,i} + 24\sqrt{2}\varphi_{A,i}\varphi_{B,i}^3 \\
 \langle ee | \varphi_i^4 | fg \rangle &= 24\sqrt{2}\varphi_{A,i}^3\varphi_{B,i} + 12\sqrt{2}\varphi_{A,i}\varphi_{B,i}^3 \\
 \langle ee | \varphi_i^4 | fg \rangle &= 12\varphi_{A,i}^2\varphi_{B,i}^2.
 \end{aligned} \tag{3.4.22}$$

Таким образом, нелинейная поправка из ур. 3.4.14 получается для каждого состояния в подпространстве. Матричные элементы этой поправки затем вычисляются и включаются в численный гамильтониан, который формируется из состояний $|fg\rangle$, $|gf\rangle$ и $|ee\rangle$, с учетом взаимодействия $\sqrt{2}J_{XX}$. Наконец, сила ZZ-взаимодействия определяется как разница частот между уровнем энергии $|ee\rangle$ в диагональном гамильтониане без взаимодействия и так называемом гамильтонианом с «одетыми» состояниями:

$$\zeta_{ZZ} = \omega_{11}^{\text{dr}} - \omega_{11}^0, \tag{3.4.23}$$

$$H_0 = \hbar \begin{pmatrix} \omega_{20} & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{02} \end{pmatrix}, \tag{3.4.24}$$

$$H_{\text{dr}} = \hbar \begin{pmatrix} \omega_{20} & \sqrt{2}J_{XX} & 0 \\ \sqrt{2}J_{XX} & \omega_{11} & \sqrt{2}J_{XX} \\ 0 & \sqrt{2}J_{XX} & \omega_{02} \end{pmatrix}. \tag{3.4.25}$$

Стоит отметить, однако, что нелинейный вклад элемента связи в ZZ-взаимодействие пренебрежимо мал и практически не влияет на определяемую величину. Сравнение с численным расчетом и экспериментальными данными будет проведено в Разделе 5.6 и на рис. 5.11.

3.5 Анализ и сравнение с другими элементами связи

Одним из ключевых преимуществ трёхмодового связующего элемента является возможность использования джозефсоновских контактов с малой асимметрией в СКВИДе. Это даёт значительное преимущество в случаях, когда сложно добиться высокой воспроизводимости переходов с разными размерами. Например, в связующем элементе типа «двойной трансмон» [32] требуемая асимметрия играет решающую роль, так как её отклонения могут привести к значительным изменениям в энергетической структуре каплера, в определённом режиме фактически превращающимся в потоковый кубит. Аналогично, соединительный элемент трансмонного типа [28, 29, 34, 35] требует точного контроля асимметрии для одновременного достижения как малого остаточного ZZ-взаимодействия, так и силы связи порядка десятков мегагерц в рабочей точке. Предложенный трёхмодовый каплер обеспечивает сравнимый уровень остаточного ZZ-взаимодействия, но при этом имеет значительно больший диапазон перестройки связи по сравнению с распространёнными одномодовыми соединительными элементами при одинаковых параметрах цепи.

Чтобы проиллюстрировать упомянутое преимущество трёхмодового элемента связи с технологически доступными параметрами джозефсоновских контактов, было выполнено сравнение силы XX-взаимодействия, рассчитанной с использованием аналитических формул для двух случаев: обычного одномодового перестраиваемого [35] и предложенного трёхмодового элемента связи. Все параметры системы одинаковы, за исключением отсутствия боковых джозефсоновских контактов в первом случае, где емкость соединительного элемента рассчитывается как сумма емкостей всех копланарных частей каплера. Как показано на рис. 3.4(а), диапазон XX-взаимодействия, как функции магнитного потока в СКВИДе элемента связи, меньше в первом случае. Поскольку сила ZZ-взаимодействия, в первом приближении, пропорциональна квадрату XX-связи, диапазон перестройки ZZ-связи также шире для трёхмодового соединительного элемента. Этот вывод был подтверждён как с помощью ранее описанного аналитического подхода, так и численным расчётом (рис. 3.4(б)). В этом контексте предложенный трёхмодовый элемент связи сохраняет сопоставимый уровень остаточного ZZ-взаимодействия, при этом предлагая более широкий перестриваемый диапазон связи по сравнению с распространённым соединительным

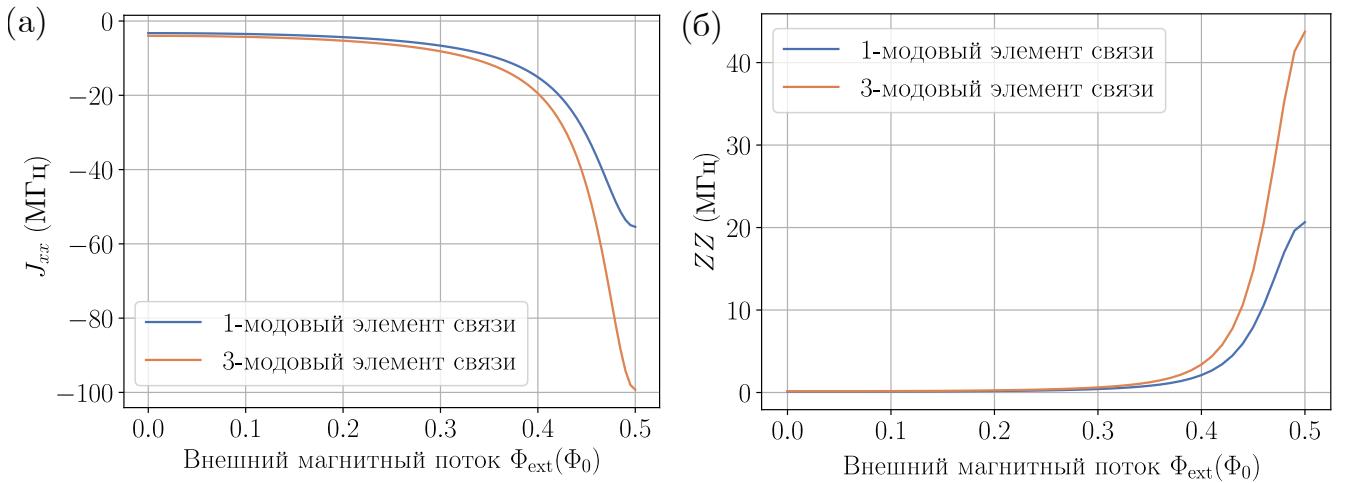


Рис. 3.4: (а) Сравнение аналитически рассчитанной силы связи кубитов в зависимости от магнитного потока в каплере для двух типов элемента связи. (б) Сравнение численно полученного ZZ-взаимодействия для каплеров двух типов.

элементом типа трансмон.

Однако, по сравнению с другими двухкубитными архитектурами [28, 29, 31], исследуемая система имеет недостаток, заключающийся в остаточном взаимодействии порядка 100 кГц. В связи с этим был произведен расчет согласно описанному аналитическому подходу, позволяющий оценить тенденцию изменения остаточного ZZ-взаимодействия в зависимости от площадей джозефсоновских контактов. Рис. 3.5 иллюстрирует зависимость силы остаточного ZZ-взаимодействия от площадей наименьшего контакта в СКВИДе (s_6) и бокового джозефсоновского контакта (s_4) в двух случаях. Первый случай предполагает одинаковые площади для боковых контактов ($s_4 = s_7$), в то время как во втором случае фиксируется площадь контакта s_7 и варьируется площадь s_4 . В обоих случаях площадь контакта s_5 также остается фиксированной, соответствующей значению в дизайне. Таким образом, расчеты показывают, что сила взаимодействия может быть уменьшена до значения ниже 100 кГц. При дальнейшем увеличении площадей контактов сила взаимодействия достигает значений примерно 50 кГц. Этот результат не является наименьшим среди существующих двухкубитных систем, однако, такой уровень ZZ-взаимодействия оказывает значительно меньшее влияние на ошибку однокубитного гейта по сравнению с процессами релаксации и дефазировки, что будет описано в Главе 4. Следует также отметить, что снижение остаточного взаимодействия обусловлено увеличением площадей контактов, что увеличивает количество паразитных двухуровневых систем в туннельном барьере. Вместе с этим при увеличе-

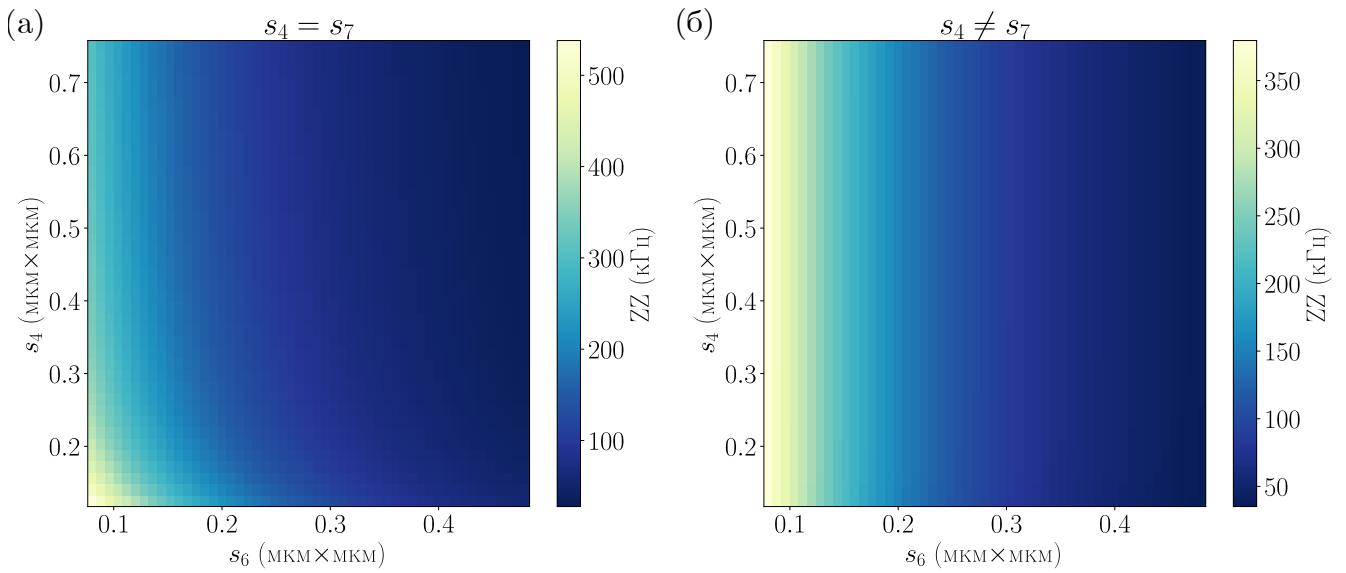


Рис. 3.5: Расчет остаточного ZZ-взаимодействия в нуле магнитного потока каллера согласно аналитическому подходу для случая симметричных боковых джозефсоновских контактов элемента связи (а) и для несимметричных (б).

нии размеров растут также частоты мод каллера, что отдаляет его от кубитов и снижает диапазон двухкубитного взаимодействия в целом, на всем интервале перестройки магнитного потока.

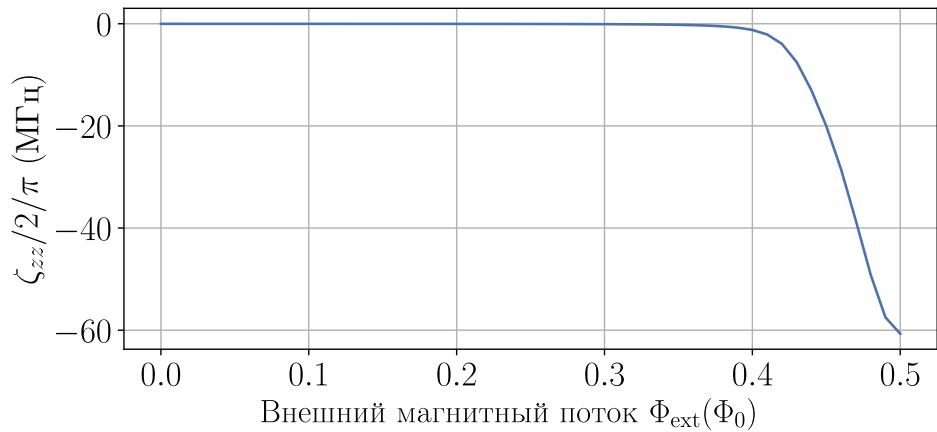


Рис. 3.6: Численно рассчитанное ZZ-взаимодействие между сильно отстроенными трансмонаами с использованием трехмодовым элемента связи.

Остаточное ZZ-взаимодействие можно также значительно уменьшить, если использовать кубиты с большой частотной отстройкой друг от друга. Был произведен численный расчет ZZ-взаимодействия с использованием комбинации проектных (таб. 3.1) и экспериментальных параметров (таб. 5.3) джозефсоновских контактов (рис. 3.6). В частности, использовались проектные параметры для элемента связи и одного из двух кубитов, в то время как площади контактов второго кубита были равны экспериментальным. Это привело к разнице частот между кубитами примерно в 1,2 ГГц. Рассчитанная сила ZZ-взаимодействия

составила всего 13 кГц в точке нуля магнитного потока в СКВИДе связующего элемента и 60 МГц в точке половины кванта магнитного потока. Эти результаты указывают на то, что для сильно отстроенных кубитов возможно оптимизировать параметры, чтобы достичь как низкого остаточного ZZ-взаимодействия, так и достаточной силы связи в рабочей точке.

3.6 Выводы по Главе 3

В данной главе представлены теоретические результаты разработки перестраиваемого трехмодового элемента связи, а также исследована двухкубитная схема, в состав которой входит такой трехмодовый элемент связи и трехконтактные трансмоны круглой формы. Рассмотрен подход к построению гамильтониана такого элемента с учётом его полной нелинейной структуры, а также получены аналитические выражения в линейном приближении для частот мод.

На основе численного нахождения собственных значений гамильтониана двухкубитной системы получены уровни энергии и рассчитано ZZ-взаимодействие между кубитами в зависимости от магнитного потока в СКВИДе элемента связи. Кроме того, предложен аналитический метод оценки XX- и ZZ- взаимодействий, пригодный для быстрой оценки параметров без полного численного моделирования.

Проведено сравнение предложенной трёхмодовой схемы с одномодовыми и другими многомодовыми элементами связи, используемыми в мире. Установлено, что при тех же параметрах системы трёхмодовая конфигурация обеспечивает более широкий диапазон перестройки ZZ-связи. При этом устройство менее чувствительно к асимметрии джозефсоновских контактов в СКВИДе, что снижает требования к точности изготовления.

Дополнительно проанализировано влияние геометрических параметров, в частности площадей джозефсоновских переходов, на остаточное взаимодействие. Показано, что за счёт подбора площадей возможно снизить ZZ-взаимодействие до величин порядка 50–60 кГц. Также рассмотрен случай двух кубитов с разнесёнными частотами, при котором остаточное взаимодействие может быть уменьшено до величины 13 кГц.

Описанные результаты опубликованы в статье [39].

4 Проектирование 8-кубитного квантового процессора

Данная глава посвящена описанию проектирования элементов 8-кубитного процессора.

4.1 Описание топологии

Восьмикубитная топология представлена на рис. 4.1, цветом обозначены основные элементы процессора. Восемь концентрических трансмонов (красный) и десять перестраиваемых элементов связи (синий) образуют двумерный массив 4×2 . Емкостная связь между кубитом и другими элементами топологии осуществлена посредством электродов дугообразной формы [22, 89]. Каждый трансмон имеет собственную контролирующую линию (розовый) для управления магнитным потоком в СКВИДе кубита и подачи микроволновых сигналов. Такие же линии (оранжевый) используются для подачи сигнала к СКВИДу каплера. В топологии присутствуют две считающие линии на отражение (фиолетовый), левая из которых связана с четырьмя трансмонами левой половины процессора, и, аналогично, правая с четырьмя трансмонами правой половины. Каждый трансмон имеет индивидуальный считающий резонатор (зеленый) и парселловский фильтр (желтый) между резонатором и считающей линией. Считывающие и управляющие линии в процессоре при проникновении их в двумерную решетку проходят над копланарами элементов связи при помощи воздушных мостов (черные перемычки над всеми копланарными линиями). Воздушные мосты используются для равномерного распределения напряжения на чипе. Слой земли (черный) в подавляющей области топологии представлен в виде решетки, необходимой для устранения вихрей Абрикосова, наводящих паразитный магнитный поток в СКВИДы.

Цветом обозначена металлизация чипа, получаемая напылением алюминия

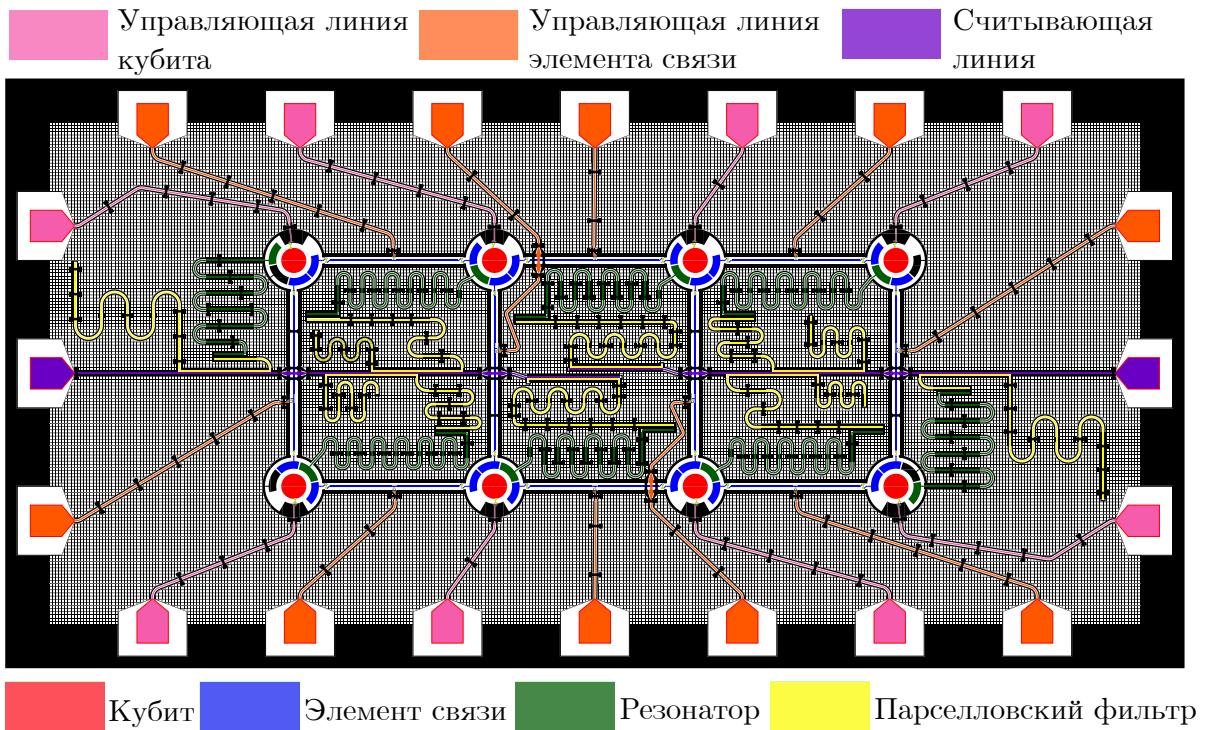


Рис. 4.1: Топология восьмикубитного процессора размером $5 \times 10 \text{ mm}^2$. Восемь круглых трансмонов (красный) расположены в виде решетки 4×2 и связаны посредством перестраиваемых элементов связи (синий). Кубиты и элементы связи имеют индивидуальные линии управления (розовый и оранжевый соответственно). Каждый трансмон имеет индивидуальный резонатор (зеленый), связанный со считывающей линией через парсельловский фильтр (желтый). Левая и правая считывающие линии (фиолетовый) связаны с четырьмя трансмопами левой и правой половины топологии соответственно.

на кремниевую подложку. Для изготовления всех структур, кроме джозефсоновских переходов, используется оптическая литография, точности которой достаточно для получения микронных размеров. Для получения джозефсоновских переходов, воздушных мостов и других структур субмикронных размеров используется электронная литография. В обоих случаях на подложку первоначально наносится резист, который обрабатывается в ходе литографии, а затем травится, удаляясь в ненужных местах. После этого напыляется алюминий, который остается в областях без резиста, формируя описанную ранее микросхему. Джозефсоновские переходы представляют собой перекрытие пленок алюминия со слоем оксида алюминия между ними.

Топология отрисована в библиотеке QCreator Python [105], разработанной в лаборатории. Рисование структур основано на использовании библиотеки gdspy Python [106], способной создавать полигоны, слои и выполнять логические операции. Помимо этого, в библиотеке используется встроенная программа для расчета матрицы емкостей (Fastcap), расчет погонных параметров копланарных

линий [68], частот и скоростей затухания элементов цепи в модели передающих линий [107, 108], а также S-параметра.

4.2 Проектирование трансмона

Внешний вид трансмона претерпел ряд изменений по мере измерения образцов. Менялся внешний вид управляющей линии, размер круглой емкости, а также ориентация джозефсоновских контактов в СКВИДе относительно управляющей линии.

В ходе экспериментального исследования однокубитных образцов (рис. 4.2(а)) было выявлено, что используемая управляющая линия является ограничивающим фактором для времени жизни кубита. Первоначально сигнал на круглые трансмоны подавался через сильно встроенную конструкцию с большой взаимной индуктивностью между линией и трансмоном (рис. 4.2(в)). Это было сделано для адресации сигнала и избежания перекрестных наводок между кубитами. Однако, времена релаксации таких кубитов не превышали в лучшем случае нескольких микросекунд, в то время как времена на X-монах с общепринятой управляющей линией (рис. 4.2(в)) имели порядки нескольких десятков микросекунд. При этом, в случае заземления контролирующих линий кубитов времена жизни круглых трансмонов и X-монов имели один и тот же порядок. Это говорит о том, что проблема заключается в конструкции управляющей линии.

Первой причиной являлась упомянутая высокая взаимная индуктивность, квадрат которой пропорционален скорости релаксации трансмона [6]. Помимо экспериментальных исследований, это было проверено при помощи электромагнитного моделирования двух конфигураций кубита и его управляющей линии (рис. 4.3). В обеих конфигурациях СКВИД круглого трансмона и управляющая линия связаны гальванически, но меняется геометрия общей индуктивности. Значение величины добротности, полученное в ходе моделирования в программе HFSS в режиме Eigenmode, позволяет оценить границу сверху для времени релаксации кубита в управляющую линию согласно ур. 2.3.1. В первом случае (рис. 4.3(а)) время релаксации кубита составляет 1,72 мкс. Во втором случае (рис. 4.3(б)) время релаксации кубита составляет 857 мкс. Однако, в данном случае имеет значение сравнение порядков этих верхних границ, потому что

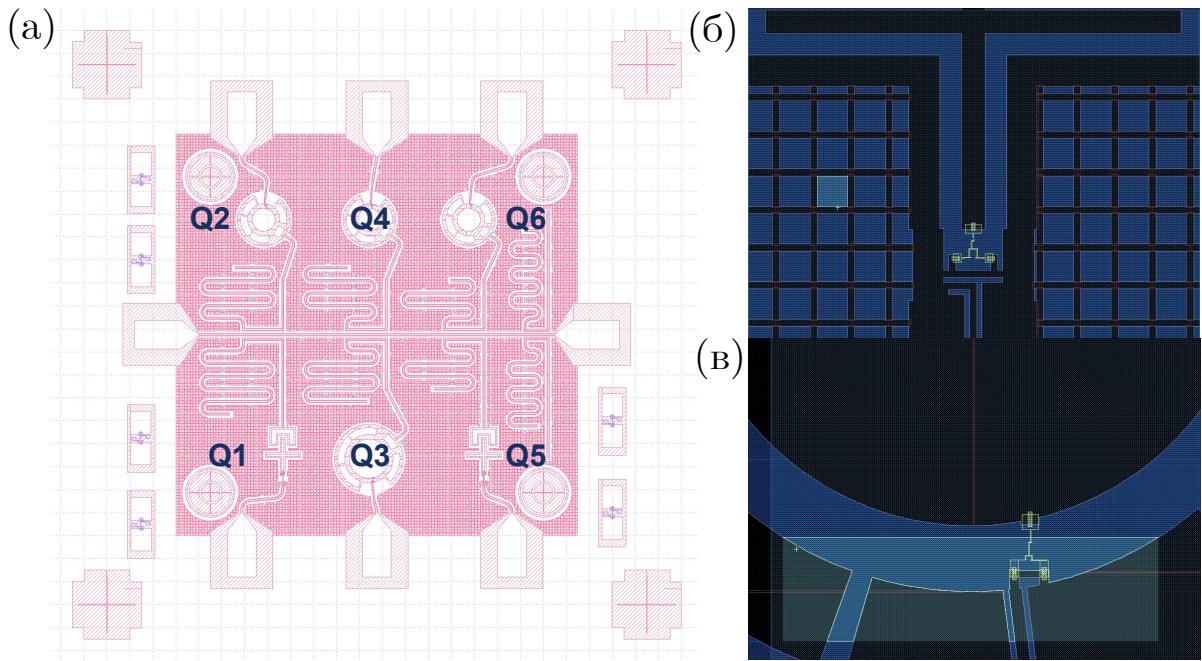


Рис. 4.2: (а) Тестовый дизайн исследования однокубитных систем. Шесть трансмонов с разной формой шунтирующей емкости и видом управляющей линии. (б) Вид управляющей линии X-мона. (в) Вид управляющей линии круглого трансмона.

расчеты в программе не всегда точны. Так, например, если выполнить моделирование S-параметра в той же программе в режиме Modal Network, и аппроксимировать зависимость фазы S-параметра от частоты согласно ур. 1.3.5, то получатся значения 11 мкс и 6 мс. Тем не менее, в обеих случаях максимальное время релаксации отличается на два-три порядка для двух разных видов контролирующей линии.

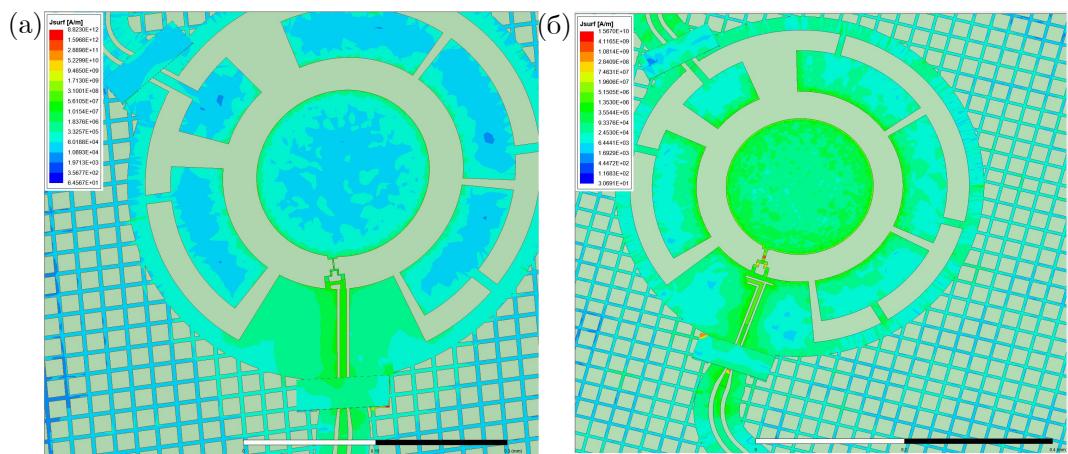


Рис. 4.3: Электромагнитное моделирование в HFSS добротности моды трансмона с разными типами контролирующей линии. Цветом обозначено распределение амплитуды тока. (а) Сильно встроенная контролирующая линия с высокой взаимной индуктивностью. (б) Общепринятая управляющая линия.

Помимо поиска наиболее удачного расположения контролирующей линии,

в ходе которого проводилось сравнение моделирования в режиме Eigenmode, согласовывалось с полученными экспериментальными результатами (полученные времена когерентности и релаксации кубитов лежат в диапазоне 1-2 мкс), также была обнаружена зависимость времен релаксации кубита с разным расположением джозефсоновских контактов в СКВИДе кубита относительно контролирующей линии первого типа. Экспериментально было установлено, что при контакте управляющей линии и джозефсоновского перехода с большим значением критического тока, времена жизни кубита ниже. Они составляли несколько сотен наносекунд, либо их вообще не удавалось измерить, а только оценить из ширины спектра кубита [49]. Это подтверждается нижеописанным расчетом.

Рассмотрим электрическую схему трехконтактного трансмона с некоторой индуктивностью M куска контролирующей линии в СКВИДе (рис. 4.4(а)). Для визуального удобства перерисуем схему так, чтобы можно было представить, как считается импеданс системы пошагово (рис. 4.4(б)).

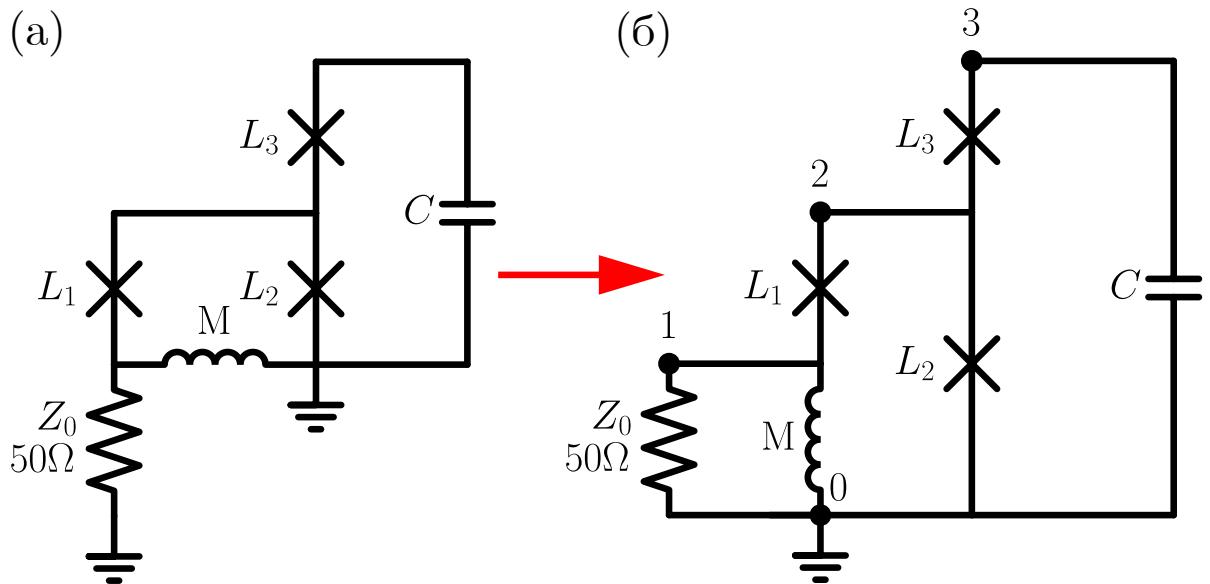


Рис. 4.4: (а) Электрическая схема кубита трансмона, соответствующая случаю с сильно встроенной управляющей линией. (б) Схема, использующаяся для определения импеданса системы и нахождения скорости релаксации.

Общий импеданс системы Z_{Σ} записывается исходя из соединений элементов

в узлах:

$$\begin{aligned}
 Z_{01} &= Z_0 \parallel Z_M \\
 Z_{012} &= Z_{01} + Z_{L_1} \\
 Z_{02\Sigma} &= Z_{012} \parallel Z_{L_2} \\
 Z_{03} &= Z_{02\Sigma} + Z_{L_3} \\
 Z_\Sigma &= Z_{03} \parallel Z_C.
 \end{aligned} \tag{4.2.1}$$

Здесь $Z_M = i\omega M$ – импеданс взаимной индуктивности управляющей линии и СКВИДа кубита, $Z_{L_i} = i\omega L_i$ – импеданс линейных индуктивностей джозефсоновских контактов, $Z_C = 1/i\omega C$ – импеданс шунтирующей емкости. Символ \parallel обозначает параллельное соединение элементов цепи.

Вычисление производилось аналитически в библиотеке SymPy Python. Итоговое выражение для импеданса ввиду его громоздкости разделено на числитель Num_{Z_Σ} и знаменатель Denom_{Z_Σ} :

$$\begin{aligned}
 \text{Num}_{Z_\Sigma} &= -i\omega(L_1 L_2 M \omega - i L_1 L_2 Z_0 + L_1 L_3 M \omega - i L_1 L_3 Z_0 + \\
 &\quad + L_2 L_3 M \omega - i L_2 L_3 Z_0 - i L_2 M Z_0 - i L_3 M Z_0), \\
 \text{Denom}_{Z_\Sigma} &= C L_1 L_2 M \omega^3 - i C L_1 L_2 Z_0 \omega^2 + C L_1 L_3 M \omega^3 - \\
 &\quad - i C L_1 L_3 Z_0 \omega^2 + C L_2 L_3 M \omega^3 - i C L_2 L_3 Z_0 \omega^2 - \\
 &\quad - i C L_2 M Z_0 \omega^2 - i C L_3 M Z_0 \omega^2 - L_1 M \omega + i L_1 Z_0 - \\
 &\quad - L_2 M \omega + i L_2 Z_0 + i M Z_0.
 \end{aligned} \tag{4.2.2}$$

Так как в системе присутствуют бездиссипативные элементы, импеданс имеет мнимую часть. Если рассмотреть нули выражения в знаменателе, можно определить собственные частоты системы, при которых импеданс будет бесконечным. В системе имеются три собственных значения, однако, подходит только одно, так как оно единственное положительное после подстановки номиналов элементов цепи. Релаксация связана с собственной частотой системы [70]:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\text{Im}(\omega)}. \tag{4.2.3}$$

Было установлено, что в зависимости от ориентации контактов в СКВИДе

кубита, время релаксации отличается на порядок. Этот вывод получен после измерения образцов с неудачной ориентацией контактов, после которого был произведен расчет. Результат расчета изображен на рис. 4.5.

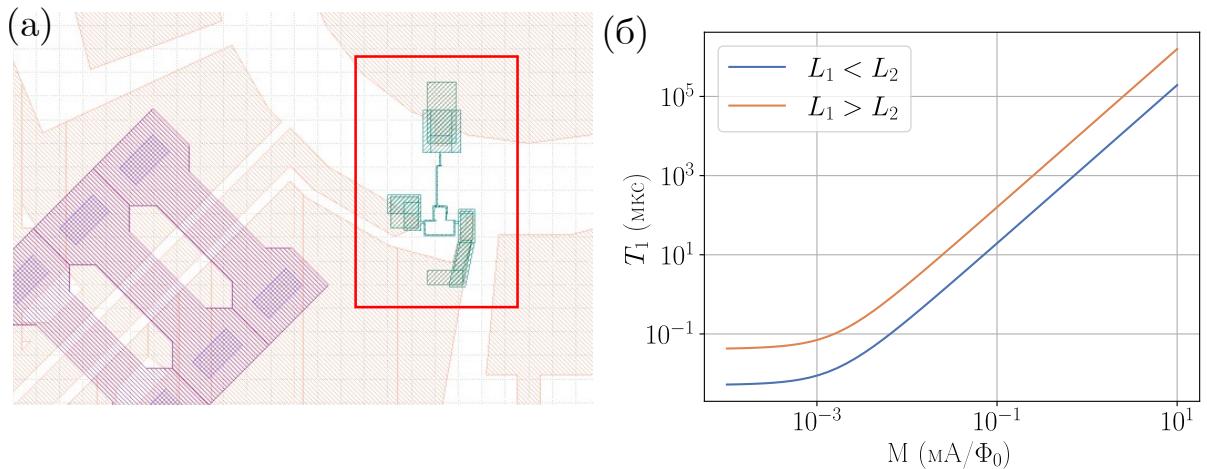


Рис. 4.5: (а) Топология кубита с сильно встроенной управляющей линией. (б) Зависимость времени релаксации кубита от ориентации джозефсоновских контактов в СКВИДе по отношению к расположению к контролирующей линии

Таким образом, полученные результаты наглядно иллюстрируют принцип «лучшее – враг хорошего», в связи с чем было принято решение вернуться к более простой конфигурации управляющей линии.

4.3 Считывающие резонаторы и парселловские фильтры

Считывающие резонаторы, в настоящее время используемые в схемах сверхпроводниковых кубитов, представляют собой копланарные $\lambda/4$ линии, емкостно связанные с кубитом и передающей (считывающей) линией. При этом резонаторы проектируются с определенной величиной добротности и скорости релаксации в считающую линию. Если добротность высокая, то скорость релаксации низкая, но при этом длительность считывания такого резонатора ограничена снизу. Это плохо с точки зрения скорости вычислений. С другой стороны, так как кубит связан с резонатором, который является одним из каналов релаксации для кубита, то необходимо, чтобы релаксация резонатора в линию была медленной. Релаксация кубита в считающую линию через резонатор обусловлена эффектом Парселла [51].

Для снижения скорости релаксации кубита в считающую линию и оптимизации длительности считывания, используются парселловские фильтры

[51, 109]. Они представляют собой $\lambda/4$ резонаторы, аналогичные считающим, но с гораздо меньшей добротностью, и являются дополнительным препятствием для релаксации кубита в считающую линию.

Парселловская релаксация кубита через резонатор в линию без фильтра описывается формулой [51, 108, 110]:

$$\gamma_p = \kappa \frac{g_{qr}^2}{\Delta^2}, \quad (4.3.1)$$

где κ — ширина линии резонатора, g_{qr} — сила связи кубита и резонатора, $\Delta = f_r - f_q$ — отстройка между кубитом и резонатором. В то же время парселловская релаксация при наличии фильтра подавлена:

$$\tilde{\gamma}_p \sim \kappa \frac{g_{qr}^2 \kappa_p}{\Delta^2 \Delta}, \quad (4.3.2)$$

где κ_p — ширина линии парселловского фильтра. Схемы проектируются обычно таким образом, что $g, \kappa \ll \Delta$, поэтому добавление фильтра значительно снижает скорость релаксации кубита в линию. Важным условием является совпадение резонатора и парселловского фильтра по частоте для оптимальной связи резонатора со считающей линией. Это означает, что пик резонатора должен попасть в широкий пик парселловского фильтра.

С точки зрения проектирования в качестве микроволновых резонаторов для индивидуального считывания кубитов используются отрезки копланарных волноводов с асимметричными граничными условиями: замкнутые с одной стороны и разомкнутые с другой. На разомкнутом конце расположен конденсатор в виде кleşни, емкостно связывающий резонатор с кубитом. Парселловские фильтры в данной топологии реализованы в виде низкодобротных четвертьволновых резонаторов, емкостным образом связанных с соответствующим индивидуальным резонатором и микроволновой передающей линией. Фильтр состоит из четырех участков: отрезок, связанный с индивидуальным резонатором, который заканчивается замкнутым концом (далее — каплер к резонатору); отрезок связи с микроволновой передающей линией (каплер к микроволновой линии); отрезок копланарного волновода между предыдущими двумя; участок с разомкнутым концом определенной длины от каплера к микроволновой линии. Последний отрезок определяется оставшейся длиной микроволновой линии от конца каплера

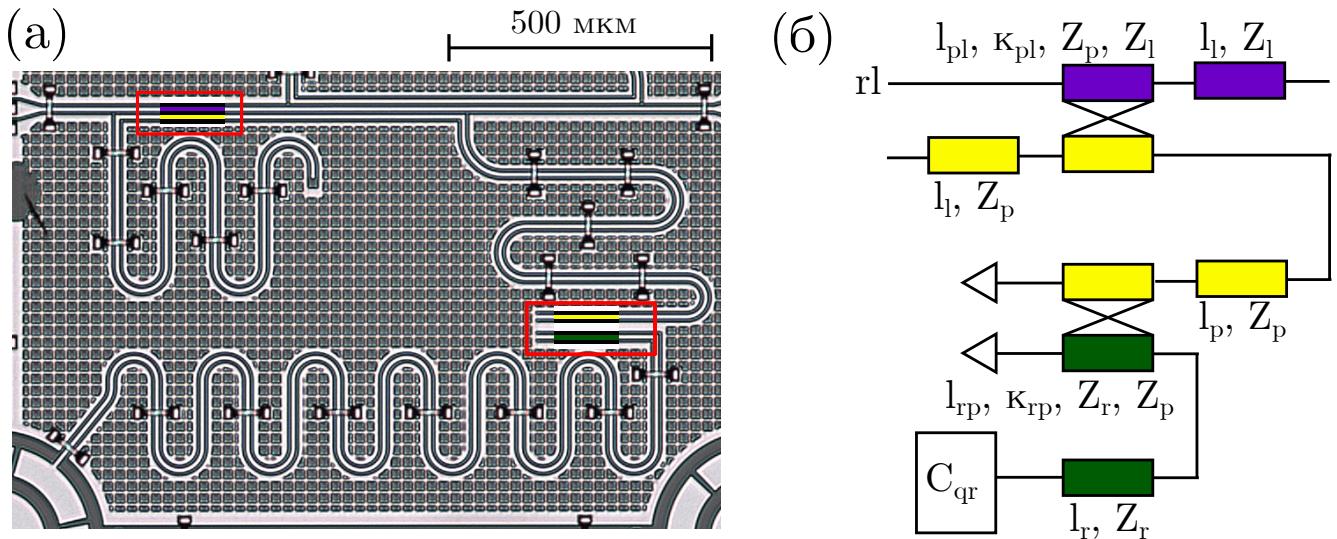


Рис. 4.6: (а) Фотография участка образца с резонатором и парселловским фильтром. В красных рамках выделены участки многополосковых копланарных линий, обеспечивающие емкостную связь считающей линии и парселловского фильтра, а также парселловского фильтра и резонатора. (б) Эквивалентная схема резонатор - парселловский фильтр - микроволновая считающая линия. Здесь C_{qr} – взаимная емкость резонатора и кубита; l_r – длина резонатора, связанная с кубитом; Z_r – импеданс резонатора; l_{rp} – длина связи резонатора и парселловского фильтра; κ_{rp} – коэффициент связи резонатора и фильтра; l_p – свободная длина фильтра; Z_p – импеданс фильтра; l_{pl} – длина связи фильтра и микроволновой линии; κ_{pl} – коэффициент связи фильтра и микроволновой линии; l_l – длина микроволновой линии от конца элемента связи с парселловским фильтром до конца самой линии; Z_l – импеданс микроволновой линии.

к микроволновой линии до конца самой линии.

Схематично расположение элементов в системе резонатор – парселловский фильтр – микроволновая считающая линия представлено на рис. 4.6(б). Фотография участка образца приведена на рис. 4.6(а). Каждый парселловский фильтр состоит из четырех секций передающих линий с оптическими длинами l_{rp} , l_p , l_{pl} , l_l и одинаковыми импедансами Z_p . Участок l_{pl} сильно связан с микроволновой линией; участок l_{rp} – каплер к резонатору, один конец которого замкнут на землю; l_p – длина копланара между двумя предыдущими отрезками; l_l – участок с разомкнутым концом, длина которого равна длине микроволновой линии от конца каплера к микроволновой линии до конца самой линии. Каждый резонатор, предназначенный для индивидуального считывания кубитов, состоит из двух секций передающих линий с оптическими длинами l_r , l_{rp} и одинаковыми импедансами Z_r . Участок l_r заканчивается клешней, емкостно связанной с кубитом, участок l_{rp} – каплер к парселловскому фильтру, закорочен на землю.

Частота четвертьволновой передающей линии описывается второй форму-

	1	2	3	4	5	6	7	8
f_p (ГГц)	7.049	7.500	7.350	7.200	7.425	7.275	7.125	7.575
f_r (ГГц)	7.049	7.500	7.349	7.200	7.425	7.275	7.125	7.575
κ_p (МГц)	55.7	62.2	64.3	48.4	66.6	50.1	57.8	64.4
κ_r (МГц)	3.0	3.6	3.1	3.8	3.1	3.8	3	3.6
T_1 (мс)	9.0	12.5	11.6	10.2	12.3	11.0	9.7	13.2

Таб. 4.1: Таблица с параметрами считающих резонаторов и парселловских фильтров: частоты, скорости затухания и соответствующий предел времени релаксации кубита T_1 в данный канал.

лой в системе 1.3.1. Соответственно, формулы для первых мод фильтра и резонатора:

$$\begin{aligned} f_p &= \frac{c}{4(l_{rp} + l_p + l_{pl} + l_l)\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}} \\ f_r &= \frac{c}{4(l_{rp} + l_r)\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}}. \end{aligned} \quad (4.3.3)$$

Частоты и скорости затухания в линию резонаторов и фильтров были вычислены в модели передающих линий [102] при помощи программного кода, разработанного ранее в лаборатории [105, 107]. Суть заключается в расчете погонных емкостей и индуктивностей копланаров исходя из их геометрических размеров [68]. Также необходимо соблюдать условие согласование импедансов, которые для всех линий должна быть равны 50 Ом. При расчете мосты над всеми копланарными линиями учитываются как плоскопараллельные проводники, дающие вклад в емкость линии. Исходя из этих величин, также была проведена оценка скорости релаксации кубита [51] (таб. 4.1). Важно отметить, что для резонатора необходимо учитывать поправку к частоте, вызванную наличием емкостной связи с кубитом в виде клешни конечного размера [46].

Помимо этого, был промоделирован S-параметр в считающей линии на диапазоне частот резонатора и парселловского фильтра. Так как линия на отражение, то в идеальном случае на амплитуде параметра не должно быть особенностей, в отличие от фазы сигнала. На рис. 4.7(а) наблюдаются два скачка по фазе каждый на величину 2π (синяя кривая). Если посмотреть на развернутую фазу без учета немонотонных скачков (оранжевые точки), то в области проектной частоты можно увидеть суммарный сдвиг частоты 2π . То же самое

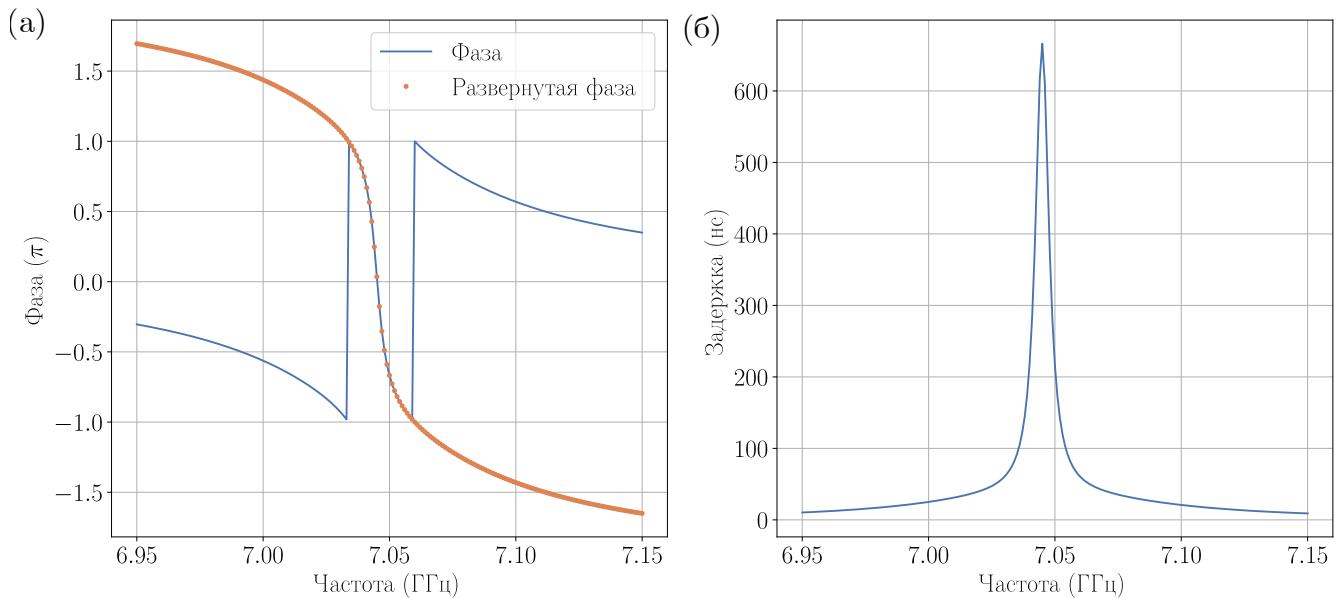


Рис. 4.7: Моделирование фазы сигнала в считающей линии в диапазоне частот парселловского фильтра и резонатора. (а) Фаза S_{21} -параметра. (б) Задержка сигнала.

должно наблюдаться и в эксперименте в идеальном случае. Также на рис. 4.7(б) построена задержка сигнала как производная фазы по частоте. Видно, что она максимальна в области проектируемой частоты резонатора и фильтра с номером 1.

4.4 Выводы по Главе 4

В данной главе рассмотрены основные этапы проектирования восьмикубитного квантового процессора на основе трёхконтактных трансмонов круглой формы с трёхмодовыми элементами связи. Разработана топология размещения кубитов и элементов связи, обеспечивающая адресуемость и возможность реализации всех парных взаимодействий между кубитами.

Особое внимание было уделено проектированию индивидуальных управляющих линий кубитов. В процессе измерений однокубитных образцов были выявлены существенные различия во временах релаксации трансмонов в зависимости от конструкции управляющей линии. Первоначально использовалась конфигурация с высокой взаимной индуктивностью между управляющей линией и СКВИДом трансмона, что позволяло точно адресовать сигнал, но приводило к значительным потерям энергии и низким временам релаксации. Альтернативные образцы с общепринятой конструкцией управляющей линии демонстрировали времена релаксации, превышающие десятки микросекунд. Данное поведе-

ние было интерпретировано при помощи электромагнитного моделирования в программе HFSS.

Кроме того, было установлено, что ориентация джозефсоновских контактов в СКВИДе трансмона относительно управляющей линии также существенно влияет на потери: при расположении линии со стороны контакта с большим критическим током наблюдалось снижение времени жизни вплоть до нескольких сотен наносекунд. Расчёт импеданса системы с учётом расположения индуктивностей дал объяснение полученным экспериментальным результатам. По итогам работы было принято решение использовать более простую форму управляющей линии, обеспечивающую стабильные времена релаксации и достаточную степень адресуемости.

Было спроектированы считывающие резонаторы и парселловские фильтры, обеспечивающие высокую скорость считывания состояния каждого кубита при подавлении нежелательной релаксации в считывающую линию. При помощи моделирования были подобраны такие геометрические параметры резонаторов и фильтров, при которых достигается согласование их резонансных частот и обеспечивается оптимальная скорость парселловской релаксации кубита. Расчет выполнен с использованием модели передающих линий и программного кода QCreator Python, разработанного ранее в лаборатории. Для всех резонаторов и фильтров рассчитаны добротности, частоты и скорости релаксации кубитов в считывающую линию.

Также было выполнено моделирование S-параметра в системе резонатор-фильтр. Полученный фазовый сдвиг сигнала в области проектной частоты и соответствующая задержка сигнала подтверждают согласованную работу резонатора и фильтра. Таким образом, выбранная топология и параметры элементов обеспечивают необходимые характеристики считывания.

Разработанная топология микросхемы была зарегистрирована в ФИПС как «Топология интегральной микросхемы сверхпроводникового квантового процессора из 8 кубитов-трансмонов в планарной архитектуре» (Номер регистрации (свидетельства): 2023630240).

5 Экспериментальное исследование 8-кубитного процессора

Данная глава посвящена описанию экспериментального исследования процессора и анализу полученных результатов. В первую очередь по спектроскопическим измерениям находятся частоты считывающих резонаторов и кубитов. Затем импульсными измерениями определяются времена когерентности и релаксации. Для исследования точности двухкубитной операции калибруются однокубитные и двухкубитный гейт. Для калибровки двухкубитной операции измеряется диапазон перестройки силы связи между кубитами и затем выбирается рабочая точка. Наконец, производится оценка точности выполнения операций.

5.1 Образец в держателе

Образец с топологией, описанной в Главе 4, был изготовлен в Центре коллективного пользования МФТИ технологами из лаборатории Искусственных квантовых систем. Джозефсоновские контакты Al/AlO_x/Al изготавливались с использованием стандартной технологии мостов Долана [111] в одном вакуумном цикле для обеспечения одинаковой плотности критического тока для всех контактов. Гальванический контакт со слоем основной металлизации достигается путем нанесения бандажей (заплаток, соединяющих основной слой и джозефсоновские переходы) через однослойную органическую маску после обработки аргоном алюминиевого оксида [112]. Более подробную информацию о методах изготовления можно найти в [40, 113, 114].

Кремниевый чип вклеивается в держатель образца (рис. 5.1(а)), разработанный Н.Н. Абрамовым. Держатель имеет контактные площадки, которые под слоем меди связаны через печатную контактную плату с разъемами для подключения управляющих линий. Соединение контактных площадок образца и

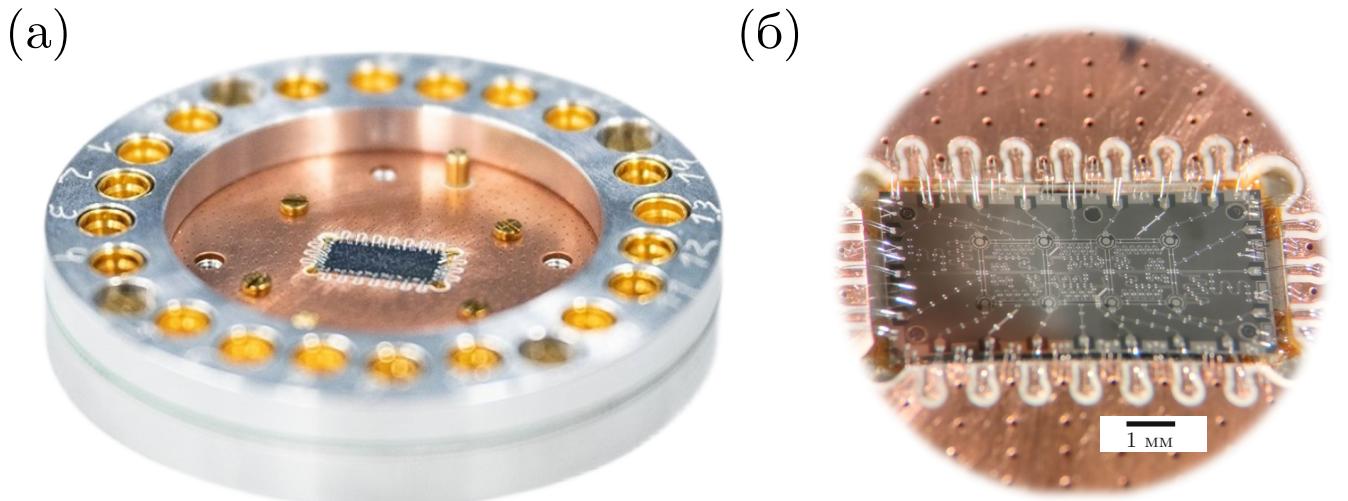


Рис. 5.1: (а) Фотография образца в держателе. (б) Фотография чипа в микроскопе.

держателя осуществляется посредством ультразвуковой сварки, позволяющей протянуть металлические нити между портами (рис. 5.1(б)). Также выполняется заземление образца при помощи бондов, связывающих основной металлический слой образца и металл держателя. После этого держатель закрывается крышкой и прикручивается к нижней ступени криостата растворения, а в разъемы держателя подключаются микроволновые линии, идущие через все ступени криостата.

5.2 Схема экспериментальной установки

Экспериментальная установка представлена на рис. 5.2. Традиционно описание делится на комнатную и криостатную части.

Образец в пермаллоевом экране, предназначенном для магнитного экранирования, помещен на нижнюю ступень криостата растворения (серая область). К трансмонам и элементам связи подключены управляющие линии с аттенюаторами и порошковыми фильтрами. Первые ослабляют на выбранное количество дБ приходящий в криостат сигнал, одинаково понижая уровень шума вместе с полезным сигналом [49, 50]. Аттенюаторы 0 дБ обеспечивают термализацию для того, чтобы более нижние ступени меньше нагревались. Порошковые фильтры, изготовленные Н.Н. Абрамовым, обеспечивают неравномерное ослабление со степенью около 5 дБ/ГГц, тем самым активнее избавляясь от высокочастотных сигналов, убирая шумы.

Трансмоны связаны с линией на отражение через индивидуальные считыва-

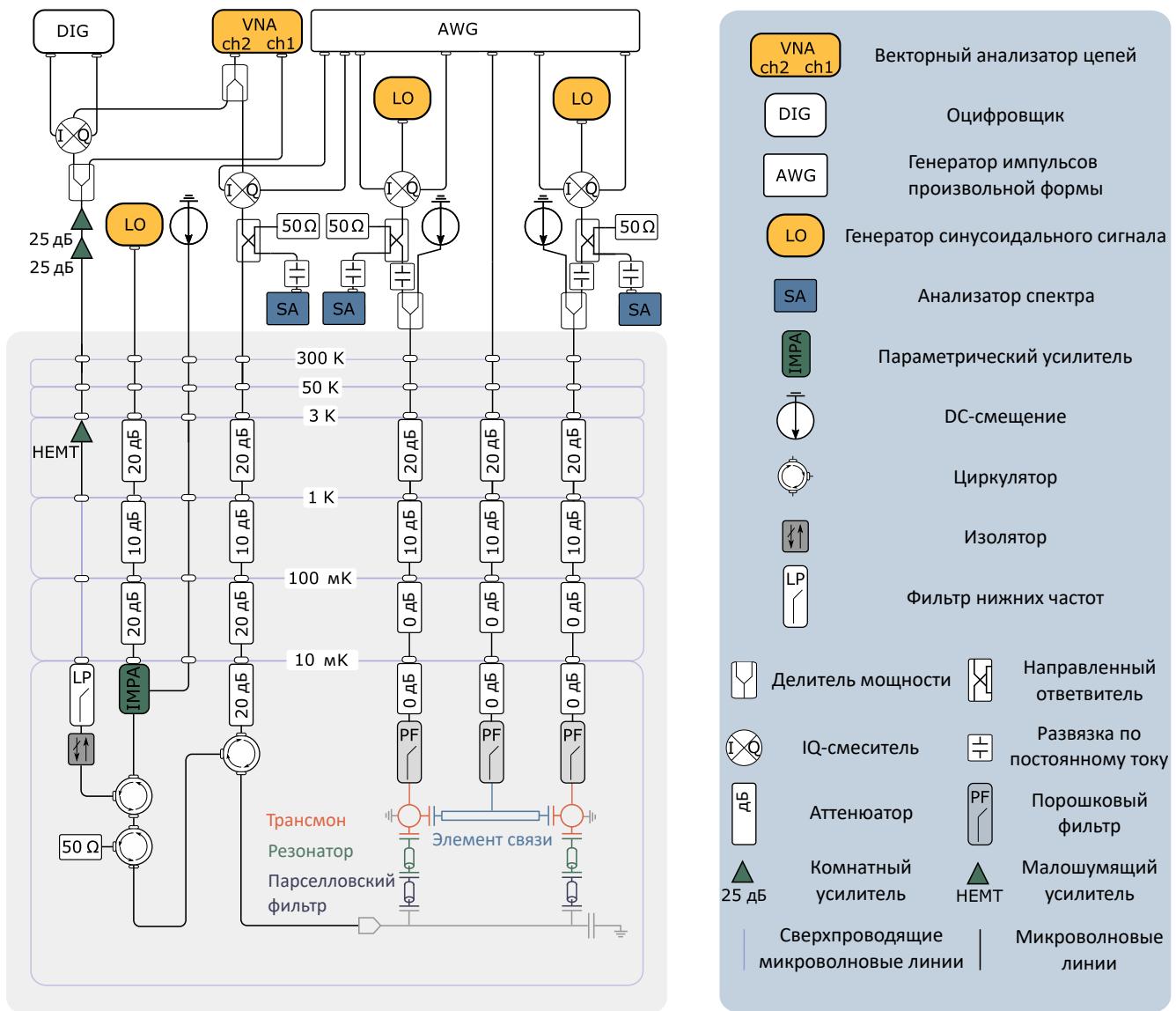


Рис. 5.2: Схема экспериментальной установки.

ющие резонаторы и парселловские фильтры. К считающей линии подключен циркулятор, направляющий подаваемый из комнаты сигнал на образец. После того, как сигнал отражается в считающей линии, он идет обратно в циркулятор, а затем дальше на выход из криостата через параметрический усилитель с согласованием сопротивления [115]. Для накачки усилителя используется отдельная коаксиальная линия. Также на усилитель необходимо подавать постоянное смещение. Помимо этого, используется система из двух циркуляторов, изолирующая накачку и выходящий от образца сигнал. Подаваемый сигнал для считывания, а также накачка параметрического усилителя ослабляются и термализуются на разных ступенях криостата аналогично управляющим сигналам на кубиты и элементы связи. После параметрического усилителя выходящий сигнал проходит через изолятор, который не пропускает сигнал снаружи, да-

лее через полосовой фильтр, а затем усиливается малошумящим криогенным и комнатными усилителями.

Снаружи криостата собрана система управления микроволновым и постоянным сигналом. Параллельно существуют схемы для спектроскопических и импульсных измерений. Для этого используются делители мощности, работающие в обе стороны. Например, считывающий сигнал, выходящий из криостата, разделяется на две части, одна из которых идет напрямую на векторный анализатор цепей, а вторая демодулируется и обрабатывается оцифровщиком.

Для генерации импульсов на частотах кубитов и резонаторов используются квадратурные смесители с входами для генератора синусоидального сигнала и генератора сигналов произвольной формы [49, 51]. При смешении непрерывного сигнала на гигагерцовой частоте (LO) и импульсного на частоте нескольких сотен мегагерц (IF), получается ряд боковых гармоник, одна из которых обладает нужной частотой для возбуждения целевого элемента процессора (RF). Также смесители можно «открывать» на прохождение непрерывного сигнала для спектроскопических измерений, подавая постоянное напряжение от генераторов импульсов произвольной формы. Для калибровки смесителей подключен спектральный анализатор сигнала.

Для обработки считывающего сигнала используется квадратурный смеситель, работающий в обратном направлении: усиленный сигнал с линии считывания поступает на RF-порт, перемножается с LO-сигналом и преобразуется в квадратуры I и Q, которые поступают на оцифровщик.

Стоит отметить, что схема может выглядеть иначе. Например, в некоторых кругах считается нерациональным использование векторного анализатора цепей в качестве гетеродина на два смесителя. Вместо этого можно использовать обычный генератор синусоидального сигнала, а векторный анализатор цепей подключать вместо 50-омной заглушки в направленный ответвитель перед входом сигнала в криостат. Также есть способы обойтись без оцифровщика [50]. Для этого выходящий из криостата считывающий сигнал перемножается с квадратурами, подаваемыми от генератора импульсов произвольной формы, а затем попадает на векторный анализатор цепей и сравнивается с гетеродином, подаваемым на первый смеситель из считывающей пары.

Следует также упомянуть, что в данной архитектуре процессора у каждого кубита и элемента связи управляющая линия одна, то есть нет микроволн-

вой антенны и отдельно линии постоянного смещения. Поэтому перед подачей в криостат микроволновый и постоянный сигналы соединяются при помощи делителя мощности.

5.3 Спектроскопические и импульсные измерения

До эксперимента, демонстрирующего конечный результат, выполняется целый ряд калибровочных измерений, необходимый для налаживания работы образца. Это методичный процесс, ставший в некоторых кругах рутиной. В настоящее время все вспомогательные измерения, определяющие характеристики кубитов, уже начинают выполнять без участия человека [73]. Возможно, скоро этот процесс будет повсеместно автоматизирован. Однако, основы нужно помнить хотя бы для того, чтобы уметь ориентироваться во внештатных ситуациях.

В первую очередь, при достижении минимально возможной температуры на нижней ступени криостата (порядка 10 мК), на векторном анализаторе цепей измеряется зависимость S_{21} -параметра от частоты проходящего через образец микроволнового сигнала для определения количества резонаторов и их частот. Вообще говоря, это можно делать при достижении температуры ниже температуры сверхпроводимости металла, из которого изготавливается схема. Однако, такое измерение является предварительным, так как при дальнейшем снижении температуры частоты резонатора продолжают съезжать [65]. В случае считывающей линии на отражение в идеальном случае не должно быть изменения амплитуды сигнала на частотах резонаторов. Поэтому исследуется фаза и задержка сигнала, которая является производной фазы по частоте. На рис. 5.3 изображена фаза сигнала в диапазоне частот резонаторов одной из двух считывающих линий восьмикубитного образца. В идеальном случае скачок фазы должен быть кратен 2π , однако, это не выполняется для двух резонансов с меньшей частотой. Такое поведение объясняется тем, что спектральная линия резонатора не попадает в ширину спектральной линии парселловского фильтра. Причинами несовпадения может быть недостаточно точное проектирование, перетрав/недотрав копланарных линий, а также увеличение сдвига частоты резонатора из-за отклонения частоты кубита в большую сторону от проектной величины.

Здесь также могут быть исследованы нагруженная и собственная доброт-

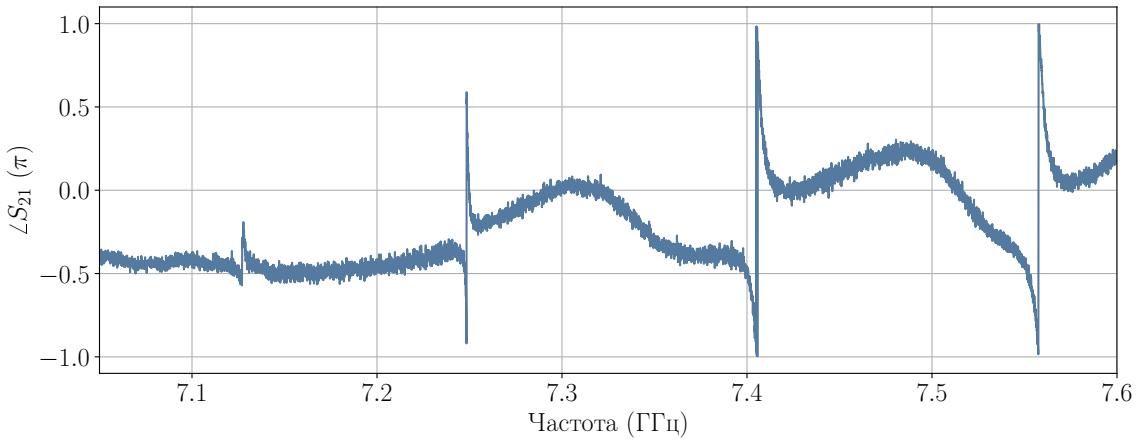


Рис. 5.3: Измерение частот резонаторов.

ности резонаторов [71]. Для дальнейших измерений строится зависимость задержки сигнала от частоты резонатора, где частотой считается точка, соответствующая пику задержки (аналогично рис. 4.7).

Вторым измерением является однотоновая спектроскопия, в ходе которой исследуется зависимость частоты резонатора от магнитного потока в СКВИДе трансмона. На считающую линию подается микроволновой сигнал в некотором диапазоне относительно определенной ранее частоты резонатора при наборе значений напряжения смещения, подаваемого в линию контроля кубита, а затем измеряется S-параметр (рис. 5.4(а)). Аналогично предыдущему измерению, положение экстремума S-параметра при выбранном напряжении соответствует резонансной частоте. Данное измерение, помимо значений частоты резонатора, позволяет также определить ряд других параметров [74]. Например, напряжение, соответствующее точкам верхнего и нижнего экстремумов частоты кубита. Так как в экстремумах значение времени когерентности кубита максимально, эти две точки являются рабочими при выполнении квантовых операций. Также, нижний экстремум имеет большее время релаксации по отношению к верхнему, так как находится дальше от резонатора по частоте. При условии, что вихри Абрикосова в СКВИДе не захвачены, верхнему экстремуму соответствует нулевое значение напряжения, в отличие от нижнего. Это может быть критично, если контролирующая линия на чипе нагревается от подаваемого напряжения. Однако, в таком случае едва ли можно назвать образец рабочим. Также из однотоновой спектроскопии можно определить значение взаимной индуктивности управляющей линии и кубита и соотнести его с проектной величиной [116].

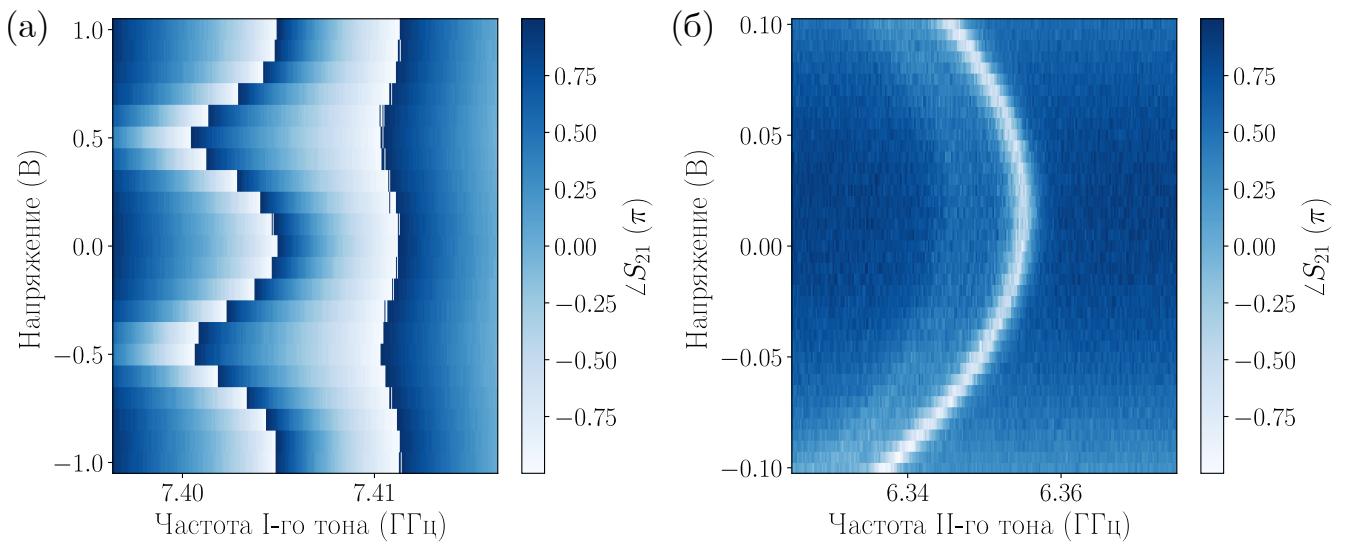


Рис. 5.4: Однотоновая (а) и двухтоновая (б) спектроскопии пятого резонатора и кубита

Следующим калибровочным измерением является двухтоновая спектроскопия. Суть ее заключается в том, что помимо подачи первого тона на считающую линию на частоте резонатора и напряжения на кубит, подается также второй тон в предполагаемом диапазоне частот кубита. Затем, аналогично предыдущему измерению, исследуется зависимость S-параметра считающего сигнала в зависимости от выбранной частоты второго тона, подаваемой на кубит. На рис. 5.4(б) показана двухтоновая спектроскопия пятого кубита вблизи верхнего экстремума. Вообще говоря, для выполнения двухкубитной операции бывает достаточно выполнить измерение в нуле по напряжению, при условии, что визуально на однотоновой спектроскопии эта точка выглядит как верхний экстремум. В силу привычки и малого значения подаваемого напряжения, эта точка полагается наиболее удобной. Однако, как можно увидеть на рисунке, экстремум находится не в абсолютном нуле, и гораздо лучше установить это сразу, так как это упрощает дальнейшие поиски в импульсных измерениях. В случае, если в верхнем экстремуме, или, как принято его называть, свитспоте, не удается выполнить импульсные измерения или получить высокие достоверности операций, можно попробовать повторить процедуру для нижнего свитспота.

Что касается исследования всего спектра кубита, при перестройке резонатора от напряжения больше, чем на его ширину линии, необходимо выполнять адаптивную двухтоновую спектроскопию, при которой в каждой точке по напряжению выставляется частота первого тона, соответствующая значению из однотоновой спектроскопии. В данном случае наблюдается именно такая ситуация. Так как исследование спектра здесь не являлось целью работы и оно

занимает некоторое количество времени, то показан как раз фрагмент спектра кубита, который удалось получить при измерении S-параметра на одной и той же частоте резонатора.

Также в спектроскопическом режиме выполняется калибровка параметрического усилителя. Подбирается частота и мощность накачки, а также подаваемый постоянный ток, для получения полосы с нужной шириной и максимально возможным усилением.

Импульсные измерения начинаются с калибровки квадратурных смесителей. В первую очередь исследуется режим закрытых смесителей, когда сигнал не проходит через них. Это необходимо для подавления паразитных сигналов в момент времени, когда на элемент схемы ничего не должно подаваться. Обычно это постоянное напряжение на порты I и Q, близкое к нулю. Оно определяется на спектральном анализаторе как точка, где мощность проходящего сигнала минимальна. Далее выполняется калибровка активного режима, где гармоника на частоте кубита или резонатора должна иметь высокую мощность, а все остальные компоненты – маленькую, в идеале они вообще должны быть подавлены. Для этого выбирается частота гетеродина, которая должна отличаться от частоты измеряемого элемента процессора на несколько сотен МГц. Здесь важно одновременно учитывать возможности генераторов импульсов произвольной формы, имеющих ограниченный диапазон возможной генерации, и наличие нежелательных возбуждаемых энергетических переходов в трансмоне. Так, в используемом генераторе импульсов произвольной формы максимальная частота сигнала составляла 750 МГц. В то же время если выбрать значение разности между гетеродином и частотой кубита, составляющее 100-200 МГц, существует вероятность, что паразитные гармоники будут влиять на населенность кубитного перехода. Помимо частоты гетеродина, устанавливается мощность сигнала, соответствующая разрешенной из спецификации квадратурного смесителя. Затем начинается непосредственно калибровка, в ходе которой подбирается амплитуда и фаза квадратур, соответствующие случаю, наиболее близкому к идеальному.

После калибровки смесителей выполняется измерение задержки сигнала, проходящего через всю систему, связанную со считывающей линией. Эта задержка затем учитывается при подаче последовательности импульсов.

Первым импульсным измерением является исследование отклика резонато-

ра на прямоугольный сигнал варьируемой амплитуды [49] (рис. 5.5(а)). Выбирается та амплитуда, в которой резонатор находится в линейном режиме, причем это значение должно быть как можно меньше (рис. 5.5(б)). Если нелинейный отклик не наблюдается, это значит, что не удалось попасть по частоте в резонатор, связанный с кубитом [49].

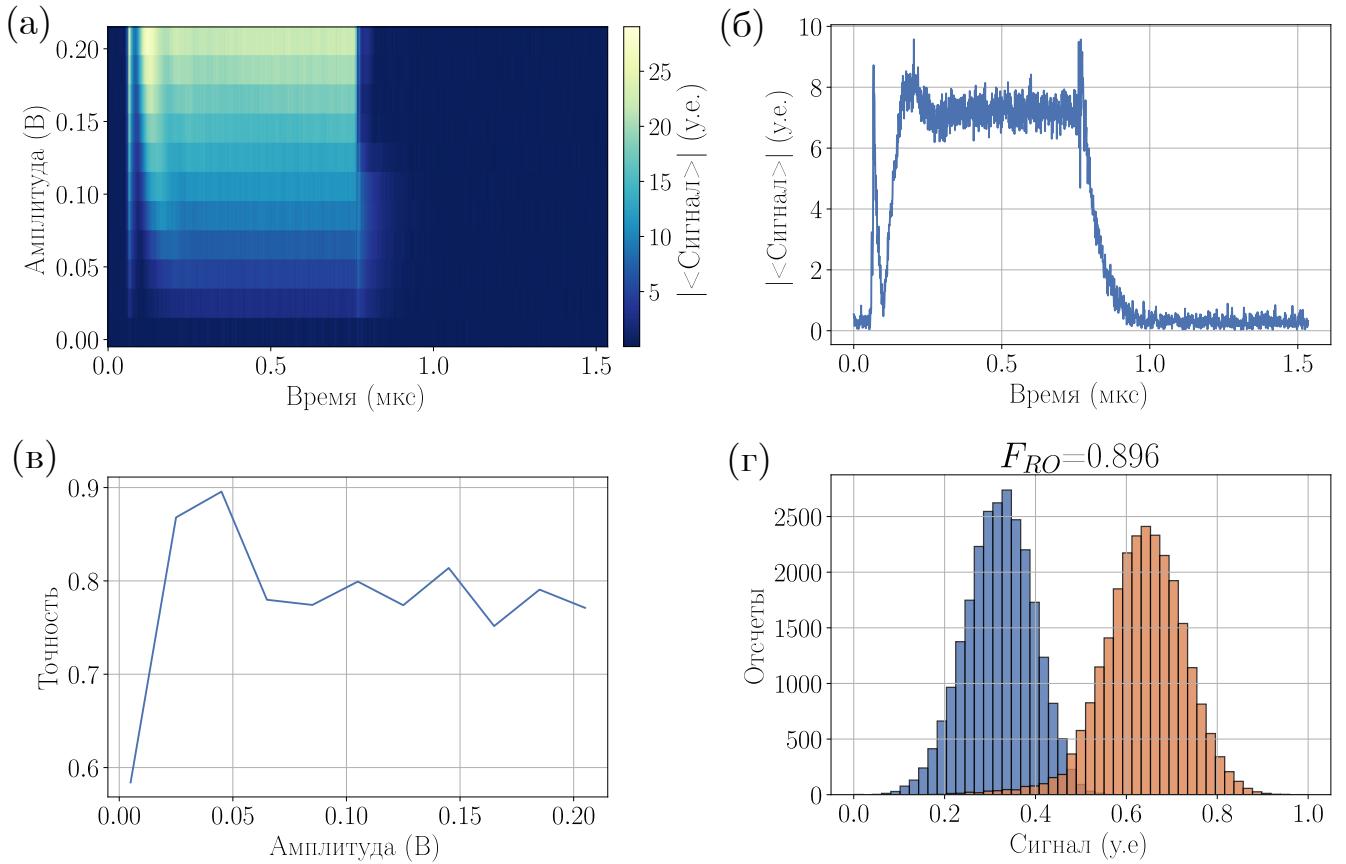


Рис. 5.5: Калибровка считывания кубита 5. (а) Измерение отклика резонатора на прямоугольный импульс варьируемой амплитуды. (б) Отклик резонатора при выбранной оптимальной амплитуды считывания. (в) Измерение точности считывания в зависимости от амплитуды считывания. (г) Гистограмма, показывающая распределение результатов считывания двух состояний кубита. Наличие области перекрытия ухудшает точность считывания.

После выбора амплитуды считывания, выполняется измерение Раби осцилляций, в ходе которого подается непрерывный синусоидальный сигнал на частоте кубита разной длительности. На резонатор подается считающий импульс и исследуется комплексное напряжение, приходящее на оцифровщик от считающей линии. При успешном проведении данного измерения наблюдаются осцилляции напряжения, что соответствует осцилляциям населенности кубита. Из этого измерения определяется длительность π -импульса, которая соответствует расстоянию между ближайшими максимумом и минимумом населенности.

После того, как кубит был найден, выполняется калибровка считывания (рис. 5.5(в)–(г)). Для этого приготавливаются две последовательности, в одной из которых на кубит подается возбуждающий импульс, в другой не подается. Выполняется обучение классификатора [49] на выборке считанных сигналов, где инициализированное состояние кубита известно. Определяется пороговое значение, разделяющее две области напряжений, соответствующие разным состояниям кубита. Далее на тестовом наборе проверяется, как часто состояние кубита определяется верно (рис. 5.5(г)). Такая процедура выполняется для разных амплитуд и частот считывания, что позволяет выбрать точку с наибольшей получаемой точностью (рис. 5.5(в)).

После калибровки считывания повторно измеряются Раби осцилляции, а затем уточняется частота кубита путем измерения осцилляций Рамзея. Для этого на кубит подаются два $\pi/2$ -импульса с варьируемым расстоянием между ними и с дополнительной накруткой фазы на втором импульсе в зависимости от длительности задержки. Накрутка фазы аналогична сдвигу относительно частоты кубита, позволяющему различить и отделить друг от друга осцилляции и экспоненциальное затухание. Из аппроксимируемой зависимости в виде осцилляций, модулированных экспонентой, определяется реальный сдвиг частоты подаваемого сигнала от частоты кубита. Если он отличается от предполагаемого, то частота кубита в программном коде меняется, и повторяются измерения, начиная с калибровки квадратурных смесителей. Причем об улучшении определения частоты кубита можно сделать выводы уже на стадии осцилляций Раби, потому что при резонансном попадании они будут медленнее первоначальных.

После того, как частота кубита в данной точке по выставленному напряжению определена, выполняется уточнение свитспота. Для этого выполняется измерение осцилляций Рамзея вблизи экстремума с разными значениями напряжения (рис. 5.6(а)). В точке реального свитспота будет наблюдаться экстремум частоты осцилляций (рис. 5.6(б)).

После уточнения частоты кубита и его свитспота, измеряются времена релаксации и когерентности. В первом случае подается π -импульс и исследуется экспоненциальное затухание населенности кубита в зависимости от задержки между возбуждением кубита и считыванием резонатора. Для точного определения времени релаксации необходимо выбрать такой диапазон задержки, чтобы определенное время было больше задержки и населенность выходила на плато.

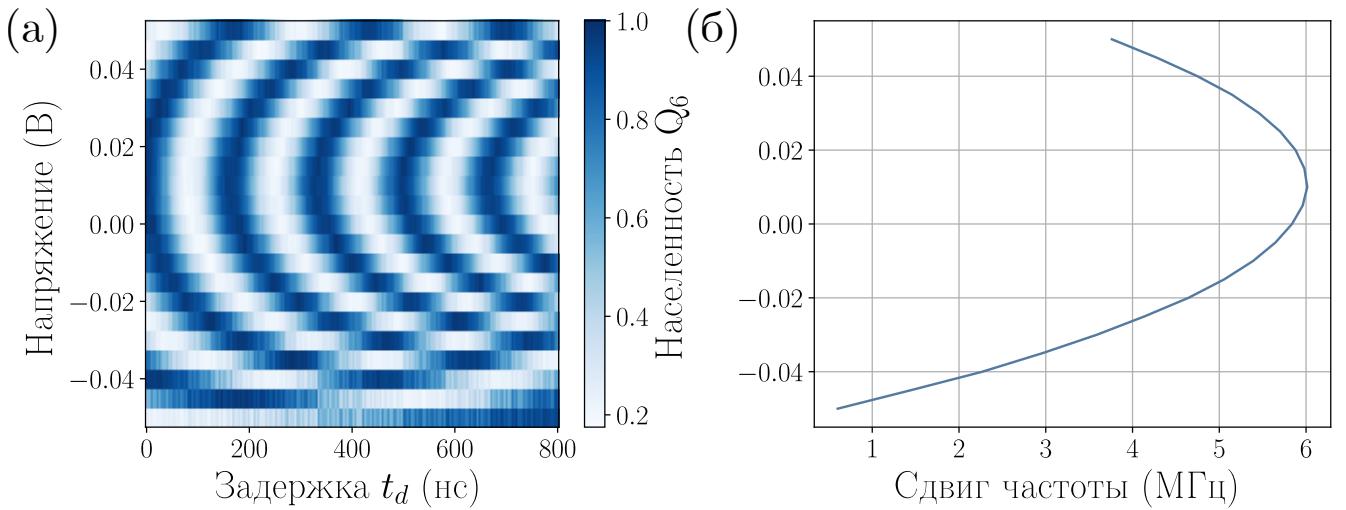


Рис. 5.6: Определение свитспота кубита 6. (а) Осцилляции Рамзэя кубита 6 в зависимости от подаваемого постоянного смещения. (б) Зависимость сдвига частоты кубита от подаваемого постоянного смещения. Положение экстремума соответствует рабочей точке кубита.

	1	2	3	4	5	6	7	8
f_r (ГГц)	7,047	7,47	7,335	7,24	7,405	7,245	7,127	7,558
f_q (ГГц)	6,059	6,199	6,43	6,781	6,356	6,450	6,494	6,186
T_2^* (мкс)	5,7	3,1	7,6	4,4	5,8	8,6	10,8	10,6
T_1 (мкс)	8,8	8,3	5	11,8	5,1	15,8	8,3	13,6

Таб. 5.1: Таблица с экспериментальными параметрами: частоты резонаторов и кубитов, времена когерентности T_2^* и релаксации T_1 кубитов.

Для измерения времени когерентности выполняется эксперимент по наблюдению осцилляций Рамзэя, причем требование по соотношению время когерентности/задержка аналогичны процедуре измерения времени релаксации. Пример таких измерений показан на рис. 5.7.

В таб. 5.1 занесены параметры, измеренные на исследуемом восьмикубитном образце: частоты восьми резонаторов и кубитов, а также времена релаксации и когерентности восьми кубитов. Из сравнения экспериментальных параметров с проектными (таб. 4.1) можно сделать вывод, что частоты резонаторов близки к проектируемым, в отличие от частот кубитов, которые выше расчетных (таб. 5.2).

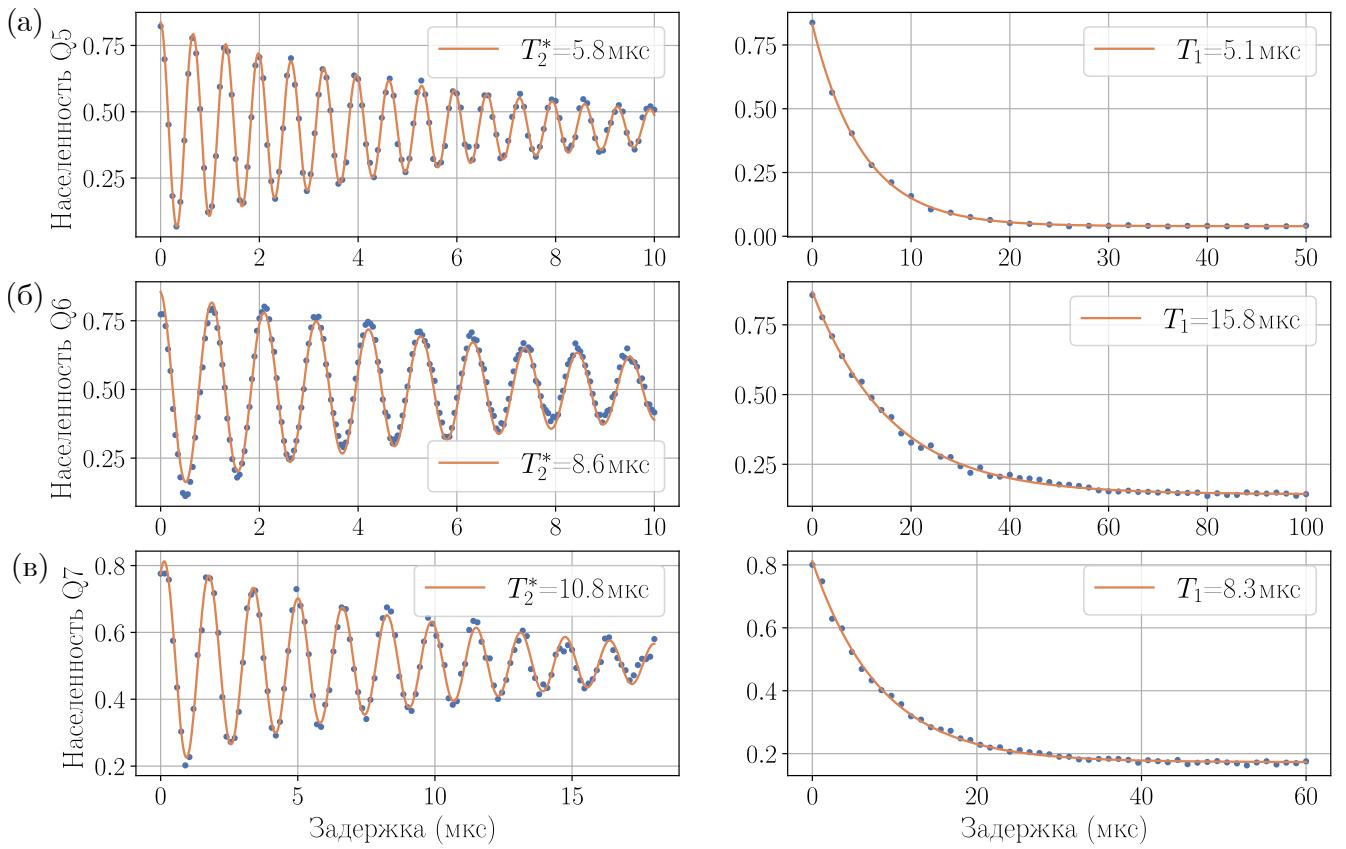


Рис. 5.7: Измерение времен когерентности и релаксации: (а) пятого кубита, (б) шестого кубита, (в) седьмого кубита.

5.4 О зарядовой дисперсии

В ходе измерений одной из итераций восьмикубитной схемы были обнаружены биения на осцилляциях Рамзеля кубитов (рис. 5.8(а)), которые вызваны наличием зарядовой дисперсии трансмона [6]. Это означает, что в зависимости от спонтанно изменяющегося наведенного заряда n_g в единицах $2e$ на кубитный остров существуют флюктуации частоты перехода кубита. Причинами могут быть флюктуации заряда в подложке и туннелирование квазичастиц через СКВИД трансмона. Первое событие является медленным по сравнению с процессом измерения динамики населенности кубита, поэтому его исследуют путем измерения зависимости частоты кубита в реальном времени [117, 118]. Второй процесс можно обнаружить при измерении населенности кубита на осцилляциях Рамзеля [118]. Квазичастицы несут заряд, близкий к заряду электрона. В связи с этим быстрый процесс туннелирования приводит к случайной флюктуации частоты кубита. Амплитуда этих флюктуаций определяется величиной

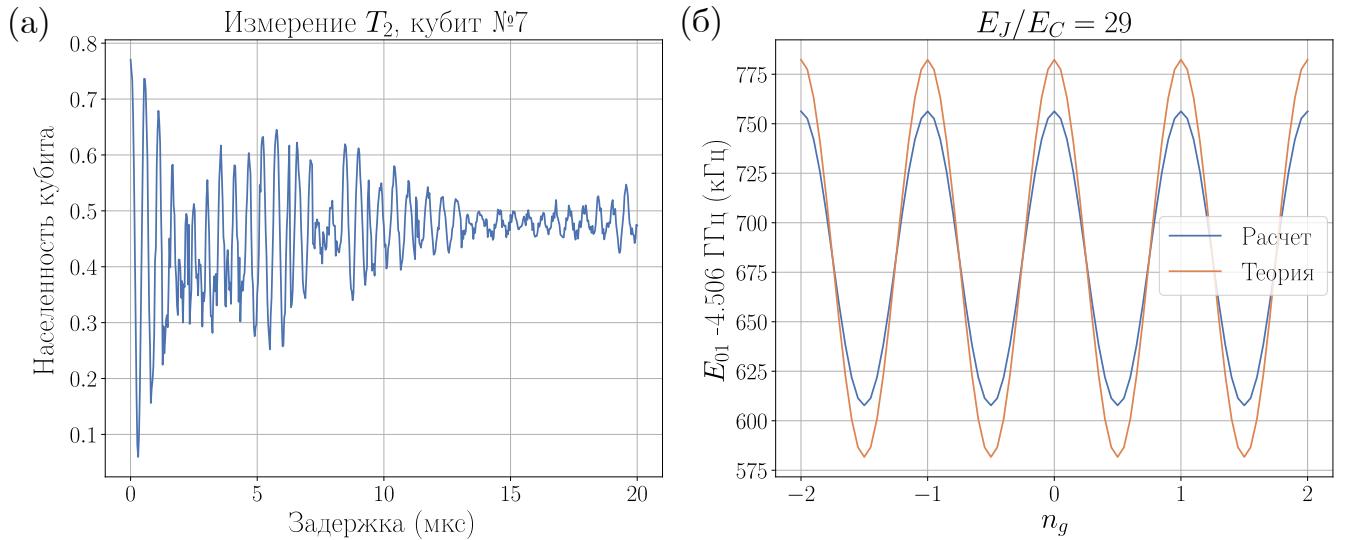


Рис. 5.8: (а) Биения на осцилляциях Рамзэя кубита №7. (б) Зависимость частоты кубита от наведенного заряда (в единицах $2e$). Сопоставление численного расчета (синяя кривая) с теорией (рыжая кривая).

зарядовой дисперсии ϵ_{01} , которую можно вычислить согласно [6]

$$\epsilon_{01} = 2^5 E_C \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{E_J}{2E_C} \right)^{\frac{3}{4}} \left(16 \sqrt{\frac{E_J}{2E_C}} - 1 \right) e^{-\sqrt{8E_J/E_C}}, \quad (5.4.1)$$

где $E_C = \frac{e^2}{2C}$ – зарядовая энергия кубита, $E_J = \frac{\hbar^2}{2e} \frac{1}{L_\Sigma}$ – суммарная джозефсоновская энергия кубита с суммарной индуктивностью трех контактов $L_\Sigma = L_1 \parallel L_2 + L_3$.

Частота кубита при этом описывается выражением [6]

$$E_{01} = E_{01} \left(n_g = \frac{1}{4} \right) - \frac{\epsilon_{01}}{2} \cos (2\pi n_g), \quad (5.4.2)$$

На рис. 5.8(б) показаны численный расчет частоты кубита в верхней рабочей точке с добавленным зарядом n_g в зарядовую сетку (синяя кривая), а также расчет согласно ур. 5.4.1-5.4.2 (рыжая кривая). Значения используемых параметров при расчете составили $E_J/h = 10,45 \text{ ГГц}$, $E_C/h = 0,293 \text{ ГГц}$ и $\epsilon_{01} = 201 \text{ кГц}$.

Таким образом, для снижения зарядовой дисперсии у трансмонов были изменены параметры кубитов (таб. 5.2). Были увеличены размеры джозефсоновских переходов и размер круглой шунтирующей емкости кубитов, понижающий зарядовую энергию, так как увеличение отношения $\sqrt{8E_J/E_C}$, находящегося под экспонентой в соотношении для зарядовой дисперсии, подавляет ее.

N^o	S_{J1} , мкм 2	S_{J2} , мкм 2	S_{J3} , мкм 2	f_{01} , ГГц	C , фФ	E_J/E_C
1	$0,5 \times 0,5$	$0,15 \times 0,5$	$0,15 \times 0,15$	5,04	66	29
2	$0,5 \times 0,5$	$0,175 \times 0,5$	$0,175 \times 0,2$	5,57	75,6	48

Таб. 5.2: Параметры трансмона первой итерации, в которой наблюдалась зарядовая дисперсия, и второй итерации с подавленной дисперсией.

5.5 Исследование спектров элемента связи

Для грубого определения напряжения рабочей точки элемента связи, в которую он переводится при выполнении CZ-операции, снимается его спектр. Каждый каплер емкостно связан хотя бы с одним считающим резонатором, так как электроды емкостной связи кубит-каплер и кубит-резонатор находятся рядом друг с другом. Поэтому, снимая зависимость частоты резонатора от напряжения на элементе связи, можно увидеть периодическое изменение частоты резонатора, аналогично периодической зависимости от напряжения на кубите, так как частота соединительного элемента перестраивается от минимума до максимума на несколько гигагерц. Внизу элемент связи приближается к спектральным линиям кубитов, далее проходит через частотную область резонаторов, взаимодействуя с некоторыми из них, а затем уходит в область частот, которую не всегда можно качественно измерить в том числе из-за частотных диапазонов микроволновых компонентов в схеме. Например, некоторые циркуляторы работают в диапазоне до 9 ГГц и искажают сигналы выше по частоте.

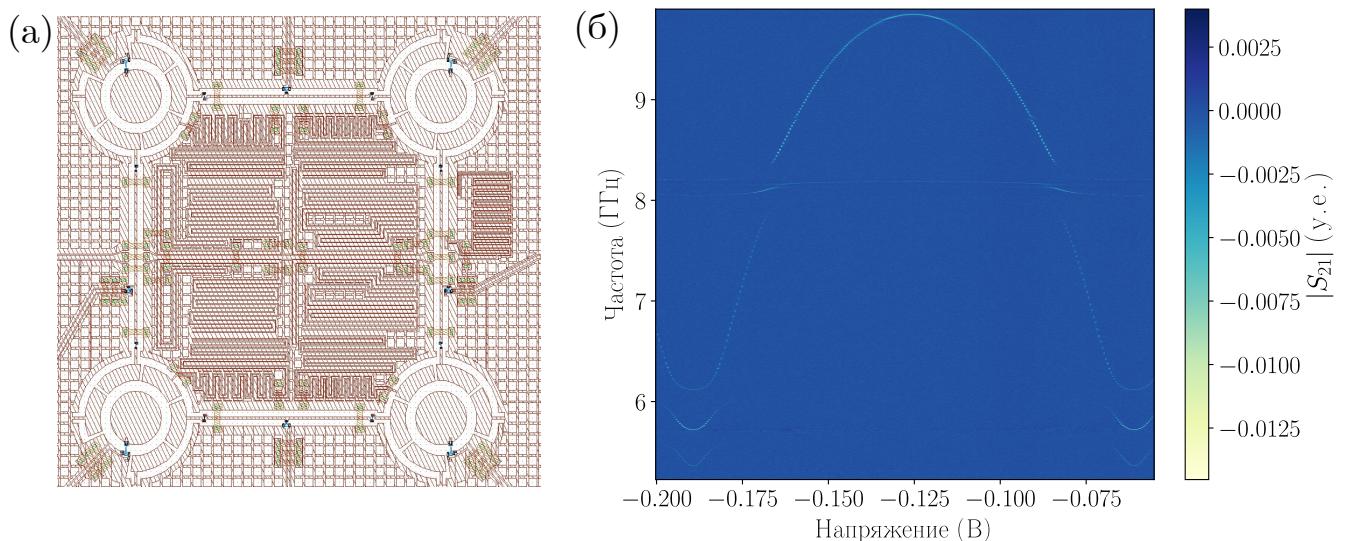


Рис. 5.9: (а) Дизайн тестируемой четырехкубитной системы. (б) Измерение спектра одного из элементов связи с вычтеным фоном.

На рис. 5.9(а) показан дизайн четырехкубитной системы, созданный ранее в лаборатории. Схема была изготовлена в ЦКП МФТИ сотрудниками лаборатории Искусственных квантовых систем. Дизайн аналогичен восьмикубитному, но с некоторыми отличиями. Все резонаторы и парселловские фильтры находятся внутри четырехкубитной схемы, при этом меандры копланарных линий узко укомпакованы, так как не имеют воздушных мостов, требующих места. Также сбоку имеется резонатор для считывания элемента связи, который не использовался. После измерения этой схемы был сделан вывод о том, что резонаторы нужно разнести для того, чтобы они слабее влияли на частоты друг друга. Также оказалось, что резонатор для элемента связи не нужен. Во-первых, потому что каплер можно считывать и через линию на отражение, так как она проходит над двумя из четырех элементов связи, а во-вторых, потому что это лишний элемент, занимающий место. На рис. 5.9(б) показан спектр одного из элементов связи, полученный при измерении однотонового спектра через считающую линию, на всем его частотном диапазоне. Частотный диапазон широкий и количество точек по частоте составляет около 10000, поэтому линию видно плохо. Для того, чтобы она была более различима, при каждом значении частоты для набора амплитуд S-параметра было вычтено среднее значение, чтобы сделать фон более гладким. На этом рисунке можно увидеть описанные ранее особенности, связанные с взаимодействием элемента связи с резонаторами (в диапазоне 7.5-8.5 ГГц) и кубитами (в диапазоне 5-6.5 ГГц).

На восьмикубитной схеме подобные спектры измерялись гораздо позже основных измерений и исключительно для того, чтобы определить параметры джозефсоновских контактов элементов связи. Эти параметры будут упоминаться в следующем разделе при описании аппроксимации зависимости двухкубитного взаимодействия. На рис. 5.10(а) показана однотоновая спектроскопия элемента связи через считающую линию. Видно, что в области, отдаленной от резонаторов, обнаружить элемент связи не удается. В связи с этим была измерена адаптивная двухтоновая спектроскопия элемента связи (рис. 5.10(б)) с переменной частотой 6-го считающего резонатора на рис. 5.10(а) в области нижней рабочей точки каплера. Было установлено, что нижняя точка по частоте элемента связи находится на частотах ниже переходов кубитов. Этих результатов было достаточно для определения значений критических токов и последующего моделирования гейтов.

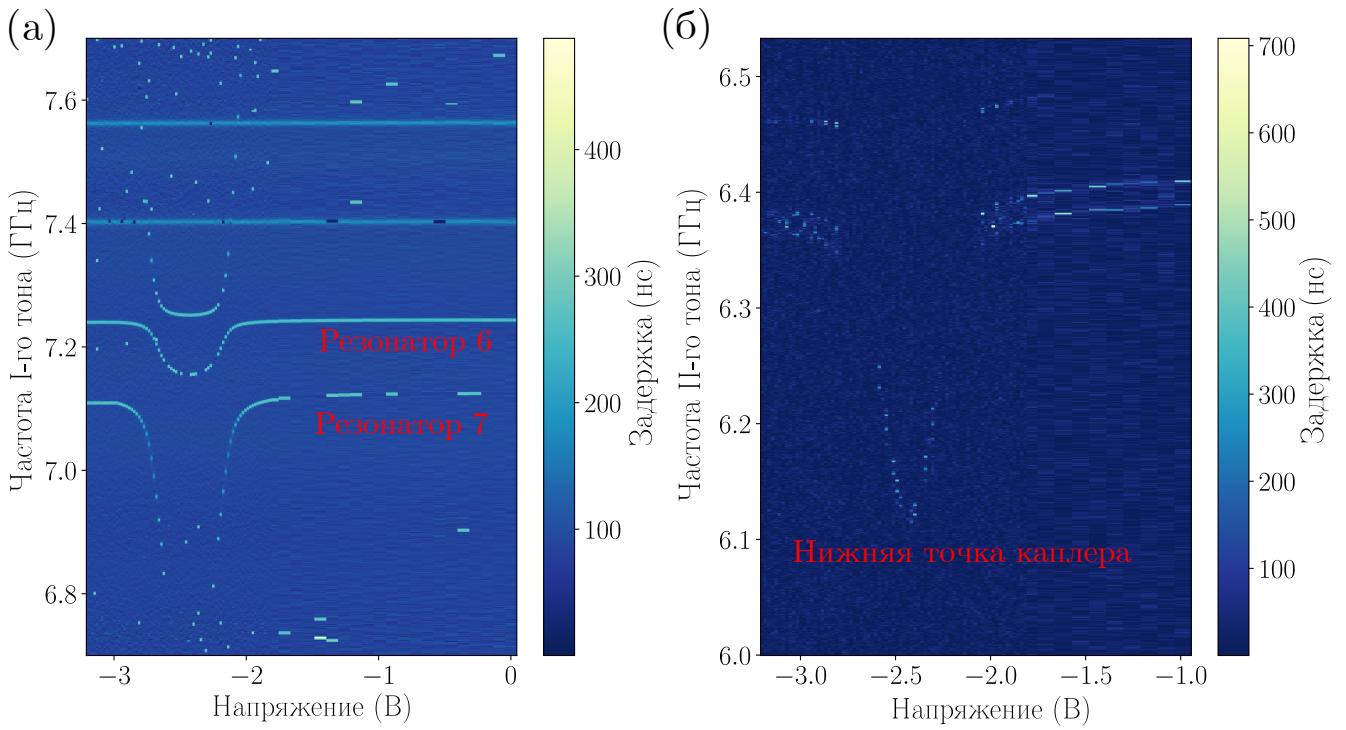


Рис. 5.10: (а) Однотоновая спектроскопия элемента связи. (б) Адаптивная двухтоновая спектроскопия элемента связи.

5.6 Измерение силы взаимодействия кубитов

После грубого определения расположения нижней точки по частоте каплера выполняется измерение силы связи двух кубитов в зависимости от магнитного потока в СКВИДе элемента связи. Были измерены осцилляции Рамзея кубита B при помощи двух $\pi/2$ импульсов, подаваемых на кубит B, и прямоугольного импульса с фронтами в виде окон Ханна длительностью 9 нс на элемент связи, как показано на рис. 5.11(а). При этом на контролирующем кубите A не выполняется или выполняется однокубитная X операция. Для каждой выбранной амплитуды импульса на элемент связи были определены частоты осцилляций населенности кубита B в зависимости от длительности импульса на элемент связи t_d для двух случаев: когда кубит A находится в основном состоянии или возбужденном состоянии (рис. 5.11(б, в) соответственно). При этом величина ZZ-взаимодействия ζ_{ZZ} определялась как разница этих частот. Чтобы наблюдать осцилляции на масштабах сотен наносекунд при маленьком внешнем магнитном потоке, применяются виртуальные вращения $R_Z(\varphi)$ [119] вокруг оси Z на кубит B до второго $R_X(\pi/2)$ импульса. Фаза φ зависит от длительности импульса на элемент связи $\varphi = 2\pi f_{\text{offset}} t_d$, где f_{offset} заданная отстройка частоты возбуждающего сигнала от частоты кубита B. Для того, чтобы иметь возмож-

ность визуально различить осцилляции, были выбраны сдвиги частот 10 МГц для малых и 50 МГц для больших амплитуд CZ импульса. Граница между двумя этими областями показана красной линией на рис. 5.11(б, в). Полученная величина ZZ-взаимодействия показана на рис. 5.11(г) синими точками.

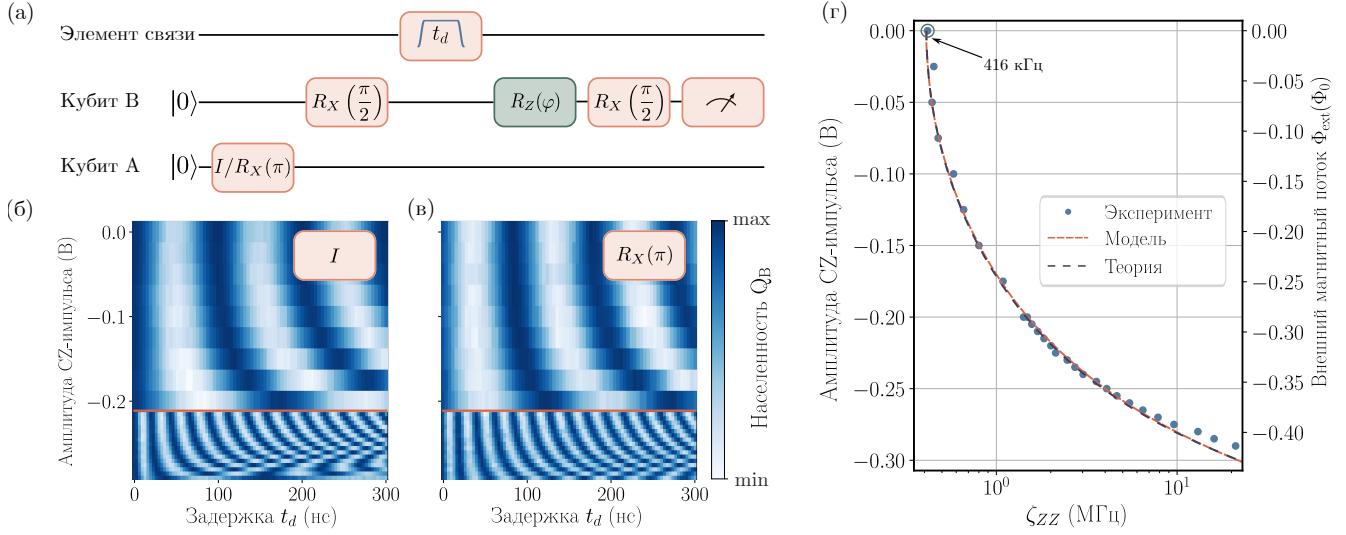


Рис. 5.11: Измерение силы связи кубитов 6 и 7. (а) Последовательность импульсов: измеряются осцилляции Рамзая кубита В, когда контролирующий кубит А находится в основном состоянии или в возбужденном. При этом магнитный поток в СКВИДе элемента связи изменяется при помощи прямоугольного импульса с краями формы окна Ханна с варьируемыми общей длительностью t_d и амплитудой. Параметр φ виртуального вращения R_Z определяется сдвигом частоты f_{offset} и длительностью t_d . (б, в) Результаты измерения населенности кубита В в относительных единицах. Красная линия разделяет две области с разным сдвигом частоты возбуждающего кубит импульса от частоты кубита для лучшей видимости картины осцилляций в области больших амплитуд потокового импульса. (г) Диапазон перестройки силы взаимодействия двух кубитов, определяемый как разница между частотами осцилляций населенности кубита В в случаях (б) и (в) (синие точки). Красная линия показывает силу связи ζ_{ZZ} , вычисленную в численной модели (раздел 3.3) при параметрах системы, определенных из двухтоновой спектроскопии кубитов и элемента связи (таб. 5.3). Синяя пунктирная линия показывает величину ZZ-взаимодействия, ζ_{ZZ} , рассчитанную согласно разделу 3.2 с использованием экспериментальных параметров цепи. Отдельно отмечена точка с остаточным ZZ-взаимодействием, составляющим 416 кГц в данном случае.

Для сравнения экспериментального результата с теоретической моделью были определены параметры джозефсоновских контактов двухкубитной системы. Размеры переходов кубитов определялись из двухтоновой спектроскопии. На рис. 5.12 показан пример определения значений частоты переходов шестого кубита от поданного на него напряжения. При низкой мощности наблюдается основной переход, частоты которого определяются как экстремум амплитуды или задержки S-параметра при каждом токе. Затем определяется частота двухфотонного перехода $gf/2$ из спектроскопии высокой мощности. При этом ангармонизм и частота двухфотонного перехода связаны соотношением $\alpha = f_{gf} - 2f_{ge}$.

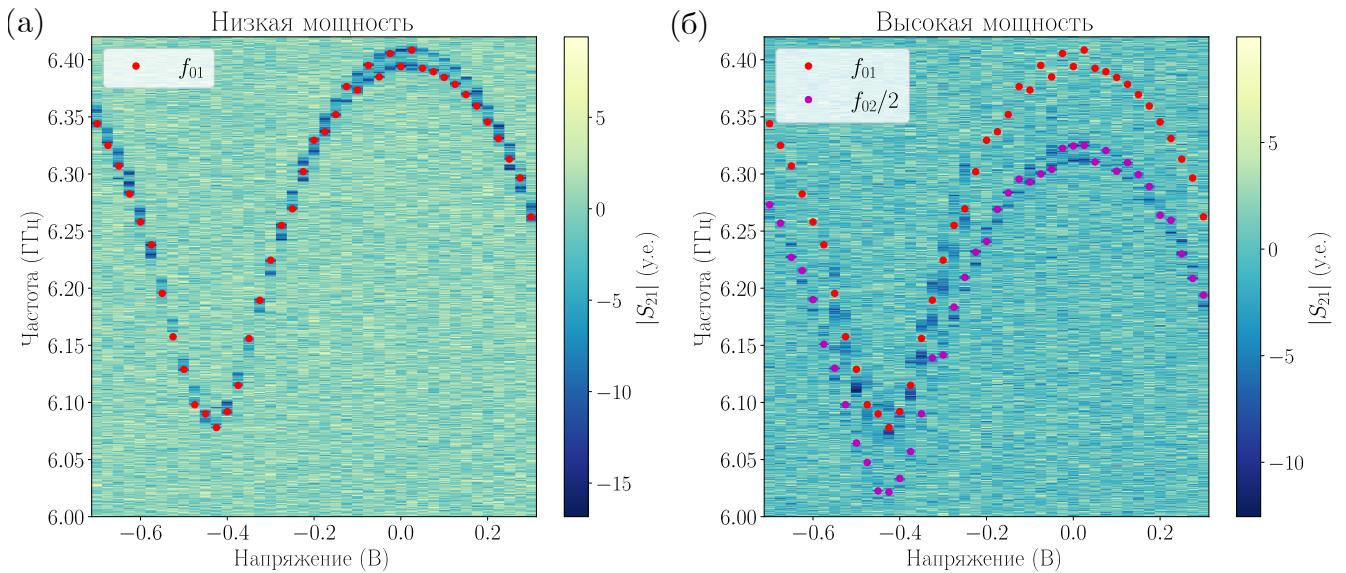


Рис. 5.12: Измерение двухтоновой спектроскопии шестого кубита при низкой (а) и высокой (б) мощности для определения размеров джозефсоновских контактов. Красными точками показана частота основного перехода кубита, определенная из спектра (а). Фиолетовыми точками показана частота перехода $gf/2$, определенная из спектра (б).

После определения экспериментальных значений частот кубитов осуществляется подбор площадей джозефсоновских контактов, при которых численно полученные значения частот хорошо согласуются с экспериментальными. Подбор осуществляется методом наименьших квадратов при помощи библиотеки Scipy Python. При известных частотах кубитах f_A, f_B и ангармонизмах α_A, α_B , зависящих от внешнего магнитного потока в СКВИДе кубита, можно получить критические токи трех джозефсоновских контактов двух трансмонов.

Из двухтоновой спектроскопии элемента связи (рис. 5.10) можно определить его частоту в точке $\Phi_{\text{ext}} = 0.5\Phi_0$. Используя гамильтониан всей системы, при известных джозефсоновских параметрах трансмонов и всех емкостях, можно определить параметры четырех джозефсоновских контактов элемента связи, два из которых имеют одинаковые размеры. Было выполнено оптимизирование значений критических токов джозефсоновских контактов элемента связи, аналогичное поиску площадей контактов кубитов, при известных значениях ZZ-взаимодействия в точке $\zeta_{ZZ}(\Phi_{\text{ext}} = 0)$ и частоте элемента связи в точке $f_C(\Phi_{\text{ext}} = 1/2)$. Определенные параметры приведены в таб. 5.3. Был численно рассчитан диапазон ZZ-взаимодействия кубитов путем диагонализации гамильтониана всей системы, при ранее определенных параметрах образца (таб. 5.3), в зависимости от внешнего магнитного потока в элементе связи Φ_{ext} (рис. 5.11(г)), а также сопоставлен с аналитической формулой, описанной в разделе 3.2. Взаи-

	J_1	J_2	J_3	J_4, J_7	J_5	J_6	J_8	J_9	J_{10}
E_J (ГГц)	104.4	23.1	28.8	159.8	191.5	117.0	29.3	23.5	106.1
C ($\phi\Phi$)	9.3	2.1	2.6	14.2	17.1	10.4	2.6	2.1	9.5

Таб. 5.3: Параметры джозефсоновских контактов, определенные из экспериментальных данных: джозефсоновская энергия и ёмкость.

действие в $\Phi_{\text{ext}} = 0$, составляет 416 кГц, что на 300 кГц выше проектируемого. Отличие обусловлено отклонением реальных значений критических токов джозефсоновских переходов от целевых.

Другая пара кубитов, пятый и шестой, имеет остаточное взаимодействие в нуле порядка 600 кГц, что еще больше, чем в паре 6-7 (рис. 5.13). При этом можно оценить получившийся диапазон ZZ-взаимодействия кубитов по рис. 5.13(в), где видно максимальное взаимодействие, превышающее 50 МГц. Такая сила связи соответствует длительности двухкубитной операции порядка 10 нс. С одной стороны, такая операция является возможной с точки зрения характеристик генератора импульса произвольной формы. С другой стороны, это быстрая операция, вызывающая утечки из вычислительного подпространства, о чем будет рассказано позднее. Поэтому, для выполнения двухкубитной операции выбирается точка с меньшей силой связи кубитов. На рис. 5.13(в) также сопоставлены проектный диапазон взаимодействия кубитов и измеренный. Видно, что они сильно отличаются, и элемент связи приближается к частотам кубитов сильнее, чем ожидалось.

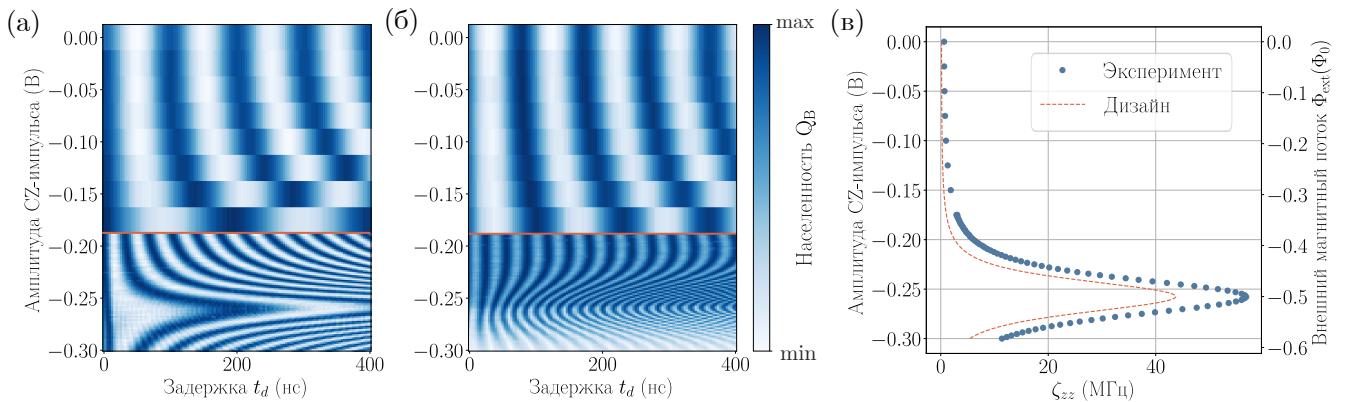


Рис. 5.13: Измерение силы связи кубитов 5 и 6. (а, б) Результаты измерения населенности кубита В в относительных единицах. Красная линия разделяет две области с разным сдвигом частоты возбуждающего кубит импульса от частоты кубита. (в) Диапазон перестройки силы взаимодействия двух кубитов, определяемый как разница между частотами осцилляций населенности кубита В в случаях (а) и (б). Красная линия показывает силу связи ζ_{ZZ} , вычисленную при проектируемых параметрах системы (таб. 3.1).

5.7 Калибровка однокубитных операций

Отметим, что предыдущие измерения выполнялись при использовании прямоугольных импульсов. Для дальнейших двухкубитных измерений необходимо откалибровать однокубитные импульсы импульсы с огибающей гауссовой формы, так как они имеют более узкий спектральный диапазон шума по сравнению с прямоугольными [120]. В ходе калибровки подбирается амплитуда и фаза импульса заданной длины [52]. Пример калибровки амплитуды показан на рис. 5.14. Для калибровки амплитуды изначально берется число $\pi/2$ импульсов, кратное четырем, под действием которых происходит вращение кубита на сфере Блоха на угол, кратный 2π , вокруг оси X. Положение минимума населенности первого возбужденного уровня при этом соответствует наиболее подходящей амплитуде и фазе импульса (рис. 5.14(а)). Для калибровки фазы (рис. 5.14(б)) последовательность состоит из пары $\pi/2$ импульсов с противоположной фазой, между которыми добавляется набор из еще N таких пар. Перед каждым импульсом добавляется виртуальное Z вращение на варьируемый угол и определяется фаза, при которой населенность кубита минимальна. После этого повторяется калибровка амплитуды, но с определенной ранее фазой перед каждым импульсом.

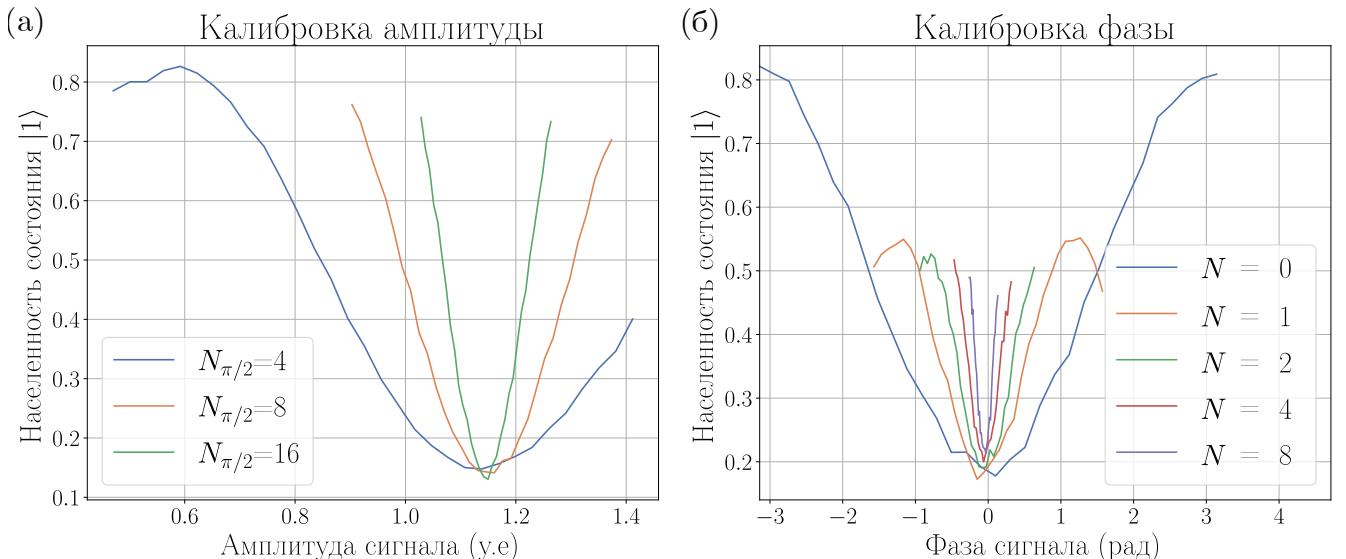


Рис. 5.14: Калибровка однокубитных микроволновых импульсов с гауссовой огибающей в зависимости от амплитуды сигнала (а) и добавочной виртуальной фазы (б).

5.8 Калибровка двухкубитной операции

Для калибровки двухкубитного гейта CZ, являющегося естественным для данной архитектуры, выполняется первичный подбор длительности и амплитуды прямоугольного импульса на элемент связи, включающего взаимодействие между кубитами и накапливающего фазу π у состояния.

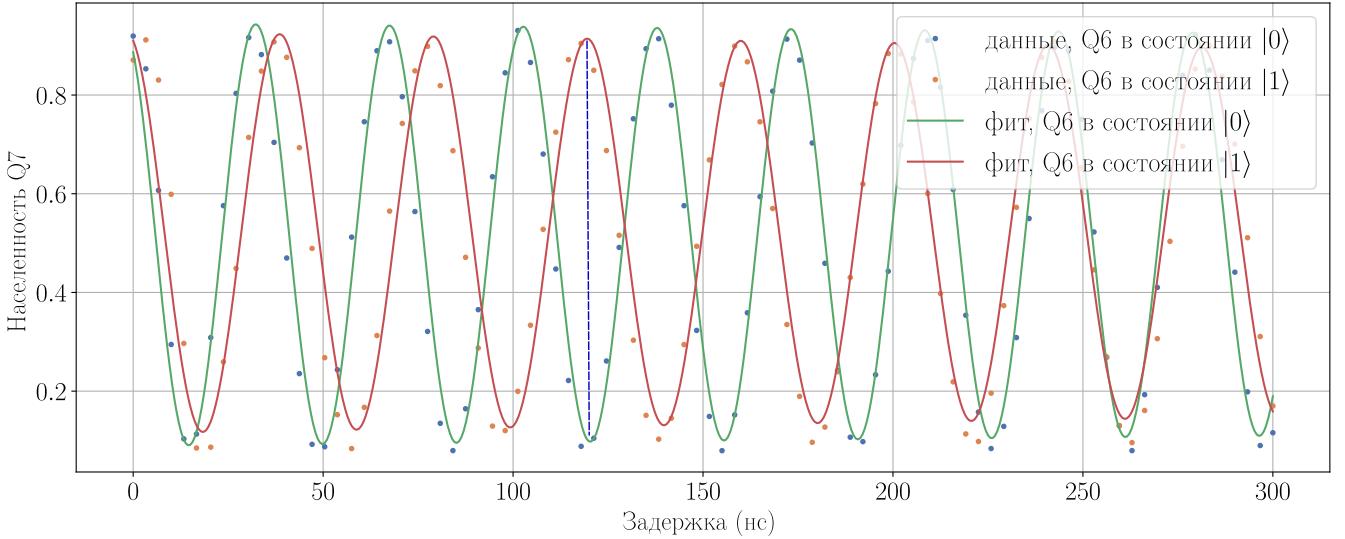


Рис. 5.15: Измерение ZZ-взаимодействия кубитов 6 и 7 в одной точке по напряжению каплера

В лаборатории используется два вида такой калибровки. Первая заключается в выборе амплитуды на элемент связи из измерения 5.11 и последующем расчете длительности гейта. Из определенной силы связи можно рассчитать длительность по формуле:

$$\tau_{\text{gate}} = \pi/2\zeta_{ZZ}. \quad (5.8.1)$$

Данная калибровка дает наглядную временную динамику заселенности целевого кубита в зависимости от состояния контролирующего, причем при выбранной амплитуде грубо определить длительность двухкубитной операции можно визуально, выбрав точку по времени, где осцилляции находятся в противофазе (рис. 5.15, длительности двухкубитной операции отмечена вертикальной пунктирной линией).

Вторая используемая калибровка описана в работах [121, 122]. Разница заключается в том, что в данном случае длина и амплитуда импульса на элемент связи предварительно выбраны из предыдущей калибровки, варьируется однокубитная виртуальная фаза, добавляемая ко второму $\pi/2$ -импульсу на целевой

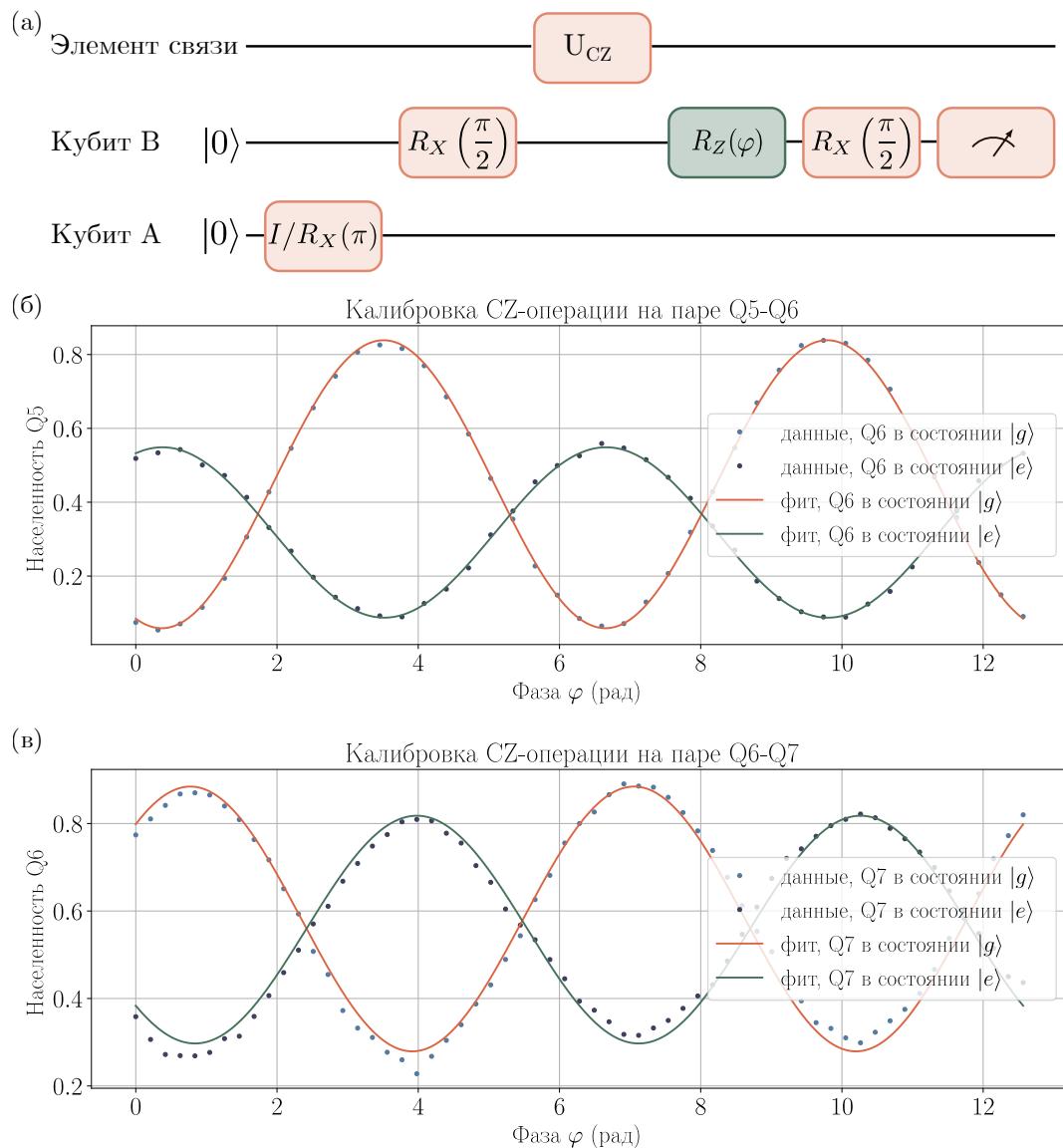


Рис. 5.16: Калибровка двухкубитного гейта. (а) Последовательность импульсов для калибровки. (б) Калибровка на паре кубитов 5-6. (в) Калибровка на паре кубитов 6-7.

кубит. Если две осцилляции находятся в противофазе, значит, параметры импульса на элемент связь подобраны верно. В противном случае около выбранного значения варьируется амплитуда или длительность, позволяя уточнить фазу двухкубитной операции. Пример уточняющей калибровки показан на рис. 5.16.

5.9 Калибровка двухкубитного считывания

Перед тем, как перейти к тестированию однокубитных и двухкубитных операций, выполняемых в виде некоторой цепочки импульсов, необходимо выполнить калибровку двухкубитного считывания, которая позволяет сделать вывод о том, насколько точно различаются четыре состояния двухкубитной системы.

Для этого измеряется матрица ошибок, которая показывает, сколько раз при приготовлении целевого состояния было измерено каждое из четырех возможных (рис. 5.17). Данное измерение использовалось при обработке результатов перекрестно-энтропийного тестирования и квантовой томографии, в которых делается коррекция результата с учетом ошибок считывания.

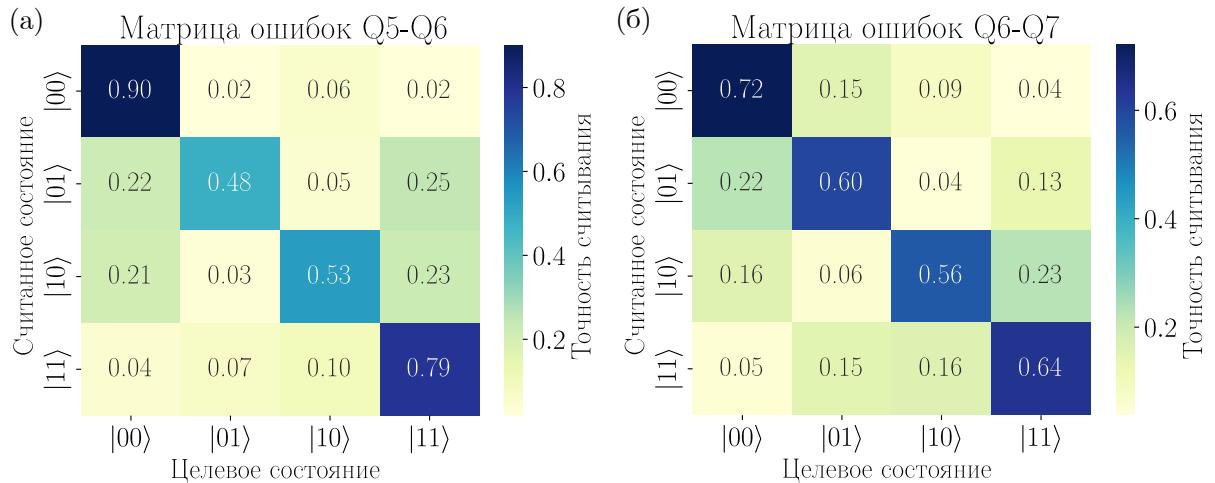


Рис. 5.17: Матрица ошибок считывания двухкубитной системы. (а) Калибровка на паре кубитов 5-6 (б) Калибровка на паре кубитов 6-7.

Как видно из рисунков, точность считывания состояний, когда один из кубитов возбужден, а другой нет, меньше точности считываний состояний, когда на оба кубита либо подается возбуждающий импульс, либо не подается.

5.10 Тестирование двухкубитного гейта

Для определения точности двухкубитной операции обычно используются квантовая томография [49, 84], рандомизированное тестирование [49, 84] и перекрестно-энтропийное тестирование [1] (ХЕВ).

Квантовая томография делится на томографию состояния или процесса. В случае томографии состояния исследуется то, насколько хорошо приготовлено одно состояние системы. Над системой выполняется операция приготовления состояния, затем она проецируется на комбинацию осей X, Y, Z каждого из кубитов и измеряется. После этого восстановленная матрица плотности из эксперимента сравнивается с матрицей плотности идеального случая. В случае квантовой томографии процесса приготавливается набор состояний, над которыми затем выполняется исследуемый процесс, затем опять происходит измерение

проекций на комбинации осей и восстанавливается матрица процесса, которая сравнивается с матрицей идеальной операции.

Так как при томографии выполняется одно приготовление, один процесс и одно измерение, то считается, что томография подвержена сильному влиянию ошибок приготовления и считывания состояний (SPAM – state preparation and measurement). Поэтому, более достоверным являются другие способы тестирования. В случае рандомизированного тестирования исследуется экспоненциальное затухание точности от количества операций. Обычное рандомизированное тестирование подразумевает усредненную точность операций в наборе, который повторяется n раз. Причем в каждом наборе выполняется также обратная операция, возвращающая систему в основное состояние. Для того, чтобы исследовать точность одной конкретной операции, выполняется перемежающее рандомизированное тестирование. В этом случае к набору операций добавляется исследуемая, и полученная точность такого набора сравнивается с предыдущей, для выделения точности одной исследуемой операции. Такой тип тестирования плох тем, что нужно выполнять обратную операцию, что часто бывает затруднительно и требует дополнительных калибровок. К тому же, он не позволяет получить матрицу реально выполняемой операции.

В случае перекрестно-энтропийного тестирования выполнение обратных операций не требуется, а сравнение эксперимента производится с моделированием на классическом компьютере. Поэтому можно воссоздать матричный вид исследуемой операции.

Для оценки достоверностей однокубитных и двухкубитных гейтов на данном процессоре выполнялось перекрестно-энтропийное тестирование, программный код и код обработки которого был разработан ранее в лаборатории. В качестве однокубитных гейтов брался набор из вращений на угол $\pi/2$ вокруг осей X и Z, которые вместе с двухкубитным гейтом CZ принадлежат группе Клиффорда.

Результатом экспериментального исследования 8-кубитного процессора стало выполнение двухкубитных гейтов. Для пары кубитов 6-7 выбрана точка с амплитудой -0.28 В (согласно аппроксимации соответствующая значению $0.4\Phi_0$ магнитного потока в СКВИДе элемента связи), в которой полная длительность операции CZ составляет 60 нс. Фронты потокового импульса на элемент связь составляют 9 нс. Для определения достоверности гейта была выполнена томография двухкубитного квантового процесса (рис. 5.18(в)). Достоверность CZ

Кубит	f_q (ГГц)	α (МГц)	T_2^* (мкс)	T_1 (мкс)	t_{1Q} (нс)	F_{1Q} (%)
5	6.356	—	5.8	5.1	2×26.66	98.9
6	6.450	156	8.6	15.8	$2 \times 26.66/2 \times 46.66$	99.0/99.1
7	6.494	157	10.8	8.3	2×46.66	98.3

Таб. 5.4: Параметры трансмонов: частота, ангармонизм, времена дефазировки и релаксации, длительность однокубитных гейтов группы Клиффорда из рис. 5.18(a), усредненная точность однокубитных операций в последовательности. Коэффициент 2 означает, что гейты собираются из двух $R_X(\pi/2)$ гейтов.

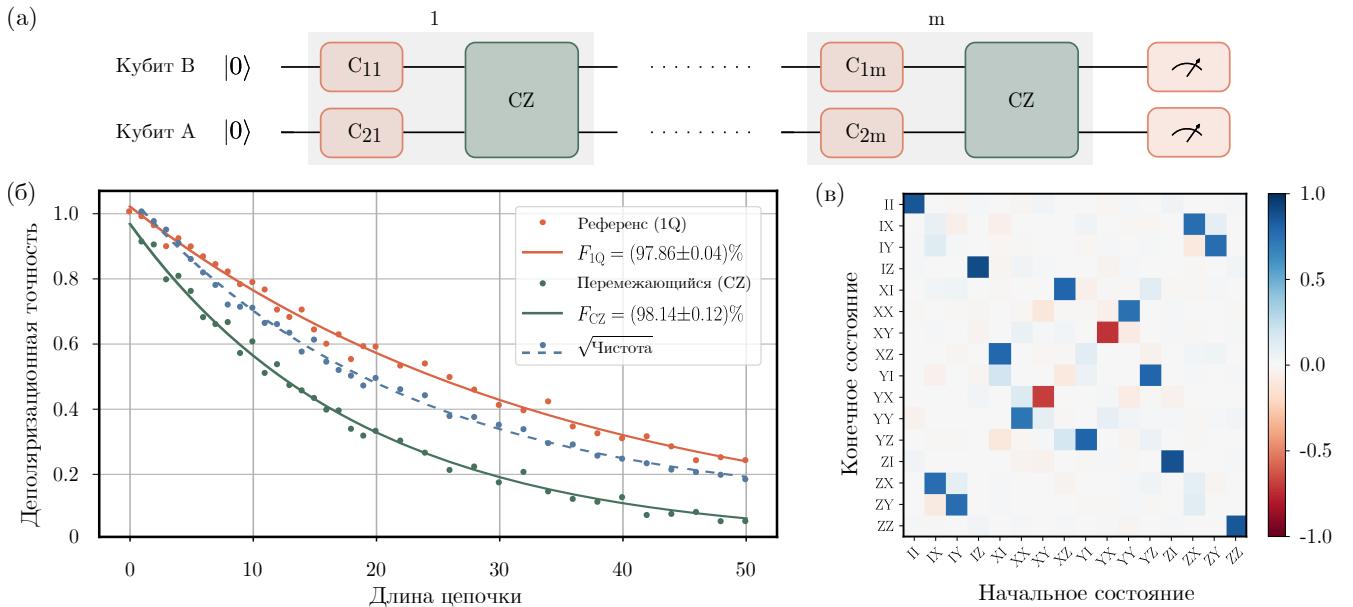


Рис. 5.18: Тестирование CZ гейта для пары кубитов 6-7. (а) Последовательность импульсов для перекрестно-энтропийного тестирования двухкубитного гейта. (б) Деполяризационная точность, усредненная по 100 произвольным цепочкам как функция глубины последовательности t для двух видов измерений (а): без двухкубитного гейта (красный) и с ним (зеленый). Синие точки показывают обработку данных тестирования для оценки чистоты гейта. Пунктирная линия – это аппроксимация синих точек. (в) Результат квантовой томографии. Матрица переноса Паули гейта CZ. Достоверность операции составляет 83.3%.

операции из полученной матрицы процесса составила 83.3%, что может быть объяснено погрешностью двухкубитного считывания. Для оценивания точности двухкубитного гейта без учета ошибок считывания и приготовления квантовых состояний было выполнено перекрестно-энтропийное тестирование. Последовательность операций для тестирования изображена на рис. 5.18(а), где C_{ij} – произвольные случайно выбранные однокубитные операции из группы Клиффорда. Индекс i относится к первому кубиту, индекс j – к порядковому номеру однокубитной операции в последовательности. Однокубитная группа Клиффорда состоит из $\pi/2$ вращений вокруг оси X длительностью 46.66 нс и виртуальных вращений S, выполненных аналогично работе [123]. Для определения

достоверности двухкубитного гейта сначала выполнялось тестирование однокубитных операций, выполняемых на обоих кубитах одновременно. Полученная деполяризационная точность усреднялась по произвольным последовательностям при заданной фиксированной длине цепочки m (рис. 5.18(б), синий цвет). Данные описываются зависимостью ap^m , где p – деполяризационный параметр, a – параметр, зависящий от ошибок приготовления состояний и считывания. Полученный деполяризационный параметр составляет $p_1 = 0.9714 \pm 0.0005$. Параметры двух кубитов приведены в табл. 5.4. После определения точности однокубитных операций выполнялось аналогичное измерение, но с добавленным двухкубитным гейтом (рис. 5.18(б), зеленый цвет). Деполяризационный параметр p_2 равен 0.947 ± 0.001 . Итоговая достоверность двухкубитного гейта была определена по формуле [1, 124]

$$F = p + (1 - p)/D, \quad (5.10.1)$$

где $p = p_2/p_1$, $D = 2^n$ – размерность вычислительного гильбертового пространства ($n = 2$). Полученная достоверность составила $F_{CZ} = (98.14 \pm 0.12)\%$. С помощью данных перекрестно-энтропийного тестирования была определена фаза двухкубитного гейта, которая в данном случае равна $\theta = (1.03 \pm 0.03)\pi$.

Для исследования двухкубитного гейта на наличие некогерентных и когерентных процессов, была определена средняя чистота состояний после выполнения последовательности квантовых операций [1], которая составила 0.955 ± 0.001 . При сравнении с величиной p_2 , можно сделать вывод, что основной вклад в ошибку двухкубитной операции вносит декогеренция кубитов. Итоговая достоверность двухкубитного гейта выше, чем однокубитных, так как он короче (табл. 5.4). Под длительностью однокубитной операции в таблице понимается полная длительность цепочки однокубитных операций одной повторяющейся последовательности. Длительность одного $\pi/2$ гауссового импульса составляет 46.66 нс.

Аналогично были выполнены квантовая томография процесса и перекрестно-энтропийное тестирование для пары кубитов 5-6. Гейт выполнялся в точке с амплитудой -0.227 В (соответствует значению $0.44\Phi_0$ магнитного потока в СКВИ-Де элемента связи), в которой полная длительность операции CZ составляет 40 нс. Точность гейта из томографии составила 91.7%, согласно перекрестно-

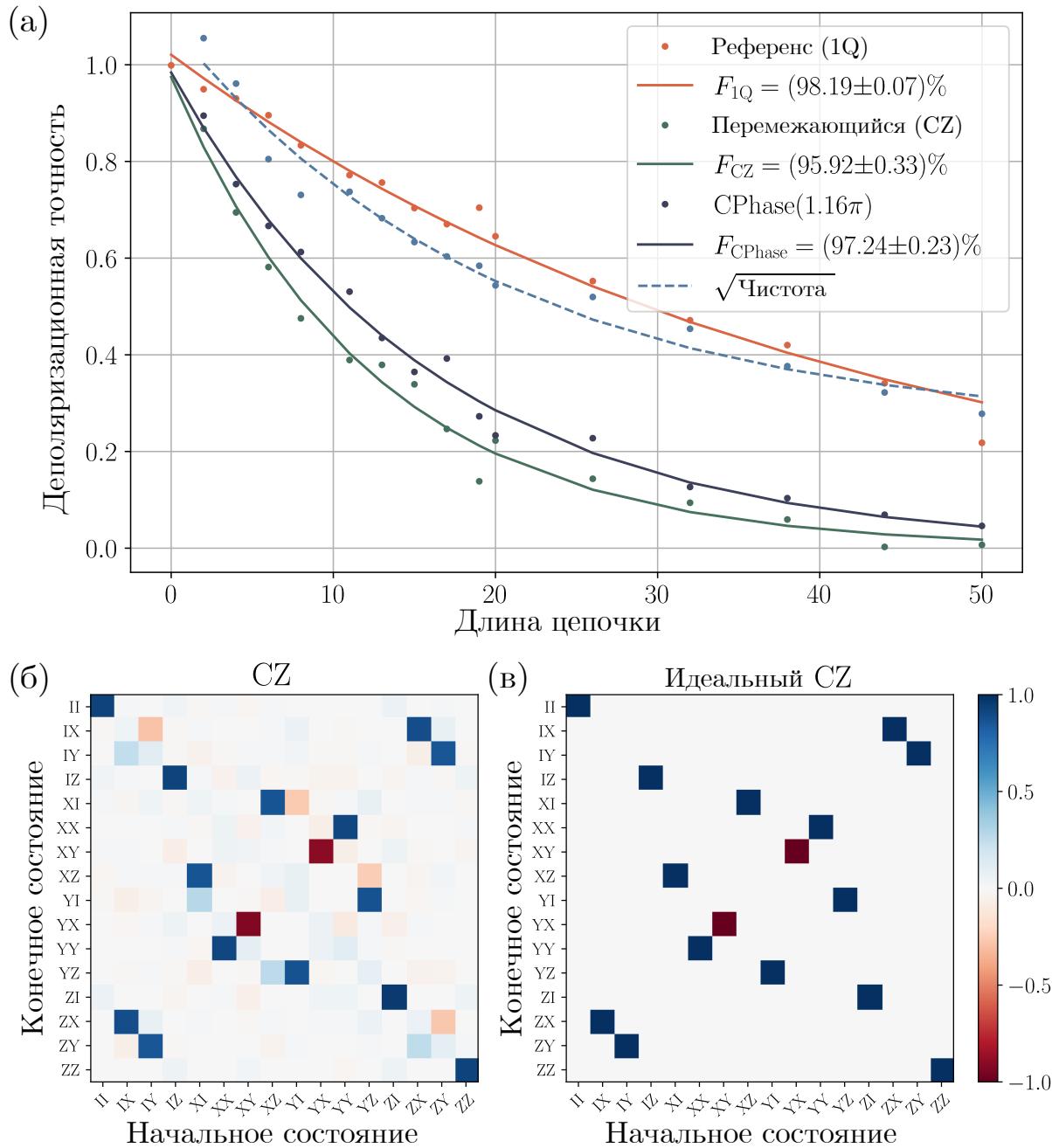


Рис. 5.19: Тестирование CZ гейта на паре кубитов 5-6. (а) Деполяризационная точность, усредненная по 100 произвольным цепочкам как функция глубины последовательности t для двух видов измерений: без двухкубитного гейта (красный) и с ним (зеленый). Синие точки показывают обработку данных тестирования для оценки чистоты гейта. Пунктирная линия – это аппроксимация синих точек. Фиолетовым цветом показано приближение экспериментальных данных перекрасно-энтропийного тестирования последовательностями с двухкубитным гейтом CPhase с произвольной фазой, которая была оптимизирована. (б) Квантовая томография выполненного гейта CZ. Достоверность операции составляет 91.7%. (в) Квантовая томография идеального гейта CZ.

энтропийному тестированию 95.9%. Аналогично предыдущей паре, точность однокубитный операции выше, чем двухкубитной, как и уровень кривой, описывающей чистоту двухкубитной операции. Однако, на рис. 5.19(а) можно увидеть, что гейт был откалиброван недостаточно точно, так как его фаза составила 1.16π . При этом, если вычислить точность операции Cphase вращения на этот угол, то она составляет 97.24%. На рис. 5.19(б) показано сравнение выполненной томографии с томографией двухкубитной операции CZ в идеальном случае.

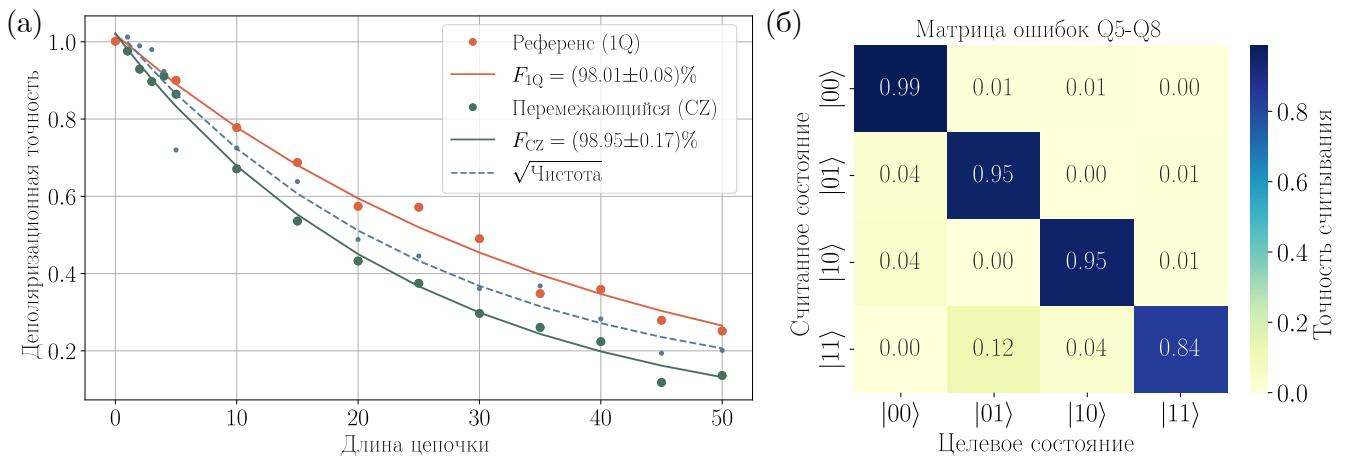


Рис. 5.20: (а) Перекрестно-энтропийное тестирование CZ гейта на паре кубитов 5-8. Деполяризационная точность, усредненная по 100 произвольным цепочкам как функция глубины последовательности t для двух видов измерений: без двухкубитного гейта (красный) и с ним (зеленый). Синие точки показывают обработку данных тестирования для оценки чистоты гейта. Пунктирная линия – это аппроксимация синих точек. (б) Матрица ошибок считывания двухкубитной системы.

На рис. 5.20 показана наилучшая точность CZ операции на восьмикубитном процессоре. Измерение было выполнено после основного анализа двухкубитной операции, приведённого в диссертации. Собранная установка аналогична описанной ранее (рис. 5.2). На рис. 5.20(а) показано перекрестно-энтропийное тестирование однокубитных и двухкубитной операций на паре кубитов 5-8. Точность CZ гейта составляет 98.95%, кривая чистоты операции в данном случае ближе к кривой перемежающегося тестирования по сравнению с предыдущими парами кубитов. Это говорит о том, что полученная точность двухкубитного гейта все еще может быть улучшена за счет повышения когерентности кубитов, при этом ошибки других процессов нивелированы лучше по отношению к другим измеренным двухкубитным операциям. На рис. 5.20(б) показана измеренная матрица ошибок двухкубитного считывания пары кубитов 5-8. Она также показывает наилучшую точность двухкубитного считывания. Длительность од-

нокубитных операций в цепочке тестирования составила 2×36 нс, длительность двухкубитной операции - 66 нс.

5.11 Анализ ошибок двухкубитной системы

Общая ошибка, полученная с помощью перемежающего тестирования, включает вклад ошибок однокубитных гейтов и ошибки CZ гейта. Рассмотрим каждую из этих составляющих отдельно для пары кубитов 6 и 7. Ошибки однокубитных операций обусловлены дефазировкой, релаксацией кубитов и статическим ZZ-взаимодействием. Используя измеренные времена релаксации (T_1) и когерентности (T_2^*) (таб. 5.4), применяется подход операторной суммы для моделирования этих каналов ошибок. Точность однокубитных гейтов, выполняемых одновременно на обоих кубитах, рассчитывается по формуле [27, 32]:

$$F = 1 - \frac{2t}{5} \sum_{A,B} \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_\varphi} \right), \quad (5.11.1)$$

где t – длительность операции и время чистой дефазировки T_φ получено из соотношения $\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{2T_1} + \frac{1}{T_\varphi}$. На основании этого вычисляется точность 98.9%, что соответствует деполяризационной ошибке 0.015. Следующим вкладом в ошибки однокубитных гейтов является статическое ZZ-взаимодействие при неактивном элементе связи. Для оценки его влияния на точность используется выражение [125]:

$$F = \frac{(7 + 3 \cos \varphi)}{10}, \quad (5.11.2)$$

где $\varphi = 2\pi\zeta_{ZZ}\tau$, а ζ_{ZZ} – это скорость ZZ-взаимодействия при нулевом магнитном потоке в элементе связи. Подставляя значения для φ , получаем точность 99.1%, что соответствует деполяризационной ошибке 0.012. Объединяя оба эффекта, общая точность однокубитных гейтов составляет 98.0%, что хорошо согласуется с измеренным значением $97.68 \pm 0.04\%$. Это соответствие подтверждает корректность модели ошибок и анализа.

Для дальнейшего обоснования анализа было проведено тестирование однокубитных гейтов для каждого кубита отдельно. Эксперимент выполнялся на другой установке спустя некоторое время, но на том же образце. Длительность гейта $R_x(\pi/2)$ была установлена равной 20 нс, измеренные времена релаксации

составили $T_1 = 16.7$ и 14.5 мкс, а времена когерентности $T_2^* = 8.9$ и 10.5 мкс для кубитов 6 и 7 соответственно. Значения точности однокубитных гейтов, полученные методом ХЕВ, составили 99.77% и 99.81% для кубитов 6 и 7. Теоретическая оценка, рассчитанная по формуле:

$$F = 1 - \frac{t_{1Q}}{3} \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_\varphi} \right), \quad (5.11.3)$$

дает значения 99.81% и 99.82%. Эти результаты подтверждают, что для отдельных кубитов точность гейтов в основном ограничена процессами дефазировки и релаксации.

Далее анализировались ошибки, связанные с CZ гейтом. В ходе дополнительных измерений было обнаружено, что время когерентности T_2^* уменьшается вдвое, когда на элемент связи подается напряжение, соответствующее выполнению двухкубитной операции. Это связано с тем, что при перестройке частоты элемента связи кубиты уходят из своей рабочей точки. При этом время релаксации остается стабильным при изменении потока в рабочем диапазоне. Предполагая, что в течение выполнения гейта T_2^* вдвое меньше значений, приведенных в таб. 5.4, формула (5.11.1) дает деполяризационную ошибку 0.016.

Поскольку в эксперименте используется метод ХЕВ, он также позволяет оценить накопленную двухкубитную фазу θ . Оптимизируя линейную кросс-энтропию между экспериментальными данными и смоделированными квантовыми схемами с чередующимся контролируемым фазовым гейтом, получаем $\theta = (1.03 \pm 0.03)\pi$, что приводит к деполяризационной ошибке менее 0.002.

Оставшиеся источники ошибок, согласно численному моделированию, включают ошибки обмена, то есть нежелательное перераспределение населенности состояний в вычислительном подпространстве, а также утечку за его пределы. Для оценки вклада утечки применяется метод speckle purity benchmarking [1], который позволяет извлечь среднюю чистоту состояния после выполнения ХЕВ-последовательностей. Вычисленный квадратный корень из чистоты составляет 0.955 ± 0.001 , что соответствует декогерентным процессам. Учитывая общую деполяризационную ошибку $p_2 = 0.947$, ошибка утечки составляет 0.008. Остаточная ошибка, определяемая как разность между квадратным корнем из чистоты и суммарным эффектом ошибок, обусловленных T_1 , T_2^* и двухкубитным взаимодействием, приписывается ошибкам обмена, которые оказываются

значительно меньшими по сравнению с ошибками декогеренции и утечки.

В заключение можно отметить, что когерентные ошибки вносят наибольший вклад в ошибку двухкубитного гейта, при этом утечка также играет важную роль. В то же время, для однокубитных гейтов основным ограничением является статическое ZZ-взаимодействие. Минимизация влияния таких ошибок, особенно подавление ZZ-взаимодействия, должна стать приоритетной задачей для будущих исследований.

5.12 Моделирование двухкубитного вентиля CZ

Для полученных параметров двухкубитной схемы 6-7 была промоделирована динамика системы в процессе выполнения двухкубитного гейта в зависимости от амплитуды импульса магнитного потока, приложенного к СКВИДу элемента связи, в диапазоне от $0.37\Phi_0$ до $0.5\Phi_0$ (рис. 5.21). Для каждого значения амплитуды подбиралась длительность импульса таким образом, чтобы накопленная условная фаза вычислительного состояния $|ee\rangle$ составляла $\theta = \pi$.

Для оценки качества полученной операции CZ использовалось стандартное выражение для точности двухкубитного гейта, использующее представление матрицы переноса Паули [87, 126], которое затем преобразовывалось в деполяризационную ошибку ϵ .

Для анализа вклада различных источников ошибок была рассчитана средняя ошибка утечки за пределы вычислительного подпространства [127]:

$$\epsilon_{\text{leak}} = 1 - \frac{1}{4} \sum_{i,j=1}^4 |u_{ij}|^2, \quad (5.12.1)$$

а также ошибка обмена (swap error), ϵ_{swap} , которая количественно описывает нежелательный для элемента CZ перенос населения между состояниями внутри вычислительного подпространства:

$$\epsilon_{\text{swap}} = \frac{1}{4} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^4 |u_{ij}|^2. \quad (5.12.2)$$

Здесь u_{ij} — элементы матрицы эволюции $\hat{\mathcal{U}}$, спроектированной на двухкубитное

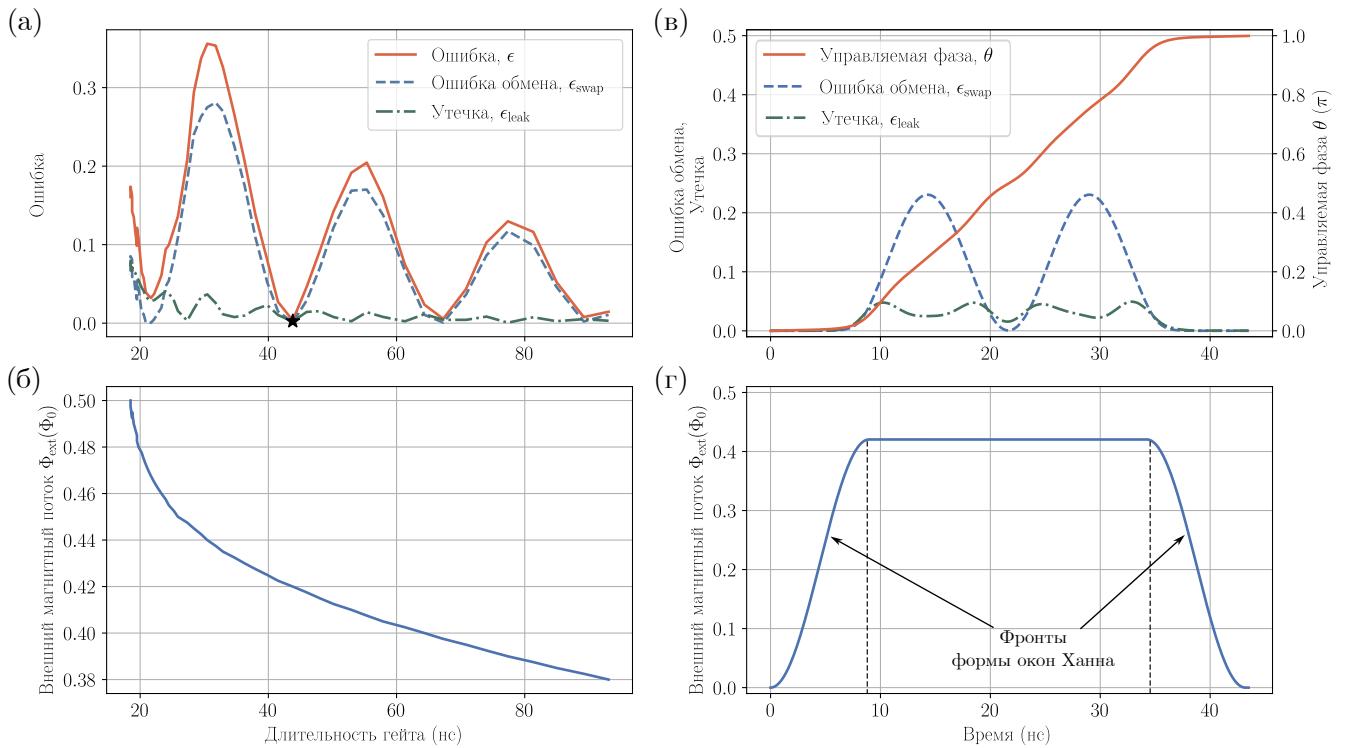


Рис. 5.21: Моделирование гейта CZ для параметров устройства, полученных экспериментально. (а) Показаны полная ошибка (красный), ошибка обмена между вычислительными состояниями ϵ_{swap} (синяя пунктирная линия) и ошибка утечки на высокогенеретические уровни ϵ_{leak} (зелёная штрихпунктирная линия) в зависимости от длительности элемента CZ. (б) Амплитуда магнитного потока в СКВИДе элемента связи, соответствующая выбранной длительности гейта. (в) Для длительности элемента 43.3 нс (звезды на рисунке (а)) получены временные зависимости условной двухкубитной фазы θ (красная линия), ошибки обмена ϵ_{swap} (синяя пунктирная) и ошибки утечки ϵ_{leak} (зелёная штрихпунктирная). Достоверность гейта составляет $F = 0.9997$. (г) Форма импульса на элемент связь с фронтами в виде окон Ханна, используемая в эксперименте и моделировании.

вычислительное подпространство при элементе связи в основном состоянии.

Полученные ошибки представлены на рис. 5.21(а), а соответствующая длительность гейта как функция внешней амплитуды потока — на рис. 5.21(б). При первом минимуме кривой ошибок высокоточная работа гейта не достигается из-за сильного ZZ-взаимодействия. Видно, что ошибка гейта демонстрирует периодическое поведение, обусловленное колебаниями населённости внутри вычислительного подпространства. Второй минимум ошибки, отмеченный звездой, соответствует достоверности гейта 0.9997 при длительности 43.3 нс. Для этой точки на рис. 5.21(в) показана временная эволюция ошибки обмена (синяя пунктирная кривая), двухкубитной фазы (оранжевая линия) и ошибки утечки (зелёная штрихпунктирная кривая).

На рис. 5.22 показана эволюция населённостей вычислительных состояний во времени в процессе выполнения элемента CZ (соответствует звезде из

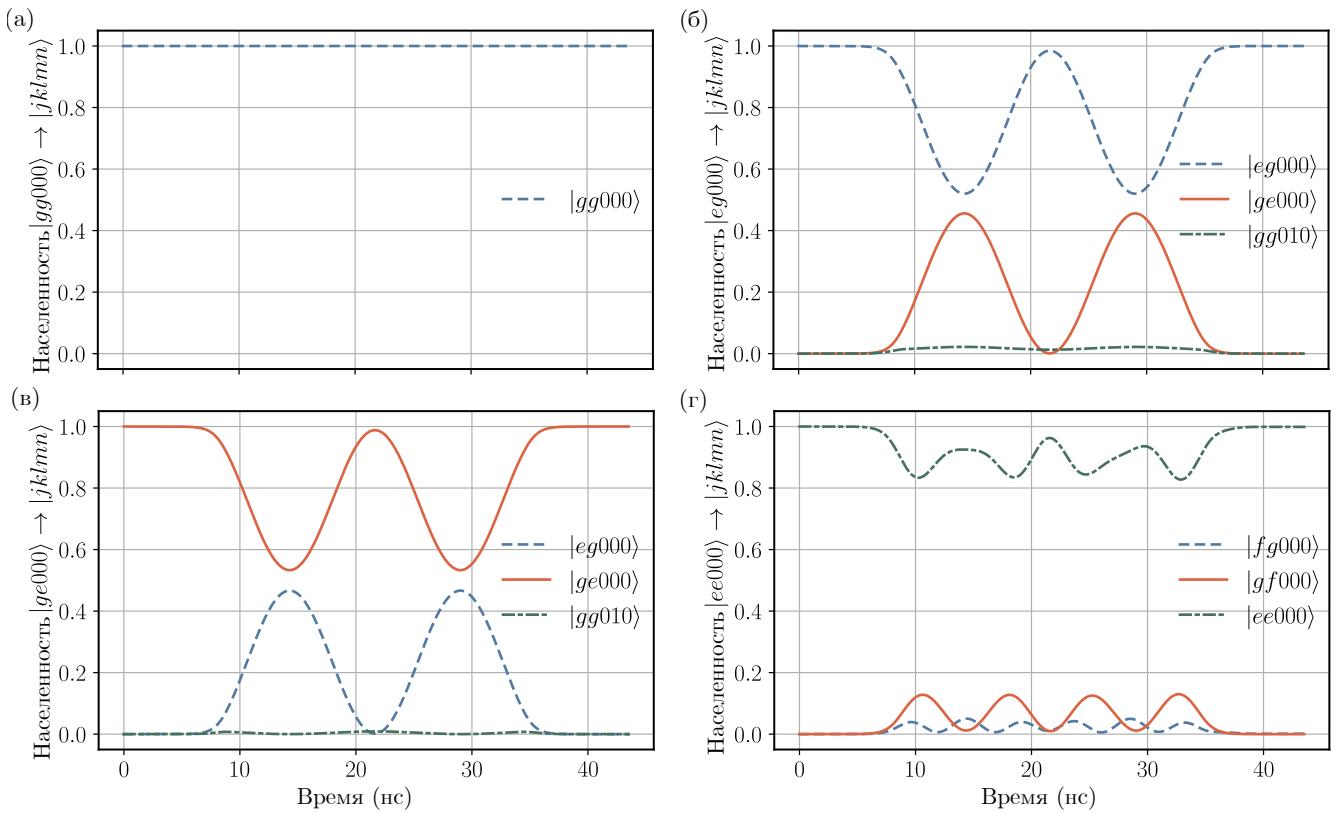


Рис. 5.22: Динамика населенности четырех вычислительных состояний во время двухкубитного гейта. Обозначение состояний соответствует населенности мод системы для случая, обозначенного звездой на рис. 5.21(а).

рис. 5.21(а)) при параметрах экспериментального устройства (см. таб. 3.1). Помимо обмена между четырьмя целевыми состояниями, наблюдаются утечки на уровнях $|fg000\rangle$, $|gf000\rangle$ и $|gg010\rangle$. В конце двухкубитной операции суммарная населённость возвращается в вычислительное подпространство.

5.13 Выводы по Главе 5

Данная глава посвящена экспериментальной демонстрации восьмикубитного квантового процессора с перестраиваемыми трехмодовыми элементами связи между круглыми трехконтактными кубитами-трансмонами. Подробно описана экспериментальная установка, а также спектроскопические и импульсные калибровочные измерения. Предложены изменения параметров кубита для устранения наблюдаемой зарядовой дисперсии. Исследованы спектры элемента связи, измерены ZZ-взаимодействия между кубитами и проведено сопоставление экспериментальных данных с численным моделированием и аналитическим подходом. Проведена калибровка однокубитных операций, двухкубитной операции и считывания.

Для оценки точности двухкубитных гейтов применены квантовая томография и перекрестно-энтропийное тестирование. Ключевым результатом главы является экспериментальная реализация двухкубитной операции CZ с достоверностью выше 98%, ограниченной в основном временами когерентности кубитов. Проведено также моделирование динамики двухкубитной системы при варьировании амплитуды импульса на элемент связы, в ходе которого рассчитаны ошибки утечки и обмена населенностью, а также точность операции в зависимости от параметров импульса. Моделирование CZ-гейта с параметрами экспериментального устройства показало ошибку гейта менее $3 \cdot 10^{-4}$ при оптимальной длительности импульса гейта около 43 нс.

Основные результаты главы описаны в статье [39].

6 Заключение

Сформулируем основные результаты, полученные при выполнении настоящей диссертационной работы.

1. Расчитан и экспериментально исследован сверхпроводниковый кубит-трансмон с контуром из трех джозефсоновских контактов и круглой формой шунтирующей емкости, позволяющей уменьшить диэлектрические потери. Получена аналитическая формула для упрощенного расчета уровней энергии трехконтактного кубита-трансмона.
2. Произведено электромагнитное моделирование распределения электрического поля на технологических поверхностях для разработанного кубита трансмона с шунтирующей емкостью круглой формы. Анализ диэлектрических потерь в поверхностях показал преимущества предложенной геометрии в сравнении с распространенной крестообразной формой шунтирующей емкости. Получен верхний предел времен релаксации кубита в считающую и контролирующую линии.
3. Предложен трехмодовый элемент связи для реализации высокоточных двухкубитных операций между кубитами-трансмонами. Выполнен численный расчет и подбор оптимальных параметров системы на основе разработанного элемента связи и трехконтактных кубитов трансмонов с круглой формой шунтирующей емкости. Показан широкий диапазон перестройки ZZ-взаимодействия между кубитами от 13 кГц до 60 МГц. Численное моделирование квантовой динамики в процессе двухкубитного гейта показало точность двухкубитного гейта выше 99.97%.
4. Спроектирован и экспериментально исследован сверхпроводниковый восьмикубитный процессор с перестраиваемыми элементами связи. Продемонстрирована возможность выполнения однокубитных (с точностью до

99.82%) и двухкубитных (с точностью до 98.95%) операций на таком процессоре. Показано, что точность выполнения двухкубитных операций ограничена временами когерентности кубитов.

В заключение автор выражает глубокую благодарность всем неравнодушным людям, прямо или косвенно поспособствовавших тому, чтобы эта диссертация состоялась. В частности, научному руководителю, Алексею Валентиновичу Устинову, за предоставленную возможность работать в лаборатории, советы и поддержку, способствующие росту, и умение слышать собеседника вне зависимости от его уровня. Илье Беседину и Илье Москаленко за то, что они есть, в особенности за отзывчивость, терпение и редкое сочетание лучших человеческих качеств и таланта. Коле Абрамову за помощь и предоставленный шанс научиться у него инженерным вещам вне зависимости от кривости рук. Аллене Казьминой, Илье Симакову и Грише Мажорину за командную работу в тяжелые времена. Спасибо всем учителям и близким людям, в особенности дяде, Чашину Анатолию Ивановичу, за его безусловную веру в меня и девиз «No pasaran!», и маме, Егоровой Надежде Ивановне, за ее железную волю и потраченные силы на мое воспитание и возможность выбирать жизненный путь.

Список литературы

- [1] Quantum supremacy using a programmable superconducting processor / Arute Frank, Arya Kunal, Babbush Ryan, Bacon Dave, Bardin Joseph C, Barends Rami, Biswas Rupak, Boixo Sergio, Brando Fernando GSL, Buell David A, et al. // *Nature*. — 2019. — Vol. 574, no. 7779. — P. 505–510. — Access mode: <https://doi.org/10.1038/s41586-019-1666-5>. (ссылки на стр. [4, 28, 101, 104 и 108])
- [2] Strong Quantum Computational Advantage Using a Superconducting Quantum Processor / Wu Yulin, Bao Wan-Su, Cao Sirui, Chen Fusheng, Chen Ming-Cheng, Chen Xiawei, Chung Tung-Hsun, Deng Hui, Du Yajie, Fan Daojin, et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2021. — Oct. — Vol. 127. — P. 180501. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.127.180501>. (ссылка на стр. [4])
- [3] Exponential suppression of bit or phase errors with cyclic error correction / Chen Zijun, Satzinger Kevin J, Atalaya Juan, Korotkov Alexander N, Dunsworth Andrew, Sank Daniel, Quintana Chris, McEwen Matt, Barends Rami, Klimov Paul V, et al. // *Nature*. — 2021. — jul. — Vol. 595, no. 7867. — P. 383–387. — Access mode: <https://doi.org/10.1038/s41586-021-03588-y>. (ссылка на стр. [4])
- [4] Suppressing quantum errors by scaling a surface code logical qubit / Acharya Rajeev, Aleiner Igor, Allen Richard, Andersen Trond I., Ans-mann Markus, Arute Frank, Arya Kunal, Asfaw Abraham, Atalaya Juan, Babbush Ryan, et al. // *Nature*. — 2023. — Vol. 614, no. 7949. — P. 676–681. — Access mode: <https://doi.org/10.1038/s41586-022-05434-1>. (ссылки на стр. [4, 5, 11, 28 и 29])
- [5] Evidence for the utility of quantum computing before fault tolerance /

Kim Youngseok, Eddins Andrew, Anand Sajant, Wei Ken Xuan, Van Den Berg Ewout, Rosenblatt Sami, Nayfeh Hasan, Wu Yantao, Zale-tel Michael, Temme Kristan, et al. // *Nature*. — 2023. — Vol. 618, no. 7965. — P. 500–505. — Access mode: <https://doi.org/10.1038/s41586-023-06096-3>. (ссылки на стр. [4 и 28])

- [6] Charge-insensitive qubit design derived from the Cooper pair box / Koch Jens, Yu Terri M., Gambetta Jay, Houck A. A., Schuster D. I., Majer J., Blais Alexandre, Devoret M. H., Girvin S. M., and Schoelkopf R. J. // *Phys. Rev. A*. — 2007. — Oct. — Vol. 76. — P. 042319. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.76.042319>. (ссылки на стр. [4, 19, 20, 26, 39, 69, 90 и 91])
- [7] Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits: An architecture for quantum computation / Blais Alexandre, Huang Ren-Shou, Wallraff Andreas, Girvin S. M., and Schoelkopf R. J. // *Phys. Rev. A*. — 2004. — Jun. — Vol. 69. — P. 062320. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.69.062320>. (ссылки на стр. [4, 19 и 26])
- [8] The flux qubit revisited to enhance coherence and reproducibility / Yan Fei, Gustavsson Simon, Kamal Archana, Birenbaum Jeffrey, Sears Adam P, Hover David, Gudmundsen Ted J, Rosenberg Danna, Samach Gabriel, Weber Steven, et al. // *Nature communications*. — 2016. — Vol. 7, no. 1. — P. 12964. (ссылки на стр. [4 и 22])
- [9] High-coherence fluxonium qubit / Nguyen Long B, Lin Yen-Hsiang, Somoroff Aaron, Mencia Raymond, Grabon Nicholas, and Manucharyan Vladimir E // *Physical Review X*. — 2019. — Vol. 9, no. 4. — P. 041041. (ссылка на стр. [4])
- [10] Error per single-qubit gate below 10^{-4} in a superconducting qubit / Li Zhiyuan, Liu Pei, Zhao Peng, Mi Zhenyu, Xu Huikai, Liang Xuehui, Su Tang, Sun Weijie, Xue Guangming, Zhang Jing-Ning, et al. // *npj Quantum Information*. — 2023. — Vol. 9, no. 1. — P. 111. (ссылка на стр. [4])
- [11] Pan Feng, Chen Keyang, Zhang Pan. Solving the Sampling Problem of the Sycamore Quantum Circuits // *Phys. Rev. Lett.* — 2022. — Aug. — Vol.

129. — P. 090502. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.129.090502>. (ссылки на стр. [5 и 11])

- [12] Gottesman Daniel. An introduction to quantum error correction and fault-tolerant quantum computation // Quantum information science and its contributions to mathematics, Proceedings of Symposia in Applied Mathematics. — 2010. — Vol. 68. — P. 13–58. (ссылка на стр. [5])
- [13] Quantum oscillations in two coupled charge qubits / Pashkin Yu. A., Yamamoto T., Astafiev O., Nakamura Y., Averin D. V., and Tsai J. S. // Nature. — 2003. — Vol. 421. — P. 823–826. — Access mode: <https://www.nature.com/articles/nature01365>. (ссылка на стр. [5])
- [14] Quantum Logic Gates for Coupled Superconducting Phase Qubits / Strauch Frederick W., Johnson Philip R., Dragt Alex J., Lobb C. J., Anderson J. R., and Wellstood F. C. // Phys. Rev. Lett. — 2003. — Oct. — Vol. 91. — P. 167005. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.91.167005>. (ссылка на стр. [5])
- [15] Characterization of a Two-Transmon Processor with Individual Single-Shot Qubit Readout / Dewes A., Ong F. R., Schmitt V., Lauro R., Boulant N., Bertet P., Vion D., and Esteve D. // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Feb. — Vol. 108. — P. 057002. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.108.057002>. (ссылка на стр. [5])
- [16] Demonstrating a Continuous Set of Two-Qubit Gates for Near-Term Quantum Algorithms / Foxen B., Neill C., Dunsworth A., Roushan P., Chiaro B., Megrant A., Kelly J., Chen Zijun, Satzinger K., Barends R., et al. // Phys. Rev. Lett. — 2020. — Sep. — Vol. 125. — P. 120504. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.125.120504>. (ссылка на стр. [5])
- [17] Benchmarking the noise sensitivity of different parametric two-qubit gates in a single superconducting quantum computing platform / Ganzhorn M., Salis G., Egger D. J., Fuhrer A., Mergenthaler M., Müller C., Müller P., Paredes S., Pechal M., Werninghaus, et al. // Phys. Rev. Res. — 2020. —

Sep. — Vol. 2. — P. 033447. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevResearch.2.033447>. (ссылка на стр. [5])

- [18] Demonstration of two-qubit algorithms with a superconducting quantum processor / DiCarlo L., Chow J. M., Gambetta J. M., Bishop Lev S., Johnson B. R., Schuster D. I., Majer J., Blais A., Frunzio L., Girvin S. M., et al. // *Nature*. — 2009. — July. — Vol. 460, no. 7252. — P. 240–244. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1038/nature08121>. (ссылка на стр. [5])
- [19] High-Fidelity Controlled-*Z* Gate with Maximal Intermediate Leakage Operating at the Speed Limit in a Superconducting Quantum Processor / Negîrneac V., Ali H., Muthusubramanian N., Battistel F., Sagastizabal R., Moreira M. S., Marques J. F., Vlothuizen W. J., Beekman M., Zachariadis C., et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2021. — Jun. — Vol. 126. — P. 220502. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.126.220502>. (ссылка на стр. [5])
- [20] Logic gates at the surface code threshold: Superconducting qubits poised for fault-tolerant quantum computing / Barends Rami, Kelly J, Megrant A, Veitia A, Sank D, Jeffrey E, White TC, Mutus J, Fowler AG, Campbell B, et al. // arXiv preprint arXiv:1402.4848. — 2014. (ссылка на стр. [5])
- [21] Realizing repeated quantum error correction in a distance-three surface code / Krinner Sebastian, Lacroix Nathan, Remm Ants, Paolo Agustin Di, Genois Elie, Leroux Catherine, Hellings Christoph, Lazar Stefania, Swiadek Francois, Herrmann Johannes, et al. // *Nature*. — 2022. — May. — Vol. 605, no. 7911. — P. 669–674. — Access mode: <https://doi.org/10.1038/s41586-022-04566-8>. (ссылка на стр. [5])
- [22] Parametrically Activated Entangling Gates Using Transmon Qubits / Caldwell S. A., Didier N., Ryan C. A., Sete E. A., Hudson A., Karalekas P., Manenti R., da Silva M. P., Sinclair R., Acala E., et al. // *Phys. Rev. Appl.* — 2018. — Sep. — Vol. 10. — P. 034050. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevApplied.10.034050>. (ссылки на стр. [5 и 67])

- [23] Demonstration of a parametrically activated entangling gate protected from flux noise / Hong Sabrina S., Papageorge Alexander T., Sivarajah Prasahnt, Crossman Genya, Didier Nicolas, Polloreno Anthony M., Sete Eyob A., Turkowski Stefan W., da Silva Marcus P., and Johnson Blake R. // Phys. Rev. A. — 2020. — Jan. — Vol. 101. — P. 012302. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.101.012302>. (ссылка на стр. [5])
- [24] Quantum Coherent Tunable Coupling of Superconducting Qubits / Niskanen A. O., Harrabi K., Yoshihara F., Nakamura Y., Lloyd S., and Tsai J. S. // Science. — 2007. — Vol. 316, no. 5825. — P. 723–726. — Access mode: <https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.1141324>. (ссылка на стр. [5])
- [25] Universal Gate for Fixed-Frequency Qubits via a Tunable Bus / McKay David C., Filipp Stefan, Mezzacapo Antonio, Magesan Easwar, Chow Jerry M., and Gambetta Jay M. // Phys. Rev. Appl. — 2016. — Dec. — Vol. 6. — P. 064007. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevApplied.6.064007>. (ссылка на стр. [5])
- [26] Tunable Coupler for Realizing a Controlled-Phase Gate with Dynamically Decoupled Regime in a Superconducting Circuit / Li X., Cai T., Yan H., Wang Z., Pan X., Ma Y., Cai W., Han J., Hua Z., Han X., et al. // Phys. Rev. Appl. — 2020. — Aug. — Vol. 14. — P. 024070. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevApplied.14.024070>. (ссылка на стр. [5])
- [27] High-Fidelity, Frequency-Flexible Two-Qubit Fluxonium Gates with a Transmon Coupler / Ding Leon, Hays Max, Sung Youngkyu, Kannan Bharath, An Junyoung, Di Paolo Agustin, Karamlou Amir H., Hazard Thomas M., Azar Kate, Kim David K., et al. // Phys. Rev. X. — 2023. — Sep. — Vol. 13. — P. 031035. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevX.13.031035>. (ссылки на стр. [5 и 107])
- [28] Implementation of Conditional Phase Gates Based on Tunable ZZ Interactions / Collodo Michele C., Herrmann Johannes, Lacroix Nathan,

Andersen Christian Kraglund, Remm Ants, Lazar Stefania, Besse Jean-Claude, Walter Theo, Wallraff Andreas, and Eichler Christopher // Phys. Rev. Lett. — 2020. — Dec. — Vol. 125. — P. 240502. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.125.240502>. (ссылки на стр. [5, 63 и 64])

- [29] Tunable Coupling Architecture for Fixed-Frequency Transmon Superconducting Qubits / Stehlik J., Zajac D. M., Underwood D. L., Phung T., Blair J., Carnevale S., Klaus D., Keefe G. A., Carniol A., Kumph M., et al. // Phys. Rev. Lett. — 2021. — Aug. — Vol. 127. — P. 080505. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.127.080505>. (ссылки на стр. [5, 63 и 64])
- [30] Kubo Kentaro, Goto Hayato. Fast parametric two-qubit gate for highly detuned fixed-frequency superconducting qubits using a double-transmon coupler // Applied Physics Letters. — 2023. — Vol. 122, no. 6. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1063/5.0138699>. (ссылка на стр. [5])
- [31] Kubo Kentaro, Ho Yinghao, Goto Hayato. High-Performance Multi-Qubit System with Double-Transmon Couplers towards Scalable Superconducting Quantum Computers. — 2024. — 2402.05361. (ссылки на стр. [5 и 64])
- [32] Realization of High-Fidelity CZ Gate based on a Double-Transmon Coupler. — 2024. — 2402.18926. (ссылки на стр. [5, 28, 63 и 107])
- [33] Parametric-Resonance Entangling Gates with a Tunable Coupler / Sete Eyob A., Didier Nicolas, Chen Angela Q., Kulshreshtha Shobhan, Mancini Riccardo, and Poletto Stefano // Phys. Rev. Appl. — 2021. — Aug. — Vol. 16. — P. 024050. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevApplied.16.024050>. (ссылка на стр. [6])
- [34] Suppression of Qubit Crosstalk in a Tunable Coupling Superconducting Circuit / Mundada Pranav, Zhang Gengyan, Hazard Thomas, and Houck Andrew // Phys. Rev. Appl. — 2019. — Nov. — Vol. 12. — P. 054023. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevApplied.12.054023>. (ссылки на стр. [6 и 63])

- [35] Tunable Coupling Scheme for Implementing High-Fidelity Two-Qubit Gates / Yan Fei, Krantz Philip, Sung Youngkyu, Kjaergaard Morten, Campbell Daniel L., Orlando Terry P., Gustavsson Simon, and Oliver William D. // Physical Review Applied. — 2018. — nov. — Vol. 10, no. 5. — P. 054062. — Access mode: <https://journals.aps.org/prapplied/abstract/10.1103/PhysRevApplied.10.054062>. (ссылки на стр. [6, 30 и 63])
- [36] Tunable coupling scheme for implementing two-qubit gates on fluxonium qubits / Moskalenko I. N., Besedin I. S., Simakov I. A., and Ustinov A. V. // Applied Physics Letters. — 2021. — nov. — Vol. 119, no. 19. — P. 194001. — 2107.11550. (ссылка на стр. [8])
- [37] High-fidelity transmon-coupler-activated CCZ gate on fluxonium qubits / Simakov Ilya A, Mazhorin Grigoriy S, Moskalenko Ilya N, Seidov Seidali S, and Besedin Ilya S // Physical Review Applied. — 2024. — Vol. 21, no. 4. — P. 044035. (ссылка на стр. [8])
- [38] Egorova E. Yu., Kazmina A. S., Moskalenko I. N. A weakly-tunable transmon qubit with an optimized shape of the shunted capacitance // Technical Physics Letters. — 2024. — Vol. 50, no. 2. — Access mode: <https://journals.ioffe.ru/articles/57985>. (ссылки на стр. [8 и 44])
- [39] Three-mode tunable coupler for superconducting two-qubit gates / Egorova Elena Yu, Kazmina Alena S, Simakov Ilya A, Moskalenko Ilya N, Abramov Nikolay N, Kalacheva Daria A, Lubsanov Viktor B, Bolgar Alexey N, Maleeva Nataliya, and Besedin Ilya S // Physical Review Applied. — 2025. — Vol. 23, no. 6. — P. 064056. (ссылки на стр. [8, 44, 66 и 112])
- [40] Demonstration of a parity-time-symmetry-breaking phase transition using superconducting and trapped-ion qutrits / Kazmina Alena S, Zalivako Ilia V, Borisenko Alexander S, Nemkov Nikita A, Nikolaeva Anastasiia S, Simakov Ilya A, Kuznetsova Arina V, Egorova Elena Yu, Galstyan Kristina P, Semenin Nikita V, et al. // Physical Review A. — 2024. — Vol. 109, no. 3. — P. 032619. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.109.032619>. (ссылки на стр. [8, 44 и 79])

- [41] Gambetta Jay M, Chow Jerry M, Steffen Matthias. Building logical qubits in a superconducting quantum computing system // *npj quantum information*. — 2017. — Vol. 3, no. 1. — P. 2. (ссылка на стр. [11])
- [42] AI Google Quantum et al. Quantum error correction below the surface code threshold // *Nature*. — 2024. — Vol. 638, no. 8052. — P. 920. (ссылки на стр. [11 и 28])
- [43] Sen Arjun, Rezai Kristine. Comparing Qubit Platforms in the Race to Feasible Quantum Computing // *Journal of Student Research*. — 2021. — Vol. 10, no. 4. (ссылка на стр. [12])
- [44] Nielsen Michael A, Chuang Isaac L. *Quantum computation and quantum information*. — Cambridge university press, 2010. (ссылка на стр. [12])
- [45] Нильсен М. Чанг И. *Квантовые вычисления и квантовая информация*. — 2006. (ссылки на стр. [12, 17, 30, 31, 32 и 33])
- [46] Егорова Е. Ю. *Коллективная динамика цепочки из 5 трансмонов* : Диплом магистра ; МФТИ. — 2020. (ссылки на стр. [14 и 76])
- [47] Oliver William D, Welander Paul B. Materials in superconducting quantum bits // *MRS bulletin*. — 2013. — Vol. 38, no. 10. — P. 816–825. (ссылка на стр. [16])
- [48] Quantum sensors for microscopic tunneling systems / Bilmes Alexander, Volosheniuk Serhii, Brehm Jan David, Ustinov Alexey V, and Lisenfeld Jürgen // *npj Quantum Information*. — 2021. — Vol. 7, no. 1. — P. 27. (ссылка на стр. [16])
- [49] Беседин И. С. *Схемотехника сверхпроводниковых квантовых цепей* : Диссертация к.ф.-м.н. ; МФТИ. — 2022. (ссылки на стр. [17, 22, 25, 30, 32, 33, 34, 71, 80, 82, 87, 88 и 101])
- [50] Федоров Г. П. *Исследование сверхпроводящих потоковых кубитов* : Диплом бакалавра ; МФТИ. — 2015. (ссылки на стр. [17, 80 и 82])
- [51] A quantum engineer's guide to superconducting qubits / Krantz Philip, Kjaergaard Morten, Yan Fei, Orlando Terry P, Gustavsson Simon, and

- Oliver William D // Applied physics reviews. — 2019. — Vol. 6, no. 2. — P. 021318. (ссылки на стр. [11, 17, 20, 26, 27, 28, 29, 30, 73, 74, 76 и 82])
- [52] Москаленко И. Н. Квантовая электродинамика сверхпроводниковых структур на основе кубитов-флаксониумов : Диссертация к.ф.-м.н. ; МИСИС. — 2022. (ссылки на стр. [17, 25, 30 и 98])
- [53] Superconducting qubits: Current state of play / Kjaergaard Morten, Schwartz Mollie E, Braumüller Jochen, Krantz Philip, Wang Joel I-J, Gustavsson Simon, and Oliver William D // Annual Review of Condensed Matter Physics. — 2020. — Vol. 11, no. 1. — P. 369–395. (ссылки на стр. [18 и 27])
- [54] Шмидт ВВ. Введение в физику сверхпроводников. — 1982. (ссылка на стр. [18])
- [55] Ambegaokar Vinay, Baratoff Alexis. Tunneling between superconductors // Physical review letters. — 1963. — Vol. 10, no. 11. — P. 486. (ссылка на стр. [18])
- [56] Nakamura Yasunobu, Pashkin Yu A, Tsai JS. Coherent control of macroscopic quantum states in a single-Cooper-pair box // nature. — 1999. — Vol. 398, no. 6730. — P. 786–788. (ссылки на стр. [20 и 21])
- [57] Groszkowski Peter, Koch Jens. Scqubits: a Python package for superconducting qubits // Quantum. — 2021. — Vol. 5. — P. 583. (ссылка на стр. [21])
- [58] Tunable superconducting qubits with flux-independent coherence / Hutchings MD, Hertzberg Jared B, Liu Yebin, Bronn Nicholas T, Keefe George A, Brink Markus, Chow Jerry M, and Plourde BLT // Physical Review Applied. — 2017. — Vol. 8, no. 4. — P. 044003. (ссылки на стр. [21 и 41])
- [59] Weakly flux-tunable superconducting qubit / Chávez-Garcia José M, Solgun Firat, Hertzberg Jared B, Jinka Oblesh, Brink Markus, and Abdo Baleegh // Physical Review Applied. — 2022. — Vol. 18, no. 3. — P. 034057. (ссылки на стр. [21 и 37])

- [60] Quantum superposition of macroscopic persistent-current states / Van Der Wal Caspar H, Ter Haar ACJ, Wilhelm FK, Schouten RN, Harmans CJPM, Orlando TP, Lloyd Seth, and Mooij JE // *Science*. — 2000. — Vol. 290, no. 5492. — P. 773–777. (ссылка на стр. [21])
- [61] Observation of High Coherence in Josephson Junction Qubits Measured in a Three-Dimensional Circuit QED Architecture / Paik Hanhee, Schuster David I, Bishop Lev S, Kirchmair Gerhard, Catelani Gianluigi, Sears Adam P, Johnson BR, Reagor MJ, Frunzio Luigi, Glazman Leonid I, et al. // *Physical review letters*. — 2011. — Vol. 107, no. 24. — P. 240501. (ссылка на стр. [21])
- [62] Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics / Wallraff A, Schuster D, Blais A, Frunzio L, Huang R, Majer J, Kumar S, Girvin S, and Schoelkopf R // *Nature*. — 2004. — Vol. 431, no. 7005. — P. 162–167. — 0407325. (ссылка на стр. [22])
- [63] Two-qubit state tomography using a joint dispersive readout / Filipp Stefan, Maurer Patrick, Leek Peter J, Baur M, Bianchetti R, Fink JM, Goppl M, Steffen L, Gambetta Jay M, Blais Alexandre, et al. // *Physical review letters*. — 2009. — Vol. 102, no. 20. — P. 200402. (ссылка на стр. [22])
- [64] Detecting highly entangled states with a joint qubit readout / Chow JM, DiCarlo L, Gambetta JM, Nunnenkamp A, Bishop Lev S, Frunzio L, Devoret MH, Girvin SM, and Schoelkopf RJ // *Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics*. — 2010. — Vol. 81, no. 6. — P. 062325. (ссылка на стр. [22])
- [65] Experimental demonstrations of high-Q superconducting coplanar waveguide resonators / Li HaiJie, Wang YiWen, Wei LianFu, Zhou PinJia, Wei Qiang, Cao ChunHai, Fang YuRong, Yu Yang, and Wu PeiHeng // *Chinese Science Bulletin*. — 2013. — Vol. 58. — P. 2413–2417. (ссылки на стр. [22 и 83])
- [66] Coplanar waveguide resonators for circuit quantum electrodynamics / Goppl Martin, Fragner A, Baur M, Bianchetti Romeo, Filipp Stefan,

Fink Johannes M, Leek Peter J, Puebla G, Steffen Lars, and Wallraff Andreas // Journal of Applied Physics. — 2008. — Vol. 104, no. 11. (ссылки на стр. [22 и 24])

- [67] Circuit quantum electrodynamics / Blais Alexandre, Grimsmo Arne L, Girvin Steven M, and Wallraff Andreas // Reviews of Modern Physics. — 2021. — Vol. 93, no. 2. — P. 025005. (ссылки на стр. [11, 22, 23, 24, 26, 27 и 30])
- [68] Besedin Ilya, Menushenkov Alexey P. Quality factor of a transmission line coupled coplanar waveguide resonator // EPJ Quantum Technology. — 2018. — Vol. 5, no. 1. — P. 1–16. (ссылки на стр. [22, 69 и 76])
- [69] Хохлов А.В. Теоретические основы радиоэлектроники. — 2005. (ссылка на стр. [23])
- [70] Pozar David M. Microwave engineering: theory and techniques. — John wiley & sons, 2021. (ссылки на стр. [24 и 72])
- [71] Efficient and robust analysis of complex scattering data under noise in microwave resonators / Probst Sebastian, Song FB, Bushev Pavel A, Ustinov Alexey V, and Weides Martin // Review of Scientific Instruments. — 2015. — Vol. 86, no. 2. (ссылки на стр. [24 и 84])
- [72] Vool Uri, Devoret Michel. Introduction to quantum electromagnetic circuits // International Journal of Circuit Theory and Applications. — 2017. — Vol. 45, no. 7. — P. 897–934. — Access mode: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/cta.2359>. (ссылки на стр. [25 и 30])
- [73] Федоров Г. П. Моделирование квантового взаимодействия излучения и вещества с использованием массивов сверхпроводниковых искусственных атомов : Диссертация к.ф.-м.н. ; МФТИ. — 2021. (ссылки на стр. [25, 30 и 83])
- [74] Fedorov GP, Ustinov AV. Automated analysis of single-tone spectroscopic data for cQED systems // Quantum Science and Technology. — 2019. — Vol. 4, no. 4. — P. 045009. (ссылки на стр. [26 и 84])

- [75] Girvin Steven M. Superconducting qubits and circuits: Artificial atoms coupled to microwave photons // Lectures delivered at Ecole d'Eté Les Houches. — 2011. (ссылки на стр. [26 и 40])
- [76] Demonstration of conditional gate operation using superconducting charge qubits / Yamamoto Tsuyoshi, Pashkin Yu A, Astafiev Oleg, Nakamura Yasunobu, and Tsai Jaw-Shen // Nature. — 2003. — Vol. 425, no. 6961. — P. 941–944. (ссылка на стр. [27])
- [77] Tunable coupling architecture for fixed-frequency transmon superconducting qubits / Stehlik J, Zajac DM, Underwood DL, Phung T, Blair J, Carnevale S, Klaus D, Keefe GA, Carniol A, Kumph Muir, et al. // Physical review letters. — 2021. — Vol. 127, no. 8. — P. 080505. (ссылка на стр. [28])
- [78] Benchmarking quantum processor performance at scale / McKay David C, Hincks Ian, Pritchett Emily J, Carroll Malcolm, Govia Luke CG, and Merkel Seth T // arXiv preprint arXiv:2311.05933. — 2023. (ссылка на стр. [28])
- [79] High-fidelity controlled-z gate with maximal intermediate leakage operating at the speed limit in a superconducting quantum processor / Negîrneac V, Ali H, Muthusubramanian N, Battistel F, Sagastizabal R, Moreira MS, Marques JF, Vlothuizen WJ, Beekman M, Zachariadis C, et al. // Physical Review Letters. — 2021. — Vol. 126, no. 22. — P. 220502. (ссылка на стр. [28])
- [80] Qubit architecture with high coherence and fast tunable coupling / Chen Yu, Neill C, Roushan Pedram, Leung Nelson, Fang Michael, Barends Rami, Kelly Julian, Campbell Brooks, Chen Z, Chiaro Benjamin, et al. // Physical review letters. — 2014. — Vol. 113, no. 22. — P. 220502. (ссылка на стр. [28])
- [81] Demonstrating a continuous set of two-qubit gates for near-term quantum algorithms / Foxen Brooks, Neill Charles, Dunsworth Andrew, Roushan Pedram, Chiaro Ben, Megrant Anthony, Kelly Julian, Chen Zi-

- jun, Satzinger Kevin, Barends Rami, et al. // Physical Review Letters. — 2020. — Vol. 125, no. 12. — P. 120504. (ссылка на стр. [28])
- [82] Richer Susanne. Perturbative analysis of two-qubit gates on transmon qubits // PhD thesis. — 2013. (ссылка на стр. [30])
- [83] Gottesman Daniel. The Heisenberg representation of quantum computers // arXiv preprint quant-ph/9807006. — 1998. (ссылка на стр. [32])
- [84] DiVincenzo David. Quantum Information Processing. No. FZJ-2018-02985. — Theoretische Nanoelektronik, 2013. (ссылки на стр. [33, 34 и 101])
- [85] Pedersen Line Hjortshøj, Møller Niels Martin, Mølmer Klaus. Fidelity of quantum operations // Physics Letters A. — 2007. — Vol. 367, no. 1-2. — P. 47–51. (ссылка на стр. [34])
- [86] Fast high-fidelity gates for galvanically-coupled fluxonium qubits using strong flux modulation / Weiss DK, Zhang Helin, Ding Chunyang, Ma Yuwei, Schuster David I, and Koch Jens // PRX Quantum. — 2022. — Vol. 3, no. 4. — P. 040336. (ссылка на стр. [34])
- [87] Nielsen Michael A. A simple formula for the average gate fidelity of a quantum dynamical operation // Physics Letters A. — 2002. — oct. — Vol. 303, no. 4. — P. 249–252. — Access mode: [https://doi.org/10.1016/s0375-9601\(02\)01272-0](https://doi.org/10.1016/s0375-9601(02)01272-0). (ссылки на стр. [34 и 109])
- [88] Coherent Josephson qubit suitable for scalable quantum integrated circuits / Barends Rami, Kelly Julian, Megrant Anthony, Sank Daniel, Jeffrey Evan, Chen Yu, Yin Yi, Chiaro Ben, Mutus Josh, Neill Charles, et al. // Physical review letters. — 2013. — Vol. 111, no. 8. — P. 080502. (ссылка на стр. [36])
- [89] Repeated quantum error detection in a surface code / Andersen Christian Kraglund, Remm Ants, Lazar Stefania, Krinner Sebastian, Lacroix Nathan, Norris Graham J., Gabureac Mihai, Eichler Christopher, and Wallraff Andreas // Nature Physics. — 2020. — June. — Vol. 16,

no. 8. — P. 875–880. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1038/s41567-020-0920-y>. (ссылки на стр. [36 и 67])

- [90] Surface participation and dielectric loss in superconducting qubits / Wang Chen, Axline Christopher, Gao Yvonne Y, Brecht Teresa, Chu Yiwen, Frunzio Luigi, Devoret MH, and Schoelkopf Robert J // Applied Physics Letters. — 2015. — Vol. 107, no. 16. (ссылка на стр. [36])
- [91] Surface loss simulations of superconducting coplanar waveguide resonators / Wenner James, Barends R, Bialczak RC, Chen Yu, Kelly J, Lucero Erik, Mariantoni Matteo, Megrant A, O’Malley PJJ, Sank D, et al. // Applied Physics Letters. — 2011. — Vol. 99, no. 11. — P. 113513. (ссылки на стр. [36 и 43])
- [92] Investigating surface loss effects in superconducting transmon qubits / Gambetta Jay M, Murray Conal E, Fung Y-K-K, McClure Douglas T, Dial Oliver, Shanks William, Sleight Jeffrey W, and Steffen Matthias // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2016. — Vol. 27, no. 1. — P. 1–5. (ссылка на стр. [36])
- [93] Decoherence in Josephson qubits from dielectric loss / Martinis John M, Cooper Ken B, McDermott Robert, Steffen Matthias, Ansmann Markus, Osborn KD, Cicak Katarina, Oh Seongshik, Pappas David P, Simmonds Raymond W, et al. // Physical review letters. — 2005. — Vol. 95, no. 21. — P. 210503. (ссылка на стр. [36])
- [94] Observation of directly interacting coherent two-level systems in an amorphous material / Lisenfeld Jürgen, Grabovskij Grigorij J, Müller Clemens, Cole Jared H, Weiss Georg, and Ustinov Alexey V // Nature communications. — 2015. — Vol. 6, no. 1. — P. 6182. (ссылка на стр. [36])
- [95] Characterizing and optimizing qubit coherence based on squid geometry / Braumüller Jochen, Ding Leon, Vepsäläinen Antti P, Sung Youngkyu, Kjaergaard Morten, Menke Tim, Winik Roni, Kim David, Niedzielski Bethany M, Melville Alexander, et al. // Physical Review Applied. — 2020. — Vol. 13, no. 5. — P. 054079. (ссылка на стр. [37])

- [96] Concentric transmon qubit featuring fast tunability and an anisotropic magnetic dipole moment / Braumüller Jochen, Sandberg Martin, Visser Michael R, Schneider Andre, Schlör Steffen, Grünhaupt Lukas, Rotzinger Hannes, Marthaler Michael, Lukashenko Alexander, Dieter Amadeus, et al. // Applied Physics Letters. — 2016. — Vol. 108, no. 3. (ссылка на стр. [37])
- [97] Double-sided coaxial circuit QED with out-of-plane wiring / Rahamim J, Behrle T, Peterer MJ, Patterson A, Spring PA, Tsunoda T, Manenti R, Tancredi G, and Leek PJ // Applied Physics Letters. — 2017. — Vol. 110, no. 22. (ссылка на стр. [37])
- [98] Parametrically activated entangling gates using transmon qubits / Caldwell SA, Didier N, Ryan CA, Sete EA, Hudson A, Karalekas P, Manenti R, da Silva MP, Sinclair R, Acala E, et al. // Physical Review Applied. — 2018. — Vol. 10, no. 3. — P. 034050. (ссылка на стр. [37])
- [99] Vool Uri, Devoret Michel. Introduction to quantum electromagnetic circuits // International Journal of Circuit Theory and Applications. — 2017. — Vol. 45, no. 7. — P. 897–934. (ссылка на стр. [37])
- [100] Girvin Steven M. Circuit QED: superconducting qubits coupled to microwave photons. — 2014. (ссылка на стр. [39])
- [101] Characterization and reduction of capacitive loss induced by sub-micron Josephson junction fabrication in superconducting qubits / Dunsworth A, Megrant A, Quintana C, Chen Zijun, Barends R, Burkett B, Foxen B, Chen Yu, Chiaro B, Fowler A, et al. // Applied Physics Letters. — 2017. — Vol. 111, no. 2. — P. 022601. (ссылка на стр. [41])
- [102] Gely Mario F, Steele Gary A. QuCAT: quantum circuit analyzer tool in Python // New Journal of Physics. — 2020. — Vol. 22, no. 1. — P. 013025. (ссылки на стр. [50 и 76])
- [103] Solgun Firat, DiVincenzo David P., Gambetta Jay M. Simple Impedance Response Formulas for the Dispersive Interaction Rates in the Effective Hamiltonians of Low Anharmonicity Superconducting Qubits // IEEE Transac-

tions on Microwave Theory and Techniques. — 2019. — Vol. 67, no. 3. — P. 928–948. (ссылки на стр. [56 и 59])

- [104] Solgun Firat, Srinivasan Srikanth. Direct Calculation of ZZ Interaction Rates in Multimode Circuit Quantum Electrodynamics // Phys. Rev. Appl. — 2022. — Oct. — Vol. 18. — P. 044025. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevApplied.18.044025>. (ссылки на стр. [56 и 59])
- [105] Access mode: <https://qcreator.readthedocs.io/en/latest/index.html>. (ссылки на стр. [68 и 76])
- [106] <https://gdspy.readthedocs.io/en/stable/>. (ссылка на стр. [68])
- [107] Kazmina A Egorova E, I Besedin. Automatic design of multi-qubits systems 64-я Всероссийская научная конференция МФТИ // Труды 64-й Всероссийской научной конференции МФТИ. 29 ноября–03 декабря 2021. Фундаментальная и прикладная физика/сост.: КС Слободчук, АВ Гец. — 2021. — С. 544. (ссылки на стр. [69 и 76])
- [108] Казьмина А. С. Проектирование и исследование топологий сверхпроводящих кубитов : Диплом магистра ; МФТИ. — 2022. (ссылки на стр. [69 и 74])
- [109] Rapid High-fidelity Multiplexed Readout of Superconducting Qubits / Heinsoo Johannes Andersen Christian Kraglund, Remm Ants, Krinner Sebastian, Walter Theodore, Salathé Yves, Gasparinetti Simone, Besse Jean-Claude, Potočnik Anton, Wallraff Andreas, and Eichler Christopher // Phys. Rev. Appl. — 2018. — Sep. — Vol. 10. — P. 034040. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevApplied.10.034040>. (ссылка на стр. [74])
- [110] Муравьев А. М. Реализация фильтра Парселя для быстрого дисперсионного считывания одиночного кубита : Диплом бакалавра ; МФТИ. — 2023. (ссылка на стр. [74])
- [111] Dolan GJ. Offset masks for lift-off photoprocessing // Applied Physics

Letters. — 1977. — Vol. 31, no. 5. — P. 337–339. — Access mode: <https://doi.org/10.1063/1.89690>. (ссылка на стр. [79])

- [112] Simplified Josephson-junction fabrication process for reproducibly high-performance superconducting qubits / Osman A, Simon J, Bengtsson A, Kosen S, Krantz P, P Lozano D, Scigliuzzo M, Delsing P, Bylander Jonas, and Fadavi Roudsari A // Applied Physics Letters. — 2021. — Vol. 118, no. 6. — Access mode: <https://doi.org/10.1063/5.0037093>. (ссылка на стр. [79])
- [113] Болгар А. Исследование акустодинамических устройств на сверхпроводниковых искусственных атомах и поверхностных акустических волнах : Диссертация к.ф.-м.н. ; МФТИ. — 2024. (ссылка на стр. [79])
- [114] Калачева Д. А. Сверхпроводниковые устройства с нелинейной кинетической индуктивностью на основе гибридных структур из тонких пленок алюминия : Диссертация к.ф.-м.н. ; МФТИ. — 2023. (ссылка на стр. [79])
- [115] Application of a broadband Josephson parametric amplifier / Dorgov A. E., Fedorov G. P., Kalacheva D. A., Dmitriev A. Yu., Bolgar A. N., Abramov N. N., and Astafiev O. V. // St. Petersburg Polytechnic University Journal: Physics and Mathematics. — 2022. — Vol. 15, no. S3. 2. — P. 352–357. — Access mode: <https://physmath.spbstu.ru/en/article/2022.59.65/>. (ссылка на стр. [81])
- [116] Егорова Е. Ю. Z-импульсы на трансмонах : Диплом бакалавра ; МФТИ. — 2018. (ссылка на стр. [84])
- [117] Hot nonequilibrium quasiparticles in transmon qubits / Serniak K, Hays M, De Lange G, Diamond S, Shankar Sh, Burkhardt LD, Frunzio L, Houzet M, and Devoret MH // Physical review letters. — 2018. — Vol. 121, no. 15. — P. 157701. (ссылка на стр. [90])
- [118] Low-frequency correlated charge-noise measurements across multiple energy transitions in a tantalum transmon / Tennant Daniel M, Martinez Luis A, Beck Kristin M, O’Kelley Sean R, Wilen Christopher D, McDermott R, DuBois Jonathan L, and Rosen Yaniv J // PRX Quantum. — 2022. — Vol. 3, no. 3. — P. 030307. (ссылка на стр. [90])

- [119] Efficient Z gates for quantum computing / McKay David C., Wood Christopher J., Sheldon Sarah, Chow Jerry M., and Gambetta Jay M. // Phys. Rev. A. — 2017. — Aug. — Vol. 96. — P. 022330. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.96.022330>. (ссылка на стр. [94])
- [120] Boradjiev Iavor I, Vitanov Nikolay V. Control of qubits by shaped pulses of finite duration // Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics. — 2013. — Vol. 88, no. 1. — P. 013402. (ссылка на стр. [98])
- [121] Benchmarking the noise sensitivity of different parametric two-qubit gates in a single superconducting quantum computing platform / Ganzhorn Marc, Salis G, Egger DJ, Fuhrer A, Mergenthaler Matthias, Müller Clemens, Müller Peter, Paredes Stephan, Pechal M, Werninghaus Max, et al. // Physical Review Research. — 2020. — Vol. 2, no. 3. — P. 033447.
- [122] Coupler microwave-activated controlled-phase gate on fluxonium qubits / Simakov Ilya A, Mazhorin Grigoriy S, Moskalenko Ilya N, Abramov Nikolay N, Grigorev Alexander A, Moskalev Dmitry O, Pishchimova Anastasiya A, Smirnov Nikita S, Zikiy Evgeniy V, Rodionov Ilya A, et al. // PRX Quantum. — 2023. — Vol. 4, no. 4. — P. 040321. (ссылка на стр. [99])
- [123] Coupler Microwave-Activated Controlled-Phase Gate on Fluxonium Qubits / Simakov Ilya A., Mazhorin Grigoriy S., Moskalenko Ilya N., Abramov Nikolay N., Grigorev Alexander A., Moskalev Dmitry O., Pishchimova Anastasiya A., Smirnov Nikita S., Zikiy Evgeniy V., Rodionov Ilya A., et al. // PRX Quantum. — 2023. — Nov. — Vol. 4. — P. 040321. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PRXQuantum.4.040321>. (ссылка на стр. [103])
- [124] Fast Logic with Slow Qubits: Microwave-Activated Controlled-Z Gate on Low-Frequency Fluxoniums / Ficheux Quentin, Nguyen Long B., Somoreff Aaron, Xiong Haonan, Nesterov Konstantin N., Vavilov Maxim G., and Manucharyan Vladimir E. // Phys. Rev. X. — 2021. — May. — Vol. 11. — P. 021026. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevX.11.021026>. (ссылка на стр. [104])

- [125] High-fidelity, frequency-flexible two-qubit fluxonium gates with a transmon coupler / Ding Leon, Hays Max, Sung Youngkyu, Kannan Bharath, An Junyoung, Di Paolo Agustin, Karamlou Amir H, Hazard Thomas M, Azar Kate, Kim David K, et al. // Physical Review X. — 2023. — Vol. 13, no. 3. — P. 031035. (ссылка на стр. [107])
- [126] Universal Quantum Gate Set Approaching Fault-Tolerant Thresholds with Superconducting Qubits / Chow Jerry M., Gambetta Jay M., Córcoles A. D., Merkel Seth T., Smolin John A., Rigetti Chad, Polletto S., Keefe George A., Rothwell Mary B., Rozen J. R., et al. // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Aug. — Vol. 109. — P. 060501. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.109.060501>. (ссылка на стр. [109])
- [127] Wood Christopher J., Gambetta Jay M. Quantification and characterization of leakage errors // Physical Review A. — 2018. — Mar. — Vol. 97, no. 3. (ссылка на стр. [109])