

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования "Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)"

Физтех-школа физики и исследований им. Ландау

Образовательная программа "Квантовые наноструктуры, материалы и
устройства"

Направление подготовки: 03.03.01 Прикладные математика и физика

Направленность подготовки: Общая и прикладная физика

Криогенный свч-генератор на основе
Джозефсоновского перехода
(бакалаврская работа)

Выполнил
студент 4 курса гр. Б02-903
Тюменев Радик

подпись _____

Научный руководитель
д.ф.-м.н. Столяров Василий Сергеевич

подпись _____

Со-руководитель
Калашников Дмитрий Сергеевич

подпись _____

Долгопрудный, 2023 год

Аннотация

Физические системы, используемые для квантовых вычислений, работающие в микроволновом диапазоне, требуют передовой управляющей электроники, а использование интегрированных компонентов, работающих при температуре квантовых устройств, потенциально выгодно. В данной работе рассматривается генератор, состоящий из джозефсоновского перехода, микроволнового резонатора, шунтирующей ёмкости и сопротивления. Такой генератор работает при температуре 20 мК на частоте, соответствующей управлению кубитами. Целью работы является определение диапазона параметров генератора в которых возможна устойчивая генерация с помощью численного решения уравнений динамики системы, изготовление отдельных элементов генератора, а также поиск его оптимальных параметров при помощи моделирования с учётом полученных элементов генератора. В результате данной работы предоставлен анализ возможности генерации при различных значениях параметрах Маккамбера и частоты генератора, отнормированной на критическую частоту джозефсоновского перехода. В ходе работы были изготовлены и измерены образцы планарных конденсаторов и нормального сопротивления. Используя измеренные характеристики, с помощью моделирования оценивается возможность генерации и оценивается мощность такого генератора, изготовленного при более простой планарной технологии.

Содержание

Введение	4
1 Литературный обзор	5
1.1 Сверхпроводимость	5
1.1.1 История открытия и основные эффекты	5
1.2 Теория Гинзбурга-Ландау	6
1.3 Эффект Джозефсона	8
1.3.1 Стационарный Эффект Джозефсона	9
1.3.2 Нестационарный Эффект Джозефсона	10
1.3.3 Резистивная модель	11
1.3.4 Энергия, запасённая в переходе	12
1.3.5 Резистивная модель с ёмкостью	14
1.3.6 Тепловой гистерезис SNS переходов	16
1.3.7 Ступени Шапиро	16
1.4 Теория генератора на джозефсоновском переходе	18
1.5 Планарный конденсатор	18
2 Экспериментальная установка	20
2.1 Криостат растворения	20
2.2 Оборудование постоянного тока	20
2.3 Держатель образца	21
2.4 Оборудование для измерения ёмкости	22
3 Образцы	24
3.1 Дизайн	24
3.2 Изготовление образцов	26
3.3 Полученные размеры	27
4 Результаты	31
4.1 Моделирование генератора	31
4.1.1 Моделирование SNS в качестве генератора	33
4.1.2 Моделирование SNS с шунтирующей ёмкостью в качестве генератора	34
4.2 Измерение сопротивления плёнки	36
4.2.1 Обсуждение и результаты	36
4.3 Измерение критического тока	37
4.3.1 Обсуждение и результаты	38
4.4 Измерение ёмкости планарного конденсатора	39
4.4.1 Обсуждение и результаты	40
4.5 Анализ мощности при полученных параметрах генератора	40

5	Заключение	43
6	Благодарности	44
	Список литературы	45

Введение

Квантовые вычисления быстро развиваются в последнее десятилетие в области сверхпроводящих систем [1],[2]. В таких системах управление большим квантовым процессором обычно реализуется путем направления последовательности микроволновых импульсов на кубиты, работающие на разных частотах. Этого можно добиться с помощью обычной электроники, работающей при комнатной температуре. Однако криогенная интегрированная управляющая электроника потенциально более выгодна, так как лишена большинства проблем, которые возникают при управлении кубитами с помощью электроники работающей на комнатной температуре.

Осенью 2021 г. была выпущена статья [3], в которой был продемонстрирован криогенный СВЧ генератор, работающий на джозефсоновском переходе. Ключевой особенностью полученного генератора является наличие большой шунтирующей ёмкости. Технология изготовления данного устройства является достаточно трудоёмкой, в связи с чем целесообразно исследовать возможность генерации при других значениях параметров системы, которых можно достичь, используя более простую планарную технологию.

В данной работе исследовались характеристики Джозефсоновского контакта, используемого в качестве генератора переменного тока при разных значениях параметров системы, закладываемых на этапе изготовления. В ходе работы было проведено сравнение между резистивной моделью и резистивной моделью с ёмкостью, подразумевающие собой SNS и SIS структуры соответственно. В качестве критерия появления генерации переменного тока использовалось условие отрицательного значения действительной части импеданса, описанное в работах [3], [4]. В ходе работы были изготовлены элементы генератора: шунтирующий конденсатор, планарный SNS джозефсоновский переход, шунтирующий резистор, представляющий собой полосу меди. В качестве шунтирующего конденсатора используется планарная ёмкость [5], [6]. В результате работы была проанализирована возможность генерации в зависимости от изменяемых параметров для реальной физической системы: C_s, I_c, R_n, Q, ω . Используя реальные полученные параметры для составляющих элементов генератора, и, используя результаты моделирования, была получена оценка для величины генерации переменного тока и мощности при полученных параметрах системы. Моделирование показало, что используя более простую планарную технологию, можно добиться генерации излучения достаточной мощности для управления кубитами.

1 Литературный обзор

1.1 Сверхпроводимость

Одно из главных свойств квантового мира заключается в квантовании физических величин, таких как энергия, момент импульса или проекция момента импульса при определённых условиях. Долгое время считалось, что квантование - свойство объектов исключительно микромира, например, энергия электрона в атоме, так как тепловое движение атомов в макроскопических объектах маскирует их квантовые особенности. Но некоторые квантовые явления могут существовать для макроскопических объектов, тогда квантование происходит для всего объекта в целом. Например, в сверхпроводниках: квантование магнитного потока для сверхпроводящего кольца.

В связи с этим в многих учебниках можно увидеть, что определение сверхпроводимости начинается со слов: "Макроскопическое квантовое явление". Сверхпроводимость - макроскопическое квантовое явление когерентного квантового поведения проводящей электронной системы, связанное с динамическим спариванием электронов через фононы (а возможно и другие возбуждения) в твердых телах. Таким образом, в сверхпроводниках единая электронная волновая функция существует во всем объеме макроскопического образца, когда в нормальном металле волновые свойства электронов проявляются только на субмикронных масштабах.

1.1.1 История открытия и основные эффекты

Первое обнаружение явления сверхпроводимости произошло в 1911 г. благодаря экспериментам Камерлинг-Оннеса, посвященным исследованию зависимости сопротивления ртути от температуры. В результате данного исследования Камерлинг-Оннес получил, что при $T_c = 4.15$ К сопротивление ртути пропадает, то есть она становится идеальным проводником. Полученный эффект не мог быть объяснен существующими на тот момент теориями и для первого появления теоретического объяснения потребовалось несколько десятилетий.

Тремя годами позднее было показано, что состояние сверхпроводимости можно разрушить не только при нагреве образца, но и при подаче на него сильного магнитного поля H_c или некоторого тока выше критического j_c .

Помимо открытия упомянутого двумя абзацами выше, результат которого даёт понять, что идеальная проводимость является одним из главных свойств сверхпроводимости, существует еще одна главная особенность. В 1933 г. Мейсснер и Оксенфельд обнаружили, что магнитное поле полностью выталкивается из объема сверхпроводника, вне зависимости от порядка приложения поля и изменения температуры. Отсюда понятно отличие идеального проводника от сверхпроводника. В случае идеального проводника приложенное поле при $T > T_c$ захватывалось и стало бы неизменным при $T < T_c$.

В 1957 г. А.А.Абрикосовым разделены сверхпроводники на сверхпроводники пер-

вого и второго рода. Для сверхпроводников второго рода существует два критических поля H_{c1} и H_{c2} , между которыми он находится в смешанном состоянии, так как в отличие от сверхпроводников первого рода, для них нет точного разделения на сверхпроводящее состояние и нормальное с помощью критического поля H_c .

В 1950 г. появилась первая квантовая феноменологическая теория Гинзбурга-Ландау, в основу которой положена теория фазовых переходов второго рода Л.Д. Ландау. В 1962 г. Б.Джозефсон предсказал существование двух квантовых туннельных эффектов в слабосвязанных сверхпроводниках, которые можно получить с помощью уравнений из теории Гинзбурга-Ландау. Более подробные выкладки для теории Гинзбурга-Ландау и эффекта Джозефсона, не описанные ниже, можно посмотреть, например, в источниках [7],[8],[9],[10].

1.2 Теория Гинзбурга-Ландау

Теория фазовых переходов второго рода Ландау, основана на существовании некоторого подобранного параметра порядка, который при $T \geq T_c$ обращается в нуль и соответствует неупорядоченной, симметричной фазе, и отличен от нуля в случае $T < T_c$ и соответствует упорядоченной, менее симметричной фазе. Например, для описания ферромагнетиков параметром порядка служит намагниченность. Для сверхпроводников таким параметром порядка, послужило некоторое комплексное число зависящее от координаты, которое было объяснено как некоторая коллективная волновая функция электронов $\Psi(r)$. Стоит отметить, что понятие "Куперовская пара" появилось только в 1956 г., поэтому под параметром порядка на момент появления теории Гинзбурга-Ландау еще не рассматривалось волновая функция куперовских пар. Несмотря на это отнормируем параметр порядка: $|\Psi(r)|^2 = \frac{n_s(r)}{2}$, где n_s - плотность электронных куперовских пар.

Согласно подходу Ландау, раскладываем свободную энергию по параметру порядка вблизи T_c . Для случая однородного сверхпроводника без внешнего магнитного поля:

$$f_{s0} = f_n + \alpha |\Psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\Psi|^4 \quad (1.1.1)$$

Здесь $\Psi(r) = \Psi$ (так как нет поля), f_n - плотность свободной энергии тела в нормальном состоянии, α, β - некоторые феноменологические коэффициенты разложения.

Свободная энергия достигает минимума при $|\Psi_0|^2$:

$$|\Psi_0|^2 = -\frac{\alpha}{\beta} = \frac{n_{s0}}{2} \quad (1.1.2)$$

При таком параметре порядка разность в плотностях свободной энергии:

$$f_n - f_{s0} = \frac{\alpha^2}{2\beta} \quad (1.1.3)$$

С другой стороны, из термодинамики : $f_n - f_{s0} = H_{cm}^2/8\pi$. Откуда можно получить следующее равенство:

$$H_{cm}^2 = 4\pi\alpha^2/\beta \quad (1.1.4)$$

Перейдем к описанию, с учетом внешнего магнитного поля (H_0 -напряженность внешнего однородного магнитного поля). Для этого запишем свободную энергию Гиббса для всего сверхпроводника:

$$G_{sH} = G_n + \int \left[\alpha |\Psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\Psi|^4 + \frac{1}{4m} \left| -i\hbar\nabla\Psi - \frac{2e}{c}\mathbf{A}\Psi \right|^2 + \frac{(\text{rot}\mathbf{A})^2}{8\pi} - \frac{\text{rot}\mathbf{A} * H_0}{4\pi} \right] dV \quad (1.1.5)$$

Где интегрирование ведется по всему объёму сверхпроводника, \mathbf{A} - векторный потенциал магнитного поля, G_n - свободная энергия Гиббса для сверхпроводника в нормальном состоянии.

Решая эту вариационную задачу для Ψ^* и \mathbf{A} , получаются два уравнения теории Гинзбурга-Ландау:

$$\alpha\Psi + \beta\Psi|\Psi|^2 + \frac{1}{4m} \left(i\hbar\nabla + \frac{2e}{c}\mathbf{A} \right)^2 \Psi = 0 \quad (1.1.6)$$

с граничным условием:

$$\left(i\hbar\nabla\Psi + \frac{2e}{c}\mathbf{A}\Psi \right) \mathbf{n} = 0 \quad (1.1.7)$$

где \mathbf{n} - единичный вектор, нормальный к поверхности сверхпроводника

Решение для \mathbf{A} :

$$\mathbf{j}_s = -\frac{i\hbar e}{2m} (\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*) - \frac{2e^2}{mc} |\Psi|^2 \mathbf{A} \quad (1.1.8)$$

где, согласно уравнению Максвелла, плотность тока \mathbf{j}_s в сверхпроводнике $\mathbf{j}_s = \frac{c}{4\pi} \text{rotrot}\mathbf{A}$

Введём следующие обозначения размерности длины:

$$\xi^2 = \frac{\hbar^2}{4m|\alpha|} \quad (1.1.9)$$

$$\lambda^2 = \frac{mc^2}{4\pi n_s e^2} = \frac{mc^2\beta}{8\pi e^2 |\alpha|} \quad (1.1.10)$$

ξ - длина когерентности, характеризующая масштаб, на котором происходит изменение параметра порядка Ψ . λ - глубина проникновения слабого магнитного поля.

В результате использования обозначений выше и переходя к безразмерной волновой функции $\psi(r) = \Psi(r)/\Psi_0$ уравнения Гинзбурга-Ландау можно переписать в виде:

$$\xi^2 \left(i\nabla + \frac{2\pi}{\Phi_0} \mathbf{A} \right)^2 \psi - \psi + \psi |\psi|^2 = 0 \quad (1.1.11)$$

$$\text{rot rot } \mathbf{A} = -i \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda^2} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \frac{|\psi|^2}{\lambda^2} \mathbf{A} \quad (1.1.12)$$

1.3 Эффект Джозефсона

В 1962 г. появилась короткая теоретическая статья Б.Д. Джозефсона [11], в которой исследовался туннельный переход между двумя сверхпроводниками через прослойку диэлектрика и было предсказано два эффекта. Первый эффект заключается в том, что через туннельный переход возможно протекание сверхпроводящего (бездиссипативного) тока. Второй эффект заключается в том, что если через переход будет протекать ток выше критического тока перехода, то он станет источником высокочастотного электромагнитного излучения.

Помимо экспериментального обнаружения, исследования показали, что эффект Джозефсона появляется не только в туннельном переходе, но и в других видах переходов с слабой связью, т.е. в тех участках сверхпроводящей цепи, где критический ток сильно подавлен, а размер участка - порядка длины когерентности. Примеры видов слабых связей представлены на Рис. 1.

Как было сказано выше параметром порядка в сверхпроводниках служит коллективная волновая функция электронов. Можно ли наблюдать какие-то эффекты, связанные с наличием фазы у волновой функции сверхпроводника? Отвечая на этот вопрос Джозефсон и получил два одноименных эффекта. Для примера, пусть имеется два сверхпроводника, сделанных из одного и того же материала, при одной и той же температуре, тогда модули их волновых функций должны совпадать, но не фазы. Приведём эти два одинаковых сверхпроводника в контакт между собой с помощью слабой связи, т.е. такой связи, которая не внесёт изменения в состояния сверхпроводников. В результате такого контакта возникнет единая волновая функция всего сверхпроводника, фаза которого подразумевает собой согласование фаз двух первоначальных сверхпроводников.

Эффект Джозефсона явился очень важным шагом в понимании природы сверхпроводимости. Кроме того, он нашел значительное число применений, которое растет по сей день, от стандарта вольта и сверхчувствительными измерительными приборами до основ сверхпроводниковой электроники и элементов памяти.

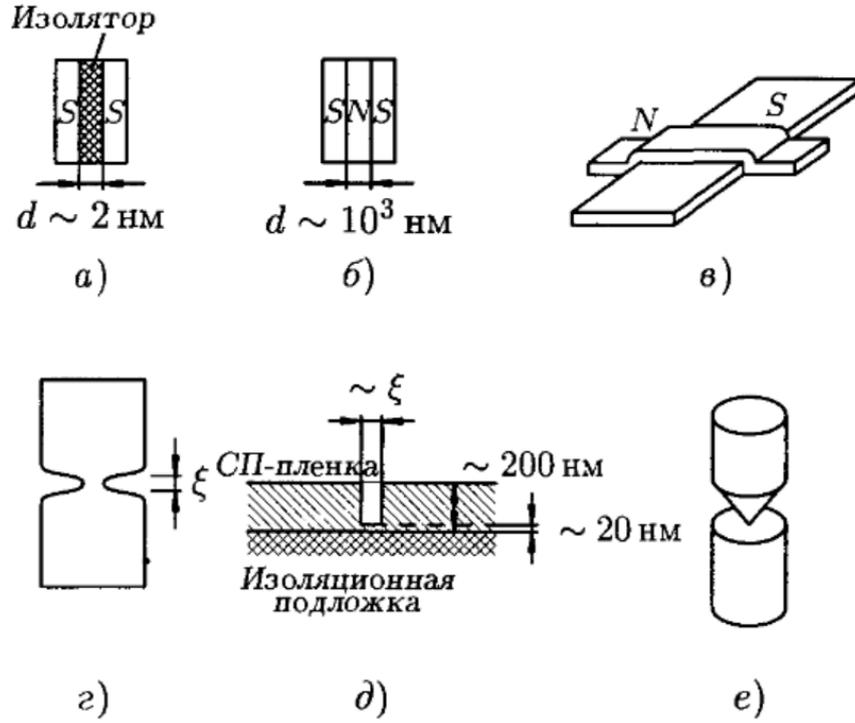


Рис. 1: Виды слабых связей [7]: а) туннельный переход; б) сэндвич; в) нормальная плёнка N локально понижающая параметр порядка S; г) мостик Дайема; д) мостик переменной толщины; е) точечный контакт.

1.3.1 Стационарный Эффект Джозефсона

Данный эффект заключается в том, что через слабую связь может протекать ток бездиссипативно, т.е. без падения напряжения на нём. Так как ток слабый, можно пренебречь магнитным полем, которое этот ток создаёт. Исходя из уравнения для плотности тока (1.1.8) теории Гинзбурга-Ландау следует, что ток протекающий через слабую связь определяется градиентом фазы $\nabla\theta$ параметра порядка, а в случае туннельного перехода, скачком фазы φ , который и будет нас интересовать в дальнейшем:

$$\varphi = \theta_2 - \theta_1 \quad (1.2.1)$$

где $\theta_{1,2}$ - фаза волновой функции сверхпроводящих носителей первого и второго берега соответственно.

Один из способов вывода первого уравнения Джозефсона, соответствующего стационарному эффекту, был получен Асламазовым и Ларкиным для короткого плёночного мостика [12](см. Рис. 1(г)) с условием : $\xi \ll L$.

Первое уравнение Гинзбурга-Ландау (1.1.11) в отсутствии магнитного поля с учётом оценок, сделанных исходя из условия короткости мостика, можно переписать в виде:

$$\nabla^2\psi = 0 \quad (1.2.2)$$

Таким образом уравнение (1.1.11) в случае короткого мостика сведено к уравнению Лапласа. Граничные условия которого записываются в виде:

$$\psi = \begin{cases} \psi_1 e^{i\theta_1} & , \text{в глубине плёнки 1} \\ \psi_2 e^{i\theta_2} & , \text{в глубине плёнки 2} \end{cases} \quad (1.2.3)$$

где $\psi_1, \psi_2, \theta_1, \theta_2$ - постоянные, не зависящие от координат.

Решение (единственное) данного уравнения предлагается искать в виде:

$$\psi(r) = \psi_1 e^{i\theta_1} f(r) + \psi_2 e^{i\theta_2} (1 - f(r)) \quad (1.2.4)$$

где $f(r)$ - действительная функция координат, причем $f(r) \rightarrow 1$ в глубине плёнки 1 и $f(r) \rightarrow 0$ в глубине плёнки 2.

Подставляя решение (1.2.4) в уравнение для сверхпроводящего тока (1.1.12) и, проводя простые преобразования, получается первое уравнение Джозефсона:

$$I_s(\varphi) = I_c \sin \varphi \quad (1.2.5)$$

где I_c - критический ток, который равен максимально возможному току, протекающему через переход без возбуждения квазичастиц.

1.3.2 Нестационарный Эффект Джозефсона

Анализируя результат (1.2.5) стационарного эффекта Джозефсона возникает вопрос: что будет, если через Джозефсоновский переход пустить ток $I > I_c$. Оказывается, что через переход помимо бездиссипатвного тока возможно протекание тока нормальной компоненты. Такой ток одиночных электронов протекает с сопротивлением и соответствует падению напряжения на переходе. Уравнение, описывающее падение напряжения на переходе, называется вторым уравнением Джозефсона и соответствует случаю $I > I_c$ или подаче напряжения $V \neq 0$ на сверхпроводящие контакты.

Падение напряжения V на слабой связи означает, что энергии Куперовских пар на берегах связаны соотношением:

$$E_1 - E_2 = 2eV \quad (1.2.6)$$

Используя граничные условия (1.2.3) с учётом зависимости фазы волновой функции от времени $\theta = \theta(t)$ для решения уравнения Шрёдингера, получается уравнение:

$$-\hbar \frac{\partial \theta_i}{\partial t} = E_i \quad (1.2.7)$$

где $i = 1, 2$ соответствует первому и второму берегу.

Подставляя (1.2.7) для первого и второго берега в (1.2.6) получается второе фундаментальное соотношение Джозефсона:

$$2eV = \hbar \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (1.2.8)$$

Эквивалентная запись второго уравнения Джозефсона, которую часто можно встретить:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{2\pi}{\Phi_0} V \quad (1.2.9)$$

1.3.3 Резистивная модель

Как сказано выше, в случае протекания тока через Джозефсоновский переход $I > I_c$ появляется компонента тока, протекающая с нормальным сопротивлением слабой связи. Стоит отметить, что эта нормальная компонента тока не вытесняет собой сверхпроводящую компоненту бездиссипативного тока. Таким образом, можно прийти к резистивной модели (см. рис. 2), где из сказанного выше понятно, что полный ток I , протекающий через переход, является суммой токов нормальной $\frac{V}{R_n}$ и сверхпроводящей компоненты I_s :

$$I = I_c \sin \varphi + \frac{\hbar}{2eR_n} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (1.2.10)$$

где R_n - сопротивление контакта в нормальном состоянии.

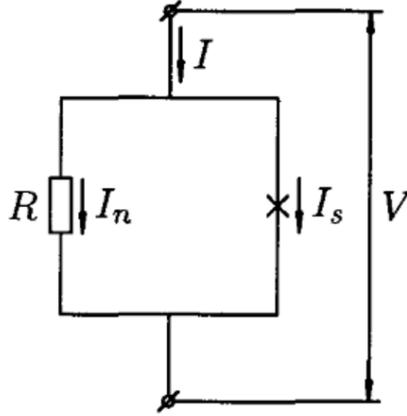


Рис. 2: Резистивная модель джозефсоновского перехода [7]

Полученное уравнение (1.2.10) для тока является нелинейным дифференциальным уравнением на разность фаз между берегами $\varphi(t)$. Несмотря на нелинейность оно элементарно интегрируется и в результате подстановки в (1.2.8) получается:

$$V(t) = R_n \frac{I^2 - I_c^2}{I + I_c \cos \omega t} \quad (1.2.11)$$

Вольтметр постоянного тока, подключенный к переходу, покажет усреднённое значение напряжения за период:

$$\bar{V} = R_n \sqrt{I^2 - I_c^2} \quad (1.2.12)$$

Из данной формулы явно выделяются две асимптотики:

1) Если ток I немного превышает I_c , то $\bar{V}, V \rightarrow 0$, что соответствует протеканию тока, практически без диссипации.

2) Если $I \gg I_c$, то ВАХ выходит на закон Ома, соответствующий протеканию тока через нормальное сопротивление R_n

Зависимость $V(t)$ и ВАХ джозефсоновского перехода в рамках резистивной модели представлены на рис. 3:

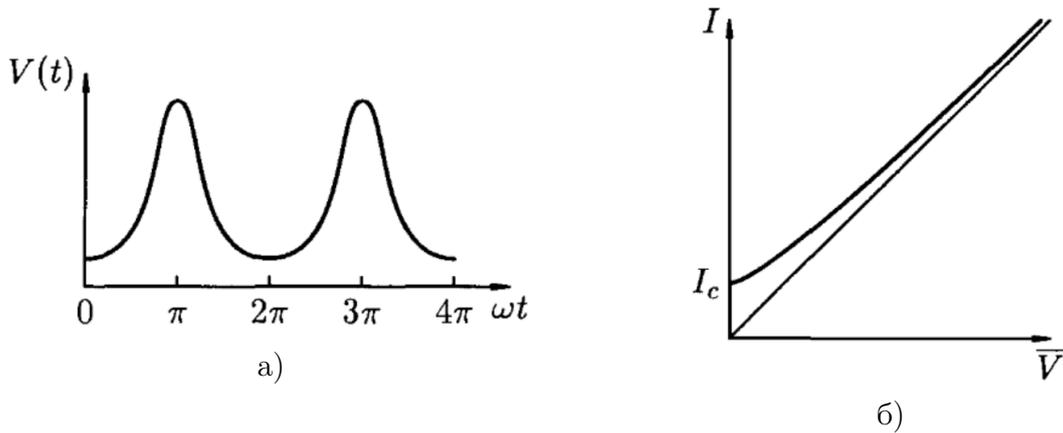


Рис. 3: а) Напряжение на переходе в резистивной модели. б) ВАХ джозефсоновского перехода. Графики взяты из источника [7].

В результате периодической зависимости напряжения от времени джозефсоновский переход начинает излучать электромагнитные волны - это явление называется джозефсоновской генерацией. Из уравнения (1.2.6) следует, что при переходе от первого до второго берега куперовские пары приобретают в среднем энергию $2e\bar{V}$, которая затем и выделяется в виде электромагнитных волн:

$$2e\bar{V} = \hbar\omega \quad (1.2.13)$$

1.3.4 Энергия, запасённая в переходе

Наиболее энергетически выгодное состояние для джозефсоновского перехода имеет разность фаз: $\varphi = 2\pi n$, что соответствует отсутствию тока на переходе. Если же ток течет через переход, тогда в нём запасается энергия. Энергия запасённая за время t :

$$E_s = \int_0^t I_s V dt \quad (1.2.14)$$

Пусть в начальный момент времени $\varphi = 0$, которая со временем нарастает до некоторого значения φ в момент времени t . Используя первое (1.2.5) и второе (1.2.8) уравнения Джозефсона, получается равенство:

$$E_s = E_J(1 - \cos \varphi) \quad (1.2.15)$$

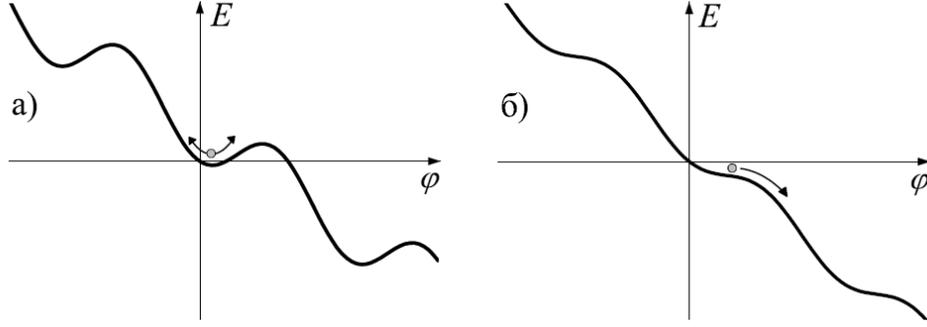


Рис. 4: Потенциал "стиральной доски"[10]: а) Случай $I < I_c$, стационарный эффект Джозефсона, фаза находится в локальном минимуме; б) Случай $I \geq I_c$, нестационарный эффект Джозефсона, фаза непрерывно меняется

где

$$E_J = \frac{\hbar I_c}{2e} = \frac{\Phi_0 I_c}{2\pi} \quad (1.2.16)$$

В результате таких соображений джозефсоновский переход можно рассматривать как нелинейный индуктивный элемент, запасаящий энергию при изменении тока через него. Индуктивность перехода:

$$L_J = -\frac{V}{dI/dt} = \frac{\Phi_0}{2\pi I_c \cos \varphi} \quad (1.2.17)$$

Для вычисления полной свободной энергии системы, помимо джозефсоновской энергии (1.2.15) необходимо учитывать энергию, затрачиваемую источником тока:

$$E_I = \int_0^t IV dt = \frac{\hbar I}{2e} \varphi = \frac{\Phi_0}{2\pi} I \varphi \quad (1.2.18)$$

Таким образом свободная энергия полной цепи в случае заданного тока является функцией от разности фаз φ :

$$E = E_J(1 - \cos \varphi) - \frac{\Phi_0}{2\pi} I \varphi \quad (1.2.19)$$

Данная зависимость имеет наглядный график, так называемой "стиральной доски" представленный на рис. 4. Величиной тока I регулируется наклон графика и величина потенциальных барьеров. В случае $I < I_c$ наличие потенциальных барьеров является причиной для нахождения разности фаз φ в локальном минимуме свободной энергии, что соответствует стационарному эффекту Джозефсона. При увеличении тока глубина локальных минимумов уменьшается, а наклон графика возрастает. При $I = I_c$ локальные минимумы пропадают и разность фаз начинает непрерывно меняться, а значит, появляется напряжение на переходе.

1.3.5 Резистивная модель с ёмкостью

Резистивная модель хорошо годится для описания, например, SNS структур (см. рис. 1(б)). Но если рассмотреть случай туннельного контакта (рис. 1(б)), который представляет собой два сверхпроводящих контакта, разделённые между собой диэлектриком, то такая конструкция напоминает конденсатор. В результате имеет смысл к схеме, изображенной на рис. 2, добавить ёмкость. В цепи добавится ток смещения, проходящий через ёмкость:

$$I_d = C \frac{dV}{dt} = \frac{\hbar C}{2e} \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (1.2.20)$$

А уравнение на ток (1.2.10) с учётом тока смещения, домножая левую и правую часть на $\hbar/2e$, можно записать в виде:

$$\left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 C \ddot{\varphi} + \left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 \frac{1}{R_n} \dot{\varphi} + E_J \sin\varphi = E_J \frac{I}{I_c} \quad (1.2.21)$$

Данное уравнение принято сравнивать с уравнением движения маятника с приложенным внешним моментом и трением. Момент инерции маятника $J = \left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 C$, вязкость среды $\eta = \left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 R_n^{-1}$, внешний момент $E_J \frac{I}{I_c}$, гравитационный собственный момент $mgl = E_J$.

Аналогично маятнику у джозефсоновского перехода есть собственная частота малых колебаний, которую принято называть плазменная частота перехода:

$$\omega_p = \left(\frac{E_J}{J}\right)^{1/2} = \left(\frac{2\pi I_c}{C\Phi_0}\right)^{1/2} \quad (1.2.22)$$

Рассматривая плазменную частоту как резонансную частоту колебательного контура:

$$\omega_p = \left(\frac{1}{L_J C}\right)^{1/2} \quad (1.2.23)$$

где индуктивность джозефсоновского перехода из (1.2.22):

$$L_J = \frac{\Phi_0}{2\pi I_c} \quad (1.2.24)$$

Сравнивая данный результат с полученной собственной индуктивностью (1.2.17), понятно, что данная формула работает только для малых изменений φ , что соответствует собственной частоте малых колебаний.

Если же в уравнении (1.2.21) разность фаз φ отождествлять с линейной координатой x , тогда данное уравнение описывает движение массивной частицы в периодическом потенциале, представленном на рис. 4. Масса частицы $\left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 C$, внешняя сила $E_J \frac{I}{I_c}$, периодический потенциал $E_J(1 - \cos x)$.

"Масса", определяющая инерционное поведение частицы (джозефсоновского перехода) при изменении координаты, связана с наличием ёмкости C . Таким образом,

резистивная модель описывает движение безмассовой частицы. Наличие массы приведёт к следующим явлениям: 1) При увеличении наклона "стиральной доски", в точке $I = I_c$, вместо плавного увеличения напряжения, произойдёт скачок до некоторого напряжения обратной ветви. 2) Если уменьшать наклон "стиральной доски" с значения $I > I_c$, то из-за инерции частицы, для её остановки требуется еще меньший угол, чем угол в точке $I = I_c$, который соответствует некоторому значению тока возврата $I_r < I_c$. Ток возврата тем меньше, чем выше ёмкость перехода ("масса") и чем меньше вязкость (выше значение сопротивления R_n).

В результате, наличие ёмкости приводит к гистерезису его ВАХ (см. рис. 5). Количественно ток возврата и гистерезисные свойства определяются величиной параметра Маккамбера:

$$\beta = (2e/\hbar) I_c C R_n^2 \quad (1.2.25)$$

Так же принято вводить характерную джозефсоновскую частоту:

$$\omega_c = (2e/\hbar) I_c R_n \quad (1.2.26)$$

С помощью параметра Маккамбера и характерной джозефсоновской частоты уравнение (1.2.21) записывается в более компактном виде:

$$\beta \frac{\ddot{\varphi}}{\omega_c^2} + \frac{\dot{\varphi}}{\omega_c} + \sin\varphi = \frac{I}{I_c} \quad (1.2.27)$$

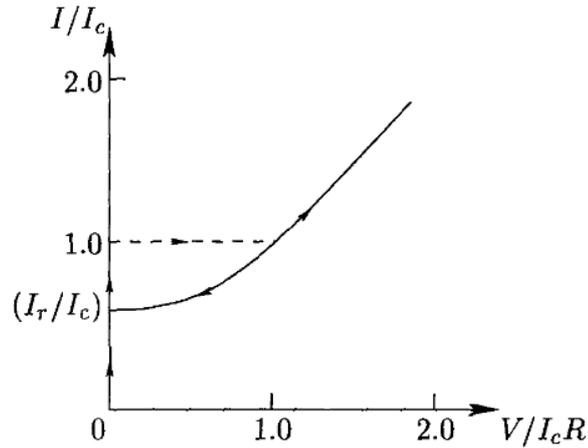


Рис. 5: Вольт-амперная характеристика перехода с ёмкостью, $\beta = 4$ [7]

При $\beta \ll 1$ можно пренебречь "ёмкостным" членом. В этом случае уравнение сводится к уравнению вида (1.2.10), с соответствующей вольт-амперной характеристикой резистивной модели (см. рис. 3). При увеличении β появляется гистерезис с током возврата I_r , который уменьшается с увеличением β . В случае $\beta \rightarrow \infty : I_r \rightarrow 0$, что соответствует линейной вольт-амперной характеристике.

В литературе так же часто можно встретить названия для резистивной модели с ёмкостью: "RCSJ (Resistively and Capacitively Shunted Junction)".

Используя равенства (1.2.22, 1.2.25, 1.2.26) можно получить следующие выражения для параметра Маккамбера и плазменной частоты:

$$\beta = \omega_c C R_n \quad (1.2.28)$$

$$\omega_p = \frac{\omega_c}{\sqrt{\beta}} \quad (1.2.29)$$

1.3.6 Тепловой гистерезис SNS переходов

Как понятно из раздела 1.3.5, наличие ёмкости в слабой связи будет вызывать характерный гистерезис на вольт-амперной характеристике образца, зависящий от параметра Маккамбера β . Несмотря на отсутствие ёмкости, например в SNS структурах, гистерезис на вольт-амперной характеристике так же возможен [13] (см. рис. 6).

При увеличении тока $I \geq I_c$ на джозефсоновском переходе появляется компонента нормального тока, протекающего с сопротивлением R_n . В результате такого резистивного состояния в нормальном металле повышается электронная температура. Увеличение электронной температуры влечёт за собой изменение критического тока I_c (1.2.5).

Зависимость критического тока от температуры $I_c(T)$ в SNS переходах подробно обсуждалась в [14]. Для понимания возникновения гистерезиса достаточно знать, что:

$$I_c \sim e^{-L/L_T} \quad (1.2.30)$$

где L - длина перехода, L_T - характерная тепловая длина в пределе диффузии :

$$L_T = \sqrt{\hbar D / 2\pi k_B T} \quad (1.2.31)$$

Таким образом, при переключении на резистивную ветвь критический ток уменьшается. На возвратной ветви тока скачок в бездиссипативное состояние происходит при $I_r < I_c$, так как электронная температура все ещё выше, чем температура при прямой ветви тока.

1.3.7 Ступени Шапиро

Первое экспериментальное исследование взаимодействия переменного тока джозефсона во внешнем электромагнитном поле было проделано в работе [15] С.Шапиро. Данный эксперимент является наиболее простым способом косвенно пронаблюдать переменный сверхпроводящий ток.

Пусть на туннельный контакт подано постоянное напряжение V_0 и переменное:

$$\tilde{v} = v \cos(\Omega t + \theta) \quad (1.2.32)$$

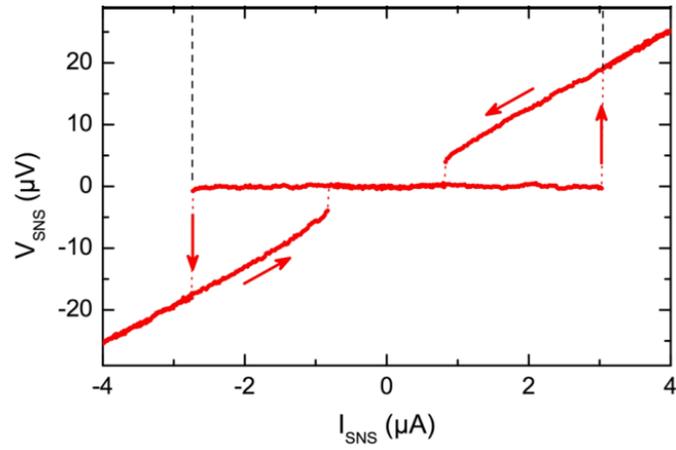


Рис. 6: Гистерезис в вольт-амперной характеристике SNS при температуре криостата $T = 50$ мК [13].

Не трудно сообразить, если частота внешнего поля Ω будет кратна частоте джоузефсоновской генерации при напряжении V_0 , определённой равенством (1.2.13), то произойдет резонанс. В действительности на вольт-амперной характеристике отображаются ступеньки с дифференциальным сопротивлением ($dV/dI = 0$), расположенных при смещениях, определяемых из этого же соотношения:

$$2eV_0 = \hbar\omega_0 = n\hbar\Omega \quad (1.2.33)$$

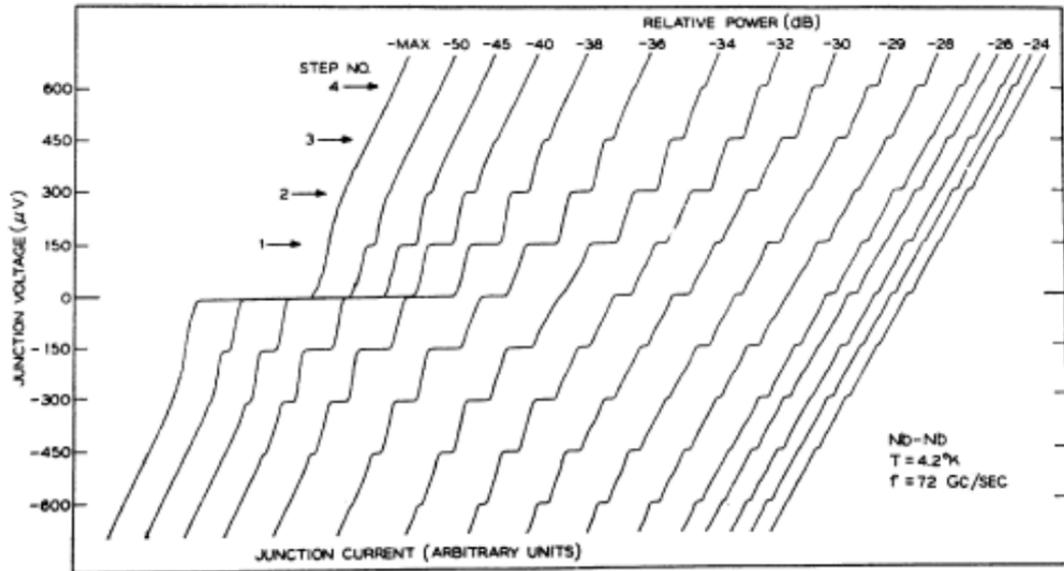


Рис. 7: Ступени Шаapiro на вольт-амперной характеристике при частоте приложенного напряжения $\Omega = 72$ ГГц [15].

1.4 Теория генератора на джозефсоновском переходе

Генерация энергии в джозефсоновских переходах уже давно привлекает внимание как из-за фундаментального интереса, так и из-за потенциала приложений. Например, квантовые компьютеры, работающие в микроволновом диапазоне, требуют передовой управляющей электроники, а использование интегрированных компонентов, работающих при температуре квантовых устройств, потенциально выгодно. Управление такими системами происходит с помощью подачи последовательности микроволновых импульсов, работающих на разных частотах. Этого можно добиться с помощью электроники, работающей вне криостата, но это повлечет за собой большое число широкополосных линий, а также приводит к задержкам и ограничениям.

Источники на джозефсоновском переходе ранее изучались в области радиоастрономии в качестве гетеродинов для приёмников в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах волн [16]. Для работы с квантовыми компьютерами в диапазоне частот ниже 20 ГГц появляются особые требования к очень малому рассеиванию мощности, длительному времени когерентности и низкому уровню шума. Некоторые из этих свойств были ранее исследованы с помощью джозефсоновских переходов, встроенных в резонаторы. Однако подробные рекомендации по проектированию для конкретных применений, как правило, являются отсутствующими, и остается неясным, будет ли качество сигнала этих систем достаточным для высокоточных операций с кубитами.

1.5 Планарный конденсатор

Металлизация на чипе, имея форму электродов с зазубренными концами, обладает ёмкостью, то есть является конденсатором. Конденсатор такого типа носит название "пальчикового" конденсатора. Одна из ранних моделей пальцевого конденсатора была основана на теории полосковых линий связи без потерь [17]. Эта модель используется до сих пор, поскольку экспериментальные значения хорошо согласуются с предложенным методом расчета емкости [18]. Усовершенствование модели произошло при использовании метода конформных преобразований для оценки ёмкости с бесконечным верхним слоем [19]. Используя метод конформных преобразований и метод частичных ёмкостей [20], была произведена оценка для ёмкости на многослойной подложке, принимая во внимание ёмкости между пальцами, а также граничную ёмкость на внешних пальцах [6]. С помощью данной модели были получены более точные выражения для расчета ёмкости, подтвержденные экспериментальными данными, по сравнению с результатами других моделей (см. рис. 8)

Суммарная ёмкость планарного конденсатора в рамках такой модели представляется как зависимость от ёмкости внешнего и внутреннего электрода по следующей формуле:

$$C_t = (N - 3) \frac{C_I}{2} + 2 \frac{C_I C_E}{C_I + C_E} \quad (1.2.34)$$

где N - число пальцев конденсатора, C_I - ёмкость внутреннего электрода (пальца), C_E - ёмкость внешнего электрода.

Ёмкость внутреннего, внешнего электрода в общем случае подсчитывается по следующей формуле:

$$C_{I/E} = \varepsilon_0 L \left(\frac{K(k_{I/E,\infty})}{K(k'_{I/E,\infty})} + (\varepsilon_1 - 1) \frac{K(k_{I/E,1})}{K(k'_{I/E,1})} + \varepsilon_s \frac{K(k_{I/E,\infty})}{K(k'_{I/E,\infty})} \right) \quad (1.2.35)$$

где L - длина пальца, ε_1 - диэлектрическая проницаемость чувствительного слоя подложки, ε_s - диэлектрическая проницаемость всего оставшегося слоя подложки, K - эллиптический интеграл первого рода. Вид аргументов эллиптических интегралов в полном виде представлен в [6].

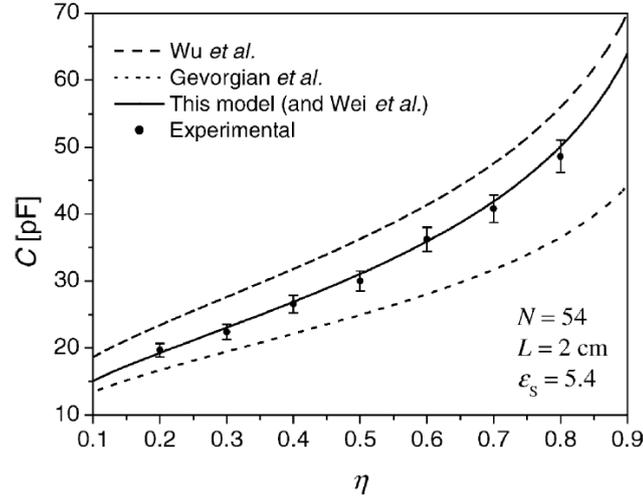


Рис. 8: Зависимость ёмкости от параметра металлизации η (отношение ширины металла к периоду структуры) [6]. Сравнение данной модели, описываемой полученные экспериментальные данные, с моделями [19], [21].

2 Экспериментальная установка

2.1 Криостат растворения

Ниобий является наиболее распространённым сверхпроводником для исследований (с критической температурой $T_c = 9.25$ К [7]). Для обнаружения сверхпроводящих явлений чаще всего требуется температура намного ниже критической. Для получения таких температур использовался криостат растворения BlueFors LD250 [22] с базовой температурой $T = 10$ мК.

Криостат состоит из вакуумной камеры и системы охлаждения. Система охлаждения разделяется на две подсистемы. Первая - двухступенчатая система PulseTube, поддерживаемая работой компрессора. Вторая - система циркуляции смеси изотопов $^3\text{He}/^4\text{He}$, поддерживаемая турбомолекулярным насосом. Работа единой системы криостата более сложна и состоит из многого дополнительного оборудования.

Вакуумная камера (см. рис. 9) представляет собой шесть металлических пластин (фланцев), расположенных одна над другой, которые отделены друг от друга термовыключателями. В рабочем состоянии каждой из пластин соответствует своя базовая температура, так как различные стадии процесса охлаждения выполняются на разных пластинах. Базовая температура самой нижней пластины составляет 10 мК. Перед началом работы открытую вакуумную камеру "одевают" четырьмя защитными цилиндрическими экранами, которые позволяют поддерживать высокий вакуум и защищают камеру от теплопередачи через излучение.

Система охлаждения работает последовательно. В начале работает PulseTube, охлаждая камеру до температуры 4 К, которая необходима для работы циркуляционного цикла. Далее в работу включается циркуляционный цикл $^3\text{He}/^4\text{He}$. Данный цикл работает на характеристиках смеси изотопов $^3\text{He}/^4\text{He}$. От самой верхней пластины к самой нижней проходит трубопровод для циркуляции смеси. На самой нижней плите расположена камера смешивания, где смесь охлаждается до самой низкой температуры - 10 мК.

2.2 Оборудование постоянного тока

Источник постоянного тока. Для проведения экспериментов по определению критического тока джозефсоновского перехода требуется пропускать малый ток через образец. В эксперименте это реализуется при помощи точного источника постоянного тока. В нашей лаборатории используется источник тока Keithley 6221 (см. рис. 10А), способный выдавать напряжение, обеспечивающее точность протекающего тока до десятков нА.

Вольтметр. Для измерения вольт-амперных характеристик при пропускании малого тока (мкА) требуется измерять малое напряжение на образце. В эксперименте это реализуется при помощи точного вольтметра. В нашей лаборатории используется

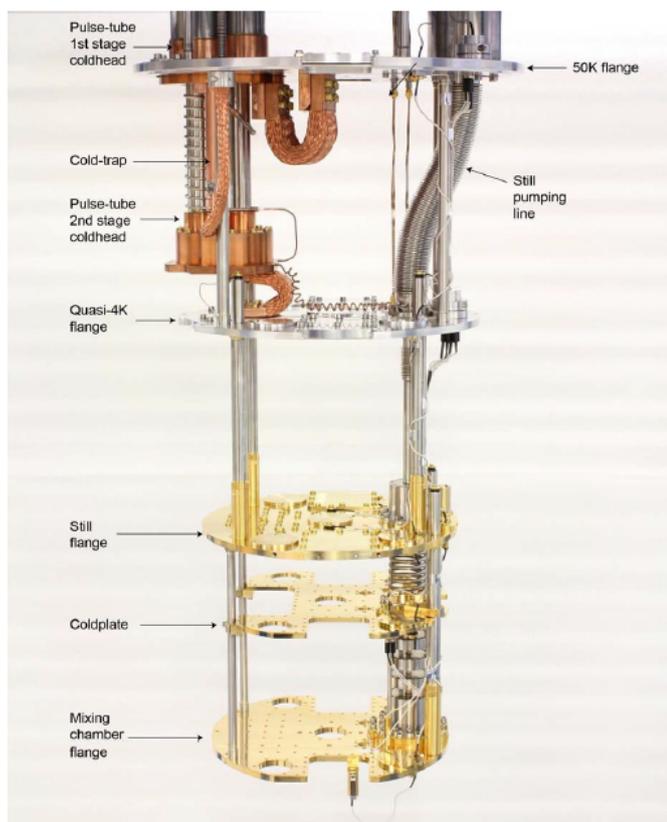


Рис. 9: Вакуумная камера BlueFors. На изображении видно пять из шести фланцев, так как верхняя закрывает криостат и находится при комнатной температуре. Базовые температуры плит составляют 50 К, 4 К, 1 К, 100 мК, 10 мК [22].

вольтметр keithley 2182a (см. рис. 10В), способный измерять напряжение с точностью до нескольких нВ.

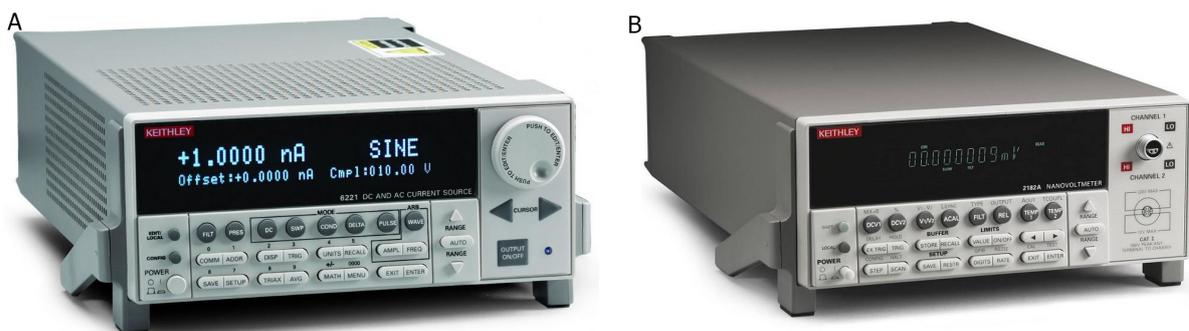


Рис. 10: А - источник тока Keithley 6221, В - вольтметр keithley 2182a

2.3 Держатель образца

В ходе данной работы был использован держатель образца для DC измерений. Держатель состоит из основания, верхней крышки и печатной платы. На рис. 11 представлена фотография данного держателя. В центре платы вырезано отверстие под чип размера 10x10 мм. Основание и крышка держателя сделаны из меди и позолочены. Их форма определялась формой внешнего держателя, непосредственно при-

крепленному к криостату. На держателе располагается 24 пина для DC измерений, что позволяет одновременно измерять 6 образцов по 4-х точечной схеме.

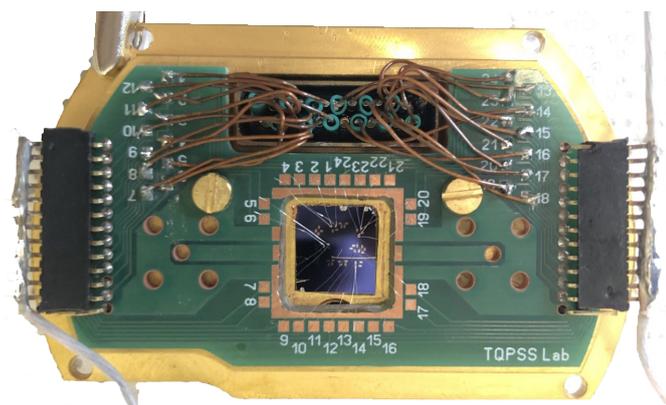


Рис. 11: Держатель образца для DC измерений. На данном фото держатель закорочен охранным кольцом для защиты от внешних шумов, которые могут разрушить образец.

2.4 Оборудование для измерения ёмкости

Зондовая станция. В ходе работы проводились измерения полученных конденсаторов. Измерения ёмкости таких конденсаторов проводились при комнатной температуре. Для увеличения скорости экспериментов по измерению ёмкости в эксперименте использовалась ручная зондовая станция TS50 (см. рис. 12А). Зондовая станция позволяет проводить измерения по 4-х точечной схеме с помощью зондов, управление которыми происходит с помощью позиционеров, тем самым увеличивая скорость эксперимента.

Измеритель LCR. В совокупности с зондовой станцией использовался прецизионный измеритель LCR Keysight E4980A/AL (см. рис. 12В). Измеритель LCR позволяет измерять импеданс образца, который переводится в его ёмкость, при подаче на него переменного тока на разной частоте. Данный измеритель LCR позволяет проводить измерения в диапазоне частот от 20 Гц до 1 МГц.

3 Образцы

3.1 Дизайн

Конденсаторы

Размер чипа образца конденсаторов составляет 10x10 мм. На рис 13 изображен чертеж данного чипа. Образец состоит из 6 конденсаторов, представляющих собой планарные, пальчиковые ёмкости. Каждый конденсатор занимает площадь 1x1 мм. Длины пальцев конденсаторов отличаются на небольшое значение в зависимости от ширины зазора между пальцами. Ширины пальцев равны ширине зазоров и составляют 2, 3, 4 мкм для разных образцов. Изготовление образца происходит с помощью лазерной литографии. Наносится маска для травления пленки, напыленной на подложке 10x10 мм.

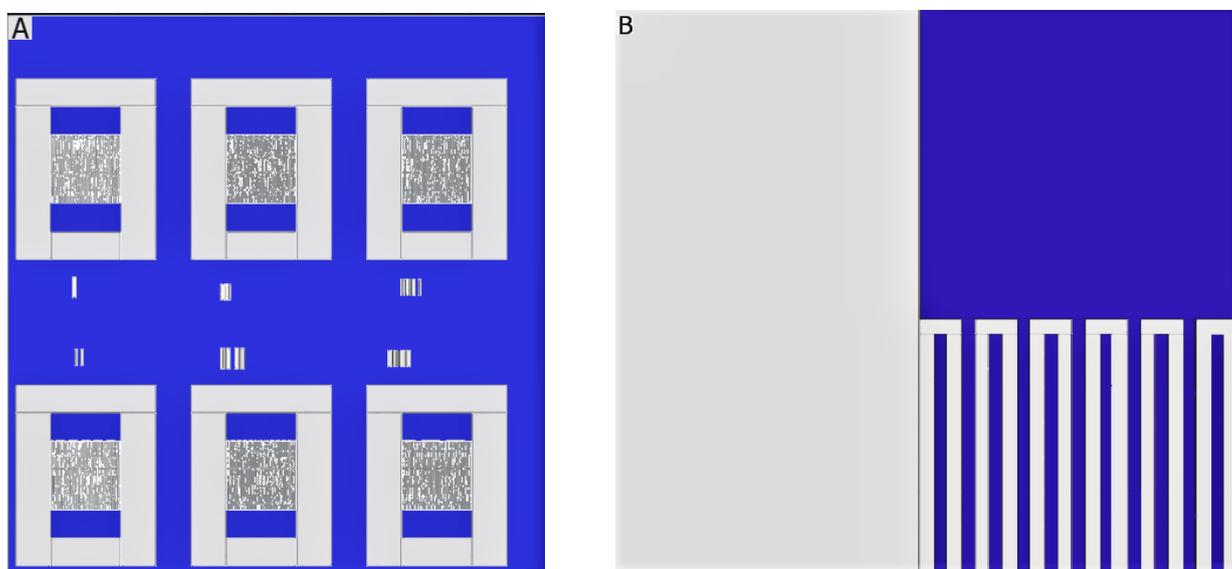


Рис. 13: Изображение дизайна ёмкостей для измерений : А - чертёж всего чипа, В - увеличенное изображение одного из планарных конденсаторов. Синим цветом обозначен металл, серым - замкнутые области для травления до кремния. Размер пальцев для 1,2 образцов составляет 2 мкм, 3,4 образцов - 3 мкм, 5,6 образцов - 4 мкм

SNS и резистор

Размер чипа составляет 10x10 мм. На рис. 14 представлен чертеж данного чипа. Образец представляет собой восемь SNS джозефсоновских переходов с четырьмя подведенными контактами для каждого SNS, среди которых два SNS параллельно шунтированы планарными конденсаторами, получаемыми аналогично конденсаторам из образца, показанного выше. Также на чипе расположен образец медной пленкой для измерения удельной проводимости пленочной меди. Литография данного чипа происходит в два отдельных этапа. Первым этапом проходит лазерная литография для

всех крупных структур на чипе, включая конденсаторы, а также заужения для планарных SNS контактов, показанных на рис. 14В, предназначенных для уменьшения диссипации энергии. С помощью лазерной литографии создается маска для травления пленки, напыленной на подложке 10x10 мм, травление которой проходит 2 методами. Вторым этапом проходит электронная литография для планарных SNS джозефсоновских переходов при помощи нанесенных 20 нм алюминиевых масок. Для совмещения дизайна электронной литографии с чипом, на нём расположены четыре креста. Также на чипе есть специальное окно, в которое направляется луч лазера для мониторинга процесса травления.

SNS имеют разные ширины щелей и, как следствие (1.2.30), разные критические токи. Ширина заужения составляет 2 мкм. Планарные конденсаторы имеют одинаковые характеристики: ширина пальцев равна ширине зазора и составляет 4 мкм, площадь занимаемая конденсатором составляет 1x1 мм, один конденсатор на такой площади вмещает в себя 125 пальцев. Полоска меди, предназначенная в качестве резистора, имеет длину 50 мкм, а ширину 5 мкм.

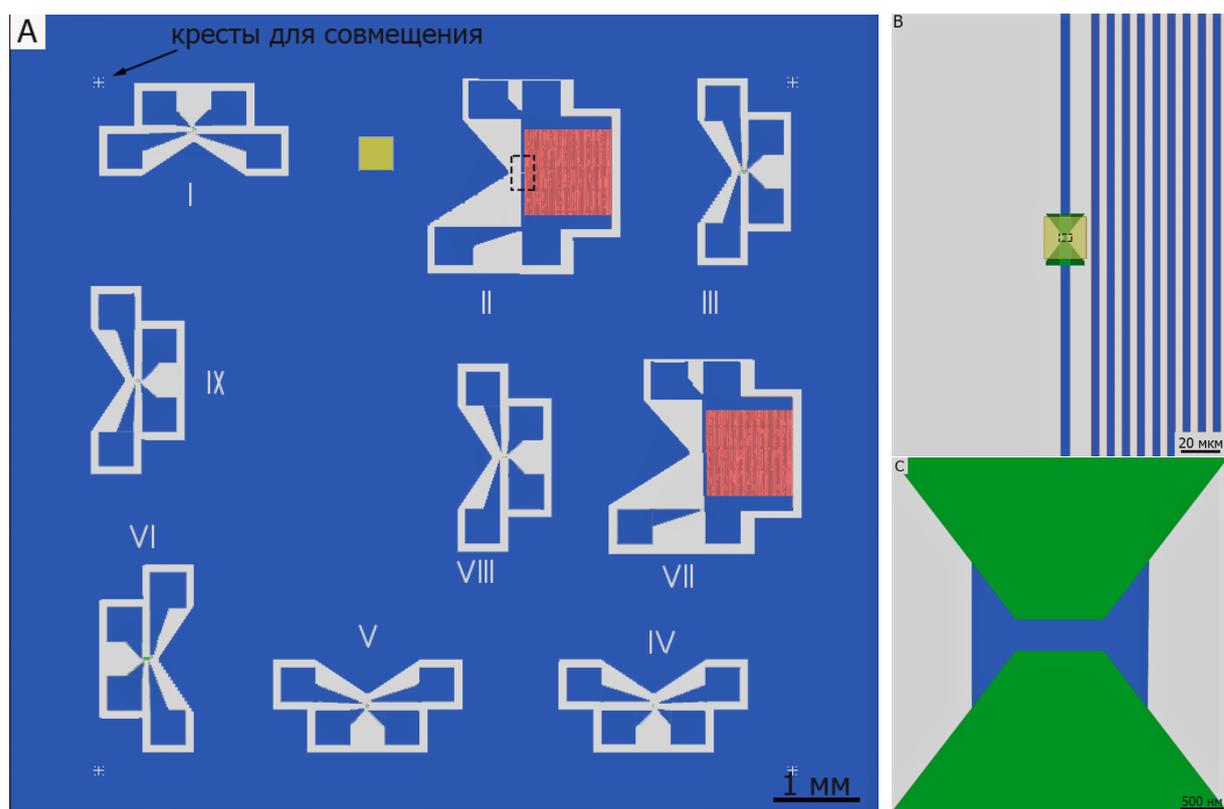


Рис. 14: А - чертеж всего чипа с SNS джозефсоновскими контактами, два из которых параллельно шунтированы ёмкостью. Образец N6 представляет собой резистор из пленки меди. В - увеличенное изображение части с окном для литографии SNS перехода для образца N2. С - увеличенное изображение окна для литографии SNS перехода. Синим цветом обозначен металл, серым - замкнутые области для травления до кремния, красным - конденсатор, желтым - окна для травления, зеленым - алюминиевые маски

3.2 Изготовление образцов

Конденсаторы

Напыление плёнки. В качестве подложки использовалась пластина из Si/SiO₂. На подложку (размером 10x10 мм) наносилась пленка ниобия толщиной $d = 100$ нм методом магнетронного напыления в сверхвысоковакуумной установке по напылению тонких пленок в ИФТТ РАН.

Лазерная литография. На подготовленную подложку наносился фоторезист AZ1505. Так как наименьшие размеры структуры конденсаторов достаточно крупные (2 мкм), использовался метод лазерной литографии на приборе Heidelberg uPG 501. Травление было проведено в плазме SF₆+C₂H₄. Все процессы лазерной литографии проходили в Центре коллективного пользования МФТИ. Схема процесса изготовления конденсаторов отображена на рис. 15.

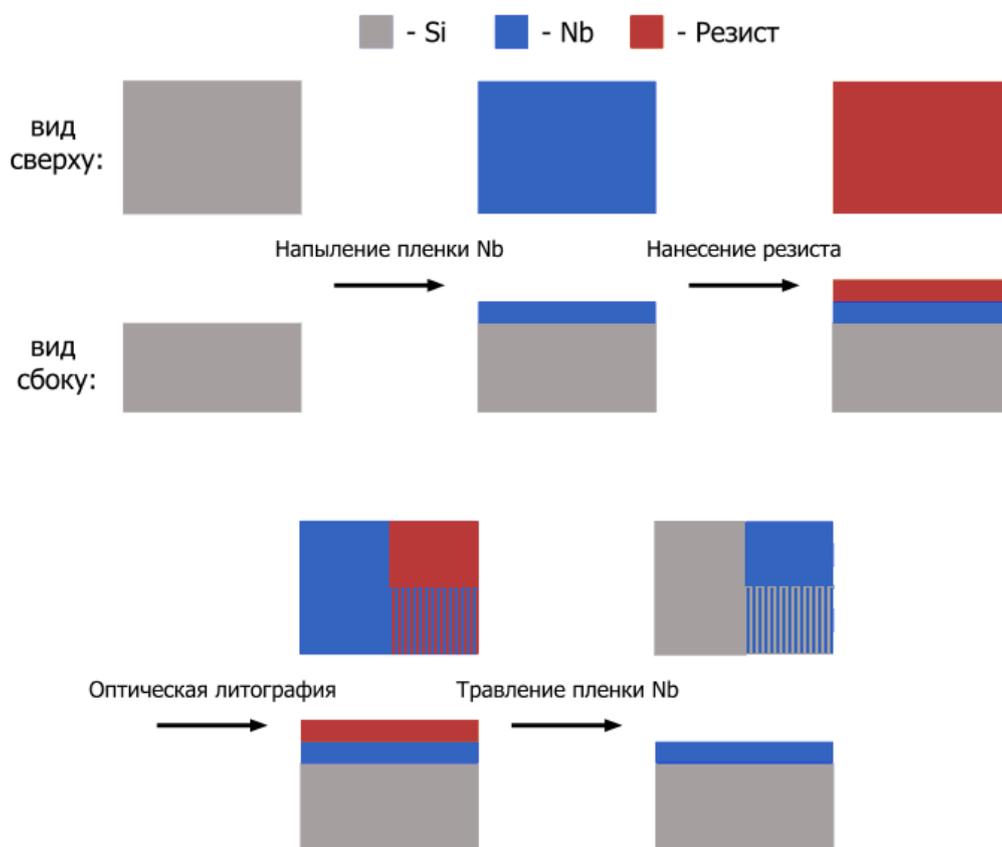


Рис. 15: Схема процесса изготовления конденсаторов.

SNS и резистор

Напыление плёнки. В качестве подложки использовалась тонкая пластина из высокоомного кремния HR Si. Напыление пленки производилось в два этапа методом

магнетронного напыления в сверхвысоковакуумной установке по напылению тонких пленок в ИФТТ РАН. На подложку (размером 10x10 мм) наносилась пленка нормального металла (меди) толщиной $d = 50$ нм. Вторым этапом наносилась пленка ниобия толщиной $d = 100$ нм. Полученные толщины пленок по датчику не отличались от заявленных толщин более чем на 1 нм. В одном цикле медь и ниобий были напылены на 4 подложки одинакового размера.

Лазерная литография. На подготовленную подложку наносился фоторезист AZ1505. Для всех структур, кроме SNS джозефсоновских контактов, использовался метод лазерной литографии на приборе Heidelberg uPG 501. Для верхнего слоя ниобия было проведено травление в плазме SF₆+C₂H₄. Для слоя меди использовалось физическое травление в плазме аргона. Все процессы лазерной литографии проходили в Центре коллективного пользования МФТИ.

Электронная литография. После оптической литографии для создания SNS джозефсоновских переходов выполняется электронная литография окон под алюминиевые маски. Создаются алюминиевые 20 нм маски электронно-лучевым методом для травления слоя ниобия. Использование алюминиевых масок имеет ряд преимуществ перед электронным резистом. Во-первых, кислород в составе газов для плазмохимического травления ниобия травит резисторы, следовательно, нежелательное расширение зазора неизбежно из-за горизонтального травление резиста. Кроме того, для того чтобы резист выдержал травление 100 нм ниобия, необходима его толщина около 200 нм, что снижает разрешающую способность Электронно-лучевой литографии. Алюминий не подвергается химическому травлению плазмой, поэтому можно создавать маски толщиной до 20 нм. Из-за наличия значительного перепада высот в образце (150 нм) требуется дополнительный защитный слой маски, кроме алюминиевого. Второй слой маски был изготовлен из электронного резиста с окошками для травления. Нанесение алюминиевых масок с окнами проходил в Центре коллективного пользования МФТИ. Травление ниобия проходило в плазме CF₄+O₂ в установке для травления Sentech в лаборатории сверхпроводящих метаматериалов НИТУ "МИСИС". Схема процесса электронной литографии для SNS переходов показана на рис. 16.

3.3 Полученные размеры

Конденсаторы

Образцы конденсаторов после изготовления были исследованы в оптический микроскоп с целью оценки качества изготовления и определения полученных размеров. Фотографии избранных полученных конденсаторов показана на рис. 17. При изготовлении конденсаторов с шириной пальца 2 мкм, возникают проблемы при оптической литографии, показанные на рис 18А: многократно повторяющаяся структура

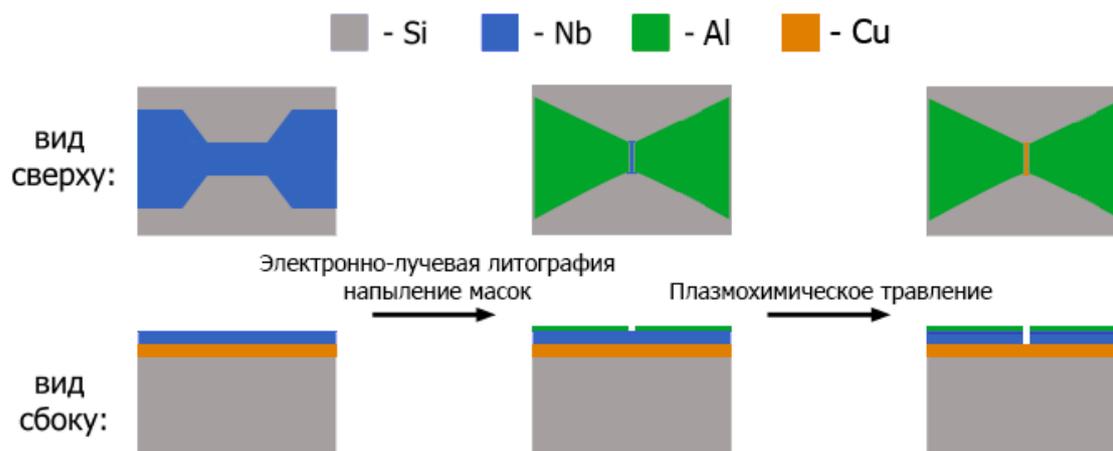


Рис. 16: Схема процесса электронной литографии для SNS джозефсоновских переходов. Изготовление более крупных структур с помощью оптической литографии показаны на рис. 15.

с малым шагом приводит к некачественному экспонированию. На рис. 18В показана фотография найденного дефекта на конденсаторе №3: соринка шириной зазора между пальцами конденсатора, является причиной его закоротки. В таблице 1 приведены основные характеристики конденсаторов, показанные на рис. 17, измеренные с помощью оптического микроскопа.

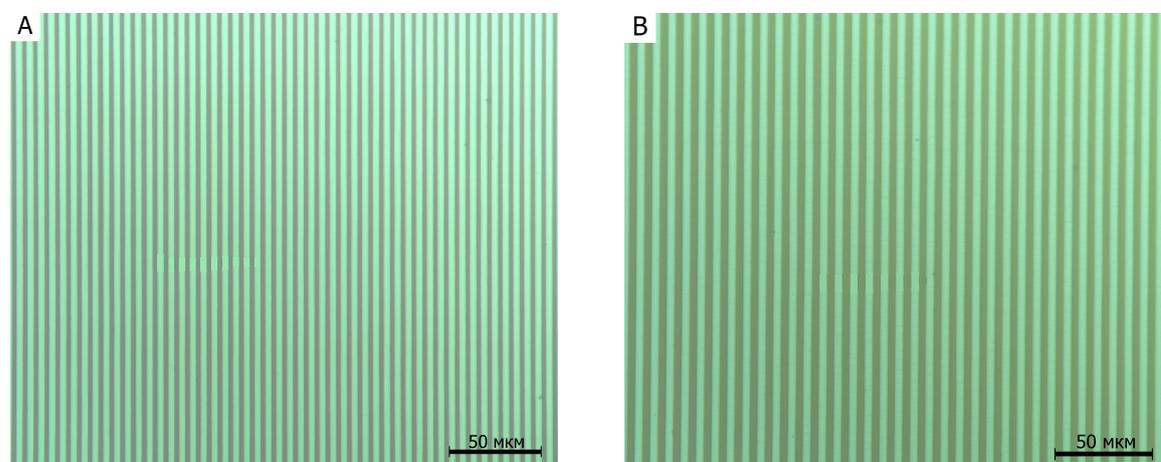


Рис. 17: Фотографии полученных конденсаторов, сделанные в оптическом микроскопе: А - конденсатор №4 (с периодом 6 мкм), В - конденсатор №5 (с периодом 8 мкм)

SNS и резистор

Полученный чип после изготовления был исследован в сканирующем электронном микроскопе с целью оценки качества изготовления и определения полученных размеров структур. Фотографии образца №4 SNS показана на рис. 19. На рис. 20 показана фотография найденного дефекта на образце №2 SNS с шунтирующим конденсато-

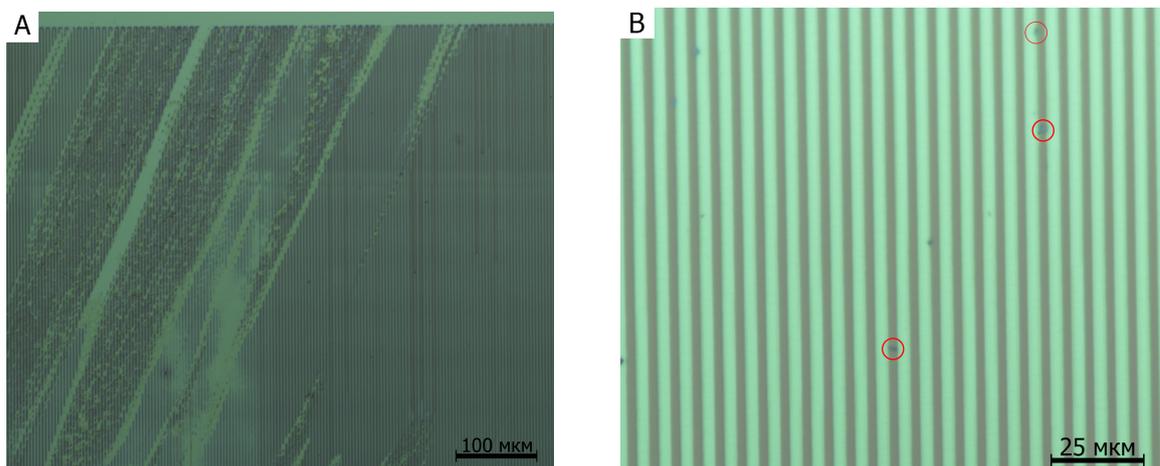


Рис. 18: Фотографии дефектов на конденсаторах, сделанные в оптическом микроскопе: А - конденсатор №1, В - конденсатор №3

конденсатор	характеристика	размер, мкм	Погрешность, мкм
№ 4	ширина пальца	3,6	0,4
	зазор	2,5	0,4
	период	6,1	0,4
№ 5	ширина пальца	4,1	0,4
	зазор	3,9	0,4
	период	8	0,4

Таблица 1: Результаты измерений характерных размеров конденсаторов (к рис.17)

ром: в зазоре SNS остался островок ниобия, являющейся причиной закоротки SNS. В таблице 2 приведены основные размеры образца, показанного на рис. 19, измеренные с помощью сканирующего электронного микроскопа. Здесь и далее ширина и длина джозефсоновского перехода и полоски меди обозначаются как W и L соответственно.

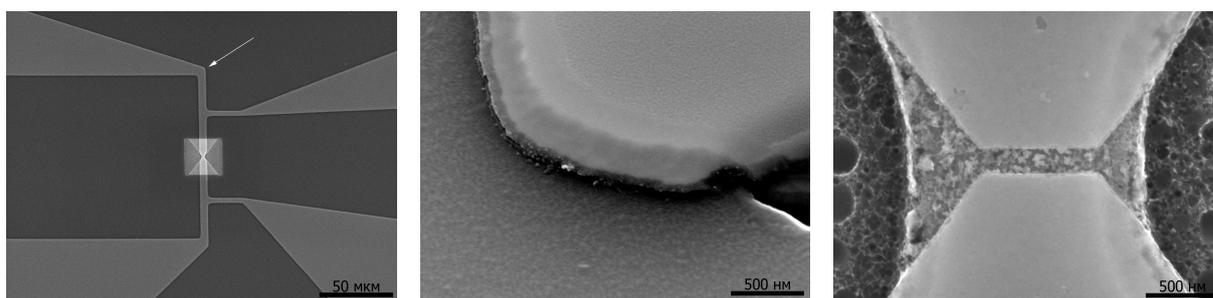


Рис. 19: Фотографии образца №4, сделанные с помощью СЭМ. По середине: фотография поверхности под углом 45° со стороны стрелки, показанной на фото левее

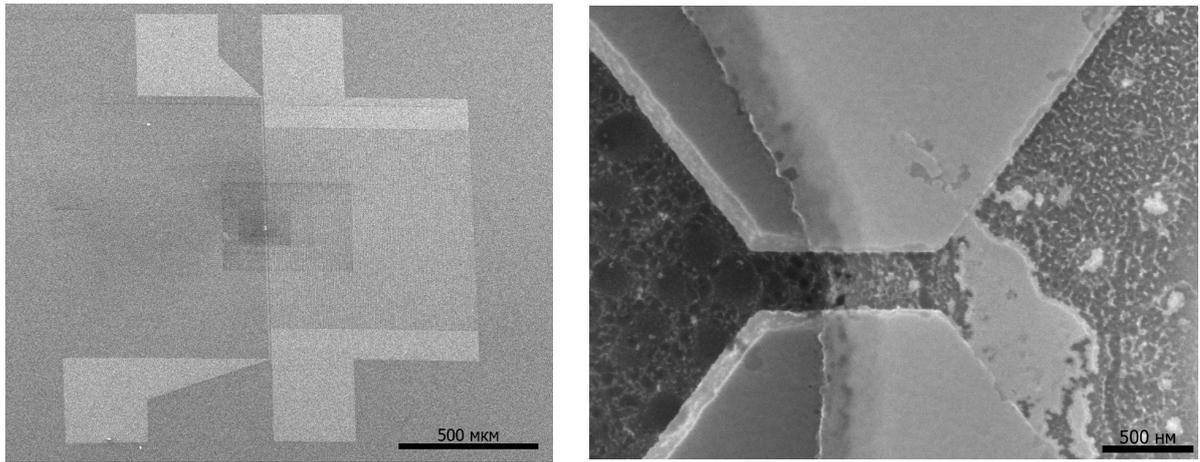


Рис. 20: Фотографии образца №2 и его дефекта, сделанные с помощью СЭМ

Характеристика	Значение
W	950 нм
L	240 нм

Таблица 2: Результаты измерений характерных размеров SNS джозефсоновского перехода (к рис.19)

4 Результаты

4.1 Моделирование генератора

У генератора на джозефсоновском переходе есть ряд параметров, в зависимости от которых он может как генерировать устойчивый сигнал и тем самым являться генератором, так и не генерировать вовсе, либо генерировать неустойчивый сигнал. В данной работе подразумевается, что при изготовлении генератора на чипе все характеристики, определяющие составляющие генератора, фиксируются, например, не подразумевается использование перестраиваемого резонатора. Таким образом, единственным параметром, с помощью которого можно управлять генератором, является ток накачки I_{dc} . Все остальные параметры, такие как добротность резонатора Q_l и связанное с ним сопротивление R_l , сопротивление шунтирующего резистора R_s , ёмкость шунтирующего конденсатора C_s , параметры джозефсоновского перехода фиксируются при изготовлении чипа.

Возможность получения устойчивой генерации анализируется при помощи решения уравнения (1.2.27), как более общего уравнения, описывающего динамику джозефсоновского перехода. Шунтирующая ёмкость, как и шунтирующий резистор подключены к джозефсоновскому переходу параллельно (см. рис. 21А), тем самым изменяя значение сопротивления и ёмкости в уравнении (1.2.27) по соответствующим правилам.

В правой части уравнения (1.2.27) суммарный ток, протекающий через джозефсоновский переход и, как следует из сказанного выше, шунтирующий конденсатор и резистор, состоит из двух слагаемых:

$$I = I_{dc} + I_{ac} \sin \omega t \quad (4.1.1)$$

Второе слагаемое в данной записи представляет собой величину генерируемого переменного тока, частота которого фиксируется резонансной частотой резонатора. Таким образом, наличие резонатора в системе генератора обуславливается единственной составляющей переменного тока. Более общая схема с учетом резонатора, показана на рис. 21В.

С учетом (4.1.1) и нормировкой на ω_c, I_c , уравнение (1.2.27) переписывается в виде:

$$\beta \ddot{\varphi} + \dot{\varphi} + \sin \varphi = i_{dc} + i_{ac} \sin (W \tau) \quad (4.1.2)$$

где i_{dc}, i_{ac} - токи, нормированные на критический ток I_c ; τ, W - время и частота генерации, нормированные на критическую частоту ω_c .

Уравнение (4.1.2) носит название: "модель Стюарта-Маккамбера". Поиск частных периодических решений данного уравнения и исследование их на устойчивость проанализированы в статьях [23], [24].

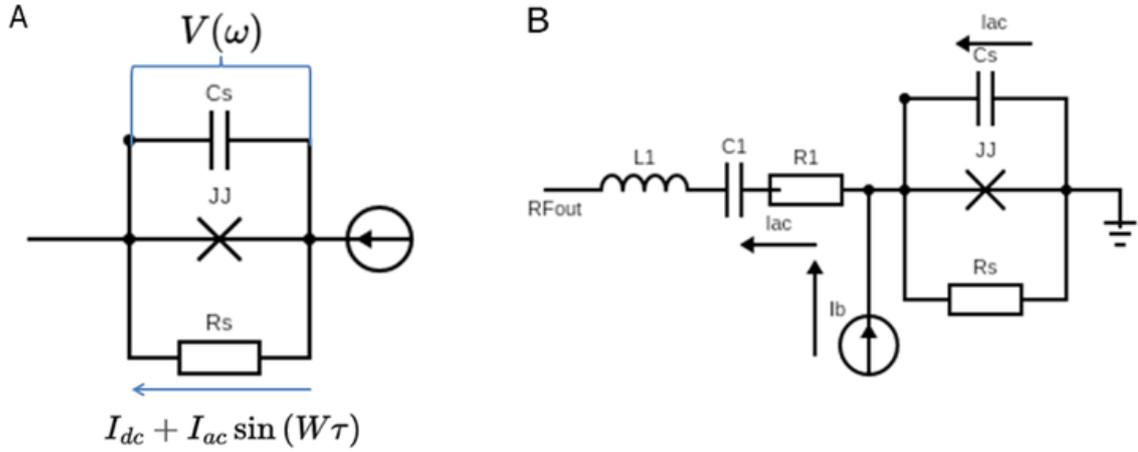


Рис. 21: Изображение электрической схемы генератора: А - основная часть генератора, представляющая собой джозефсоновский переход параллельно шунтированный ёмкостью и сопротивлением, В - схема генератора с учётом резонатора. R_1, L_1, C_1 - параметры резонатора.

За критерий появления устойчивой генерации переменного тока было взято условие отрицательной части действительного значения импеданса при падении переменного напряжения на джозефсоновском переходе [4], [3] (см. рис. 21А):

$$\operatorname{Re}(Z_J(\omega)) = \frac{V(\omega)}{I_{ac}} < 0 \quad (4.1.3)$$

Где $V(\omega)$ подсчитывается как первая фурье гармоника напряжения на частоте резонатора [25], безразмерная запись которого имеет вид:

$$v(\omega) = \left(\frac{iW^2}{2\pi} \right) \int_0^{2\pi/W} \varphi e^{i\omega t} dt \quad (4.1.4)$$

Тогда критерий (4.1.3) можно переписать в следующем виде:

$$\operatorname{Re}(z_J(\omega)) = \operatorname{Re} \left(\left(\frac{iW^2}{2\pi i_{ac}} \right) \int_0^{2\pi/W} \varphi e^{i\omega t} dt \right) < 0 \quad (4.1.5)$$

Где $z(\omega)_J$ - импеданс, нормированный на суммарное сопротивление джозефсоновского перехода, состоящее из собственного сопротивления и сопротивления параллельно шунтируемого резистора.

Получаемая мощность генерации расходуется на диссипацию и полезную нагрузку. Полную мощность потерь можно описать через сопротивление R_1 , которое связано с суммарной добротность резонатора Q_l . Таким образом, для появления устойчивой генерации переменного тока должно выполняться равенство мощностей:

$$\frac{|\operatorname{Re}(Z_J)| I_{ac}^2}{2} = \frac{R_1 I_{ac}^2}{2} \quad (4.1.6)$$

Данное соотношение означает баланс сопротивлений и дополняет критерий (4.1.5), учитывая расход мощности на внешнюю нагрузку:

$$Re(Z_J) = -R1 \quad (4.1.7)$$

Нормируя на суммарное сопротивление джозефсоновского перехода, переходим к уравнению:

$$Re(z_J) = -r_1 \quad (4.1.8)$$

z_J - является функцией от переменного тока i_{ac} , что позволяет найти устойчивую, генерируемую амплитуду переменного тока i_{ac}^* , при котором выполняется критерий (4.1.7).

4.1.1 Моделирование SNS в качестве генератора

В данном случае рассматривается генератор, джозефсоновский переход которого представляет собой SNS контакт без шунтирующей ёмкости. Рассмотрение такой реализации генератора целесообразно, так как изготовление джозефсоновского перехода вида SNS наименее затруднительное (см. рис. 19). Уравнение (1.2.10) описывает динамику такого перехода в рамках резистивной модели. При моделировании, условие отсутствия ёмкости означает $\beta = 0$. Таким образом уравнение (4.1.2) запишется в виде:

$$\dot{\varphi} + \sin \varphi = i_{dc} + i_{ac} \sin(W\tau) \quad (4.1.9)$$

Решая численно данное уравнение, и используя (4.1.5), находим зависимость импеданса от переменного тока i_{ac} . Зафиксируем частоту генерации и ток накачки величинами, взятыми из [3]. Полученная зависимость импеданса для таких параметров системы показана на рис. 22А. Как видно на данном графике нет области при котором выполняется критерий (4.1.5), следовательно, при данном токе накачки и резонансной частоте резонатора генераций не происходит.

При изготовлении образца генератора резонансная частота резонатора, зависящая от его длины при проектировании, может принимать значения из достаточно большого диапазона частот. Ток накачки, как было сказано выше, является единственным параметром, который можно изменять при изготовленном образце. Тогда для более полного исследования возможности генераций в случае SNS джозефсоновского контакта необходимо исследовать зависимость импеданса при разных частотах генерации и разных токах накачки.

Для упрощения, зафиксируем амплитуду наблюдаемого переменного тока $i_{ac} = 1$ ($I_{ac} = I_c$). Данная оценка показывает, что на практике хотелось бы наблюдать мощность генерации переменного тока при амплитуде, не меньше чем в величину критического тока джозефсоновского перехода. Решая численно уравнение (4.1.6), и ис-

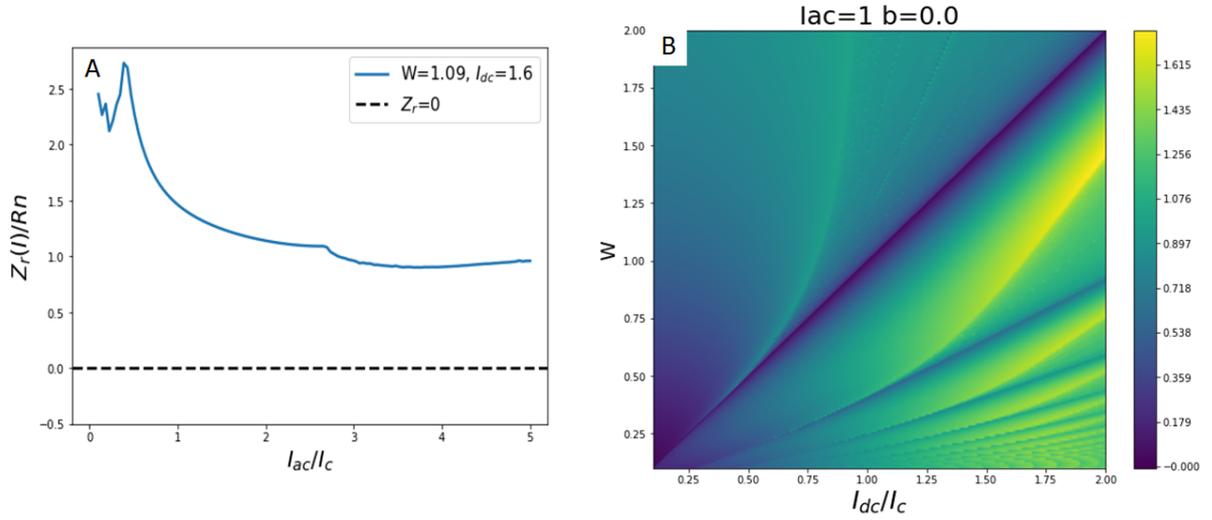


Рис. 22: А - зависимость нормированного импеданса от нормированного переменного тока при параметрах статьи [3] с учетом отсутствия ёмкости, В - зависимость нормированного импеданса (обозначен цветом) от нормированного тока накачки и нормированной частоты при фиксированной амплитуде переменного тока

пользуя (4.1.5), находим зависимость импеданса от нормированной частоты генерации и нормированного тока накачки. Полученная зависимость импеданса для таких параметров системы показана на рис. 22В. На полученном графике нет области в которой выполняется критерий (4.1.5), следовательно, SNS без шунтирующей ёмкости с шунтирующим резистором не подходит в качестве генератора переменного тока.

Рассмотрения критерия (4.1.8) с учетом расхода мощности не имеет смысла в данной модели генератора, так как нет области параметров при котором действительная часть импеданса была бы меньше нуля ($-r_1 < 0$).

4.1.2 Моделирование SNS с шунтирующей ёмкостью в качестве генератора

В данном случае рассматривается генератор, джозефсоновский переход которого представляет собой SNS контакт с шунтирующей ёмкостью, что в данном случае эквивалентно просто SIS контакту с большой собственной ёмкостью или SIS контакту с шунтирующей ёмкостью, так как рассмотрение происходит в рамках RCSJ модели (1.2.27), при котором ёмкость джозефсоновского перехода по обычным правилам суммирования перейдет в суммарную ёмкость перехода.

Решая численно уравнение (4.1.2), и используя (4.1.5), находим зависимость импеданса от переменного тока i_{ac} . Зафиксируем частоту генерации, ток накачки и параметр Маккамбера. Пусть для примера параметр Маккамбера будет достаточно малым, что эквивалентно малой суммарной ёмкости джозефсоновского контакта. Полученная зависимость импеданса для фиксированных параметров системы показана на рис. 23А. Как видно на данном графике наличие небольшого параметра Маккамбера сильно влияет на поведение импеданса, и на графике есть область при

которой выполняется критерий (4.1.5), а так же (4.1.8), где сопротивление резонатора получено из его добротности, а добротность резонатора взята из работы [26]. Таким образом, даже малая суммарная ёмкость джозефсоновского контакта позволяет пронаблюдать устойчивую генерацию переменного тока.

Данная модель описывает генератор, предложенный в [3]. Для сравнения моделирования с результатами работы [3], был построен график зависимости амплитуды генерируемого нормированного переменного тока i_{ac} от нормированного тока накачки i_{dc} с целью сравнения области генерации по изменяемому току накачки. Для этого в моделировании фиксируются параметры системы генератора из статьи, а нормированный ток накачки меняется. Для каждого значения нормированного тока накачки строится график зависимости нормированного действительного значения импеданса от нормированного переменного тока i_{ac} и находится точка i_{ac}^* , при которой выполняется критерий (4.1.7) (см. рис. 23А). Итоговый график строится как зависимость i_{ac}^* от нормированного тока накачки i_{dc} . Полученная зависимость показана на рис. 23В. Как видно на данном графике, результаты моделирования практически совпадают с областью генерации в статье.

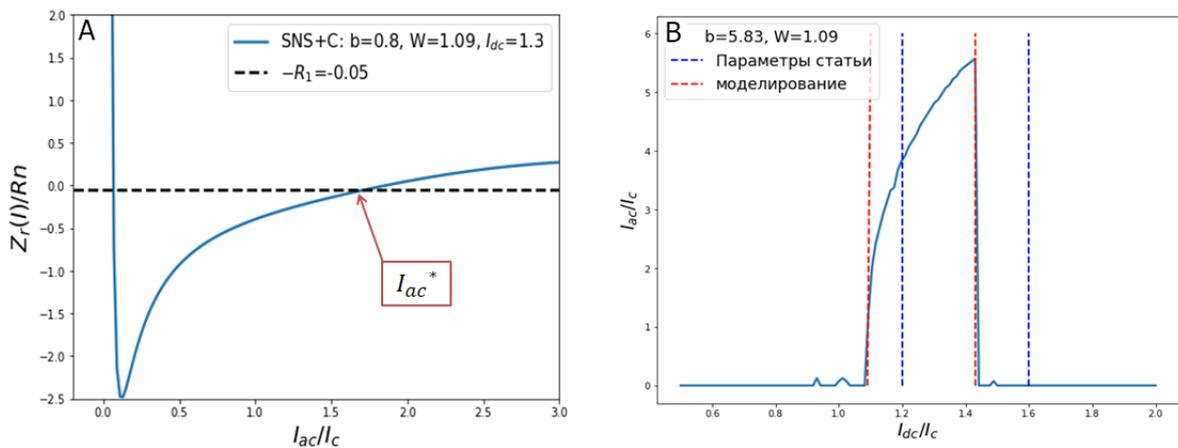


Рис. 23: А - зависимость нормированного импеданса от нормированного переменного тока при наличии малой ёмкости, В - сравнение зависимости нормированного генерируемого переменного тока от нормированного тока накачки в случае моделирования и статьи [3]

В предложенном генераторе авторы статьи [3] используют шунтирующий конденсатор ёмкостью $C_s = 192$ пФ, что соответствует большому параметру маккамбера $\beta = 5.83$. На практике получение большой ёмкости для планарного конденсатора (см. рис. 13) достаточно затруднительно. Однако, как видно на рис. 23А, и как было сказано ранее, генерация происходит и при малой ёмкости, в связи с чем интерес представляет зависимость амплитуды генерации при малых параметрах системы генератора. На рис. 24 представлен график зависимости максимальной нормированной генерируемой амплитуды переменного тока $(i_{ac}^*)_{max}$ в зависимости от параметра маккамбера β и нормированной частоты генерации W . Построение данного графика происходит при помощи нахождения максимальной нормированной генерируемой

амплитуды переменного тока при фиксированных параметрах маккамебра и нормированной частоты генерации (см. рис. 23В) и дальнейшем изменении этих двух параметров. Данный график показывает, что амплитуда генерируемого переменного тока возрастает при увеличении параметров W, β , а так же что есть область значений при которой генерации не происходит: $W < 0.2, \beta < 0.1$.

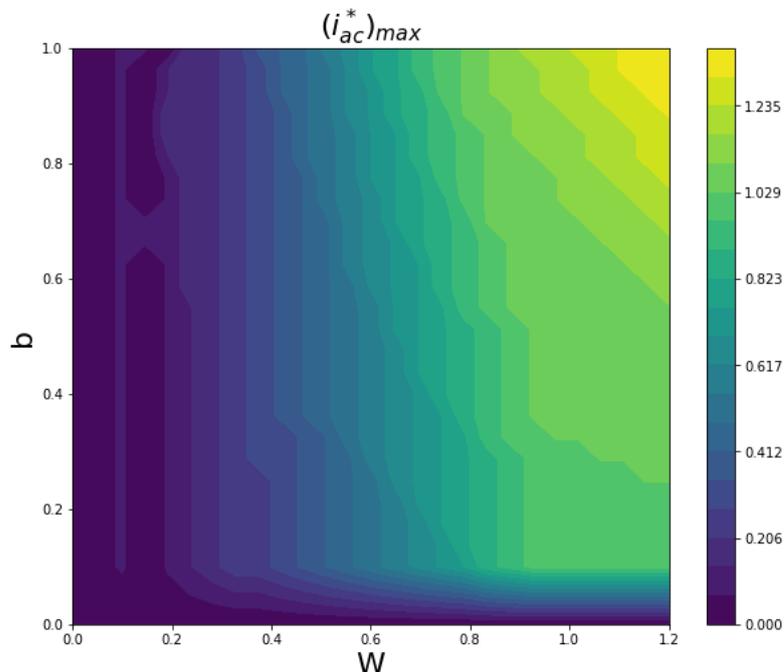


Рис. 24: Зависимость максимальной нормированной генерируемой амплитуды переменного тока (обозначена цветом) от малых параметров системы

4.2 Измерение сопротивления плёнки

Для определения удельного сопротивления пленки меди, служащей шунтирующим резистором, проводились измерения по 4-точечной схеме (образец №6 на рис. 14А). Измерения проводились со всеми другими образцами на чипе в криостате раствора BlueFors LD250. На рис.14 представлен график измеренного сопротивления от температуры. Измерения проводились при охлаждении и при нагревании образца.

4.2.1 Обсуждение и результаты

На Рис. 25 отображен график зависимости сопротивления пленки меди от температуры. На графике виден резкий скачок сопротивления при $T_c \approx 7.7$ К, что связано с переходом ниобия в сверхпроводящее состояние. Данный ниобий остался по краям измерительной схемы, так как образец меди не занимает всё пространство между измерительными контактами, а только определенную электронно литографией прямоугольную область. Для вычисления удельного сопротивления плёнки меди использовались планарные геометрические размеры, полученные из электронной микроскопии (см. таблицу 3 (L - длина, W - ширина)), а толщина пленки $d = 50$ нм

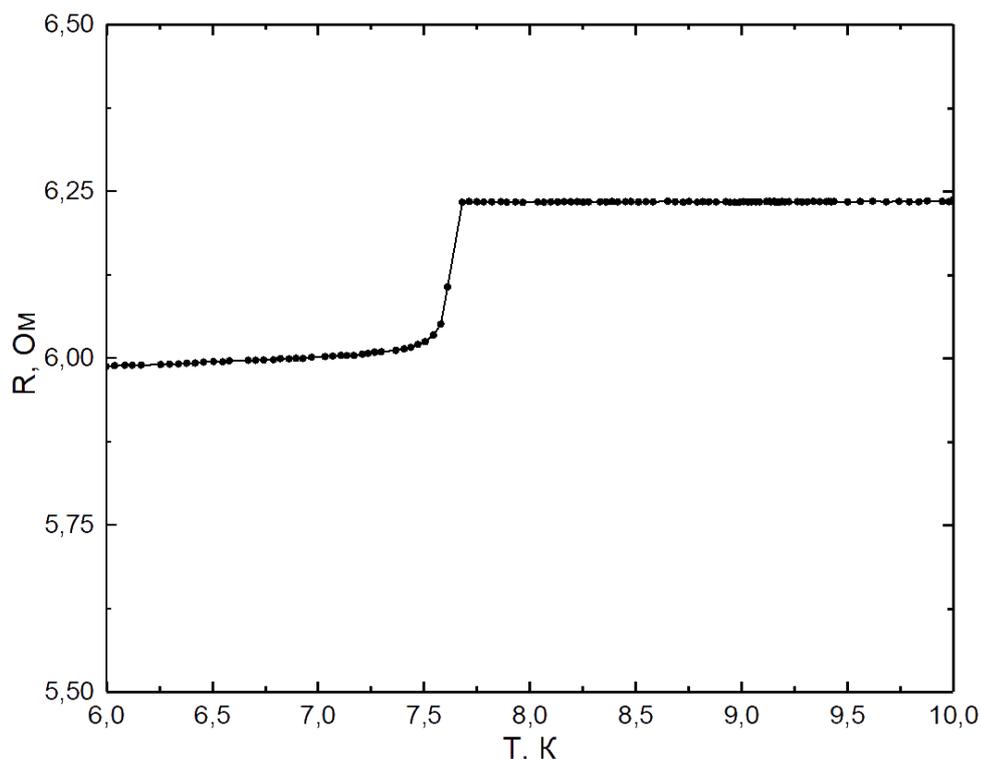


Рис. 25: Измерение сопротивления пленки меди

(см. 3.2 Изготовление образцов). Для вычисления коэффициента остаточного электросопротивления RRR значение сопротивления при комнатной температуре было получено при помощи измерений по 4-х точечной схеме. Результаты вычислений всех перечисленных выше величин приведены в Таблице 3.

Характеристика	Значение
L	50 мкм
W	5 мкм
$R(T = 300\text{K})$	11.2 Ом
$R(T < T_c)$	6 Ом
$\rho(T < T_c)$	3.1 мкОм · см
RRR	1.8

Таблица 3: Основные характеристики для резистора меди, полученного в работе

4.3 Измерение критического тока

Одним из параметров генератора на джозефсоновском переходе является критический ток перехода, который напрямую влияет на мощность получаемой генерации. В связи с этим были охарактеризованы полученные джозефсоновские переходы (показанные на рис. 14) при помощи измерений на постоянном токе. Вольт-амперные характеристики измерялись в зависимости от температуры в криостате растворения BlueFors LD250 по 4-точечной схеме.

4.3.1 Обсуждение и результаты

При базовой температуре $T = 35$ мК была измерена зависимость напряжения на джозефсоновском переходе от протекающего через него тока на разных образцах. Измеряемые образцы на данном чипе не дотравились, что стало причиной очень большого критического тока и не ясных вольт-амперных характеристик, в связи с чем в данном этапе я ссылаюсь на работу [27], в которой были получены аналогичные образцы абсолютно таким же методом. Результаты измерений образца из работы [27], размеры которого совпадают с размерами образца №4 (см. рис. 19) показаны на рис. 26. Полученные кривые тока и напряжения отличаются от теоретической зависимости (см. раздел 1.3.3 или рис. 3(б)) резким скачком напряжения при достижении критического тока и наличием гистерезиса. Появление такой кривой тока и напряжения объясняется наличием теплового гистерезиса (см. раздел 1.3.6, [13]), так как в образцах получились достаточно большие значения критического тока.

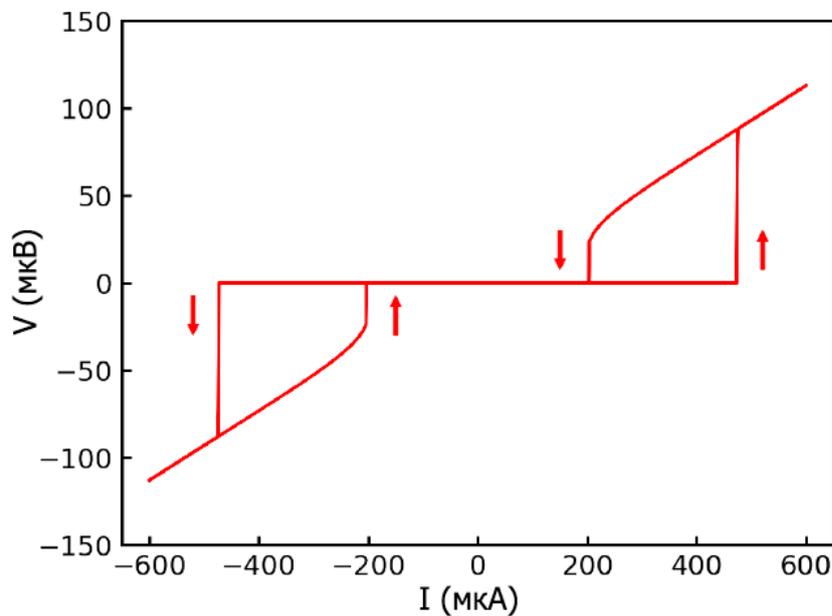


Рис. 26: Измеренная ВАХ SNS джозефсоновского перехода из работы [27], размеры которого совпадают с размерами образца №4

На основе данных вольт-амперных характеристик были получены основные параметры для SNS, используемых в данной работе. Величина критического тока на обратной ветви при уменьшении тока обозначается как I_r . Результаты измерений приведены в таблице 4.

Несмотря на результаты моделирования (см. рис. 24) в величинах W, β , выбор рабочей точки генератора все равно зависит от критического тока джозефсоновского перехода, так как не нормированная частота ω фиксируется экспериментом. Согласно работе [14] (см. раздел 1.3.6) критический ток джозефсоновского перехода I_c зависит от температуры, что позволяет использовать температуру для подбора более удобного значения критического тока. В работе [27] была рассмотрена зависимость критического тока от температуры для джозефсоновского SNS контакта с геометрии

ческой конфигураций аналогичной с полученными образцами (см. 2). В результате данной работы было показано, что формула (1.2.30) хорошо аппроксимирует зависимость критического тока от температуры (см. рис. 27), что позволяет использовать формулу (1.2.30) для выбора нужного критического тока джозефсоновского перехода.

Характеристика	Значение
W	950 нм
L	240 нм
I_c	475 мкА
I_r	202 мкА
V_c	95 мкВ

Таблица 4: Основные характеристики для SNS джозефсоновских переходов, полученных в работе

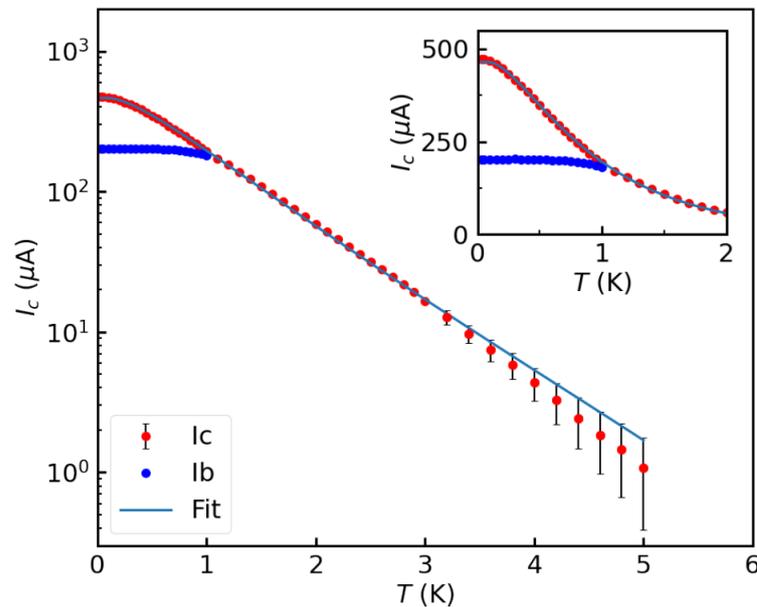


Рис. 27: Зависимость критического тока от температуры [27]. Аппроксимация данных выполняется кривой из [14]

4.4 Измерение ёмкости планарного конденсатора

Как было показано ранее (см. рис. 24) важную роль в системе генератора выполняет ёмкость джозефсоновского перехода, которая может существовать в виде шунтирующего конденсатора для SNS джозефсоновского контакта. В связи с этим были измерены ёмкости для полученных образцов шунтирующих конденсаторов (см. рис. 17). Измерения происходили при помощи зондовой станции и прецизионного измерителя LCR (см. рис. 12) по 4-х точечной схеме. С помощью зондовой станции было приложено 4 измерительных контакта на образец конденсатора, а с помощью из-

мерителя LCR был измерен импеданс образца с пересчётом в ёмкость. Измерения происходили при разной частоте подаваемого тока на образец.

4.4.1 Обсуждение и результаты

Измерения проходили при комнатной температуре, так как предполагается, что зависимость ёмкости от температуры $C(T)$ сказывается не существенно. Действительно, наибольший вклад в изменение ёмкости внесет зависимость диэлектрической проницаемости подложки из кремния от температуры. Однако, диэлектрическая проницаемость кремния при комнате составляет $\varepsilon_r(T_{\text{к}}) = 11.75$, в то время как при температуре криостата: $\varepsilon_r(T \simeq 1 \text{ К}) = 11.45$. Как видно, вклад изменения диэлектрической проницаемости существенно мал и составляет $\sim 2,5\%$

В разделе 1.5 рассматривается теоретический расчет ёмкости для планарного конденсатора. Используя конечные формулы [6], была получена оценка ёмкости для полученного планарного конденсатора с размерами, указанными в таблице 1 (Образец №5), полученными 125 пальцами с длиной каждого $L = 996$ мкм. В таблице 5 приведены значения ёмкости для такого теоретического расчета и результаты измерения.

Теоретический расчет	Эксперимент
8 пФ	40 пФ

Таблица 5: Полученная ёмкость планарного конденсатора (см. рис. 17) для образца с периодом 8 мкм

Теоретический расчет, используемый в [6], достаточно точный, так как отдельно учитывает как вклад в ёмкость крайних пальцев, так и разные диэлектрические проницаемости в подложке. Однако, как видно в таблице 5, полученная ёмкость намного превышает теоретический расчет. Большая полученная ёмкость может быть связана с возникновением дополнительной ёмкостью между самими образцами на чипе, либо металлизацией самого чипа. От такой паразитной ёмкости нельзя избавиться. Например, такая ёмкость может возникать между финальным образцом и медным держателем (см. рис. 11). Получаемая на практике, увеличенная ёмкость, не несет негативных эффектов для реализации генератора, так как при увеличении ёмкости амплитуда генерируемого тока только возрастает (см. рис. 24).

4.5 Анализ мощности при полученных параметрах генератора

Используя полученные данные для изготовленных конденсаторов, SNS джозефсоновских переходов и медного резистора, было проанализировано какой точке на графике 24 соответствуют данные параметры генератора, а так же какую выходную мощность можно получить для него. В таблице 6 приведены полученные параметры генератора.

Данные параметры приводятся в нормированные параметры генератора, так как нормированные параметры являются координатами для графика 24. Используя дан-

Характеристика	Значение
C_s	40 пФ
R_s	2 Ом (18 мкм)
$I_c(T^*)$	24 мкА
Q_l	24000
f	8 ГГц

Таблица 6: Параметры генератора, полученные из образцов. Добротность резонатора взята из работы [27]. R_s - сопротивление шунтирующего резистора из пленки меди, в скобках указана длина участка меди для получения такого сопротивления, f - частота генерации

ный график, находится точка, которая показывает величину амплитуды генерируемого тока (см. таблицу 7). Используя (4.1.6), была проанализирована реальная мощность генератора при полученной нормированной амплитуде переменного тока. На графике 28 показана зависимость реальной мощности генератора в зависимости от нормированных параметров W, β с учетом полученного критического тока для SNS (см. 6).

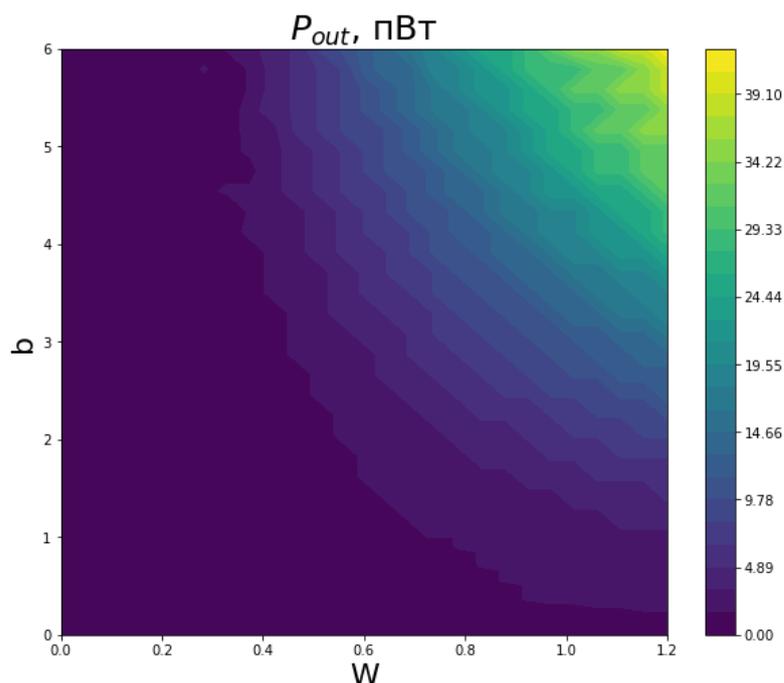


Рис. 28: Зависимость мощность генерации переменного тока (обозначена цветом) от нормированных параметров системы.

При переходе от графика 24 к графику реальной мощности генератора, амплитуда нормированного генерируемого переменного тока переводилась в реальную амплитуду тока при умножении на нормировку (I_c), тем самым более выгодно просто увеличивать критический ток, ссылаясь на зависимость, показанную на рис. 27. Однако, у реального генератора частота генерации зафиксирована областью частот необходимой для управления кубитами (см. таблицу. 6), что фиксирует одну из составляющих для нормированной генерации. Таким образом, повышение критического тока

Характеристика	Значение
W	0.35
β	11.1
r_1	0.001
$(i_{ac}^*)_{max}$	1.2
P_{out}	15 пВт

Таблица 7: Рабочая точка полученного генератора

приведет к уменьшению нормированной частоты генерации и рабочая точка будет смещаться левее на графике 24, что также невыгодно.

На практике получение большей ёмкости, возможно, но составляет небольшие трудности, так как увеличение числа пальцев увеличит площадь шунтирующего конденсатора, что может привести к размеру конденсатора, соизмеримому с размером длины волны. Таким образом, фиксируя шунтирующую ёмкость величиной, указанной в таблице 6, в системе генератора останутся только два реальных параметра I_c, R_t , которые на практике легко менять. Исходя из данных рассуждений, был проведен анализ зависимости мощности от реальных параметров I_c, R_t . На рис. 29 показан график зависимости мощности от данных параметров. Красной жирной точкой показана наибольшая возможная мощность в заданном диапазоне I_c, R_t .

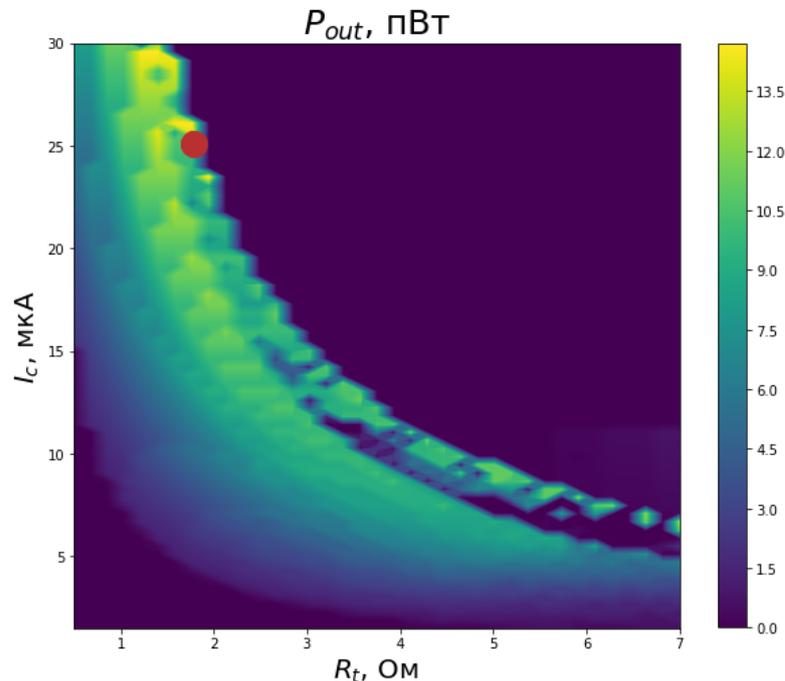


Рис. 29: Зависимость мощность генерации переменного тока (обозначена цветом) от реальных параметров системы: I_c, R_t . Красной точкой выделена максимальная возможная мощность.

Значение максимума мощности показано в таблице 7. Координаты максимума в величинах I_c, R_t переводятся в нормированные координаты (см. 7).

5 Заключение

Данная работа посвящена разработке новой конструкции и технологии джозефсоновского микроволнового генератора. В ходе данной работы было проведено численное моделирование динамики джозефсоновского генератора и написана программа для вычисления мощности генерации. В результате была определена область параметров, в которой возможна генерация переменного тока: частота генерации, отнормированная на критическую частоту джозефсоновского перехода $W > 0.2$ и параметр Маккамбера $\beta > 0.1$. Были изготовлены и измерены элементы генератора: планарные конденсаторы, джозефсоновские SNS переходы и нормальное сопротивление. Экспериментально полученные характеристики элементов легли в основу поиска оптимальных параметров для генератора. В результате моделирования было определено, что максимальная мощность переменного излучения достигается при следующих параметрах: $I_c = 24$ мкА, $R_t = 2$ Ом, при фиксированных C_s, Q, f . Существенным и новым результатом данной работы является тот факт, что данные величины можно получить используя планарную технологию, которая позволит упростить изготовление генератора по сравнению с использованием многослойных структур.

6 Благодарности

Хочу выразить благодарность своему научному руководителю Столярову Василию Сергеевич за важные комментарии и поправки к моей научной работе, за помощь в проведении экспериментов, а также за возможность работать в таком приятном коллективе Лаборатории топологических квантовых явлений в сверхпроводящих системах МФТИ. Хочу выразить огромную благодарность моему научному со-руководителю Калашникову Дмитрию Сергеевичу за переданные ценные знания, обучение навыкам для проведения экспериментов, отзывчивость, включая ответы на вопросы в нерабочее и ночное время, а так же большую помощь при проведении данной работы. Отдельное спасибо хочется выразить Шишкину Андрею Геннадьевичу и Головачанскому Игорю Анатольевичу за помощь в изготовлении образцов и переданных знаний в области литографии. Так же отдельное спасибо хочется выразить Полевому Константину Борисовичу за помощь в освоении экспериментального оборудования и переданные знания.

Хочу выразить благодарность своему научному руководителю Столярову Василию Сергеевич за важные комментарии и поправки к моей научной работе, за помощь в проведении экспериментов, а также за возможность работать в таком приятном коллективе ЦМН. Хочется отметить, что Василий Сергеевич уделяет огромное внимание для сотрудников (и студентов) центра. Например, выпускникам были вручены почетные именные значки центра, что несомненно приятно.

Список литературы

- [1] Houck, A. A. et al. Controlling the spontaneous emission of a superconducting transmon qubit// Phys. Rev. Lett. 101, 080502, (2008)
- [2] Neill, C. et al. A blueprint for demonstrating quantum supremacy with superconducting qubits// Science 360, 195–199, (2018)
- [3] Chengyu Yan, Juha Hassel, Visa Vesterinen, Jinli Zhang, Joni Ikonen, Leif Grönberg, Jan Goetz, Mikko Möttönen, A low-noise on-chip coherent microwave source// Nature Electronics volume 4, pages885–892, (2021)
- [4] Hassel, J., Grönberg, L., Helistö, P., Seppä, H., Self-synchronization in distributed Josephson junction arrays studied using harmonic analysis and power balance// Appl. Phys. Lett. 89, 072503, (2006)
- [5] M. Goppl, A. Fragner, M. Baur, R. Bianchetti, S. Filipp, J. M. Fink, P. J. Leek, G. Puebla, L. Steffen, and A. Wallraff, Coplanar Waveguide Resonators for Circuit Quantum Electrodynamics// Department of Physics, ETH Zurich, CH-8093, Zurich, Switzerland, (2008)
- [6] Rui Igreja, C. J. Dias, Analytical evaluation of the interdigital electrodes capacitance for a multi-layered structure// Sensors and Actuators A: Physical, (2004)
- [7] Шмидт В. Введение в физику сверхпроводников. Изд. 2-е, испр. и доп. // М.: МЦНМО, (2000)
- [8] Бароне А., Патерно Дж. Эффект Джозефсона: физика и применения: Пер. с англ. -М.: Мир, (1984)
- [9] Янсон И.К., Кулик И.О. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах, (1970)
- [10] Я. В. Фоминов, Н. М. Щелкачёв, Эффект Джозефсона: Учебно-методическое пособие. — М.: МФТИ, 32с. (2010)
- [11] B.D. Josephson, Possible new effects in superconductive tunnelling // Physics
- [12] Асламазов Л.Г., Ларкин А.И. - Письма ЖЭТФ, Т.48, с.976, (1965)
- [13] H. Courtois, M. Meschke, J.T. Peltonen, J.P. Pekola, Origin of Hysteresis in a Proximity Josephson Junction // Physical Review Letters ; PRL 101, 067002, (2008)
- [14] P. Dubos, H. Courtois, B. Pannetier, F.K. Wilhelm, A.D. Zaikin, G. Schon, Josephson critical current in a long mesoscopic S-N-S junction // PHYSICAL REVIEW B, VOLUME 63, 064502, (2001)

- [15] S. Shapiro, "Josephson currents in superconducting tunneling: The effect of microwaves and other observations" *Physical Review Letters* 11, 80 (1963). C. C. Grimes and S. Shapiro, *Physical Review* 169, 397, (1968)
- [16] Koshelets, V. et al. Towards a phase-locked superconducting integrated receiver: prospects and limitations. *Phys. C: Superconductivity* 367, 249–255, (2002).
- [17] G. D. Alley, Interdigital Capacitors and Their Application to Lumped-Element Microwave Integrated Circuits // *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, (1970)
- [18] P. M. Harrey, P. Evans, B. Ramsey, D. Harrison, INTERDIGITATED CAPACITORS BY OFFSET LITHOGRAPHY // *Journal of Electronics Manufacturing*, (2000)
- [19] J. Wei, Distributed capacitance of planar electrodes in optic and acoustic surface wave devices // *IEEE Journal of Quantum Electronics* , (1977)
- [20] R.K. HOFFMAN, Handbook of microwave integrated circuits, Artec House, (1987)
- [21] S. Gevorgian, T. Martinsson, P. Linnér, E. Kollberg, CAD models for multilayered substrate interdigital capacitors, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, (1996)
- [22] BlueFors Cryogenics. BF-LD250 User manual, Version 1.4.0, (2013)
- [23] R. L. Kautz, Chaotic states of rf-biased Josephson junctions // *Journal of Applied Physics* 52, 6241–6246, (1981)
- [24] R. L. Kautz, R. Monaco, Survey of chaos in the rf-biased Josephson junction // *Journal of Applied Physics* 57, 875–889, (1985)
- [25] Z. Zhai, Patanjali V. Parimi, and S. Sridhar, Nonlinear microwave impedance of short and long Josephson junctions // *Phys. Rev. B* 59, 9573 – Published 1 April, (1999)
- [26] Калашников Д.С., Микроволновая спектроскопия динамики вихрей Абрикосова // бакалаврская работа, МФТИ, (2020)
- [27] Калашников Д.С., Резонансная спектроскопия динамики вихрей сверхпроводящих токов в джозефсоновских планарных контактах // магистерская диссертация, Сколтех , (2022)